Symétries en physique des particules

Les symétries, les intéractions et leur unification, jusqu'au modèle standard et au delà.

Symétries classiques

Une présentation des symétries de la physique des particules par le truchement de la physique classique.

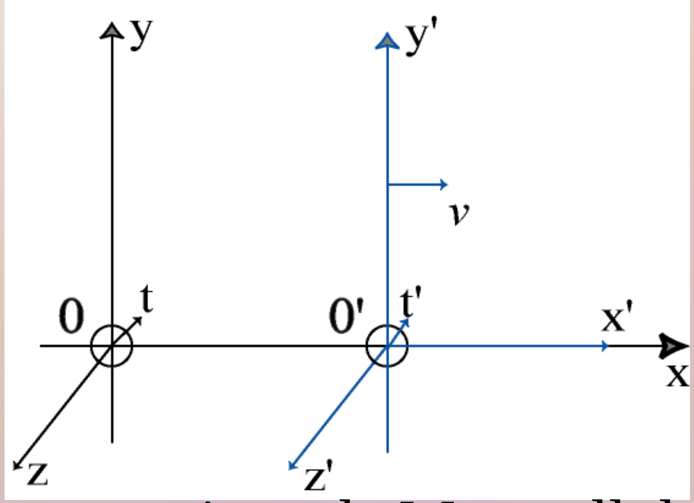
Le monde selon Newton

- Loi universelle de la gravitation : s'applique à la pomme et aux planètes.

- Lois universelles du mouvement :
  - Principe d'inertie
  - Principe fondamentale de la dynamique $\left(\vec{F}=m\vec{a}=m\frac{d\vec{v}}{dt}\right)$
  - Principe des actions réciproques $\left(\vec{F}_{a/b}=-\vec{F}_{b/a}\right)$
  - Ces principes sont associés à un espace et un temps absolu.
    - Le temps absolu s'écoule uniformément, c'est cette variable t qui intervient dans le 2ème principe.
    - Il existe un référentiel absolu (x,y,z,t) où le 1er principe est vérifié.

Référentiel Galiléen

Principe d'inertie : en l'absence de force, la vitesse reste constante.
Un référentiel où le principe d'inertie est vérifié est dit Galiléen.



Composition des vitesses $\vec{v}_R = \vec{v}_{R'} + \vec{v}$

$$\vec{a}_R = \vec{a}_{R'}$$

La mécanique newtonienne est invariante par changement de référentiel galiléen → Symétrie

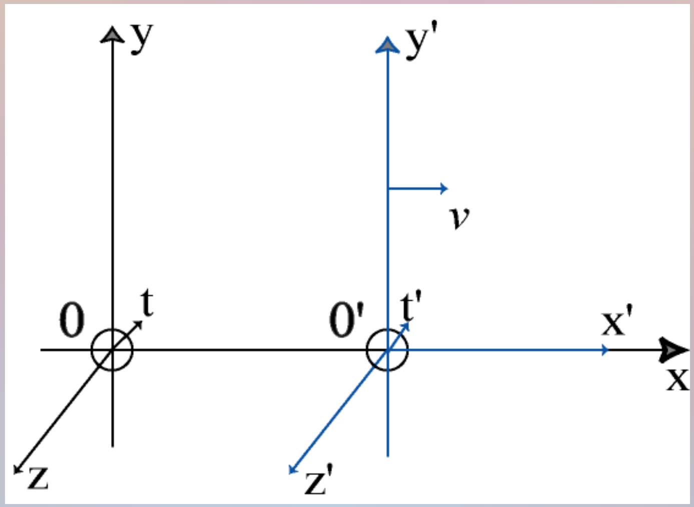
Les equations de Maxwell de l'électromagnétisme prédisent que les ondes électromagnétiques vont à la vitesse de la lumière.
Invariance par changement de référentiel galiléen : transformation de Lorentz.

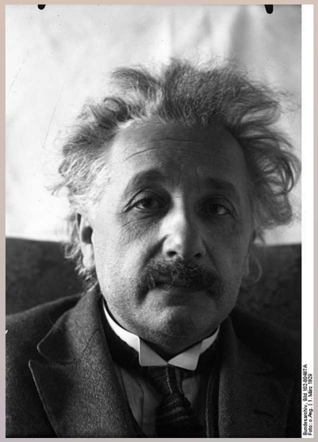
Nouvelle composition des vitesses : $\vec{v}_R = \dfrac{\vec{v} + \vec{v}_{R'}.\vec{v}\dfrac{\vec{v}}{v^2} + \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\left(\vec{v}_{R'} - \vec{v}_{R'}.\vec{v}\dfrac{\vec{v}}{v^2}\right)}{\sqrt{1+\dfrac{\vec{v}_{R'}.\vec{v}}{c^2}}}$

La relativité restreinte

- L'espace et le temps ne sont pas absolus.
- Les distances et durées dépendent du référentiel galiléen où on les mesure.
- L'espace-temps reste statique.

Il n'y a plus une scène absolue (x,y,z,t) mais des scènes dépendant du référentiel galiléen (x,y,z,t), (x',y',z',t') avec des règles pour passer d'une scène à l'autre : les transformations de Lorentz.



