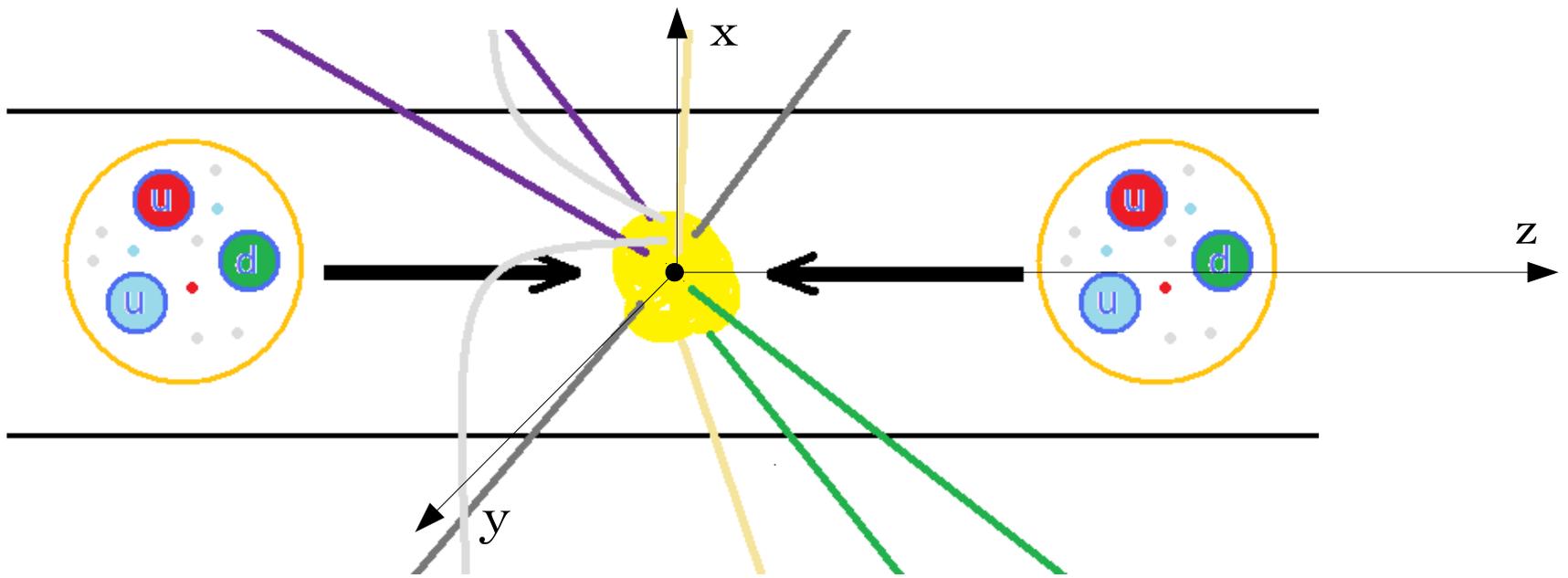


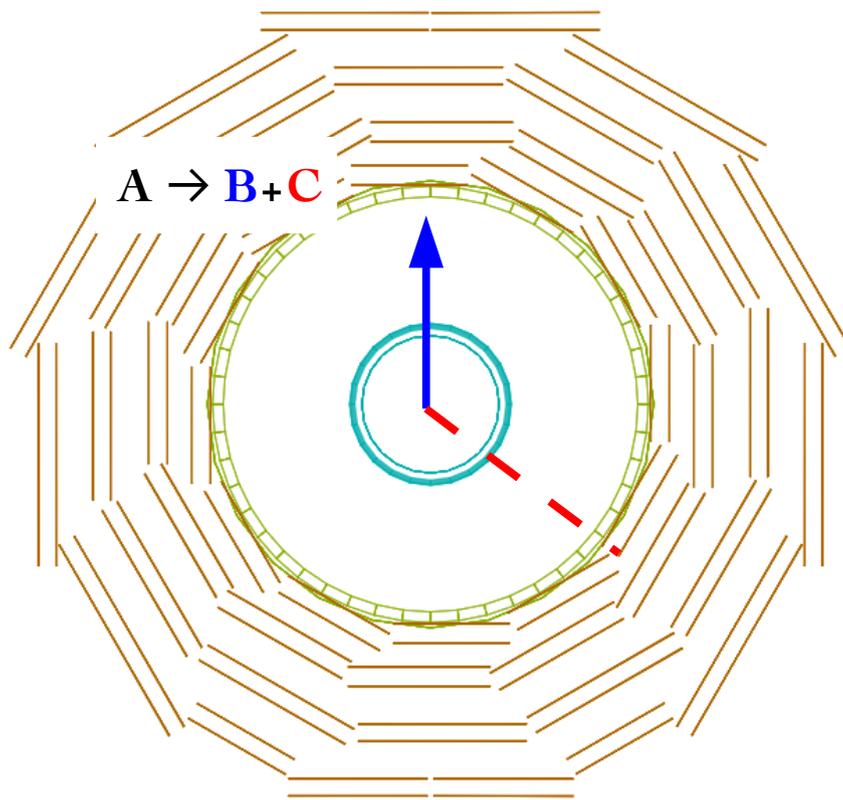
Les collisions proton-proton

- Les protons de chaque faisceau (pour l'année 2012) ont une énergie de 4 TeV le long de l'axe z. L'énergie de la collision est $2 \times 4 \text{ TeV} = 8 \text{ TeV}$
- Les particules qui constituent le proton ont seulement une fraction de son énergie
- Des nouvelles particules sont créées dans la collision. Ces particules:
 - ont toujours une masse plus petite que l'énergie de la collision
 - se désintègrent très rapidement
 - donnent toujours des produits de désintégrations qui ont une masse inférieure à la leur

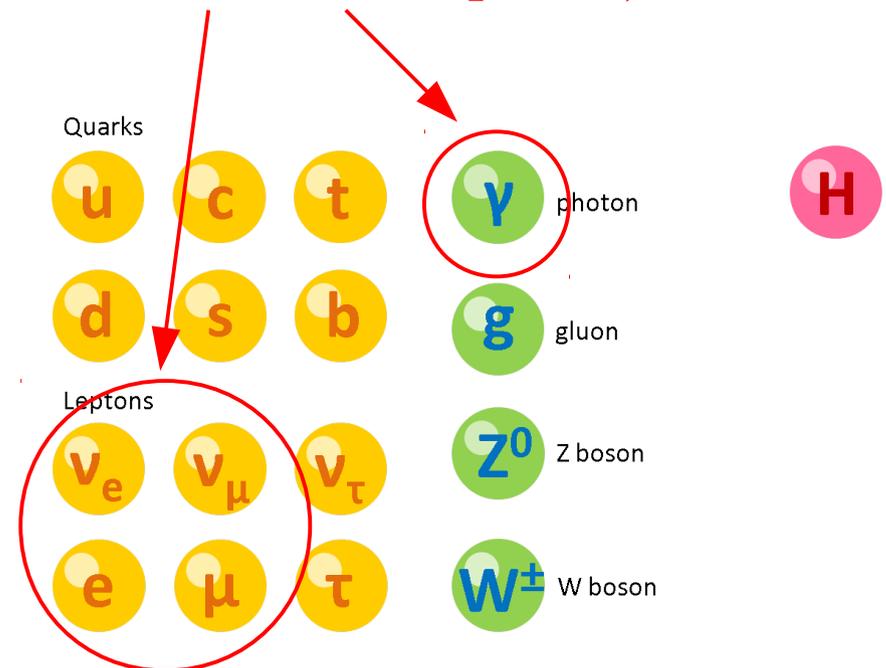


Les collisions proton-proton

- Les particules créées dans les collisions se désintègrent très rapidement
- Ce n'est jamais la particule qu'on observe directement, mais ses produits de désintégration
- Ces produits sont des particules « ordinaires »



Particules « ordinaires » pour aujourd'hui



Si on recherche une particule il faut :

- savoir quelles sont ses filles (connaître sa désintégration, modèle)
- chercher à observer ses filles

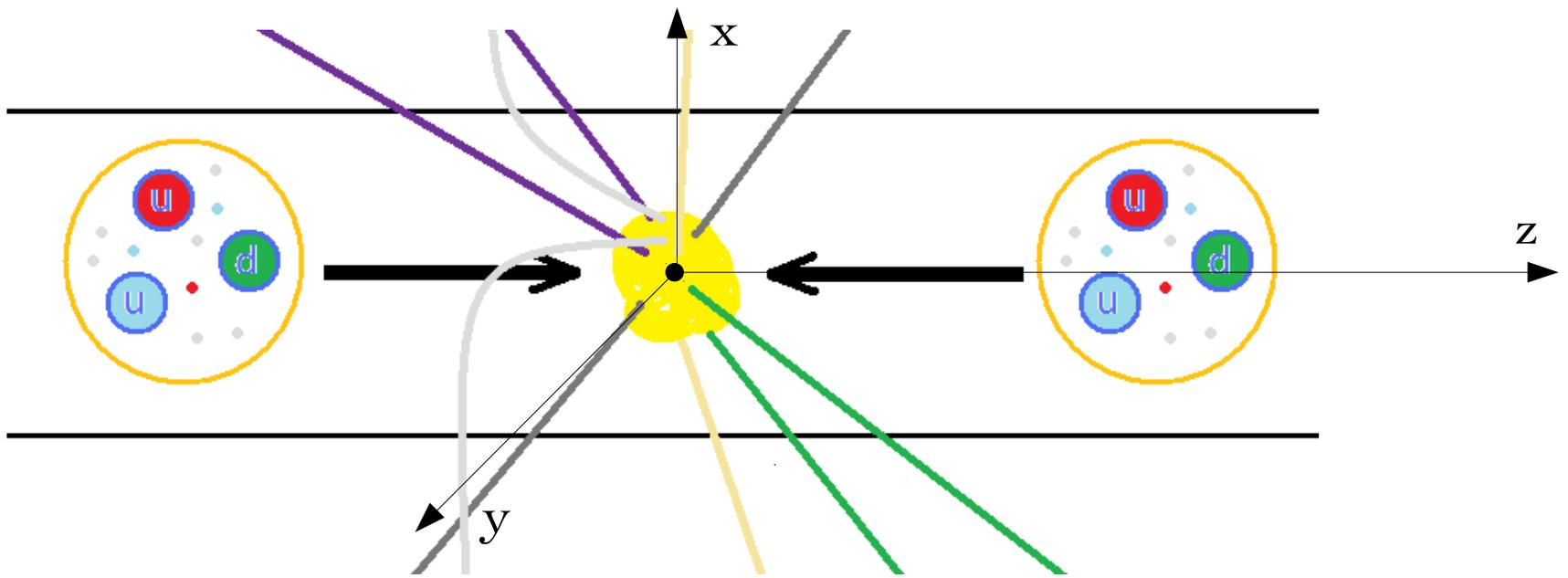
Les collisions proton-proton

- Des lois de conservation imposent des contraintes sur quelles désintégrations sont possibles
 - conservation de la charge électrique :
la somme des charges électriques des produits de désintégration d'une particule est égale à la charge de la particule de départ
 - conservation de l'énergie :

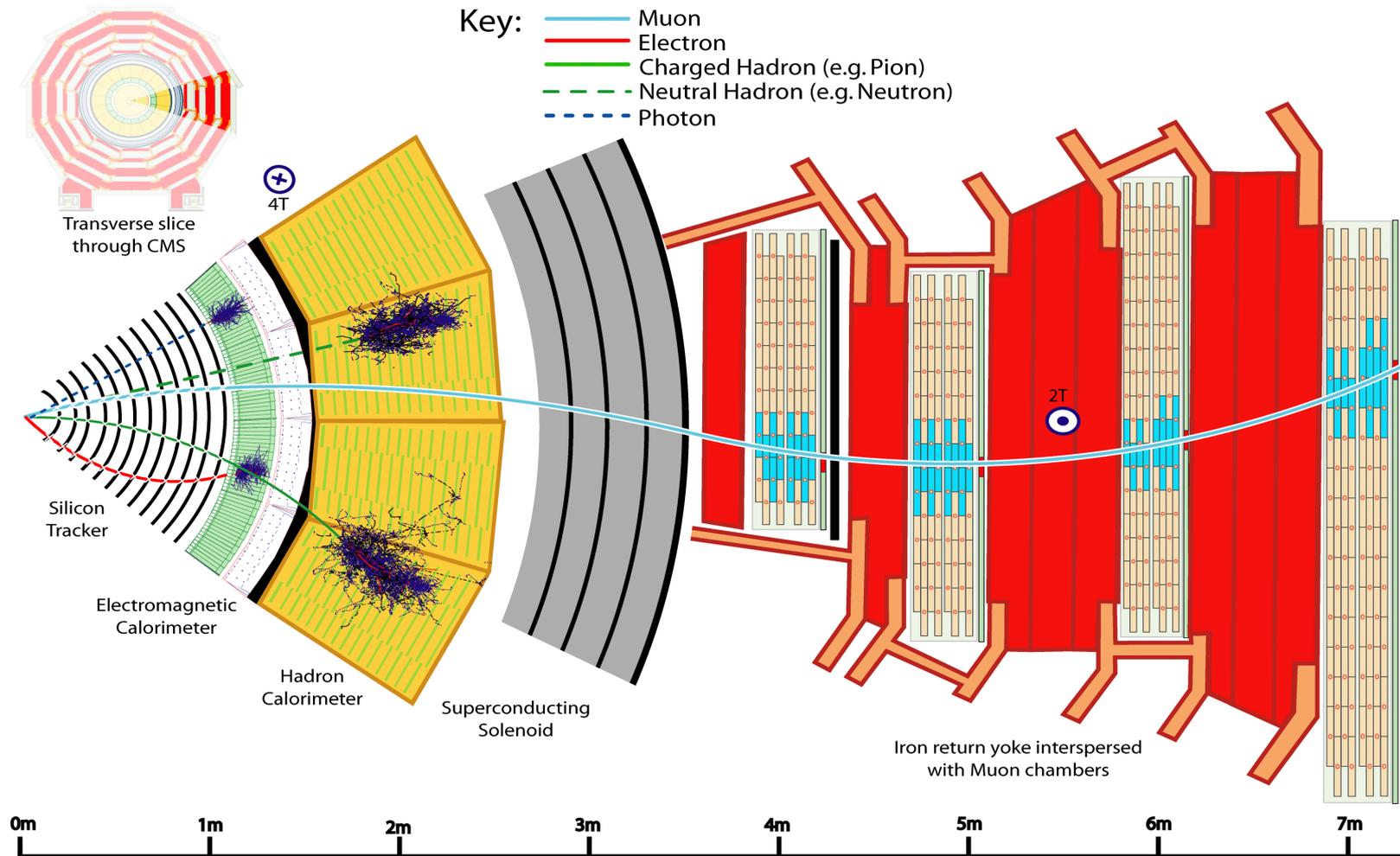
Etat initial, constituants des protons :
énergie seulement le long de z



Etat final, produits de la collision :
énergie seulement le long de z, donc
l'énergie TOTALE dans le plan
transverse x-y est ZERO

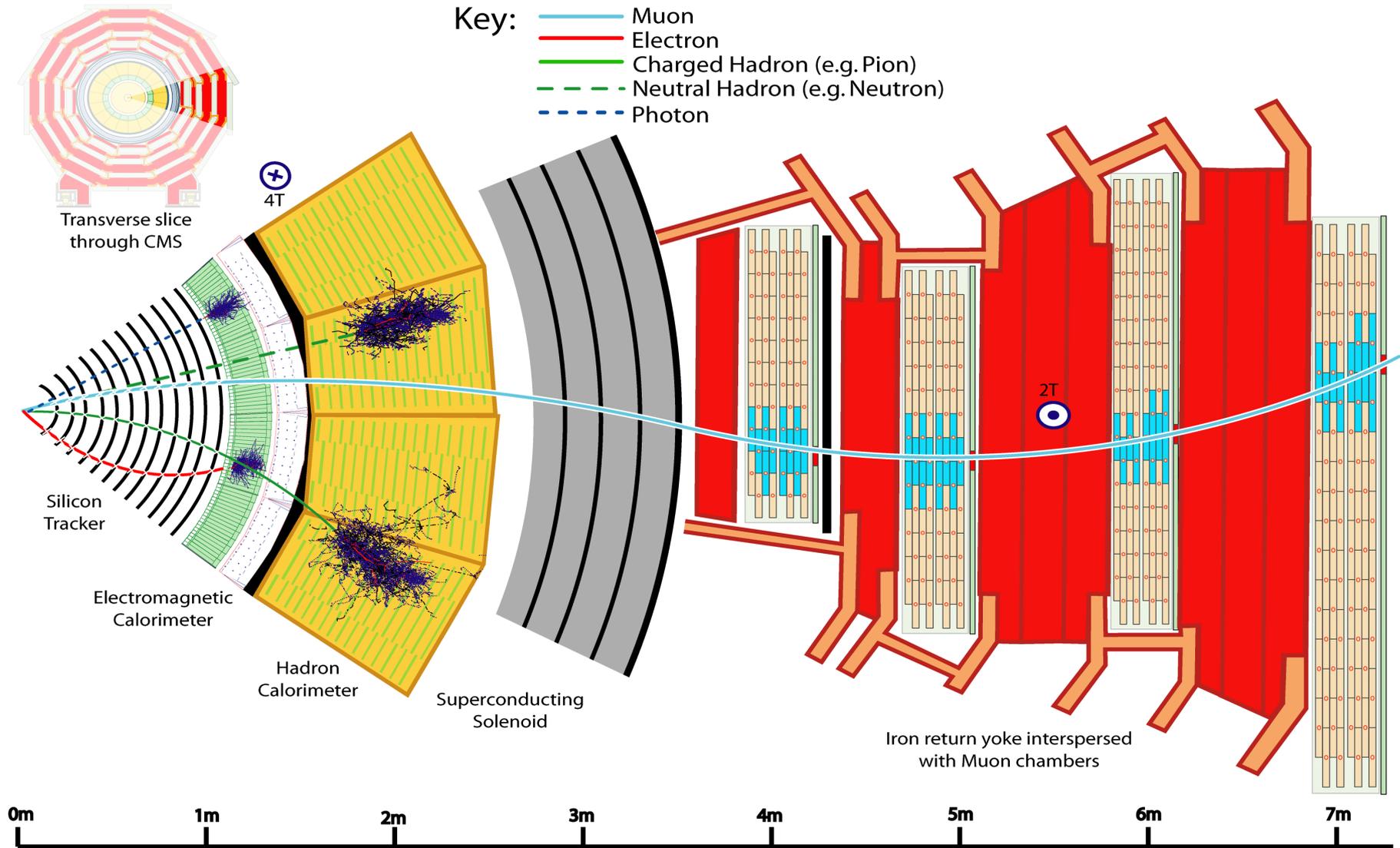


Le détecteur CMS



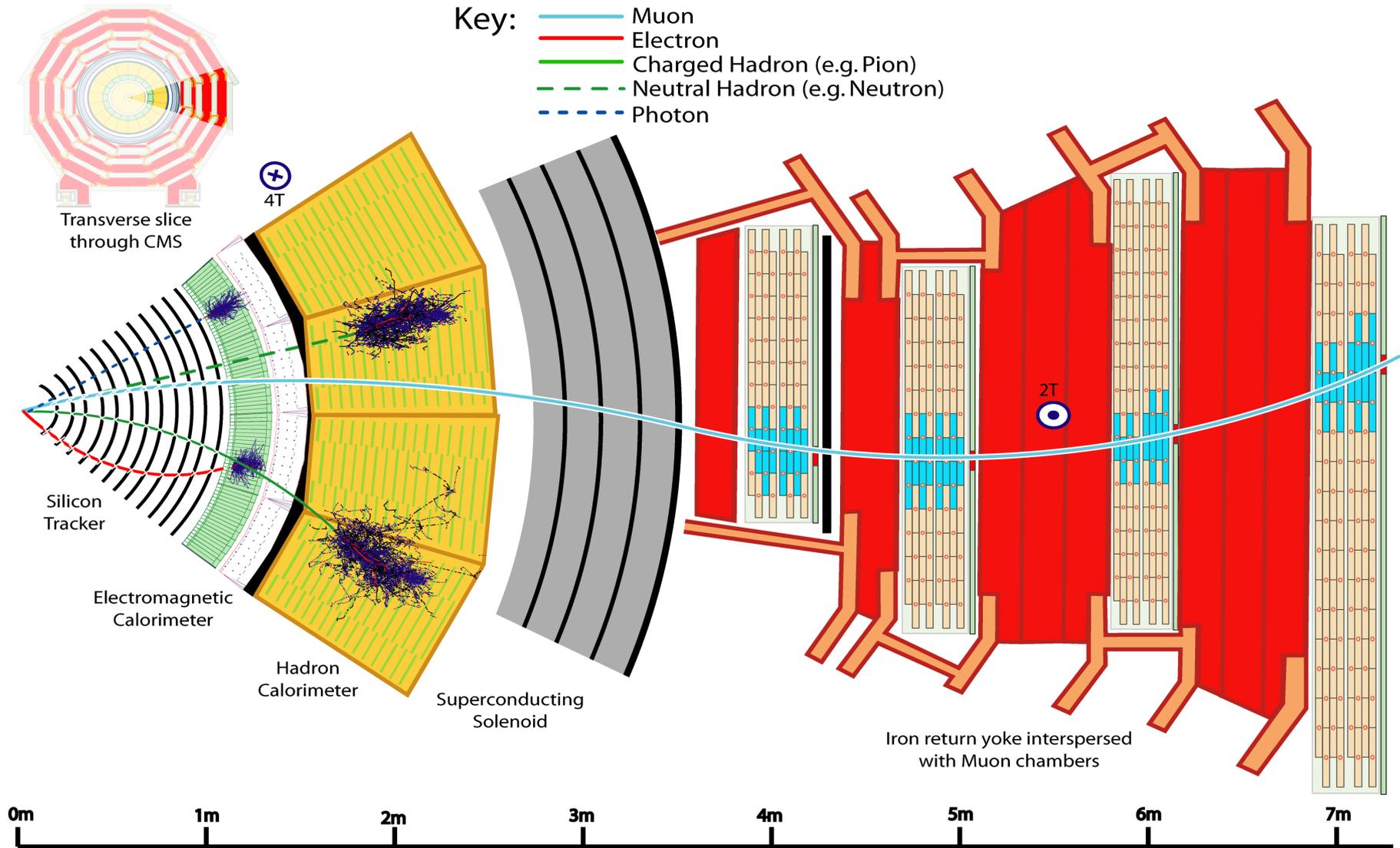
Les collisions produisent des particules au centre du détecteur
Différents détecteurs sont sensibles à différents types de particules
La trajectoire d'une particule chargée est courbée dans un champ magnétique

Signature expérimentale : le muon



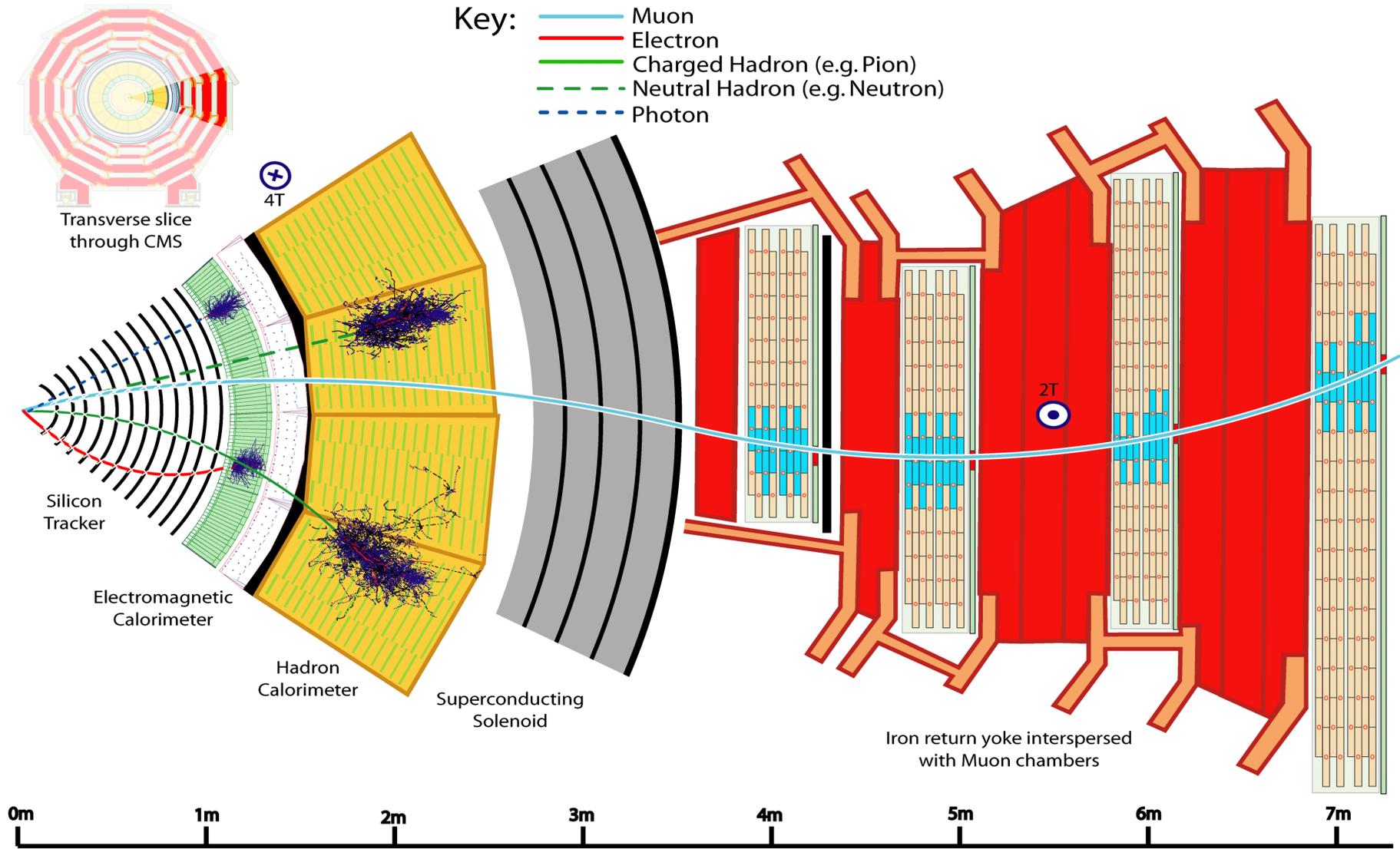
Muon ?

Signature expérimentale : le muon



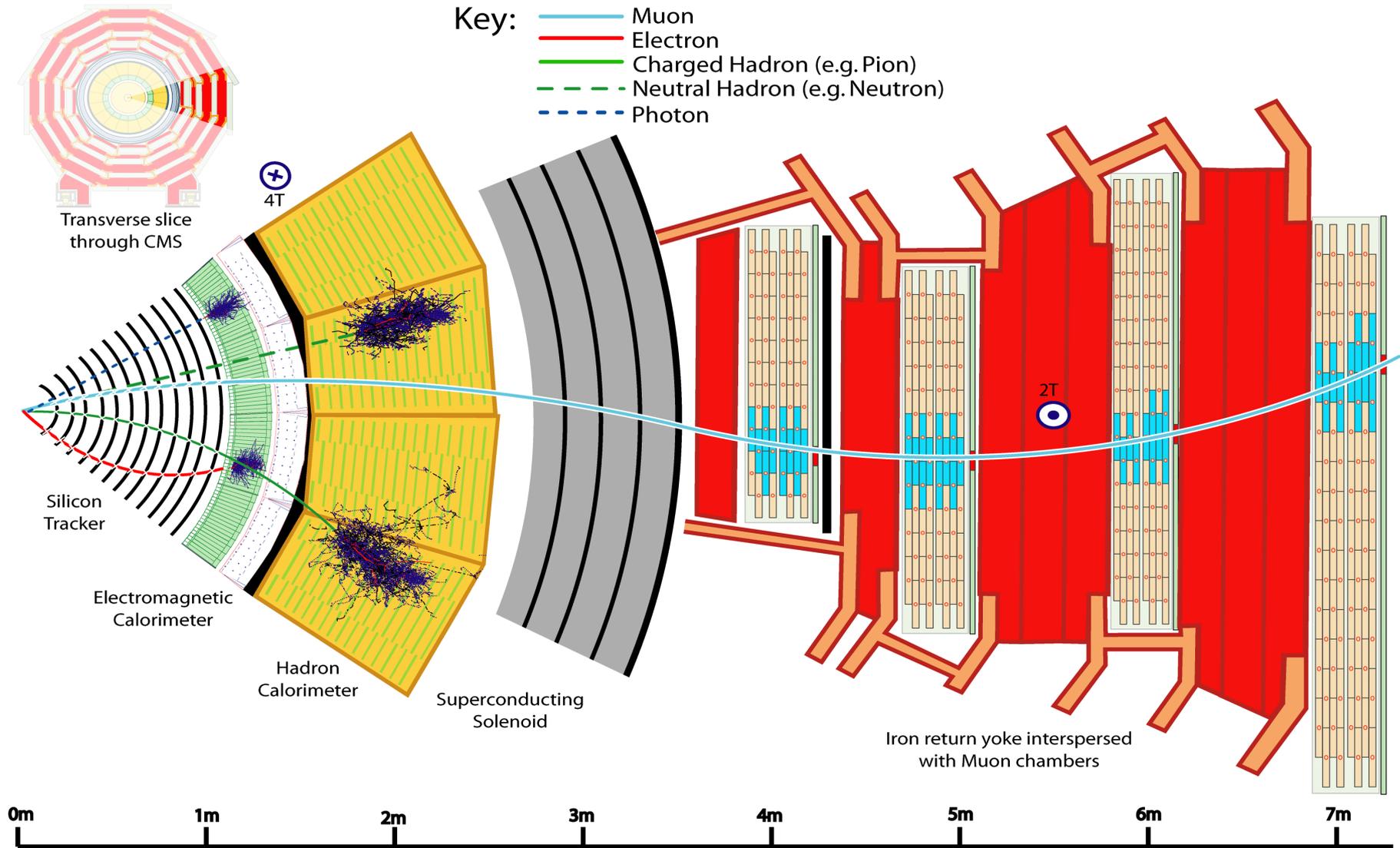
Muon : trace dans le trajectographe, peu de dépôt dans les calorimètres, trace dans les chambres à muons

Signature expérimentale : l'électron



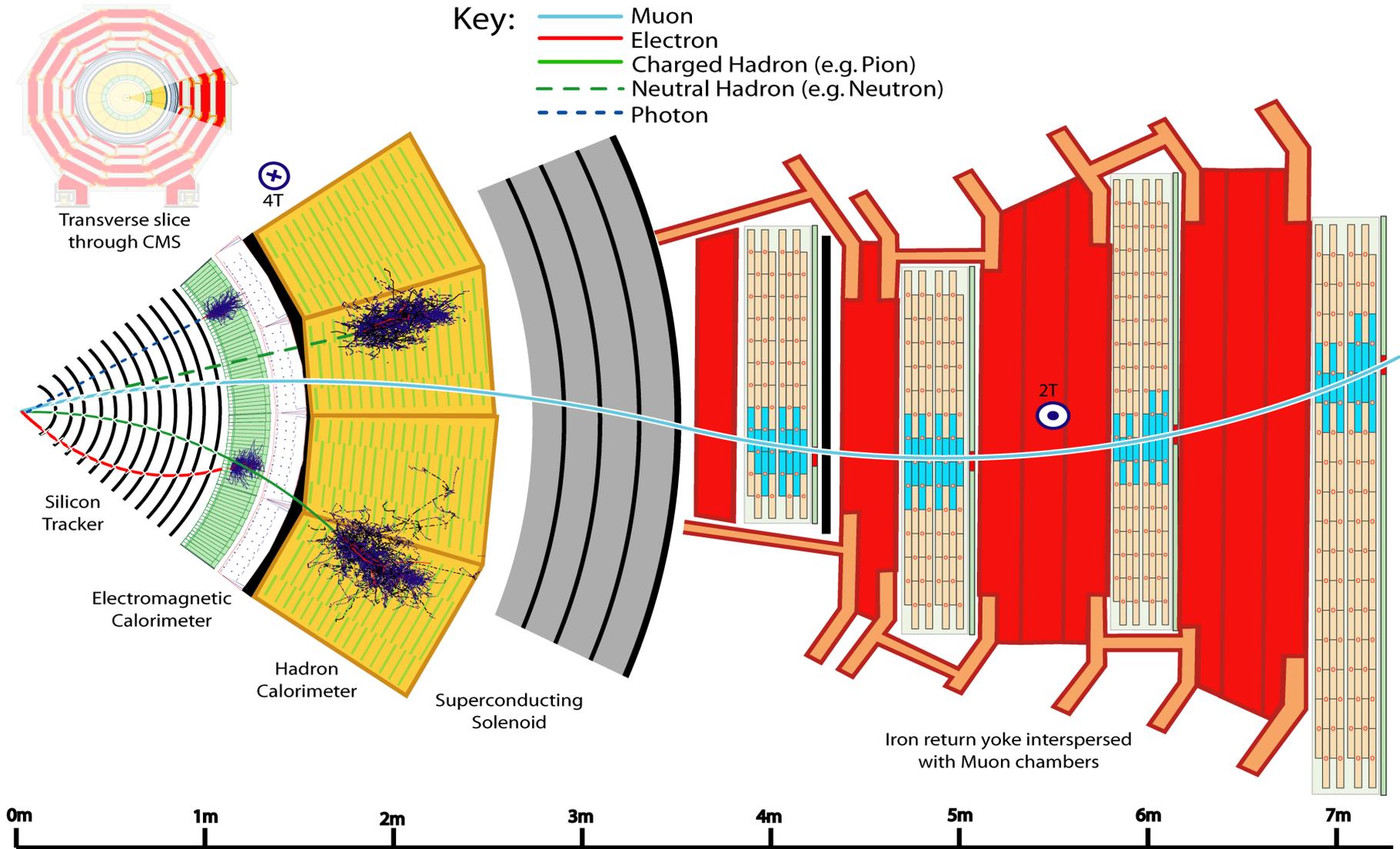
Electron ?