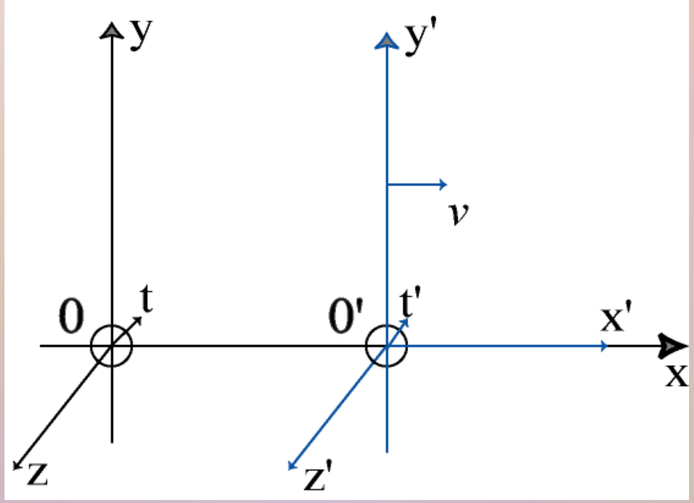


$$t'=\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y'=y \qquad z'=z$$

Référentiel Galiléen

Principe d'inertie : en l'absence de force, la vitesse reste constante.
Un référentiel où le principe d'inertie est vérifié est dit Galiléen.



L'invariance par changement de référentiel galiléen existe en mécanique newtonienne et en relativité restreinte.
La différence est dans la façon de faire le changement de référentiel.

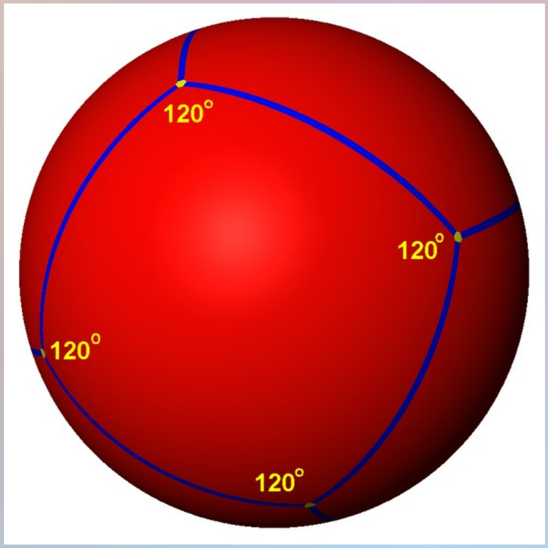
Transformation de Galilée → transformation de Lorentz

Lorentz+translations+rotations=groupe de Poincaré

La relativité générale

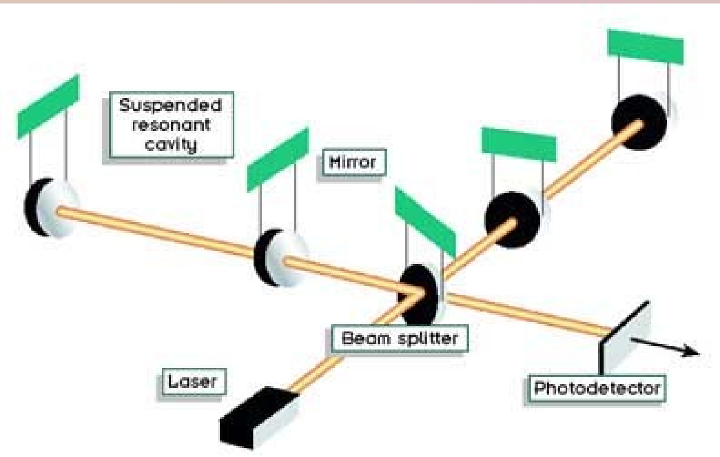
- L'espace-temps est localement celui de la relativité restreinte.
- La gravitation est liée à la courbure de l'espace-temps.
- La courbure influe sur la manière d'aller d'un point à un autre.
- Les distances et durées dépendent de la courbure, donc des champs de gravitation.

- La Terre est localement plate.
- La Terre est ronde
- La distance la plus courte entre 2 points peut ne pas être la ligne droite.



La relativité générale

- Les distances et durées dépendent des champs de gravitation.
- L'espace temps devient dynamique
  - ondes gravitationnelles
    - mises en évidence indirecte (pulsar binaire)



- Univers statique (Einstein) ou dynamique (Hubble, Big Bang)

Tout a une dynamique : il n'y a que des „acteurs“, il n'y a plus de „scène“.

La disparition de la scène

Newton

Einstein :
relativité restreinte

Einstein :
relativité générale

Espace-temps absolu	Espace-temps relatif	Espace-temps dynamique

De plus en plus d'“acteurs“, de moins en moins de „décor“

Invariance dans tous les référentiels

- La mécanique newtonienne n'est pas invariante par changement de référentiel quelconque.
- Si R' est accéléré par rapport à R alors $\vec{a}_R = \vec{a}_{R'} + \vec{a}_{R'/R} + \ldots$
- En présence d'un champ de pesanteur, le référentiel en chute libre est galiléen.

Principe d'équivalence masse grave – masse inertielle
Invariance des équations par changement de référentiel quelconque
Relativité générale

De moins en moins de „décor“, de plus en plus d'invariances.

Invariances

La façon dont un arbre tombe ne dépend pas :

- du fait que votre montre soit à l'heure,
- du siège sur lequel vous êtes assis,
- du fait qu'il tombe devant vous ou dans votre dos.

Les lois physiques doivent être invariantes :

- du choix que fait l'observateur quant à l'origine du temps,
- de la position de l'objet de référence choisi par l'observateur,
- de l'orientation du système de référence choisi par l'observateur.

Les lois physiques doivent être invariantes :

- par translation dans le temps,
- par translation dans l'espace,
- par rotation.

Symétries continues

Les transformations du groupe de Poincaré

- forment un groupe :
  - Un enchaînement de transformations est une transformation.
  - Il existe la transformation qui ne change rien.
  - Toute transformation peut être défaîte par une autre transformation.
- Sont paramétrisées par un (ou des) paramètre(s) continu(s) :
  - On peut toujours faire une transformation intermédiaire entre deux transformations.
  - Deux transformations peuvent être infiniment proches.
  - Une transformation peut être infinitésimale.
  - On peut faire un développement limité de la transformation par rapport au(x) paramètre(s).