Signature expérimentale : l'électron



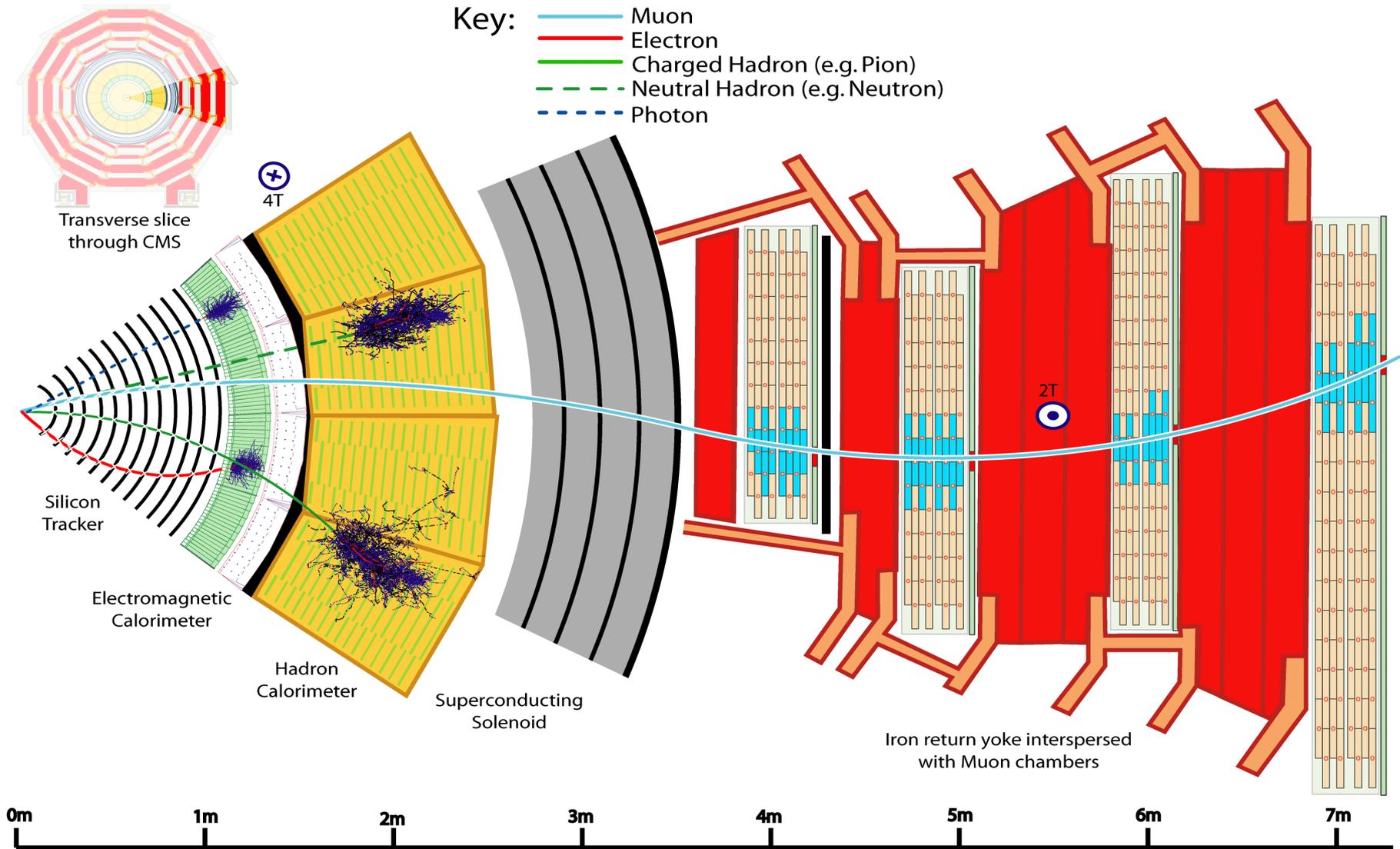
Electron : trace chargée dans le trajectographe et dépôt d'énergie dans le calo électromagnétique

Signature expérimentale : le photon



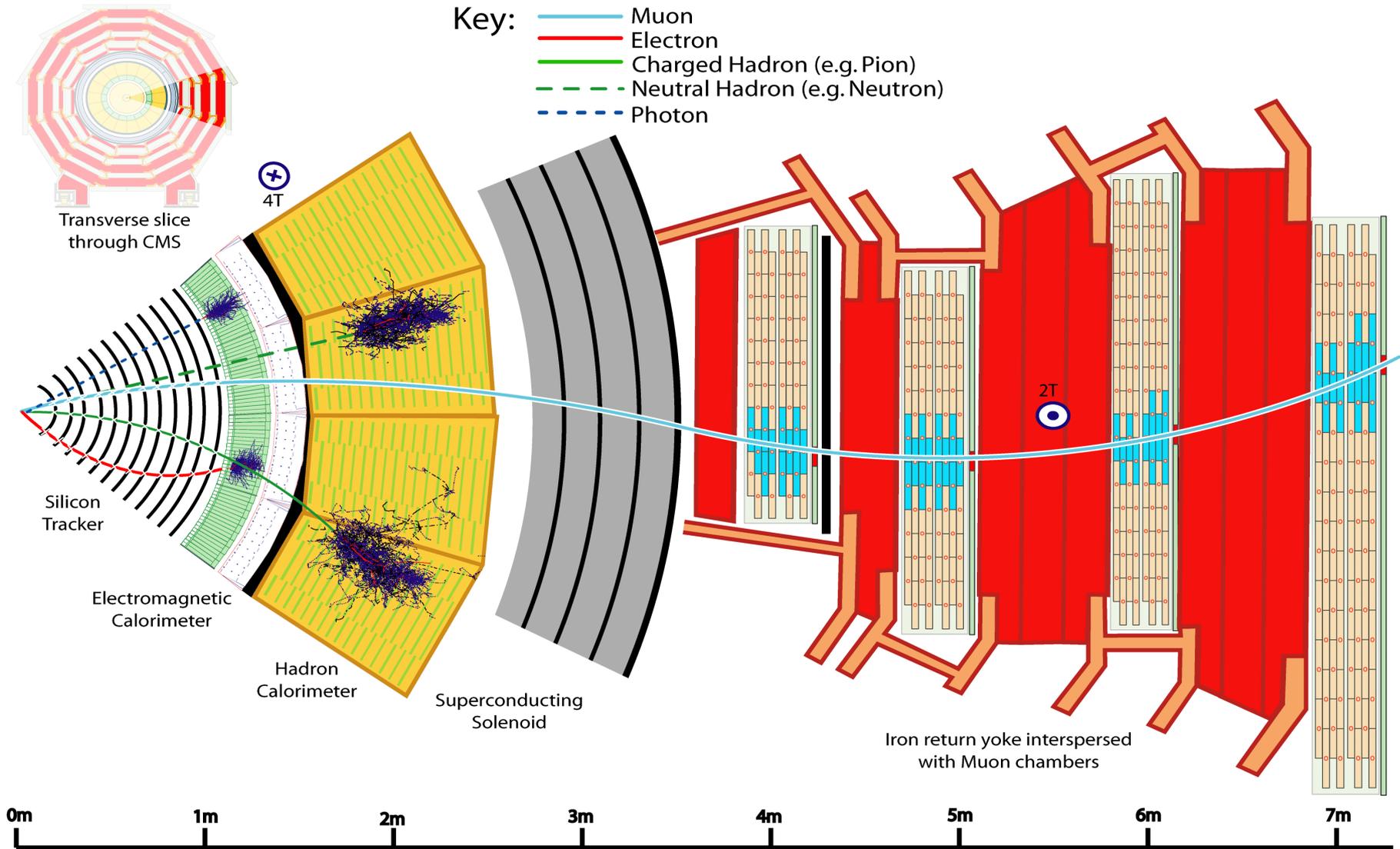
Photon ?

Signature expérimentale : le photon



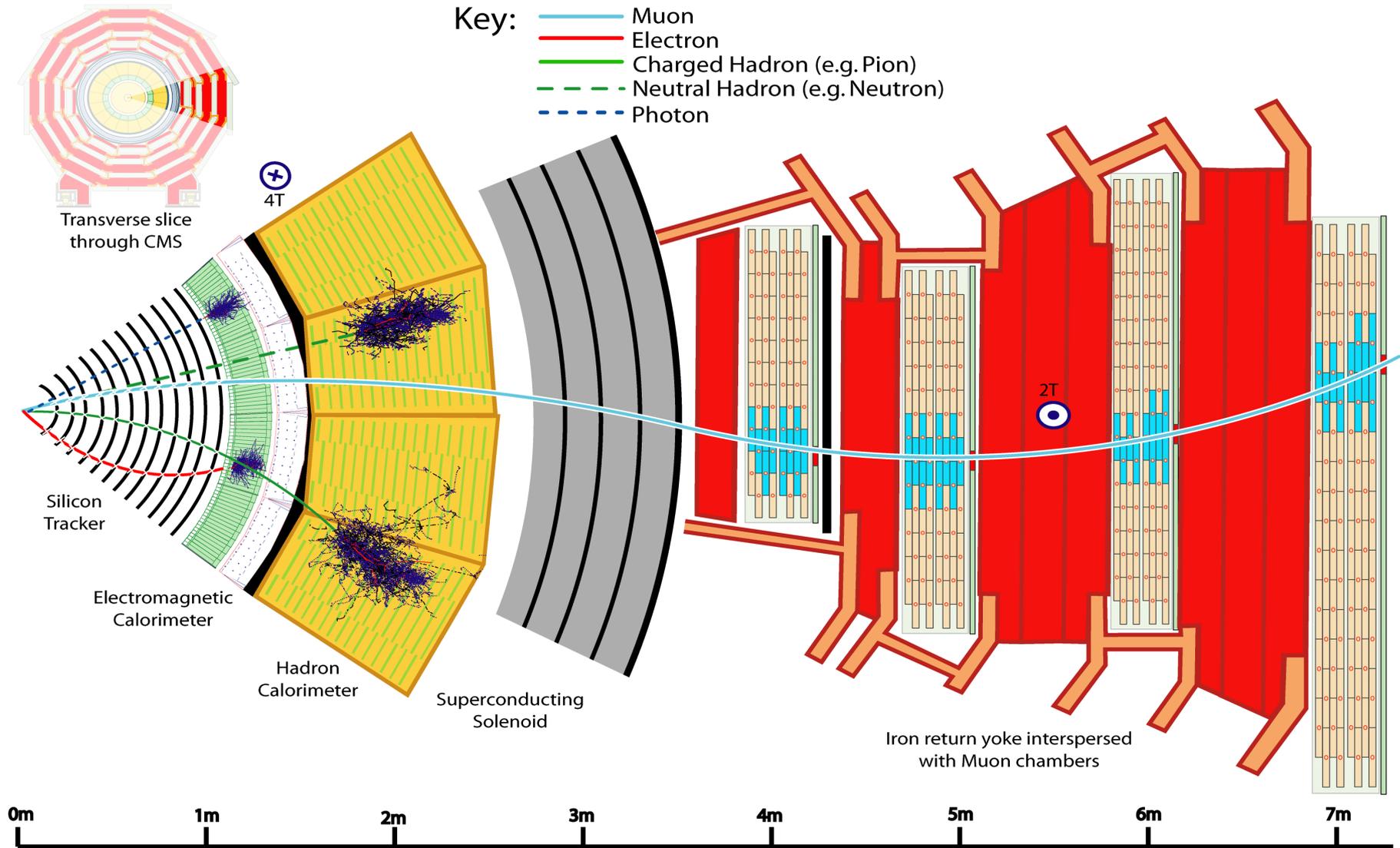
Photon : pas de trace chargée, dépôt d'énergie dans le calo électromagnétique

Signature expérimentale : le neutrino



Neutrino ?

Signature expérimentale : le neutrino



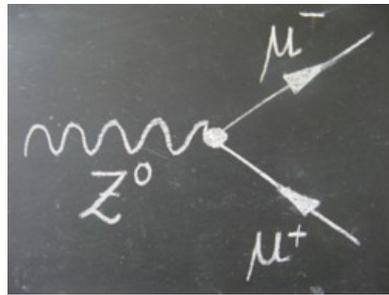
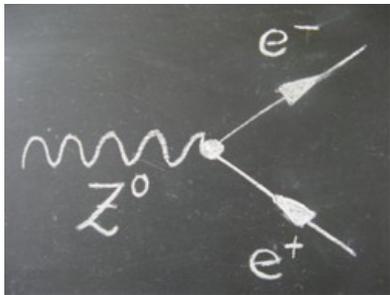
Neutrino : pas de trace ni dépôt d'énergie : le neutrino n'est pas détecté expérimentalement

Qu'allons nous chercher ?

Aujourd'hui on va analyser des données récoltées pendant l'année 2012 avec le détecteur CMS. Parmi ces données on va chercher des Z et des W.

$$Z^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \quad Z^0 \rightarrow e^+ e^-$$

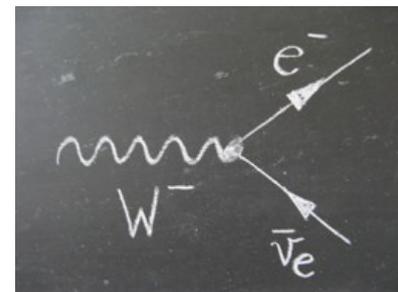
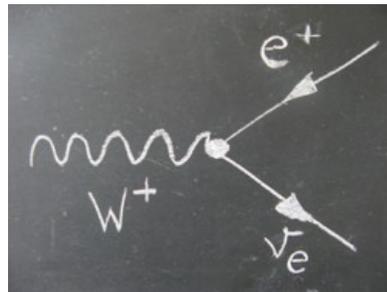
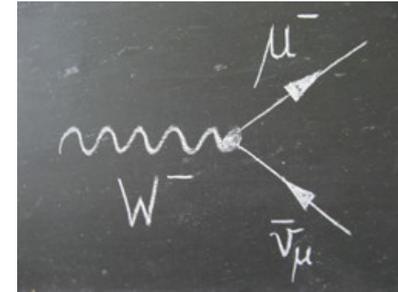
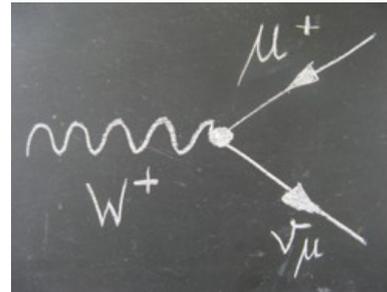
les Z se désintègrent en 2 leptons



$$W^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$$

$$W^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \quad W^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$$

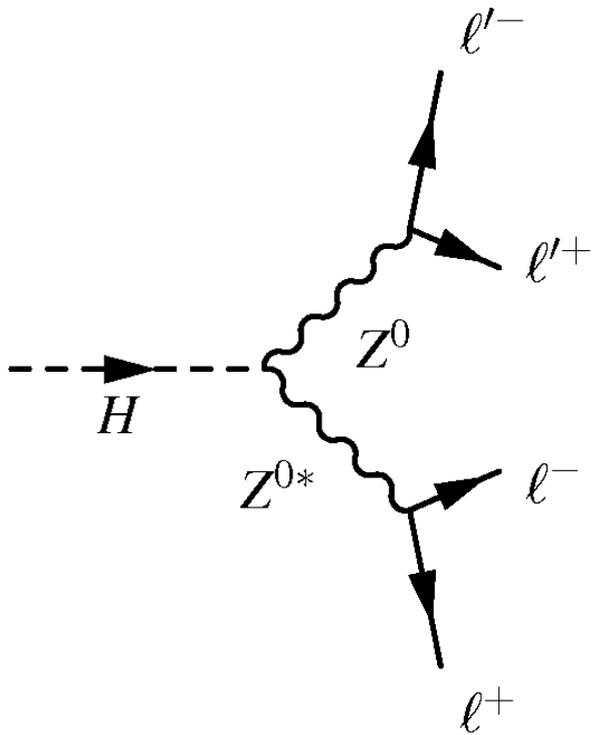
Les W se désintègrent en lepton neutrino



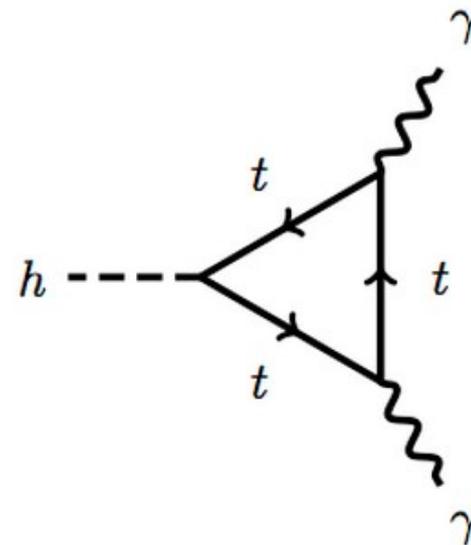
Qu'allons nous chercher ?

..Et des Higgs

$$\begin{aligned} H^0 &\rightarrow Z^0 Z^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^- \\ &\rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^- \\ &\rightarrow e^+ e^- e^+ e^- \end{aligned}$$

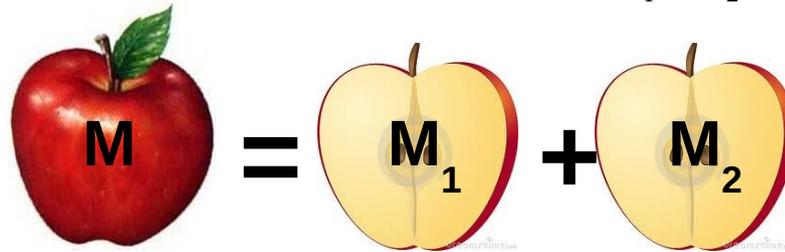


$$H^0 \rightarrow \gamma\gamma$$



Masse invariante

D'un point de vue classique, la masse totale d'un système qui se désintègre est conservée (la masse initiale M est égale à la somme des masses finales $M_1 + M_2$):



Dans la physique des particules on doit tenir en compte les effets relativistes.

Masse et énergie sont deux concepts strictement liés

On ne va pas avoir $M = M_1 + M_2$ car dans la désintégration de l'énergie va aussi être libérée (la masse initiale n'est pas simplement égale à la somme des masses finales: une partie « se transforme » en énergie).