Théorême de Noether

- A toute symétrie continue est associée une quantité conservée :

Cas des forces dérivant d'un potentiel en mécanique newtonienne :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{F}=-\overrightarrow{grad}\,V(x,y,z,t)$$

Invariance translation dans le temps : On doit avoir $V(x,y,z,t+t_0)=V(x,y,z,t)$ pour tout t et t_0, donc $V=V(x,y,z)$ et $\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2+V\right)=0$

Invariance translation dans l'espace : V=V(t) et $\frac{d}{dt}(m\vec{v})=0$

Invariance par rotation : V=V(r,t) et $\frac{d}{dt}(\vec{r}\wedge m\vec{v})=0$

Conservations de l'énergie, de la quantité de mouvement et du moment cinétique.

Théorême de Noether

A toute symétrie continue est associée une quantité conservée.

Les lois physiques doivent être invariantes :

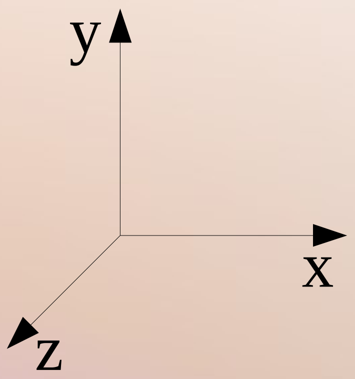
- par translation dans le temps,
- par translation dans l'espace,
- par rotation.

- L'énergie est conservée,
- la quantité de mouvement ou impulsion est conservée,
- le moment cinétique est conservé.

„Selon le jugement de la plupart des mathématiciens compétents en vie, Fräulein Noether était le génie mathématique créatif le plus considérable produit depuis que les femmes ont eu accès aux études supérieures jusqu'à aujourd'hui.“

Nécrologie par Albert Einstein (1935)

Effet d'une rotation autour de 0z



- En mécanique newtonienne, forces, vitesses, positions,... sont représentées par des vecteurs

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- L'invariance par rotation du système demande de préciser l'effet d'une rotation sur ce qui représente le système : ici, un vecteur.

$$\begin{cases} x \rightarrow x' = \cos(\theta)\, x - \sin(\theta)\, y \\ y \rightarrow y' = \sin(\theta)\, x + \cos(\theta)\, y \\ z \rightarrow z' = z \end{cases}$$

  - Exemple rotation d'angle θ autour de l'axe z
  - représentée par une matrice agissant sur le vecteur.

$$R_z(\theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

θ est un paramètre continu.

Rotation infinitésimale

Rotation qui ne fait rien
Angle θ=0.

$$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Rotation infinitésimale
Angle θ très petit.

$$R_z=\begin{pmatrix}1&-\theta&0\\\theta&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=I+\theta J_z$$

Générateur des rotations autour de l'axe z

$$J_z=\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

J_z est une matrice : agit aussi sur les vecteurs.

Quelques propriétés de J_z

$$J_z^2=\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$$J_z^3=-J_z$$

Générateurs de rotations

- Tourner d'un angle θ est équivalent à faire *n* rotations d'angle θ/*n*
- Si *n* est grand, chaque rotation est très petite et vaut $\sim I+(\theta/n)J_z$

$$R_z(\theta)=\lim_{n\to\infty}\left(I+\frac{\theta}{n}J_z\right)^n=e^{\theta J_z}=I+\theta J_z+\frac{\theta^2}{2}J_z^2+\frac{\theta^3}{3!}J_z^3+\dots$$

- On peut faire de même avec les rotations selon les axes x et y

$$J_x=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&1&0\end{pmatrix}\qquad J_y=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\-1&0&0\end{pmatrix}\qquad J_z=\begin{pmatrix}0&-1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

- Une rotation est représentée par $e^{\left(\alpha J_x+\beta J_y+\theta J_z\right)}$

Relations de commutations

$$J_x J_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$J_y J_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[J_x, J_y] = J_x J_y - J_y J_x = J_z$$

Les générateurs des rotations ne commutent pas, comme les rotations.