On peut mesurer **énergie E** et **impulsion (p_x, p_y, p_z)** (où l'impulsion d'une particule est définie comme $\vec{p} = m \vec{v}$) des particules et introduire le nouveau concept de **masse invariante**:

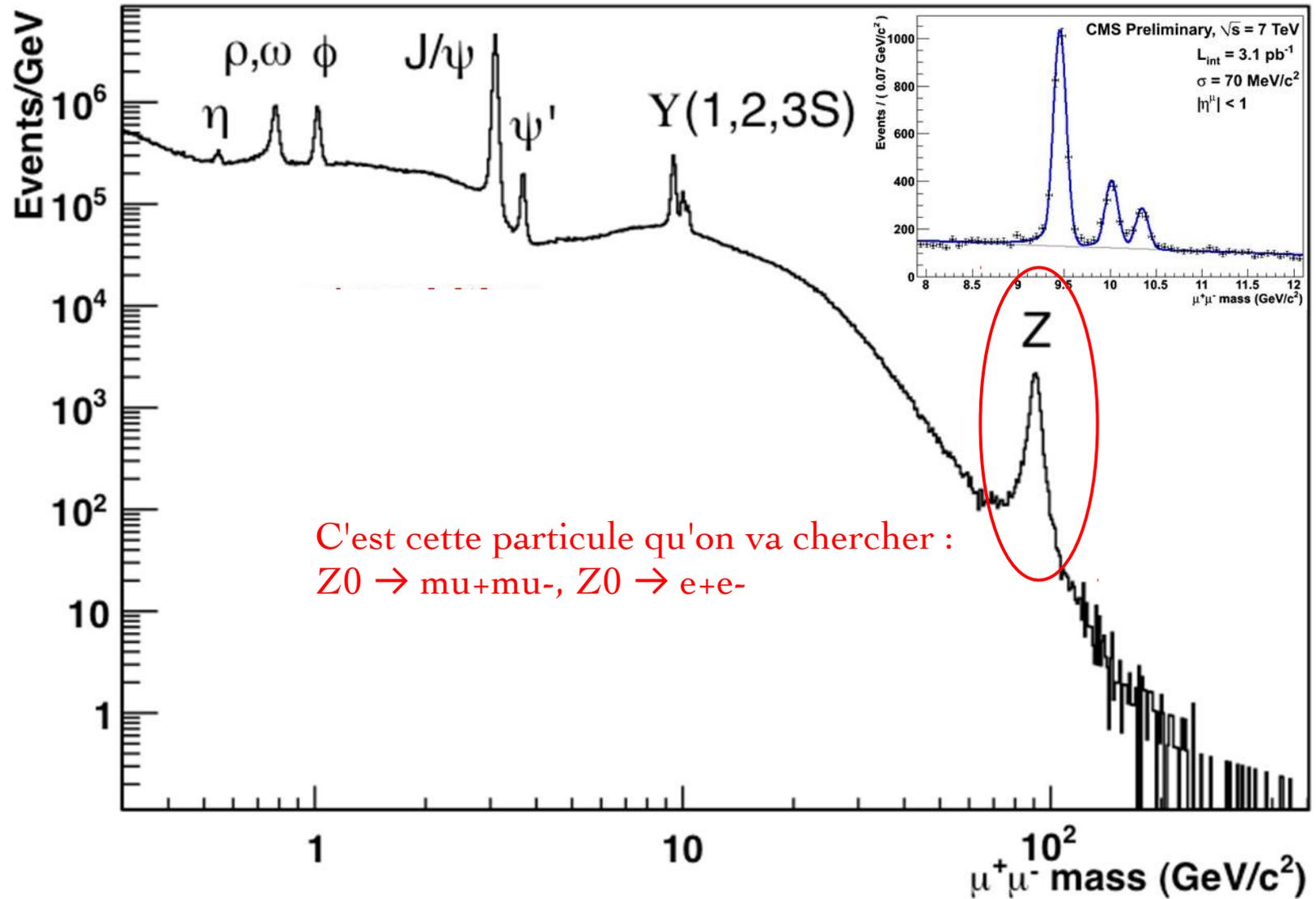
$$M^{inv} c^2 = \sqrt{E^2 - p_x^2 c^2 - p_y^2 c^2 - p_z^2 c^2}$$

[Pour une particule d'impulsion nulle, c'est $E = Mc^2$!]

C'est la **masse invariante** qui est **conservée** lors d'une désintégration

Masse invariante des deux leptons

Distribution de la masse invariante de paires de muons

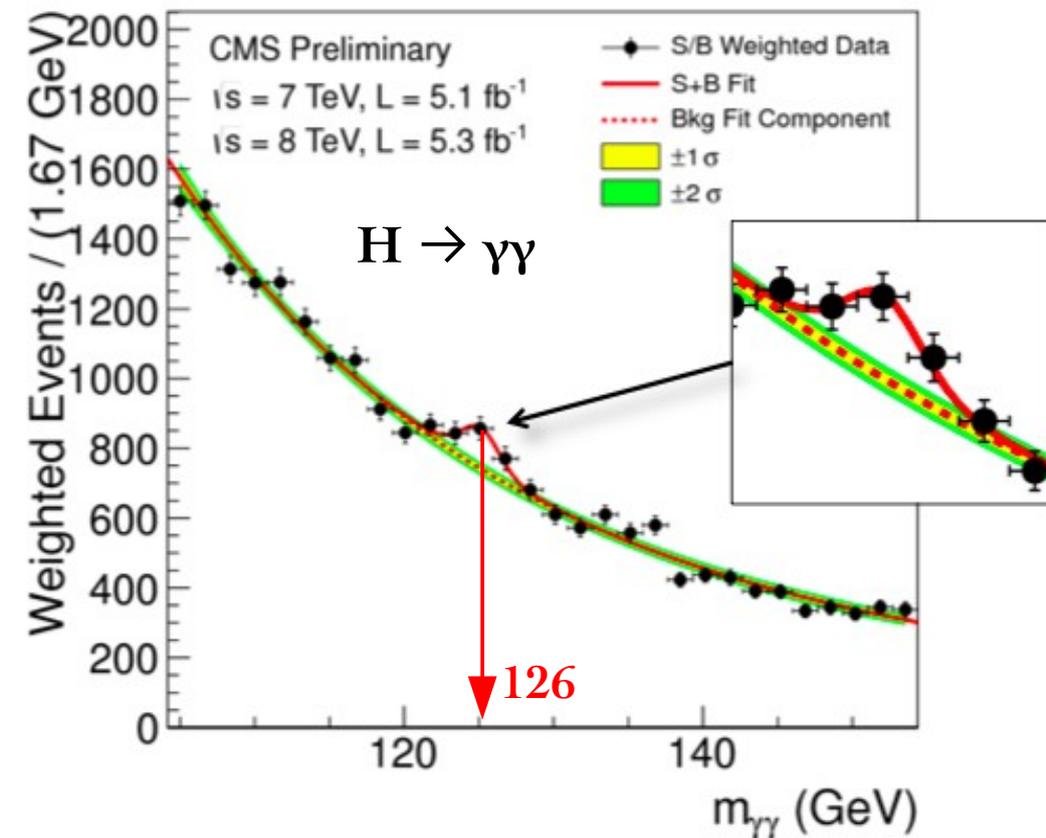


Masse invariante de 2 photons/4 leptons

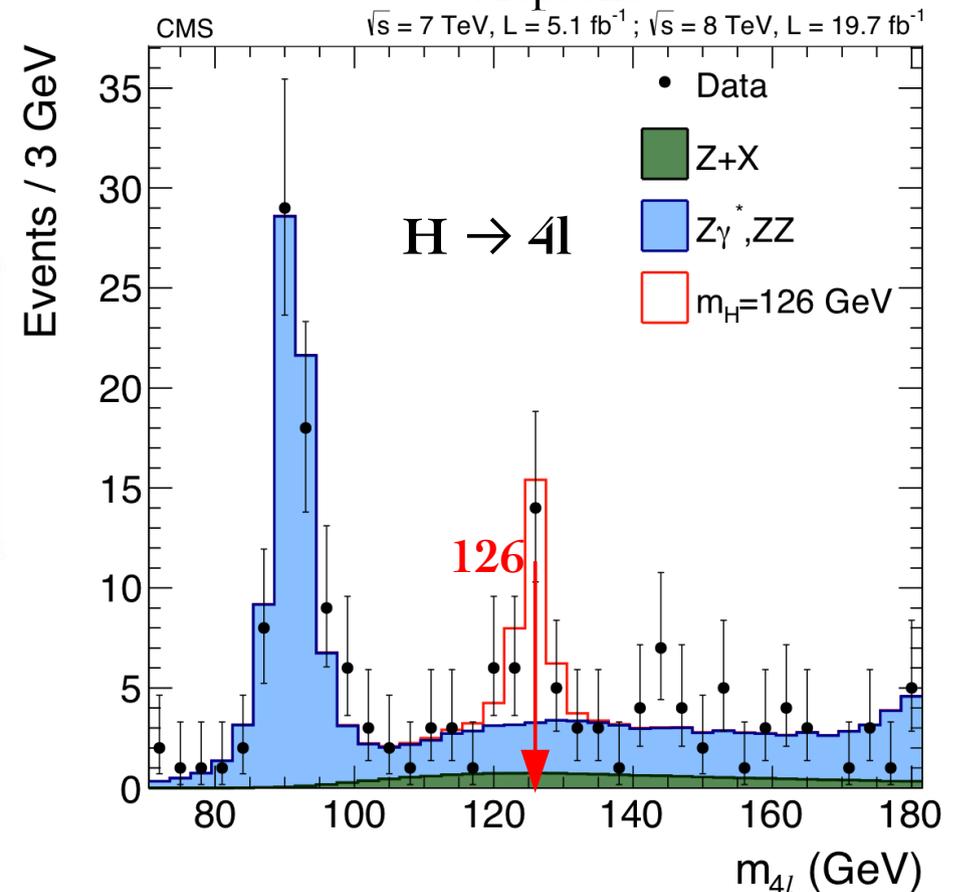
Recherche du Higgs : on ne connaissait pas sa masse, mais on savait qu'il se désintègre en

- 2 photons
- 4 leptons (e, μ)

Distribution de la masse invariante de paires de photons

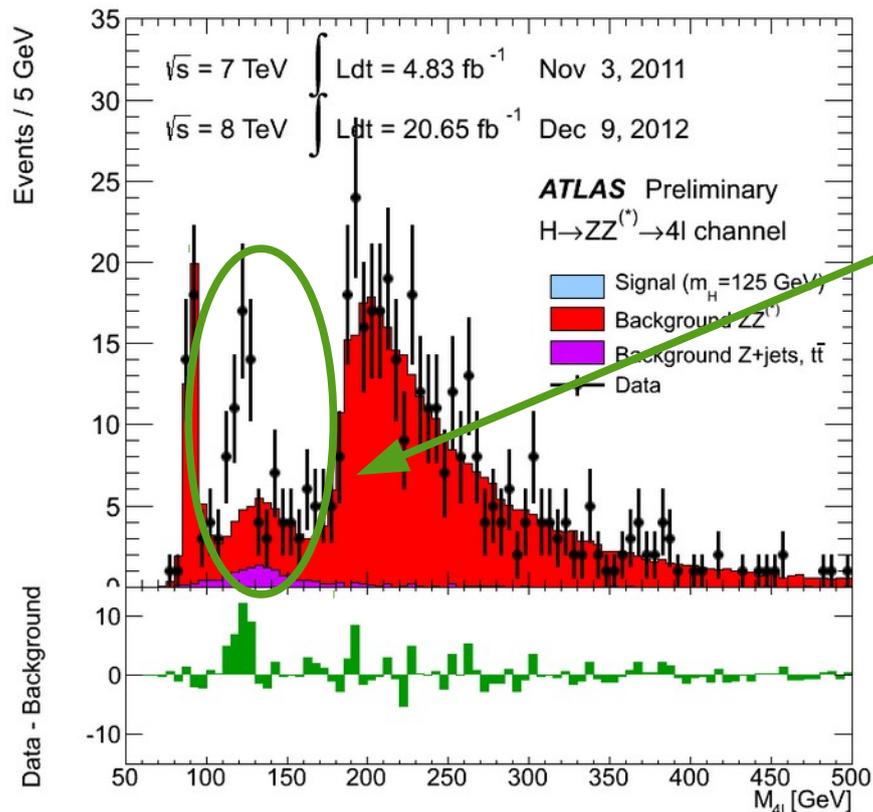


Distribution de la masse invariante de 4 leptons



Statistique !

Pour bien étudier les processus qui nous intéressent, on a besoin d'accumuler le plus grand nombre possible d'événements.
On découvre d'abord les phénomènes les plus probables, et on s'intéresse à ceux qui sont de plus en plus rares.
Chaque découverte dans notre domaine se fait par accumulation de données et passe par des évaluations de type statistique.



Présence d'une particule de masse $\sim 125 \text{ GeV}/c^2$ mise en évidence sur les données 2011 et 2012.

Accumulation des données le long des années 2011 et 2012 :

http://www.atlas.ch/photos/atlas_photos/selection

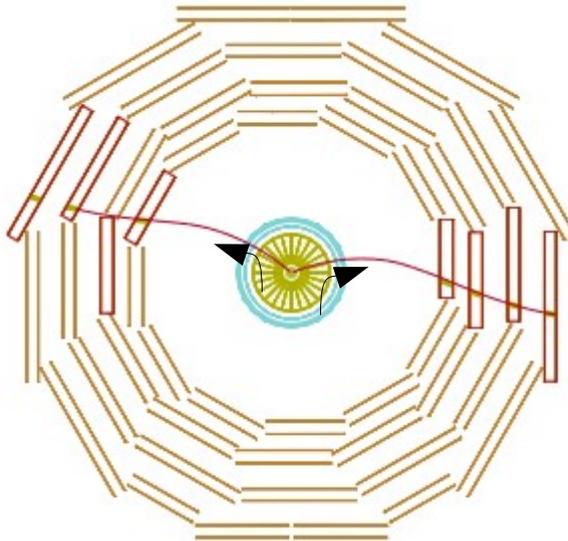


Particule neutre créée dans les collisions qui se désintègre en deux leptons, ($\mu^+\mu^-$ ou e^+e^-)

- Les leptons ont la même saveur et charge opposée
- L'événement ne contient pas beaucoup plus que les deux leptons en question.
- Quantité conservée : la «masse» de la particule qui se désintègre est égale à la « somme » des «masses » des deux leptons

Observer la courbure dans la partie interne du détecteur pour déterminer la charge d'une trace

Trace courbée en sens inverse aux aiguilles d'une montre : charge négative (μ^-)

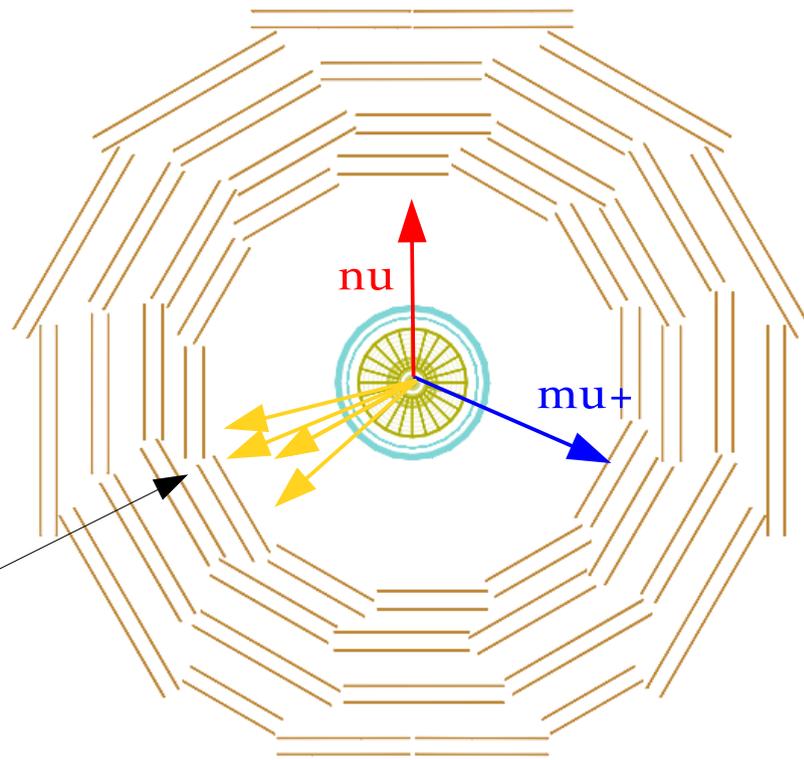


Trace courbée dans le sens des aiguilles d'une montre : charge positive (μ^+)

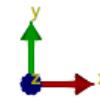


Processus qui nous intéresse : $W^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu}$

Particule chargée créée dans les collisions qui se désintègre en **lepton** et **neutrino**.
Le muon est détecté, le neutrino ne l'est pas

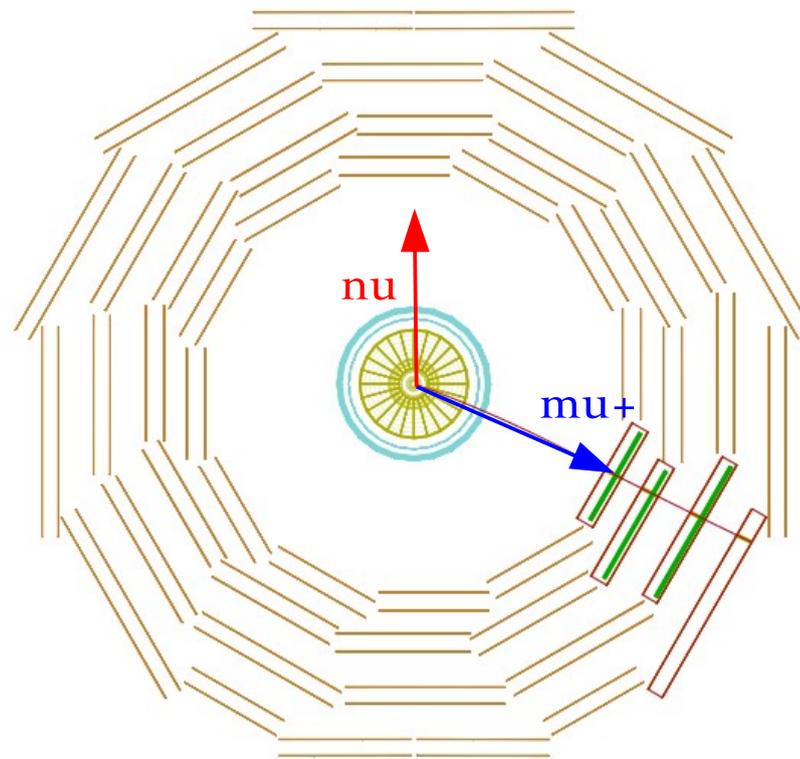


Possible activité
additionnelle, ça nous
intéresse pas
aujourd'hui, on ne va
pas la regarder





La charge du muon (courbure dans la partie intérieure du détecteur) détermine la charge du W qui s'est désintégré, là c'était un W^+ .



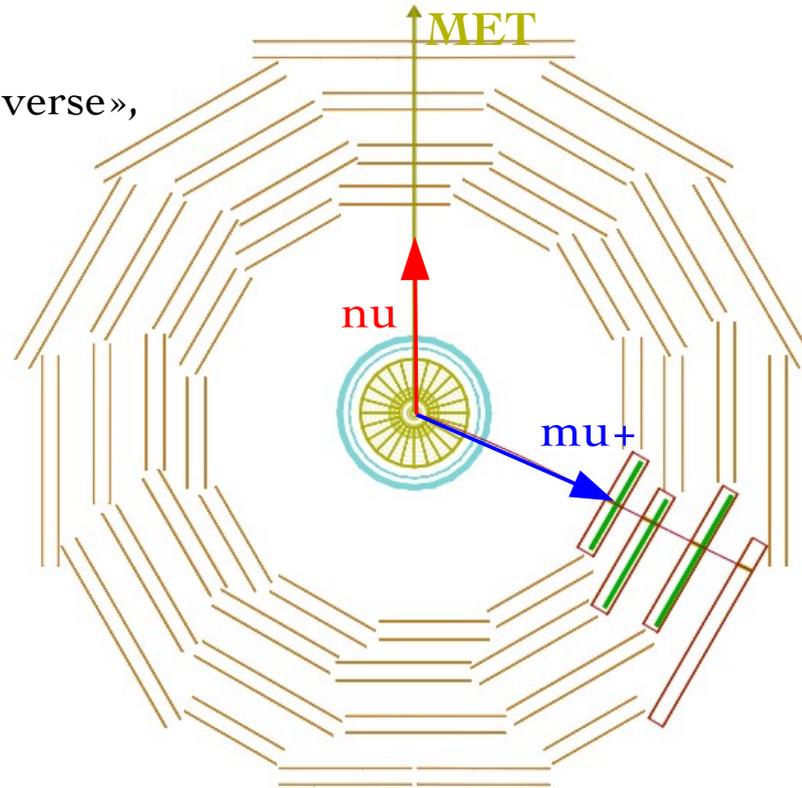
Le neutrino n'est pas observé.

Mais (lois de conservation) l'énergie totale dans le plan transverse x-y est zéro !

Si l'on mesure tous les dépôts d'énergie dans tout le détecteur et on en fait la somme vectorielle (en tenant compte de leur direction) on aura de l'énergie transverse qui manque dans la direction du neutrino. Elle manque car l'énergie du neutrino n'a pas pu être détectée



C'est ce qu'on appelle
« énergie manquante transverse »,
Missing Et ou MET



Une particule chargée qui se désintègre en **lepton** et **neutrino** donne, du point de vue expérimental, un lepton de même charge et de l'énergie manquante

Qu'allons nous chercher

Aujourd'hui on va analyser des données récoltées pendant l'année 2012 avec le détecteur CMS.
Parmi ces données on va chercher **trois types de particules**:

Z^0

W^+ / W^-

H

Si on recherche une particule il faut :

- savoir quelles sont ses filles (connaître sa désintégration, modèle)
- chercher à observer ses filles

Qu'allons nous chercher : W, Z

$$Z^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \quad Z^0 \rightarrow e^+ e^-$$

les Z se désintègrent en **2 leptons**

- de charge opposée
- de même saveur (2 muons ou 2 électrons)
- pas beaucoup d'activité additionnelle dans l'événement

La masse invariante de la paire de leptons va ensuite nous dire si c'est vraiment un Z

$$W^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$$

$$W^- \rightarrow \mu^- \nu_\mu \quad W^- \rightarrow e^- \nu_e$$

Les W se désintègrent en **lepton neutrino**

- un seul lepton dont la charge détermine la charge du W
- un neutrino, énergie manquante transverse MET dans le détecteur (MET > 20 GeV)

Qu'allons nous chercher : H

$$\begin{aligned} H^0 &\rightarrow Z^0 Z^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^- \\ &\rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^- \\ &\rightarrow e^+ e^- e^+ e^- \end{aligned}$$

Le H peut se désintégrer en ZZ, chaque Z se désintègre en **2 leptons**

- de charge opposée
- de même saveur (2 muons ou 2 électrons)
- pas beaucoup d'activité additionnelle dans l'événement

La masse invariante des **4 leptons** dans l'état finale va ensuite nous dire quelle est la masse du H

$$H^0 \rightarrow \gamma\gamma$$

Le H peut se désintégrer en $\gamma\gamma$

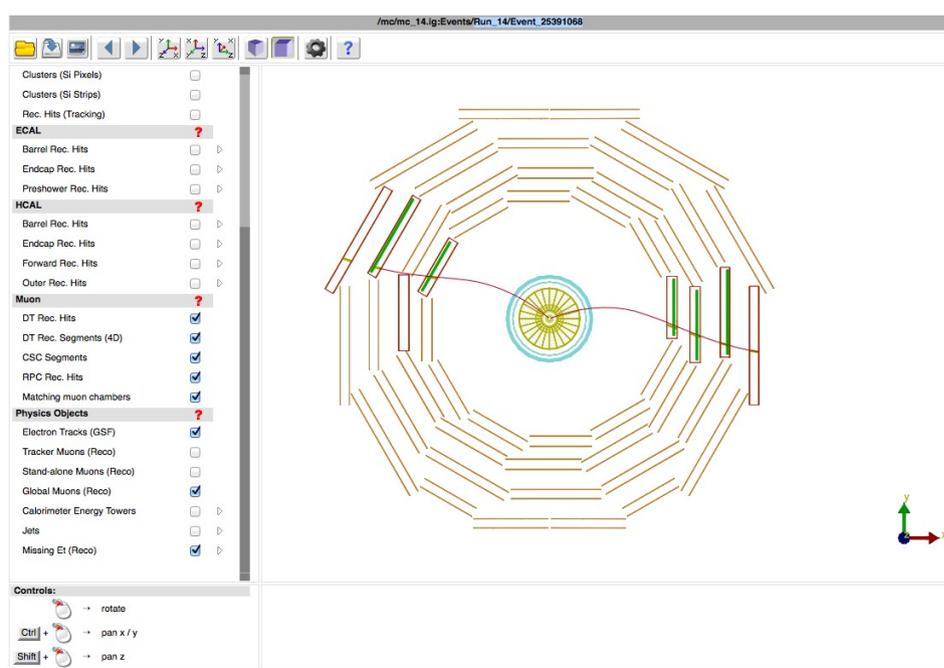
- Les photons sont directement observés dans le détecteur
- pas beaucoup d'activité additionnelle dans l'événement

La masse invariante des 2 photons dans l'état finale va ensuite nous dire quelle est la masse du H

Comment allons nous chercher, outils

Pour faire ça vous allez vous répartir en groupes de deux, chaque groupe aura à sa disposition un ordinateur avec :

- une page web pour visualiser et analyser les événements
- une feuille excel avec liste d'événements à analyser



A1	Dataset													
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	Dataset	Ord No	Ev No	electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	ZZ cand	Mass	Mass-->odd	
215	masterclass_3	204	115180352											
216	masterclass_3	205	118510854											
217	masterclass_3	206	120218778											
218	masterclass_3	207	120706369											
219	masterclass_3	208	127095686											
220	masterclass_3	209	130593477											
221	masterclass_3	210	130601256											
222	masterclass_3	211	139591470											
223	masterclass_3	212	139984297											
224	masterclass_3	213	140664090											
225	masterclass_3	214	141933955											
226	masterclass_3	215	142471053											
227	masterclass_3	216	142715334											
228	masterclass_3	217	147313218											
229	masterclass_3	218	15395536											
230	masterclass_3	219	156900355											
231	masterclass_3	220	164518991											
232	masterclass_3	221	173183638											
233	masterclass_3	222	188499351											
234	masterclass_3	223	207058976											
235	masterclass_3	224	215167651											
236	masterclass_3	225	223957361											
237	masterclass_3	226	226401140											
238	masterclass_3	227	228618167											
239	masterclass_3	228	232733310											

Chaque binôme aura une liste de 100 événements : pour chacun vous devez dire si c'est :

- un événement avec un W
- un événement avec un Z
- un événement avec deux Z ou deux γ
- rien de tout cela, ce qu'on appellera événement «zoo»

Comment allons nous chercher, outils

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Dataset	Ord No	Ev No	electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odd
masterclass_3	204	115180352										
masterclass_3	205	118510854										
masterclass_3	206	120218778										
masterclass_3	207	120706369										
masterclass_3	208	127095686										
masterclass_3	209	130593477										

Identifiant de l'événement

Mettez 1 ici si l'événement contient un seul électron du W

1 ici si l'événement contient un seul muon du W

1 ici si l'événement contient un W+

1 ici si l'événement contient un W-

1 ici si l'événement contient un W mais vous n'arrivez pas à voir la charge

1 ici si l'événement contient un Z

1 ici si l'événement est un «zoo»

1 ici si l'événement contient un Higgs

Si vous avez mis 1 à la colonne Z ou H, une masse **va apparaître** en vert ici : c'est la masse invariante des particules observées dans l'événement (mass→odd est la même valeur arrondie à l'entier impair le plus proche)

/mc/mc_14.ig:Events/Run_14/Event_25391068

Identifiant de l'événement
(le même que sur la feuille excel)

Cliquez ici pour changer la perspective
(x,y utile pour voir la courbure)

Cliquez ici pour passer d'un événement à l'autre

Observez la courbure des traces dans la partie interne pour déterminer leur charge (dans le sens des aiguilles d'une montre : charge positive)

Cliquez ici pour visualiser les différents sous-détecteurs, objets
(vous trouverez une configuration initiale appropriée !)

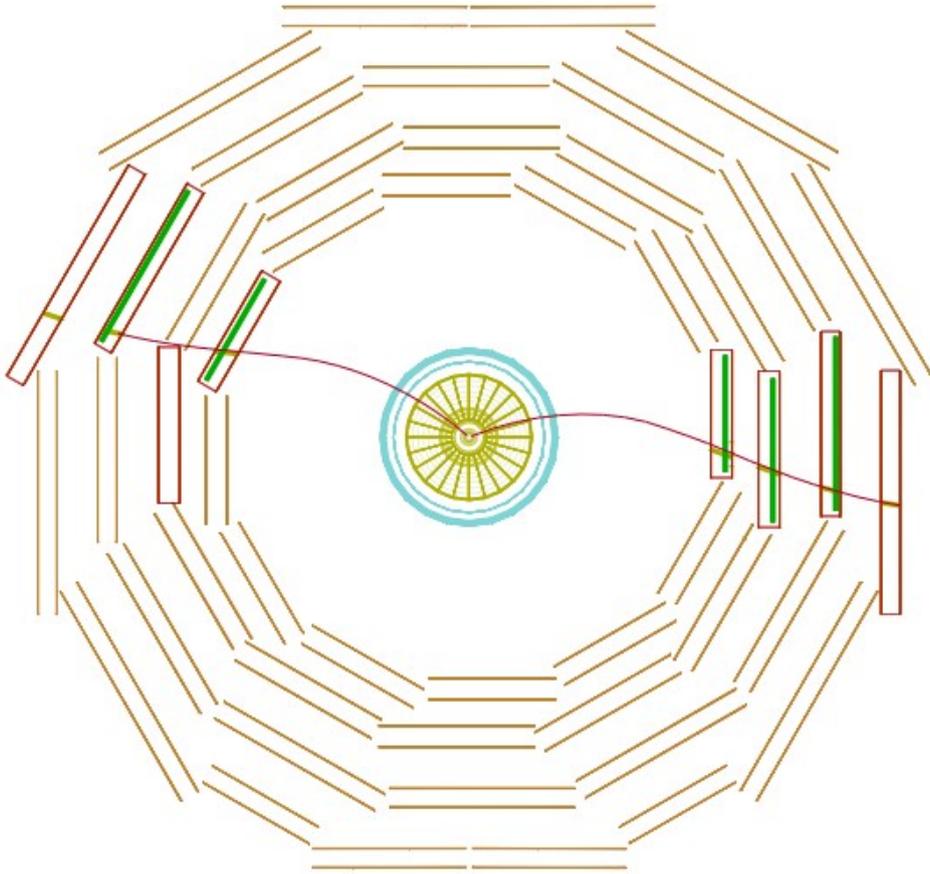
Rotation, zoom

The image shows a screenshot of the ATLAS event viewer interface. The top bar displays the event path: /mc/mc_14.ig:Events/Run_14/Event_25391068. The left sidebar contains a list of detector components and physics objects, each with a checkbox and a question mark icon. The main central area shows a 3D visualization of the detector with particle tracks. A central circular detector component is highlighted with a blue and yellow ring. A red line traces a path through the detector. A 3D coordinate system (x, y, z) is shown in the bottom right corner. The interface includes a toolbar at the top with navigation and view controls, and a 'Controls' section at the bottom left with mouse and keyboard controls for rotation and zooming.

Component	Checked
Clusters (Si Pixels)	<input type="checkbox"/>
Clusters (Si Strips)	<input type="checkbox"/>
Rec. Hits (Tracking)	<input type="checkbox"/>
ECAL	<input type="checkbox"/>
Barrel Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Endcap Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Preshower Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
HCAL	<input type="checkbox"/>
Barrel Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Endcap Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Forward Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Outer Rec. Hits	<input type="checkbox"/>
Muon	<input type="checkbox"/>
DT Rec. Hits	<input checked="" type="checkbox"/>
DT Rec. Segments (4D)	<input checked="" type="checkbox"/>
CSC Segments	<input checked="" type="checkbox"/>
RPC Rec. Hits	<input checked="" type="checkbox"/>
Matching muon chambers	<input checked="" type="checkbox"/>
Physics Objects	<input type="checkbox"/>
Electron Tracks (GSF)	<input checked="" type="checkbox"/>
Tracker Muons (Reco)	<input type="checkbox"/>
Stand-alone Muons (Reco)	<input type="checkbox"/>
Global Muons (Reco)	<input checked="" type="checkbox"/>
Calorimeter Energy Towers	<input type="checkbox"/>
Jets	<input type="checkbox"/>
Missing Et (Reco)	<input checked="" type="checkbox"/>

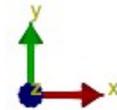
Recherche du Z^0

Événements avec deux leptons de la même saveur. En ce cas là, **deux muons**



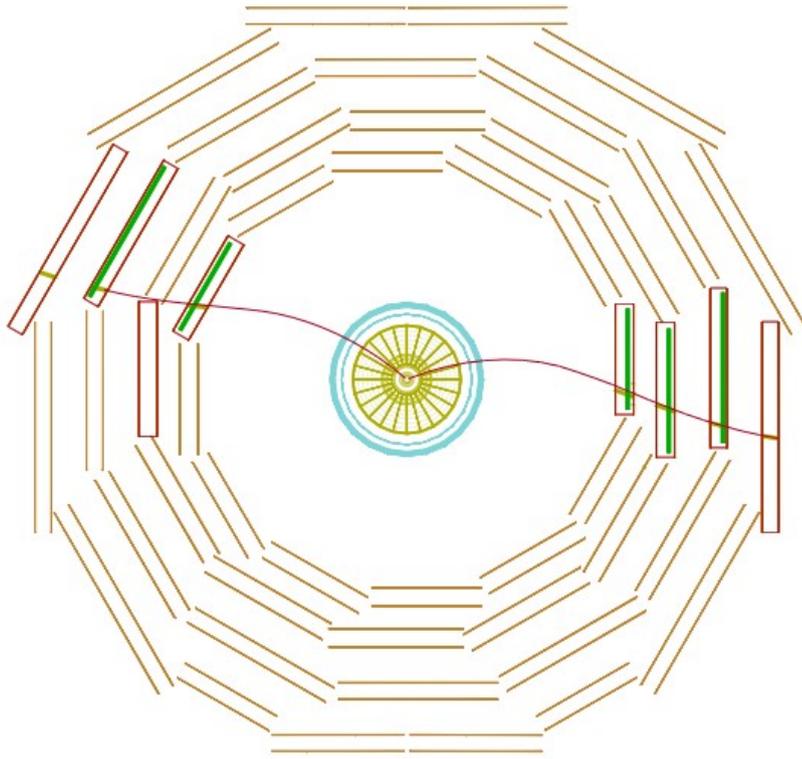
1) Il faut que la charge des leptons soit opposée