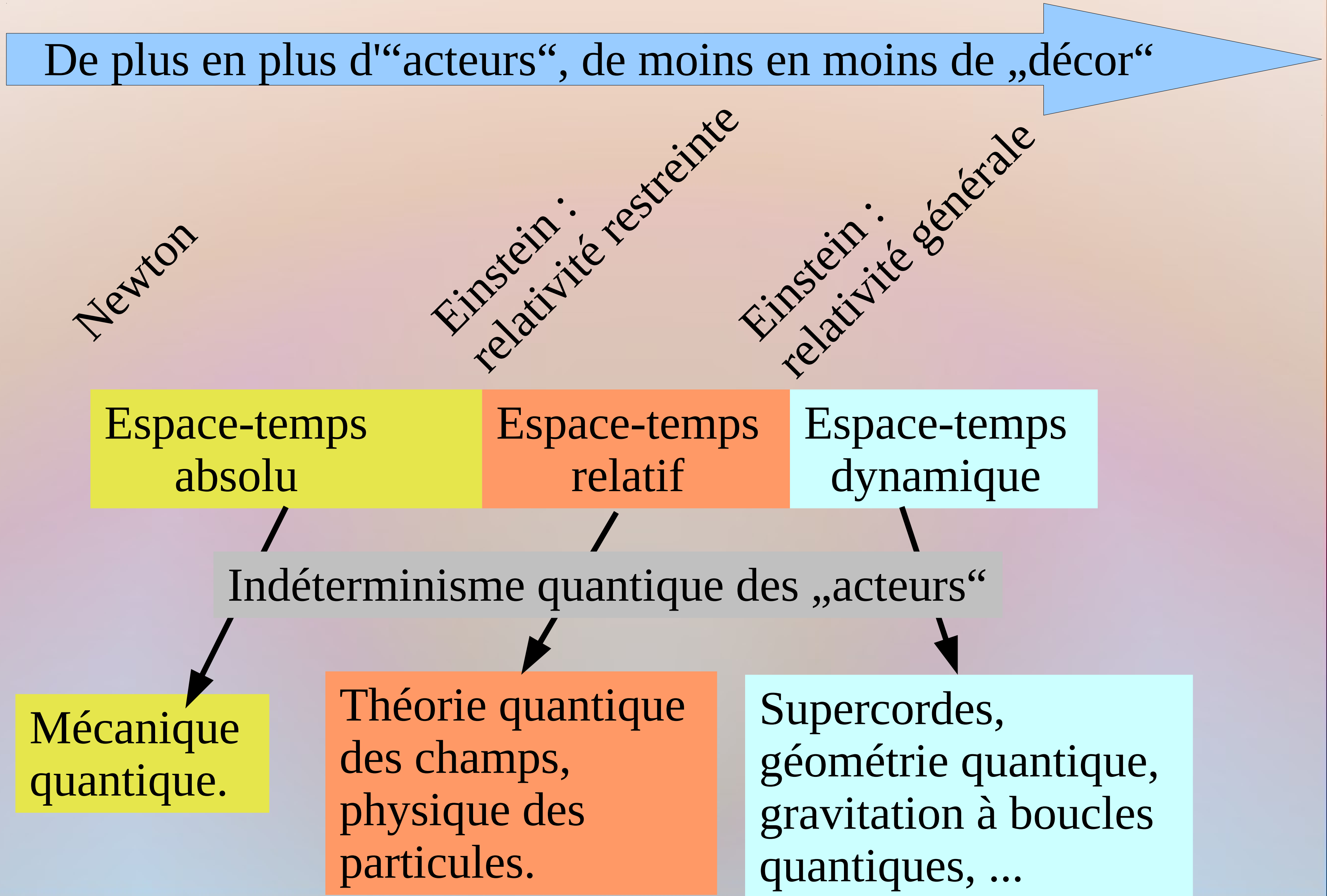
$$[J_x, J_y] = J_z$$
$$[J_z, J_x] = J_y$$
$$[J_y, J_z] = J_x$$

Les relations de commutations entre les générateurs des transformations caractérisent la structure de la symétrie.

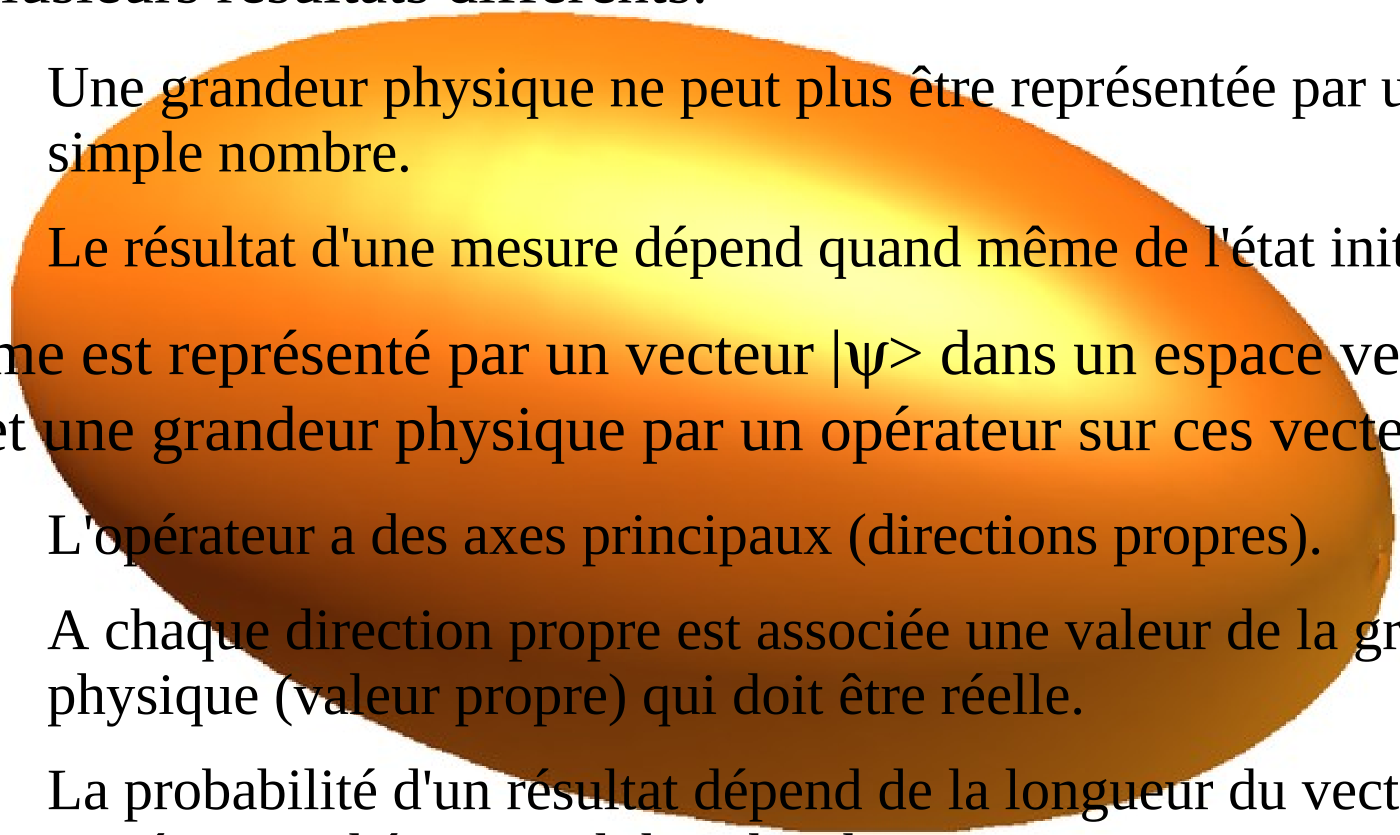
La rupture quantique

- Du XVIème au XIXème siècle se développe le déterminisme strict :
  - Les mêmes causes entraînent les mêmes effets.
  - Si on connaît toutes les conditions initiales, on connaît l'évolution, l'avenir du système dans ses moindres détails.
- Au XXème siècle, l'étude du monde microscopique chamboule cela :
  - Les mêmes causes peuvent entraîner des effets différents.
  - Les événements ne sont pas certains :
    - probabilité d'occurence des événements.
    - Le déterminisme n'est exact qu'en moyenne.
  - L'indéterminisme quantique porte sur l'évolution, sur la dynamique, sur les acteurs.

Indéterminisme



Représentation quantique



- Pour un même état initial, une même mesure, exemple l'énergie, peut donner plusieurs résultats différents.
    - Une grandeur physique ne peut plus être représentée par un simple nombre.
    - Le résultat d'une mesure dépend quand même de l'état initial.
- Le système est représenté par un vecteur $|\psi>$ dans un espace vectoriel abstrait et une grandeur physique par un opérateur sur ces vecteurs.
    - L'opérateur a des axes principaux (directions propres).
    - A chaque direction propre est associée une valeur de la grandeur physique (valeur propre) qui doit être réelle.
    - La probabilité d'un résultat dépend de la longueur du vecteur représentant l'état initial dans les directions propres.
- Les phénomènes d'interférences imposent d'avoir des vecteurs à composantes complexes.

Retour sur les rotations.

- Par rotation, le vecteur |ψ> est transformé en vecteur |ψ ' >
- |ψ ' > = $R_z(\theta)$ |ψ>
- Une rotation est représentée par $e^{-i\left(\alpha J_x+\beta J_y+\theta J_z\right)}$

$$[J_x, J_y]=i J_z \qquad [J_z, J_x]=i J_y \qquad [J_y, J_z]=i J_x$$

ou avec

$$J_+\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}\left(J_x+i J_y\right) \qquad J_-\equiv\frac{1}{\sqrt{2}}\left(J_x-i J_y\right)$$

,

$$[J_z, J_+]=J_+ \qquad [J_z, J_-]=-J_- \qquad [J_+, J_-]=J_z$$

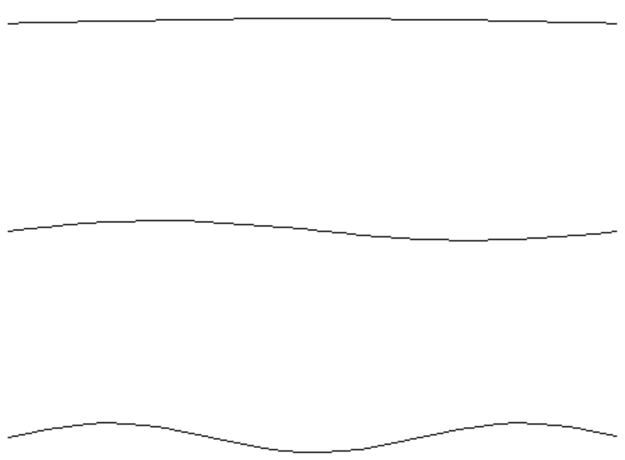
- $\left(\hbar J_x, \hbar J_y, \hbar J_z\right)$ est la grandeur physique moment cinétique.
- Une translation est représentée par $e^{-i\left(a K_x+b K_y+c K_z+t_0\Omega\right)}$
- $\left(\hbar K_x, \hbar K_y, \hbar K_z\right)$ est la grandeur physique impulsion.
- $\hbar\Omega$ est la grandeur physique énergie.

Les 2 physiques quantiques

- Mécanique quantique :
  - Il y a une particule, on peut mesurer sa position
    - X, Y et Z sont des opérateurs.
    - t est le temps universel de Newton. $\frac{d}{dt}|\psi\rangle = -i\,\Omega|\psi\rangle$
- Théorie quantique des champs :
  - $E=mc^2$: nombre variable de particules.
    - (x,y,z,t) est l'espace-temps de la relativité restreinte.
    - On utilise un champ d'opérateurs $\Phi(x,y,z,t)$.
    - L'état de minimum d'énergie $|0>$ est appelé le vide
      - C'est un état sans particules.
    - $|\Psi> = \Phi(x,y,z,t)|0>$

Mais c'est quoi une particule ?

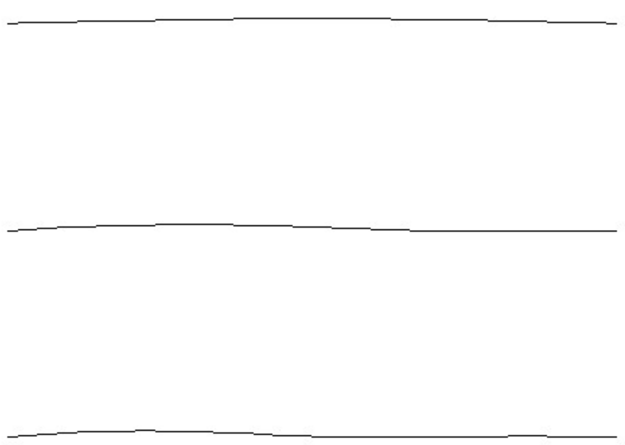
- On décompose le champ Φ selon des modes de vibrations



Mode 1 Mode 1

Mode 2 Mode 1+2

Mode 3 Mode 1+2+3



- On décompose l'opérateur Φ en somme d'opérateurs $a_\alpha^\dagger$,opérateur d'ajout, et a_α,opérateur de retrait, d'un mode de vibration α.
  - $a_\alpha^\dagger$, opérateur de création d'une particule.
  - a_α, opérateur d'annihilation d'une particule.