→ c'est un **bon événement Z**



Recherche du Z^0

Événements avec deux leptons de la même saveur. En ce cas là, **deux muons**



1) On contrôle que la charge des leptons soit opposée

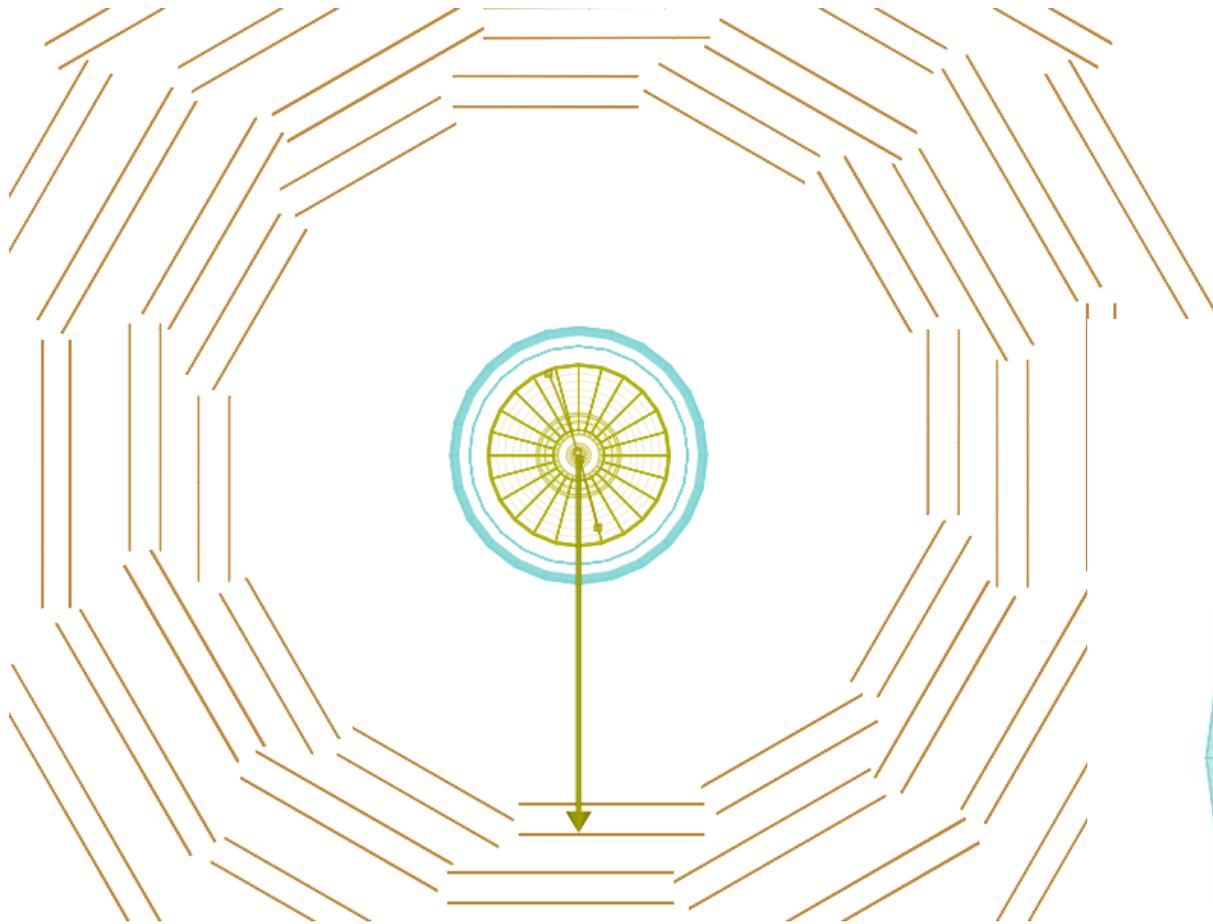
→ c'est un **bon événement Z**



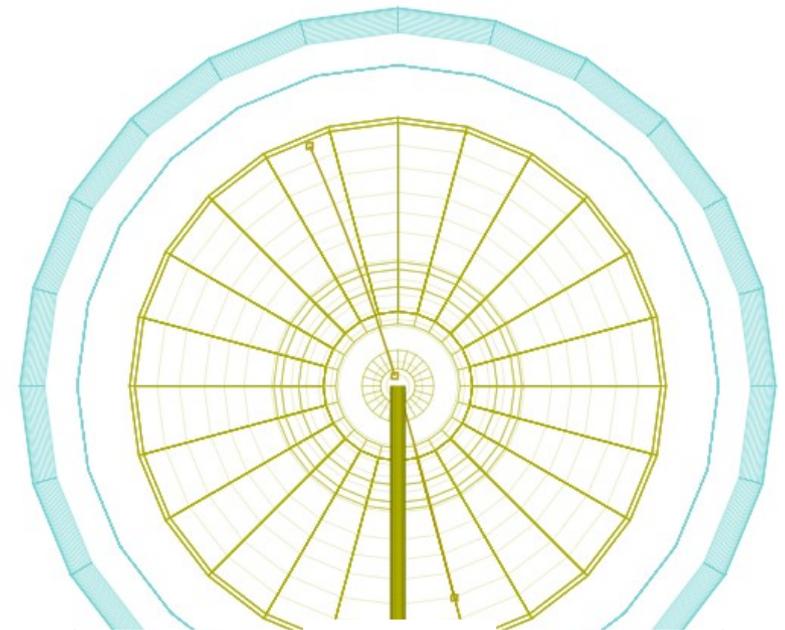
La valeur de la masse invariante va apparaître ici

Recherche du Z^0

Événements avec deux électrons et MET



1) On contrôle que la charge des leptons est opposée : Zoom pour voir la courbure des électrons (utilisez une feuille en papier si c'est très difficile à voir !)

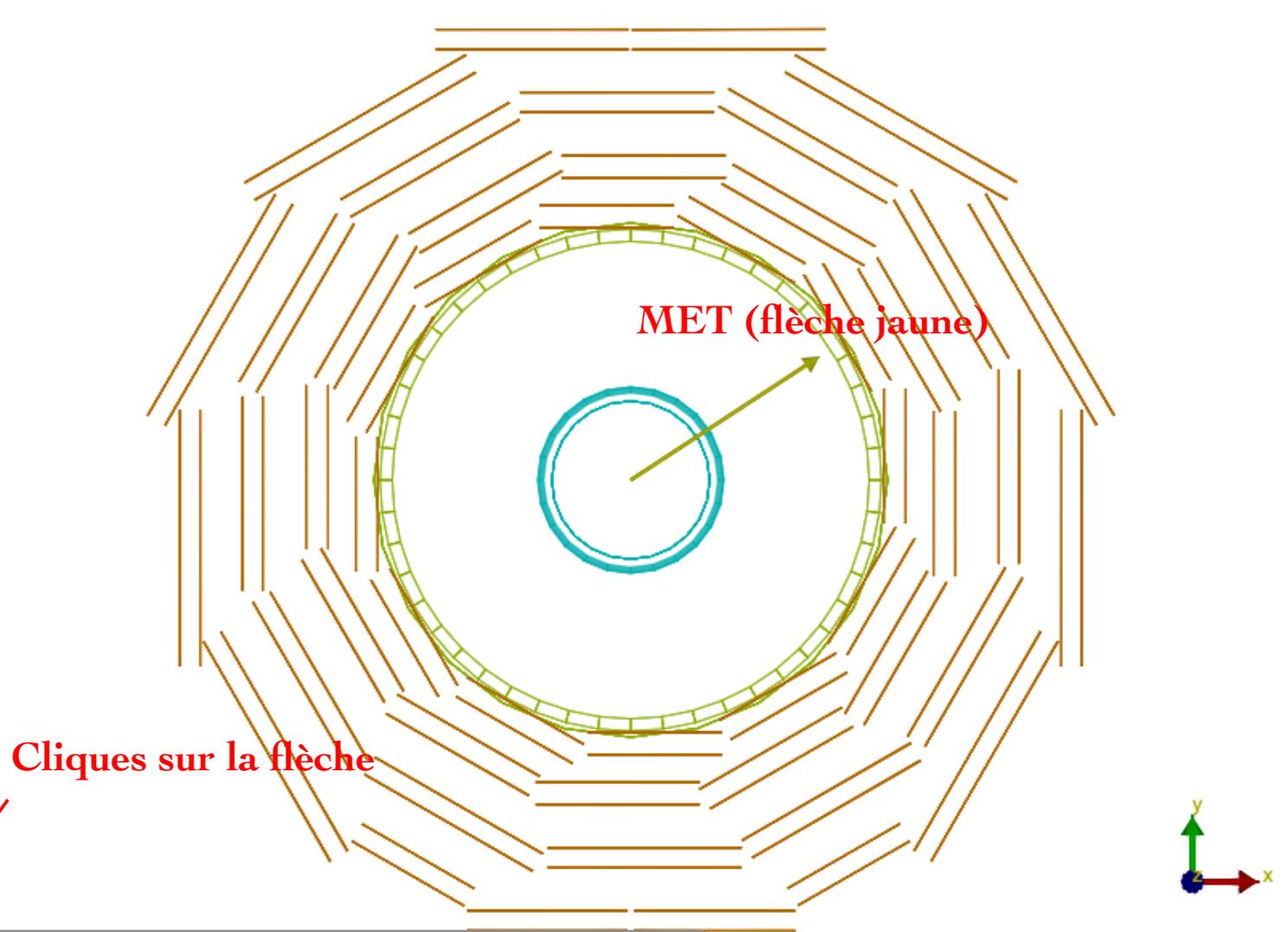


electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->od
					1				

La valeur de la masse invariante va apparaître ici

Comment connaître la valeur de MET dans l'événement

- ECAL Preshower
- HCAL Barrel
- HCAL Endcaps
- HCAL Outer
- HCAL Forward
- Drift Tubes (muon)
- Cathode Strip Chambers (muon)
- Resistive Plate Chambers (muon)
- Tracking** ?
- Tracks (reco.)
- ECAL** ?
- Barrel Rec. Hits
- Endcap Rec. Hits
- Preshower Rec. Hits
- HCAL** ?
- Barrel Rec. Hits
- Endcap Rec. Hits
- Forward Rec. Hits
- Outer Rec. Hits
- Muon** ?
- Physics Objects** ?
- Electron Tracks (GSF)
- Tracker Muons (Reco)
- Stand-alone Muons (Reco)
- Global Muons (Reco)
- Calorimeter Energy Towers
- Jets
- Missing Et (Reco)



MET

Energy Range Selector

Energy range for Missing Et (Reco)

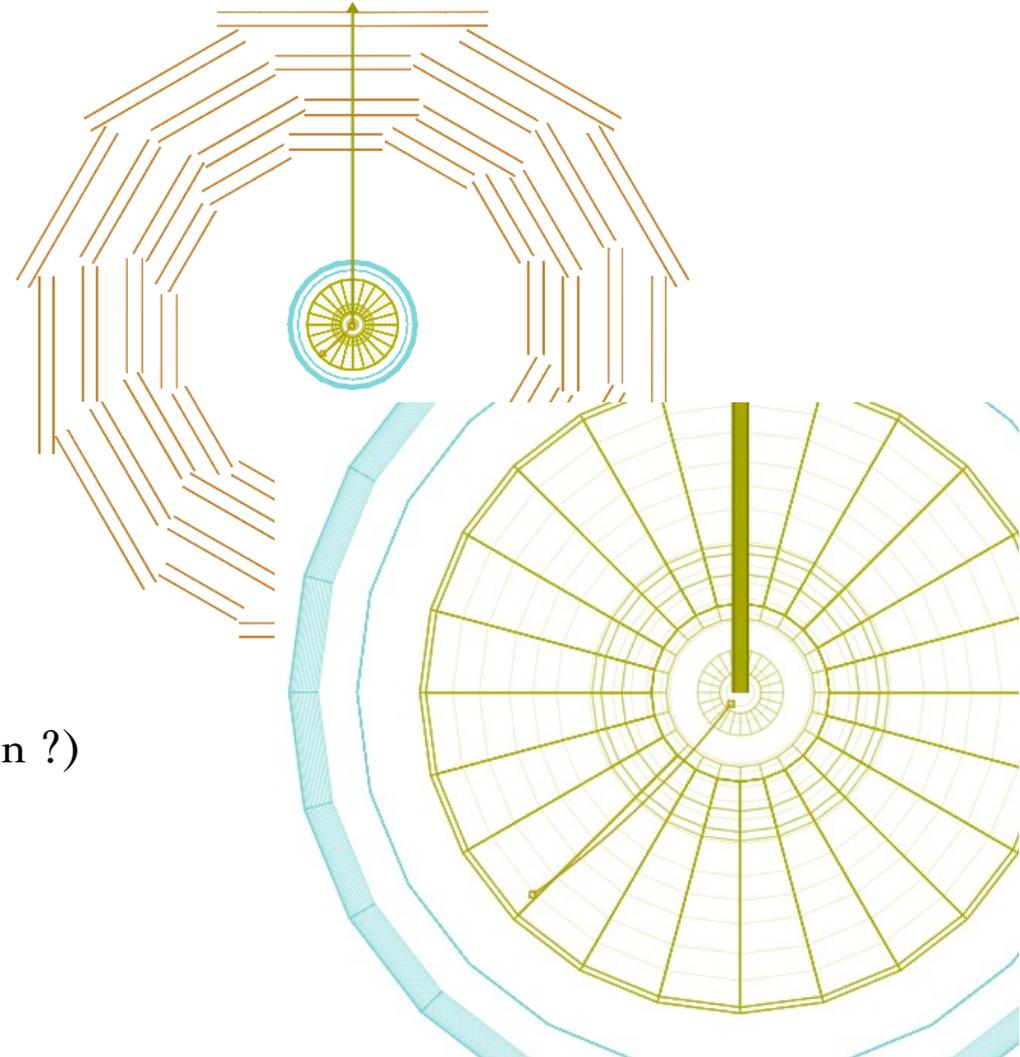
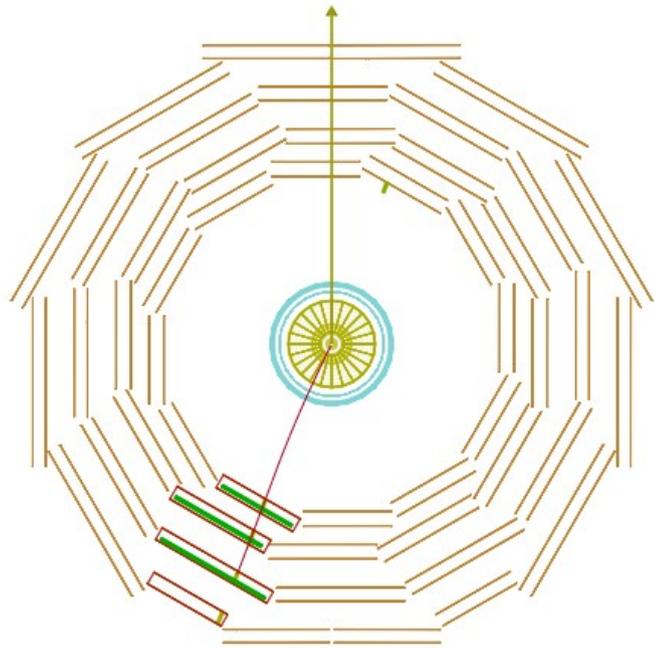
Low cut: 8.56 GeV (25%)

High cut: 34.26 GeV (100%)

Valeur de MET (là où il y a écrit « High cut »). Ici c'est 34 GeV

Recherche du W^+ ou W^-

Événements avec un lepton et MET

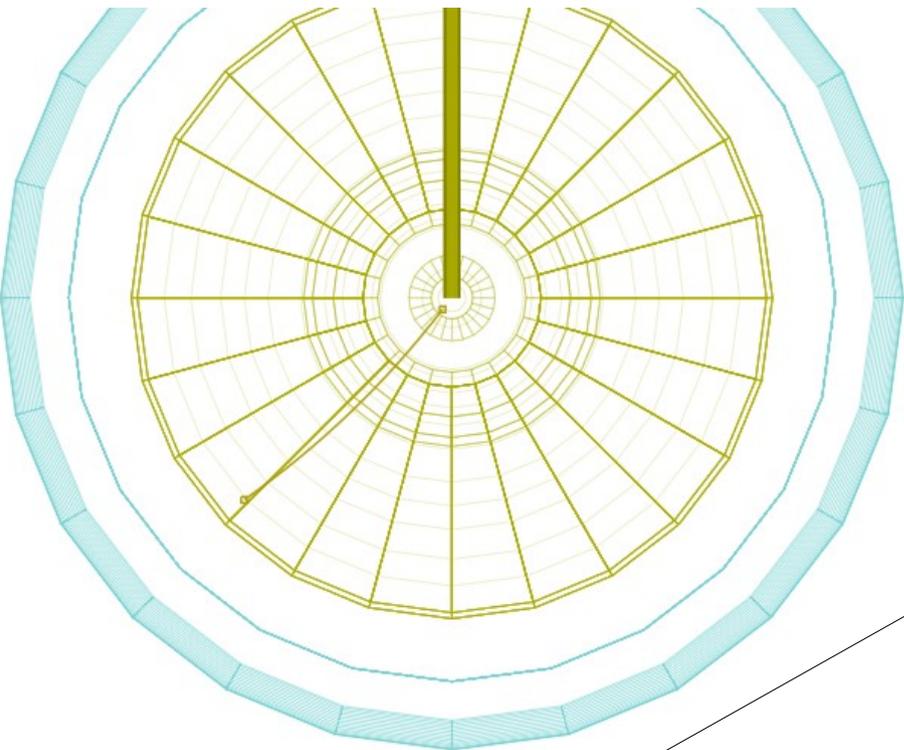


- 1) Saveur du lepton (c'est un électron ou un muon ?)
- 2) charge du lepton
- 3) présence de $MET > 20$
- 4) il n'y a pas d'autres leptons