Dualité onde-corpuscule.

Bosons et fermions

- $N_\alpha = a_\alpha^\dagger a_\alpha$ est l'opérateur nombre de particules du mode α.
- Pour un boson :
  - $[a_\alpha, a_\beta^\dagger] = a_\alpha a_\beta^\dagger - a_\beta^\dagger a_\alpha = 1$ si $\alpha=\beta$, 0 si $\alpha\neq\beta$ et $[a_\alpha^\dagger, a_\beta^\dagger] = [a_\alpha, a_\beta] = 0$
  - N_α peut prendre les valeurs 0, 1, 2, ...
- Pour un fermion :
  - $\{a_\alpha, a_\beta^\dagger\} = a_\alpha a_\beta^\dagger + a_\beta^\dagger a_\alpha = 1$ si $\alpha=\beta$, 0 si $\alpha\neq\beta$ et $\{a_\alpha^\dagger, a_\beta^\dagger\} = \{a_\alpha, a_\beta\} = 0$
  - N_α peut prendre les valeurs 0 ou 1.
- L'énergie du champ est $\Sigma_\alpha E_\alpha N_\alpha$ où E_α est l'énergie du mode de vibration α.

Symétrie interne

- Pour l'intéraction nucléaire, un proton et un neutron sont équivalents.
  - On peut échanger un proton et un neutron sans "rien changer".
- Opérateurs
  - $p_\alpha^\dagger$ (p_α) création (annihilation) d'un proton.
  - $n_\alpha^\dagger$ (n_α) création (annihilation) d'un neutron.
  - $T_+=(1/\sqrt{2})\Sigma_\alpha p_\alpha^\dagger n_\alpha$ remplacement d'un neutron par un proton.
  - $T_-=(1/\sqrt{2})\Sigma_\alpha n_\alpha^\dagger p_\alpha$ remplacement d'un proton par un neutron.

$[T_+,T_-]= \frac{1}{2}\Sigma_\alpha p_\alpha^\dagger p_\alpha - \frac{1}{2}\Sigma_\alpha n_\alpha^\dagger n_\alpha \equiv T_3$

$[T_3,T_+]=T_+$

$[T_3,T_-]=-T_-$

Rappel : rotations

$[J_z, J_+]=J_+$

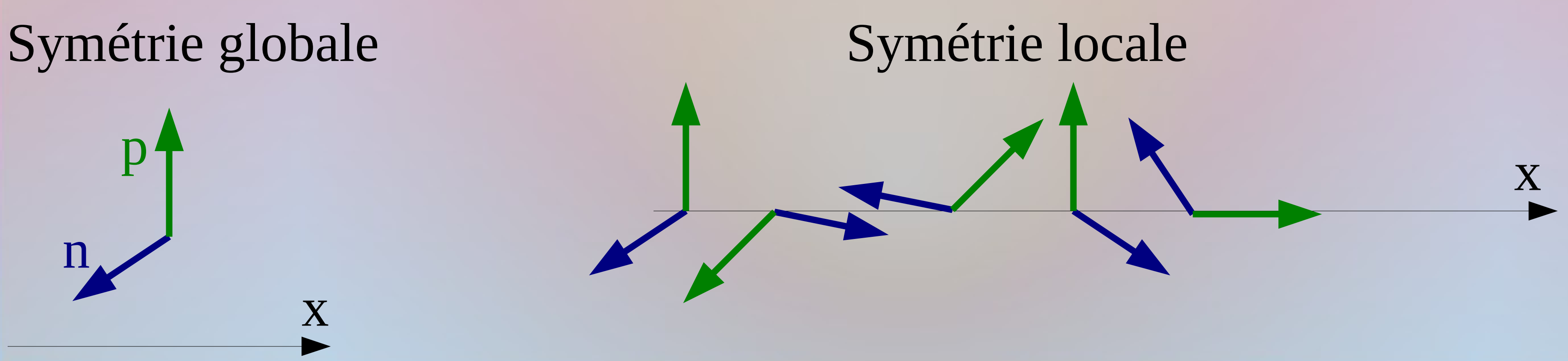
$[J_z, J_-]=-J_-$

$[J_+, J_-]=J_z$

T_3 est l'isospin

Symétrie interne locale

- Au même instant, 2 endroits différents doivent être indépendants.
- Une symétrie interne est associée à un groupe de symétrie.
    - Il y a un espace vectoriel sur lequel on peut faire agir ce groupe de symétrie.
    - La symétrie est alors une invariance sur le choix de repérage dans l'espace vectoriel.
    - La symétrie locale consiste à dire que le choix de repérage peut être différent en chaque points de l'espace (x,y,z,t).



Bosons vecteurs

- La symétrie interne locale impose d'ajouter des particules/champs supplémentaires :
  - Ce sont des bosons.
    - Ils sont sans masse.
  - Une intéraction leur est associée.
    - Intéraction de jauge ou intéraction de Yang-Mills.

Intéraction de jauge.

Résulte de la possibilité de choisir différement à chaque endroit le système de repérage associé à une symétrie interne.

Intéraction gravitationnelle.

Résulte de la possibilité de choisir différement à chaque endroit le système de repérage associé à l'espace-temps.

Le Modèle Standard

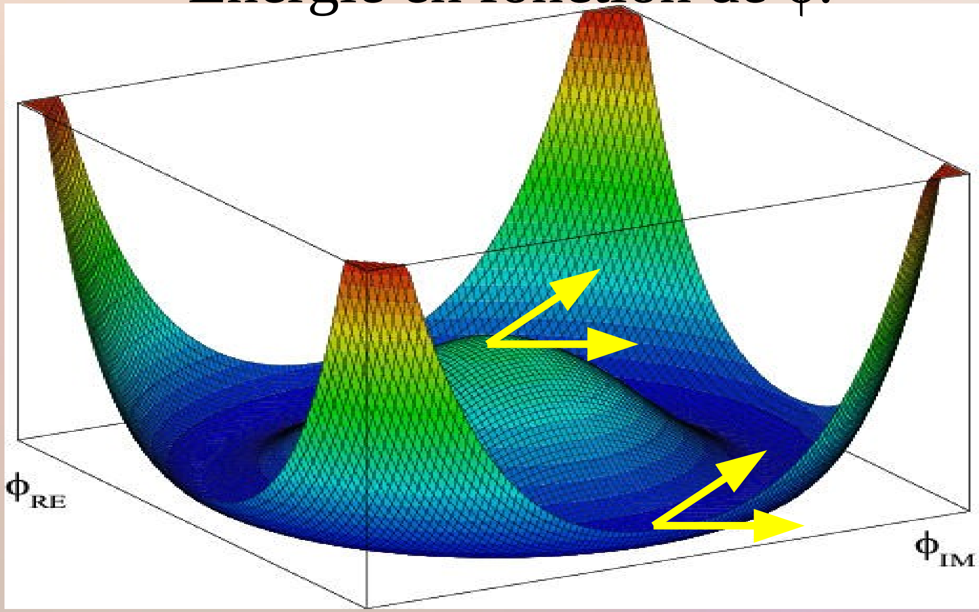
Symétrie locale interne	Nom du groupe de symétrie	Intéraction associée	Bosons vecteurs	Dimension minimale d'un espace où réaliser cette symétrie
Choix de l'origine pour la phase des nombres complexes	U(1)	Electromagnétisme	Photon	1
Echange de particules dont l'isospin faible diffère	SU(2)	Intéraction faible	Bosons W^+, W^- et Z^0	2
Echange de particules de couleurs différentes	SU(3)	Intéraction forte	8 gluons	3

Intéraction électrofaible

Ingrédients de base :

- symétrie SU(2)
  - isospin faible T_3
  - Bosons W^+, W^-, W^3
  - Interdit les masses.
- symétrie U(1)
  - hypercharge Y
  - Boson vecteur B
- Champ ϕ (Higgs) avec $T_3 \neq 0$ et $Y \neq 0$

Energie en fonction de ϕ.



•Minimum d'énergie pour <H>≠0.
•Le vide |0> et les premiers modes de vibration ne vérifient pas les symétries.
•Les particules peuvent être massives.
•Mélange de W^3 et B → Z^0 et le photon.

Charge électrique $Q=T_3+Y/2$

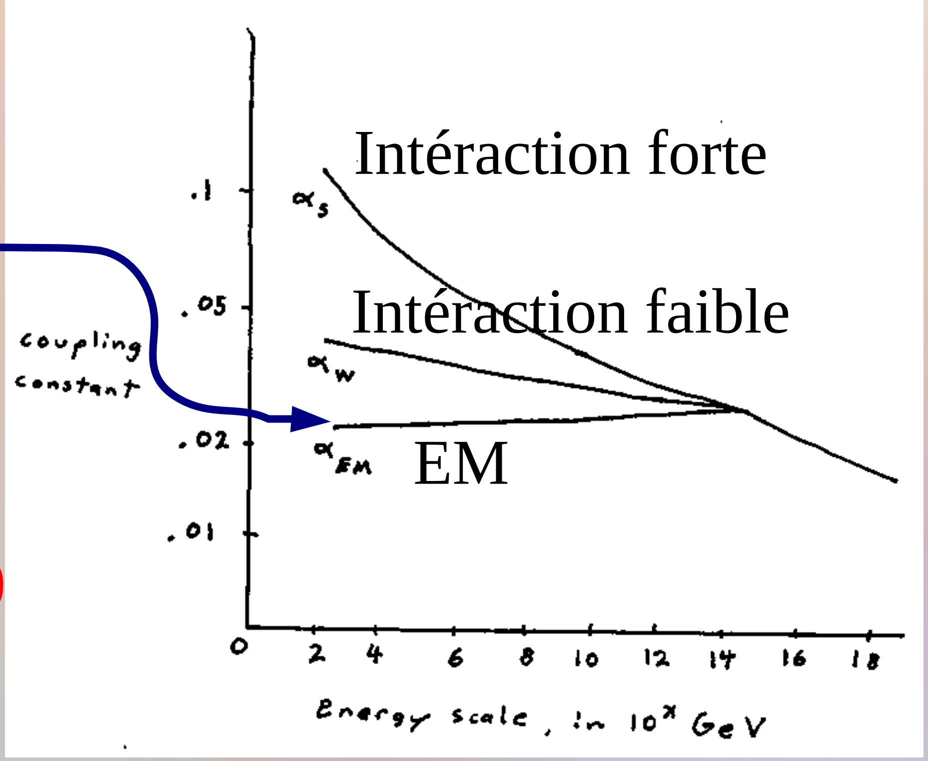
Constantes de couplage

- La constante de couplage α est le lien entre l'intensité de l'intéraction et la charge des particules soumises à cette intéraction.