→ c'est un **bon événement W**

Recherche du W^+ ou W^-

Événements avec un lepton et MET



- 1) Saveur du lepton : c'est un **électron**
- 2) charge du lepton : trace interne courbée dans le sens des aiguilles d'une montre, **charge +**
- 3) MET > 20
- 3) il n'y a pas d'autres leptons

→ c'est un **bon événement W**

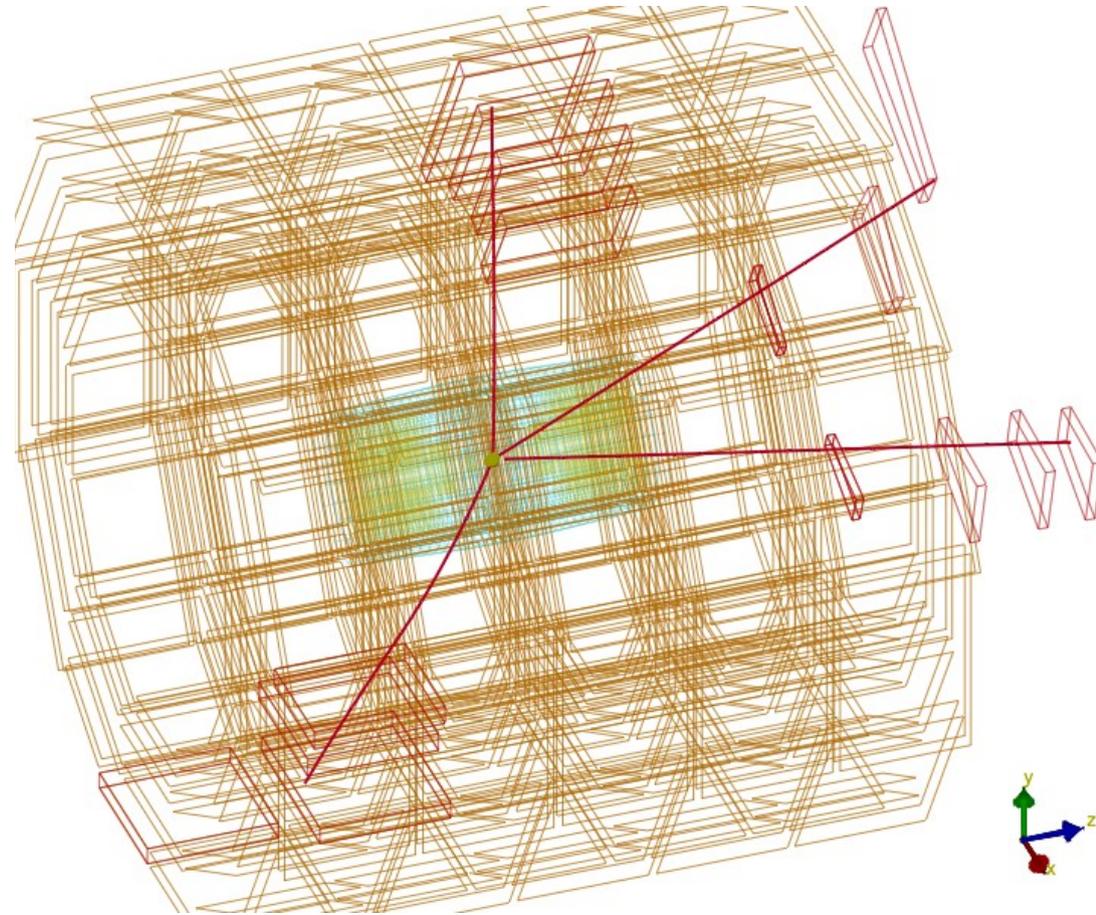
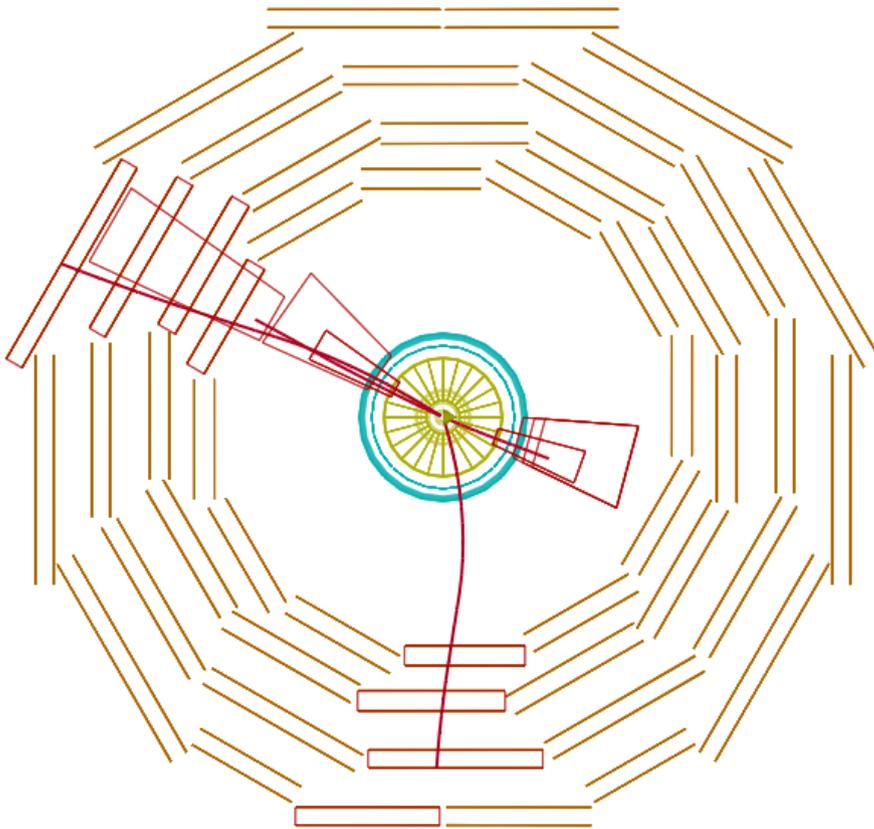


electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odr
1		1							

Recherche du $H \rightarrow ZZ$

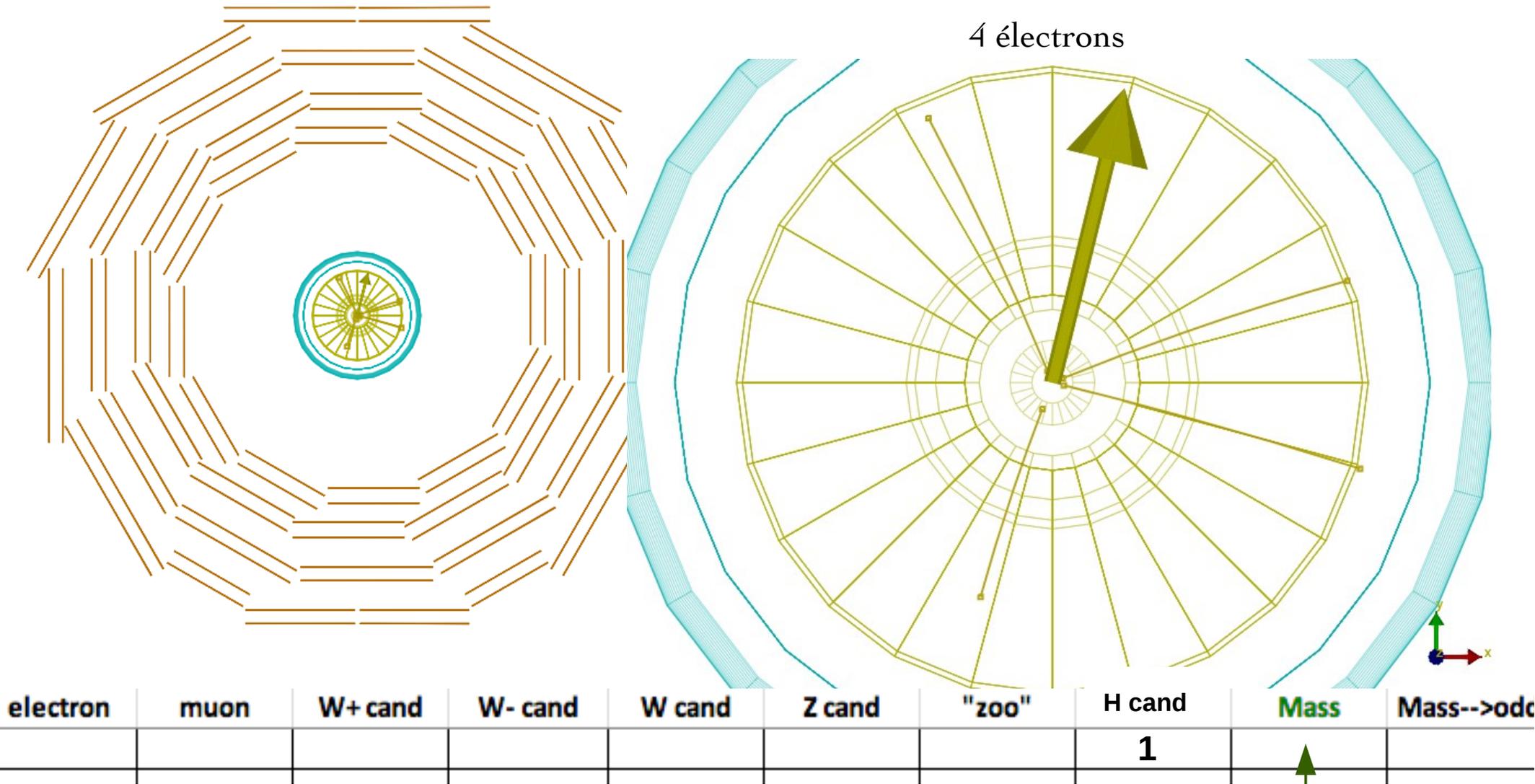
Événements avec deux paires de deux leptons de même saveur et charge opposée (donc deux candidats Z)

4 muons



Recherche du $H \rightarrow ZZ$

Événements avec deux paires de leptons de même saveur et charge opposée

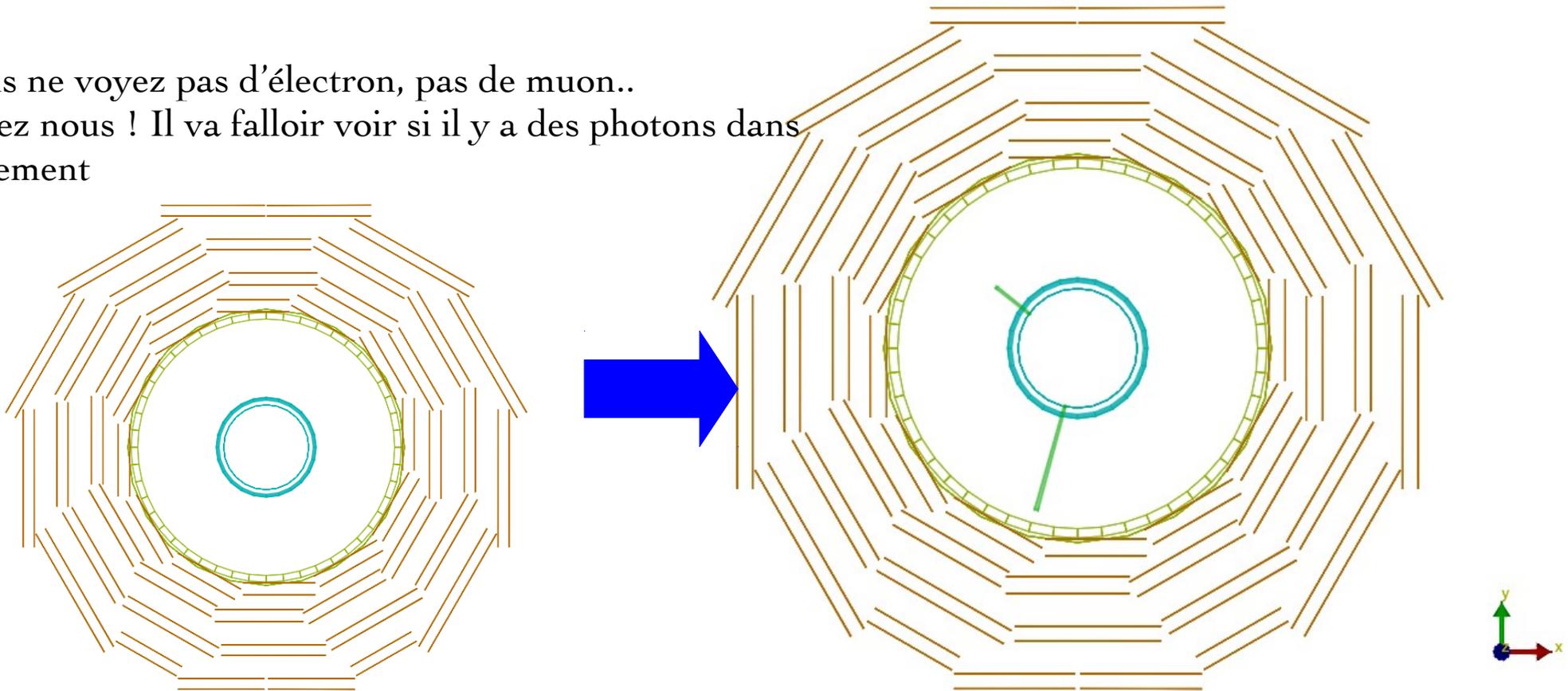


La valeur de la masse invariante va apparaître ici

Recherche du $H \rightarrow \gamma\gamma$

Événements avec pas d'électron, pas de muon.
Si on regarde mieux, il y a deux photons

Si vous ne voyez pas d'électron, pas de muon..
Appelez nous ! Il va falloir voir si il y a des photons dans
l'événement

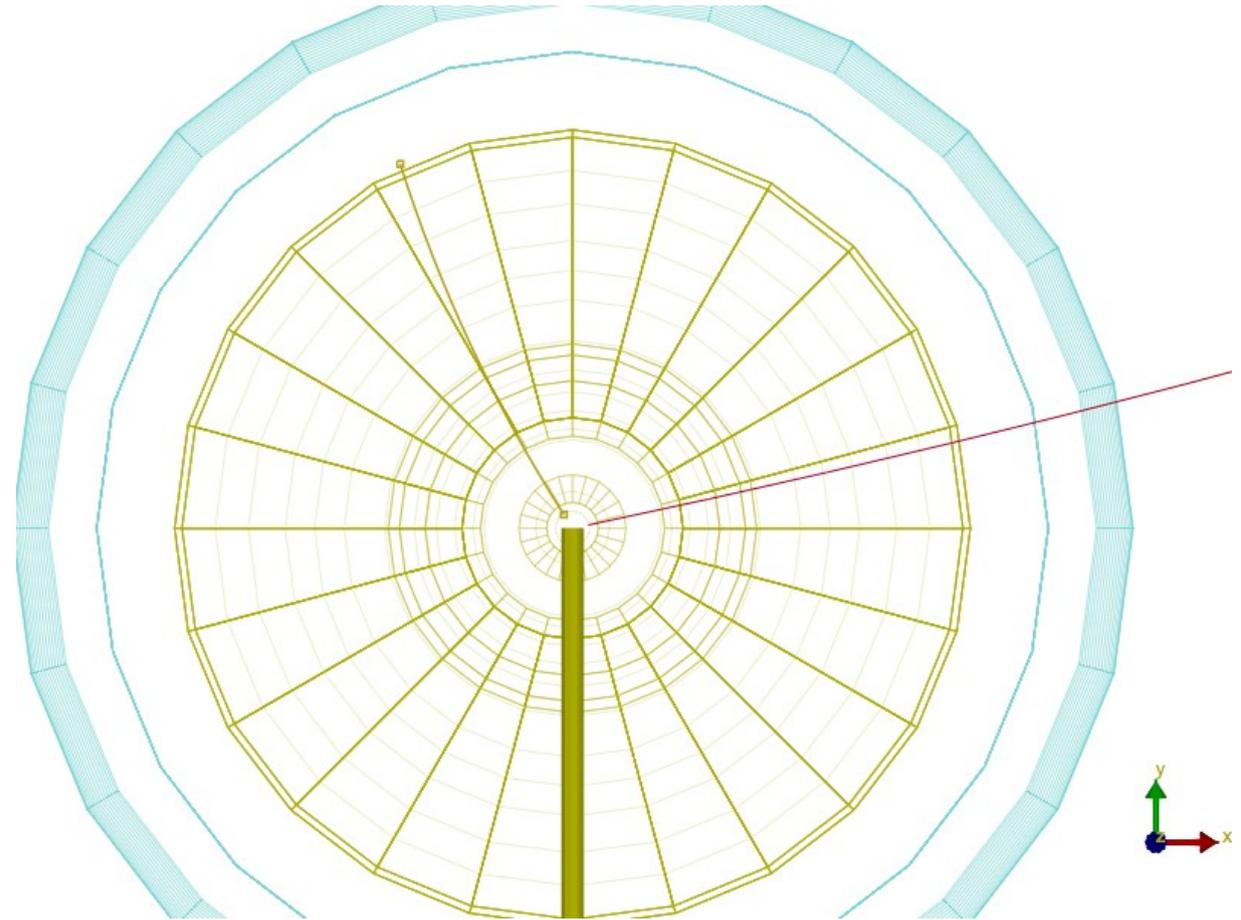
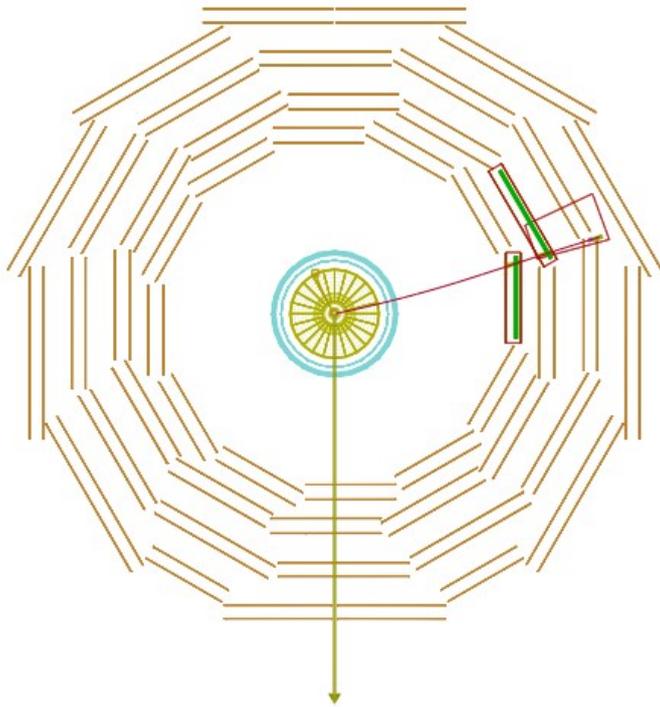


electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odr
							1		

La valeur de la masse invariante va apparaître ici

Exemples d'événements «zoo»