Pour l'électromagnétisme, l'électron :

- Charge électrique = -1
- Intensité $= \alpha = \dfrac{e^2}{\hbar c 4\pi\epsilon_0} = \dfrac{1}{137}$

Constante de structure fine.



Cette constante de couplage (intensité) **dépend de** l'énergie, de la distance.

- L'évolution des constantes d'intéraction des 3 intéractions semble converger à une certaine échelle → idée d'unification

Grande Unification

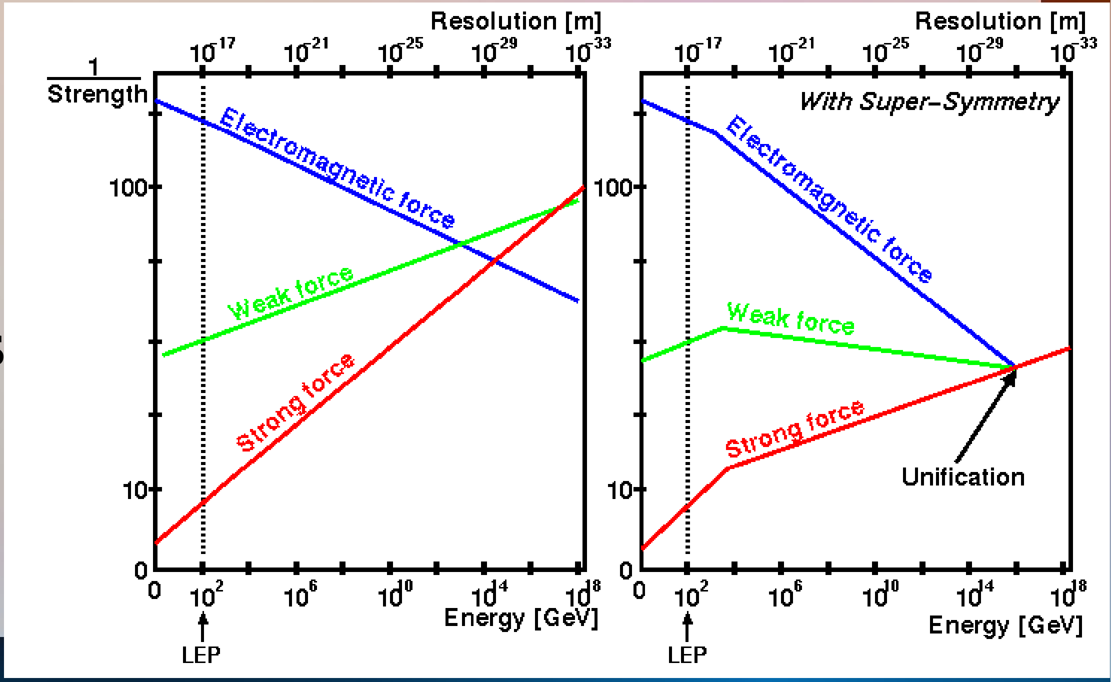
- GUT (Grand Unified Theory), unification des 3 intéractions :
  - La symétrie de jauge correspondante doit être brisée (comme pour l'intéraction électrofaible)
  - La symétrie d'intéraction doit contenir les symétries des 3 autres intéractions : $SU(3)\times SU(2)\times U(1)\subset SU(5)$
    - La charge électrique est quantifiée.
  - De nouvelles intéractions à très courte distance entre quarks et leptons (électrons,...) doivent être introduites :
    - La portée de ces nouvelles intéractions est liée à l'échelle d'énergie de l'unification.
    - Le proton devient instable
      - expérimentalement demi-vie $\tau_p > 10^{29}$ ans.
        - trop longue pour GUT seule $\tau_p \sim 10^{28}$ ans.

Supersymétrie (SUSY)

- Symétrie d'échange entre bosons et fermions.
  - Fermion –SUSY → boson et boson –SUSY → fermion
  - Les fermions et bosons associés ont la même masse.
    - Aïe, ce n'est pas observé : la symétrie doit être brisée.
      - Toutes les nouvelles particules prédites seront lourdes.

Quelques intérêts :

- stabilise la masse du boson de Higgs (si l'échelle d'énergie de la brisure de SUSY est aux énergies accessibles au LHC).
- Relance GUT : $\tau_p \sim 10^{32}$ ans.



SUSY

- Pour chaque boson du modèle standard, on ajoute un fermion.
- Pour chaque fermion du modèle standard, on ajoute 2 bosons.
    - Tout un tas de nouvelles intéractions : aïe.
        - On ajoute une loi de conservation (R-parité) interdisant à une particule connue de se coupler à un nombre impair de ces nouvelles particules.
        - Du coup, la particule supersymétrique la plus légère (LSP) est stable.

Matière noire.

- On doit ajouter plus de bosons de Higgs.
- Au final, beaucoup de nouvelles particules à chercher si cette théorie est vérifiée.

Gravitation et physique quantique

- Analyse dimensionnelle :
    - Constante gravitationnelle G = 6,67 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}
    - Vitesse de la lumière dans le vide : c =299792458 m/s
    - Constante de Planck réduite : ħ = 1,05 10^{-34} J s
- Effet gravitationnel à l'échelle quantique :
    - Distance : longueur de Planck $l_p=\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}=1.6\ 10^{-35}\,\mathrm{m}$
    - Durée : temps de Planck $t_p=\frac{l_p}{c}=5.4\ 10^{-44}\,\mathrm{s}$
    - Energie d'une particule : énergie de planck

$$E_p=c^2\sqrt{\frac{\hbar c}{G}}\sim 10^{19}\,\mathrm{GeV}\sim 500\,\mathrm{kWh}$$

Vers l'unification et au delà