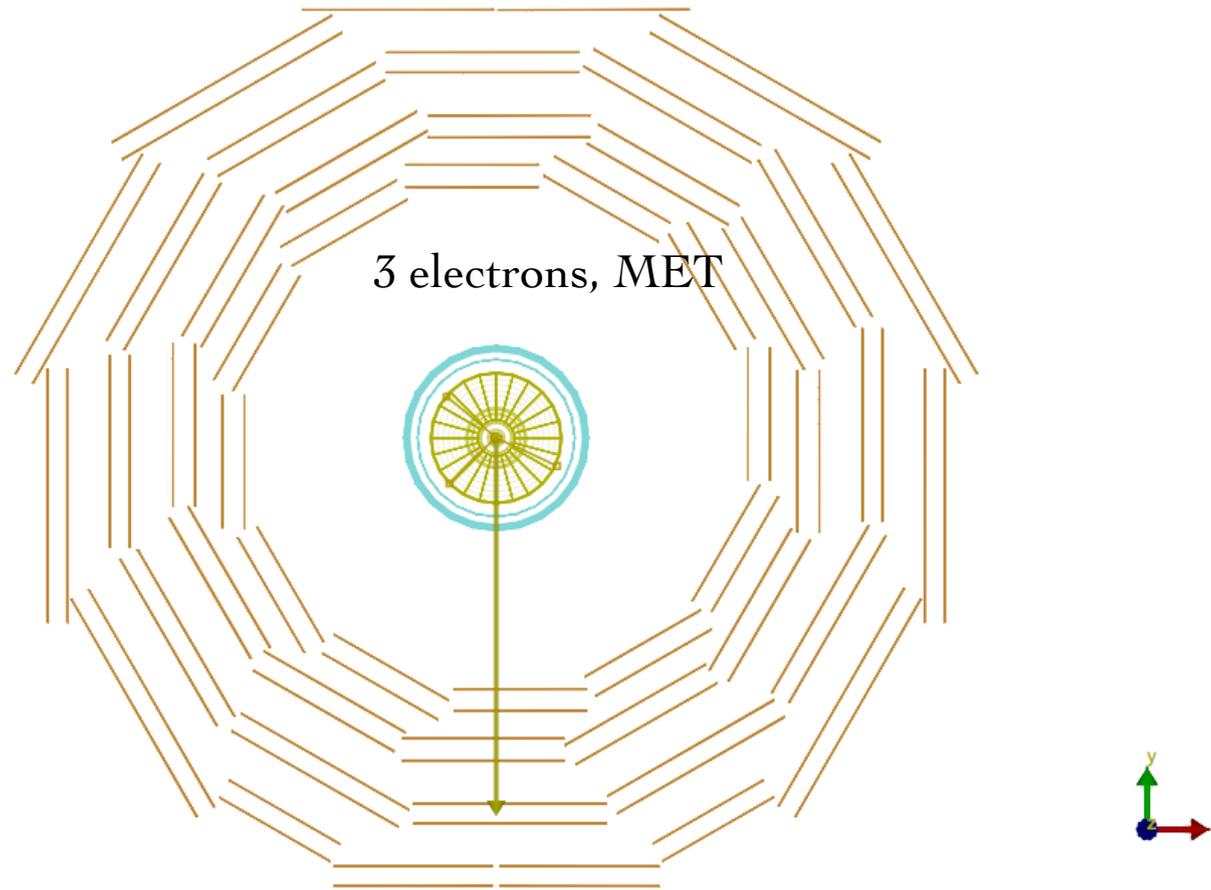
Événements avec deux leptons de saveur différente (μ et e) et MET



electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odr
						1			

Exemples d'événements «zoo»

Événements avec trois leptons et/ou leptons de différente saveur et MET



electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odr
						1			

Feuille Excel

À la fin de l'exercice

- Vous auriez rempli votre feuille excel pour vos **100 événements**
- Pour certains (Z et H), vous auriez la colonne **Mass** remplie automatiquement
- Remplissez la colonne Mass → odd avec l'entier impair le plus proche de la valeur de **Mass** (125.7 → 125 ou 90.2 → 91)

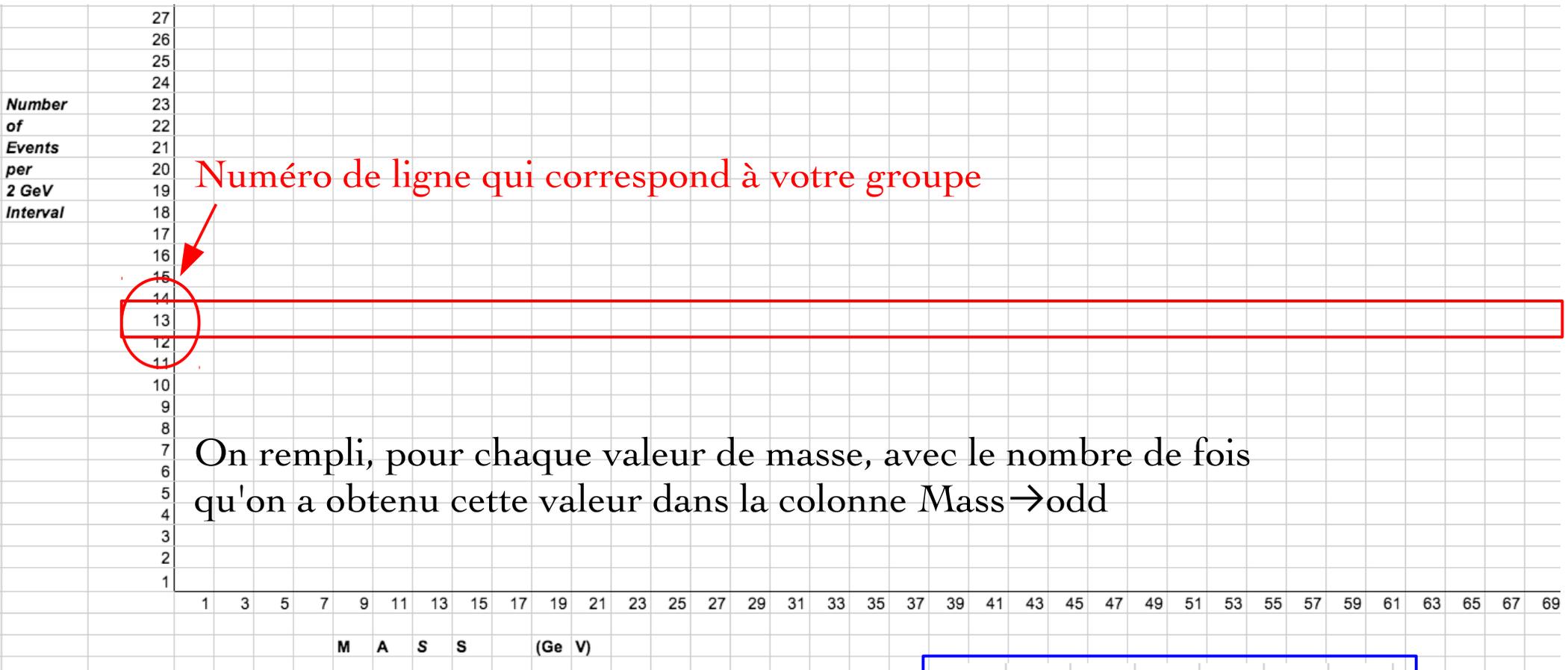
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Dataset	Ord No	Ev No	electron	muon	W+ cand	W- cand	W cand	Z cand	"zoo"	H cand	Mass	Mass-->odd
masterclass_2	101	105588474						1			94.71	95
masterclass_2	102	108764385								1	68.53	69
masterclass_2	103	110875387										
masterclass_2	104	114802682										

Mass remplie automatiquement pour les Z et les H

Pour les événements pour lesquels vous avez une valeur de **Mass**, remplissez à la main cette colonne là avec l'entier impair le plus proche

Dans une **feuille excel commune**, vous allez devoir collectionner vos valeurs de Mass → odd

Feuille Excel commune



On a trouvé 1 fois une masse de 89,
3 fois 91, 2 fois 93, 0 fois 95 ...



Classification des événements

Répétez cette analyse pour tous les événements de votre liste (100 événements par binôme), et pour chacun, déterminez si c'est :

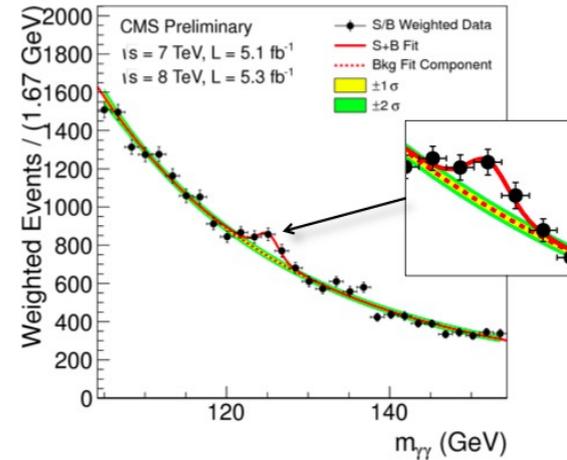
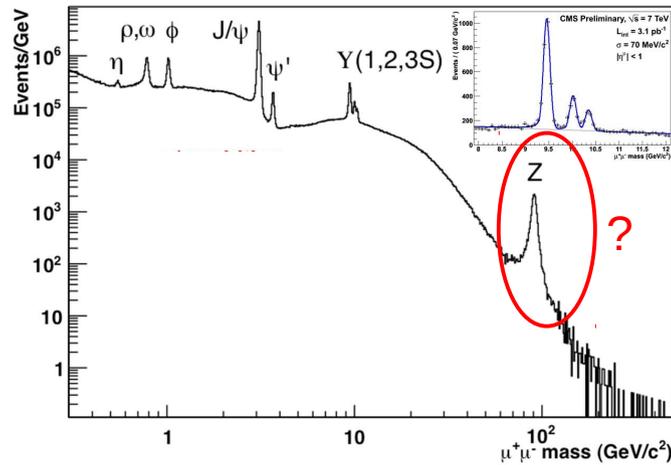
- un événement avec un W (électron ou muon ? W^+ ou W^- ?)
- un événement avec un Z
- un événement avec un H (deux Z ou deux photons)
- un événement «zoo»

Remplissez la feuille excel en conséquence

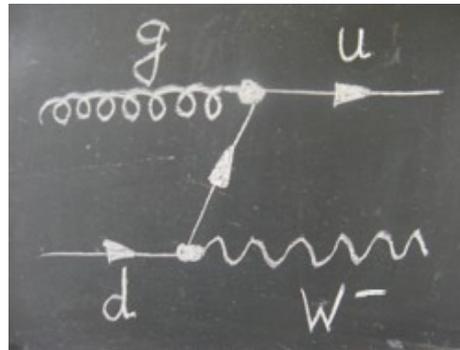
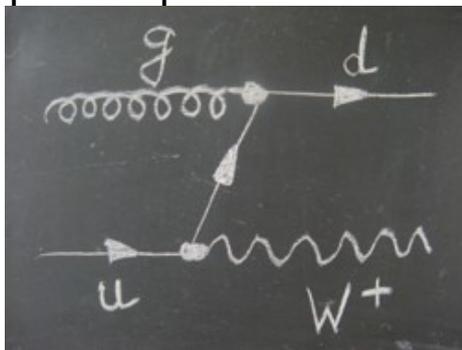
On va ensuite **mettre en commun les résultats de tous les binômes**, pour analyser la totalité des événements (importance d'accumuler de la statistique !)

Objectif de l'exercice

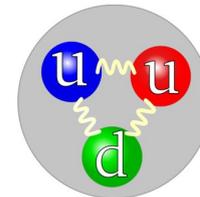
- Construire un spectre de masse invariante des paires de lepton, pour la recherche du Z et des 4 leptons/2 photons pour la recherche du Higgs



- Mesurer le rapport entre le nombre de W qui se désintègrent en $e\nu$ et le nombre de W qui se désintègrent en $\mu\nu$
- Mesurer le rapport entre le nombre de W^+ et le nombre W^- produits dans les collisions proton-proton a CMS



Le rapport W^+/W^- donne une idée de la structure interne du proton...



backup

Resultats

Dans la physique des particules on doit tenir en compte les effets relativistes.
Masse et energie sont deux concepts strictement lies:

$$E^2 = m^2 c^4$$

Cette relation est valable pour une particule a repos.

Pour une particule qui a une vitesse on definit son impulsion $\vec{p} = m \vec{v}$ et la relation devient:

$$E^2 = m^2 c^4 + |\vec{p}|^2 c^2$$

La masse d'une particule est donc liee a son energie et impulsion :

$$m c^2 = \sqrt{(E^2 - |\vec{p}|^2 c^2)}$$

Dans une desintegration (A→B+C) l'energie et l'impulsion se conservent:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_A = E_B + E_C \\ \vec{p}_A = \vec{p}_B + \vec{p}_C \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{On peut donc determiner la masse de} \\ \text{la particule A qui s'est desintegree a} \\ \text{partir des energies et impulsions de} \\ \text{ses produits de desintegration B et C} \end{array} \quad \begin{array}{l} m_A c^2 = \sqrt{(E_A^2 - |\vec{p}_A|^2 c^2)} = \\ = \sqrt{(E_B + E_C)^2 - |\vec{p}_B + \vec{p}_C|^2 c^2} \end{array}$$

On choisit les unites de mesure telles que on peut mettre c=1

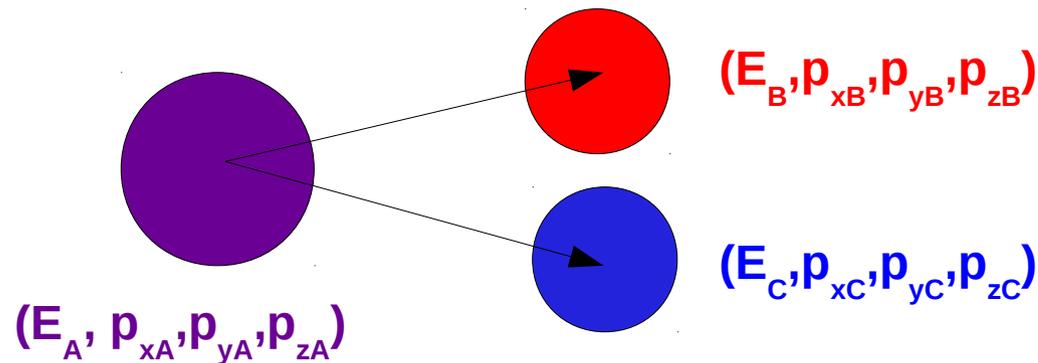
$$m_A = \sqrt{(E_B + E_C)^2 - |\vec{p}_B + \vec{p}_C|^2}$$



: particule cree dans la collision: elle se desintegre tres rapidement donc elle n'est **pas directement visible dans le detecteur**



: produits de desintegration: **c'est eux qu'on observe dans le detecteur.**
On peut mesurer leurs energies et impulsions



La masse de la particule A est accessible:

$$m_A^2 = E_A^2 - p_{Ax}^2 - p_{Ay}^2 - p_{Az}^2 = (E_B + E_C)^2 - (p_{xB} + p_{xC})^2 - (p_{yB} + p_{yC})^2 - (p_{zB} + p_{zC})^2$$

L'operation **somme** est definie differement selon le type d'objet qu'on veut sommer.

Si on a une masse (quantite scalaire): $M=M_1+M_2$

Si on a des vecteurs:

$$\vec{v}_1=(x_1, y_1, z_1)$$

$$\vec{v}_2=(x_2, y_2, z_2)$$

Et on ecrit:

$$\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2$$

Faire la somme en ce cas la signifie:



$$\vec{v}=(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2)$$

On somme composante par composante.

Pour le calcul de la masse invariante aussi, on somme separement les energies et les composantes de l'impulsion.