

De l'importance de se tromper

Claude Aslangul

(LPTMC - Université Pierre et Marie Curie)

Rencontres de Physique de l'infiniment grand à l'infiniment petit

Orsay, 16 juillet 2014

1 De l'erreur en général

Le thème de cette discussion a une portée générale, pour ne pas dire universelle. Il concerne à la fois les individus et les collectivités dans leur mode de vie et dans leurs rapports mutuels, mais aussi toutes les disciplines, qu'elles soient intellectuelles ou artistiques, et enfin toutes les activités humaines. Il ne me paraît pas exagéré de dire que l'erreur, et surtout sa reconnaissance, est au cœur de tout ce qui concerne l'humanité, non seulement dans sa quête de la connaissance, quelle qu'en soit la nature, mais aussi pour assurer sa survie sur tous les plans. Un vieux dicton latin tronqué de sa deuxième partie¹ *Errare humanum est* peut être compris au sens le plus strict en affirmant, en effet, que l'erreur est inscrite dans la nature humaine.

Bien évidemment, et reprenant alors la deuxième partie de ce dicton, la question capitale est de déceler l'erreur, de l'analyser et enfin de la rectifier pour infléchir le destin de l'être humain. Ce processus est complexe et difficile. Complexe car l'identification de l'erreur n'est pas toujours aisée : dans tous les domaines, l'erreur peut être relative au sens où elle ne dépend pas seulement de la clairvoyance mais aussi de l'état de la connaissance au moment opportun, et c'est justement l'analyse des faits qui permet de suspecter une méprise quand ce n'est pas une malheureuse maladresse², voire une grossière inexactitude. La rectification, elle, peut relever d'une remise à plat des dogmes ou des postulats et exige parfois une véritable révolution conceptuelle qui, elle-même, est le plus souvent une marche hésitante et tortueuse dont la méthodologie devrait toujours ressembler à un duel impitoyable entre *essai* et *erreur*.

Pour La Rochefoucauld³ "*Certaines erreurs sont des étapes vers la vérité*", anticipant Bachelard⁴ pour qui "*L'erreur est l'élément moteur de la connais-*

¹*Errare humanum est, perseverare diabolicum.*

²Ce fut le cas pour la sonde spatiale *Mars Climate Orbiter*. À la suite d'une confusion entre les pouces et les mètres, la sonde fut détruite lors de son entrée dans l'atmosphère martienne au lieu de se mettre en orbite autour de la planète... (voir *Mars Climate Orbiter Failure Board Releases Report*, NASA, 10 novembre 1999).

³On trouve une affirmation identique chez Robert Musil "*Je montre mon travail tout en sachant qu'il n'est qu'une partie de la vérité, et je le montrerais même en le sachant faux, parce que certaines erreurs sont des étapes vers la vérité.*" (*Journal*, 1932).

⁴Gaston Bachelard, *Essai sur la connaissance approchée* (Vrin, 1928).

sance”. Quant à Jean Wahl, il est encore plus radical en affirmant⁵ “*C’est par l’expérience de l’erreur que nous arrivons à l’idée positive de vérité. La vérité ne se manifeste que par son opposition à une erreur préalable*”. Et c’est en souscrivant à ces sentences que l’on réalise l’importance de se tromper puisque, une fois la conscience aiguïlée et lucide, c’est elle qui provoque l’*impetus* ouvrant la route vers une nouvelle vérité dont l’inévitable relativité ne doit pas inciter à ralentir le pas. En définitive, je crois que l’on peut, sans abuser ni pervertir le sujet, affirmer que si l’erreur n’existait pas, il n’y aurait pas de science possible, science étant à prendre au sens le plus large du terme et notamment celui de l’*acquisition* de connaissances par l’apprentissage.

L’universalité de la question contraint à faire des choix. En ce qui me concerne, je me cantonnerai au domaine des sciences dites *dures* (Mathématiques et Physique), me bornant à citer et analyser quelques exemples précis, étant entendu que bien d’autres pourraient y être trouvés, et sans aborder d’autres disciplines où la notion de vérité est encore plus floue, la biologie⁶ et les sciences humaines⁷ par exemple. De plus, certaines questions de nature sociale ne seront pas abordées en dépit de leur gravité, comme celle de la crédibilité des *experts* aux yeux du grand public – puisque même les experts peuvent se tromper, doit-on leur faire confiance ? – ou encore celle de la diffusion précoce, voire précipitée, de fausses remises en cause du savoir prétendument établi (les neutrinos d’Opéra...) ou d’effets sensationnels (la mémoire de l’eau, la fusion froide, l’ordinateur quantique de la NSA...). L’affaire Lyssenko est une sorte de phénomène paroxystique des dérives possibles puisqu’elle résulta⁸ d’*“une intrication extraordinaire de l’erreur scientifique, de la conviction irrationnelle, de la fraude et de la politique”*.

2 L’erreur en Science et l’importance de sa rectification

Si l’on suit Husserl⁹, “*La science est par essence hypothèse et vérification à l’infini*”. Cette affirmation dont l’universalité ne devrait pas faire de doute oblige néanmoins à effectuer d’emblée une distinction entre Mathématiques et Physique : si ces deux disciplines se développent sur la base d’hypothèses, voire de postulats, la notion de *confrontation* est étrangère à la première au sens où le mathématicien ne saurait s’en remettre à une quelconque expérimentation pour

⁵Jean Wahl, *Traité de métaphysique* (Payot, 1953)

⁶“*La biologie est la moins mathématisable des sciences parce que la plus lourde en contenu concret*”(Jean Rostand).

⁷“*La logique est la science qui fonde les idées vraies, la psychologie la science qui explique les idées fausses*” (Bertrand Russell).

⁸Jean-François Bach, “*L’erreur scientifique*”, Séance solennelle de l’Académie des sciences, 21 juin 2011.

⁹Edmund Husserl, *Recherches logiques*. Selon les sources, la citation complète est “*C’est l’essence propre de la science, c’est à priori son mode d’être, d’être hypothèse à l’infini et vérification à l’infini.*”

valider un développement dont la solidité repose exclusivement sur la seule cohérence logique ; pour ce dernier, la vérification se réduit à débusquer les éventuelles erreurs de calcul ou de raisonnement, excluant toute confrontation avec une loi naturelle.

Ce rappel ne doit pas cependant laisser croire que les Mathématiques, au-réolées de leur belle rigueur abstraite et parfois froide, ne sont pas exposées à l'erreur. Tout au contraire : pour Jean-Pierre Kahanne¹⁰ "*Les mathématiques offrent un grand champ à l'erreur*", que ce soit dans les énoncés, les constructions ou les démonstrations. Poincaré s'est étonné de la possibilité d'erreur en Mathématiques puisqu'elles sont le champ d'application du simple (!) et pur raisonnement sans faille ; il l'attribuait à des défaillances de la mémoire en raison de la grande quantité de concepts à considérer simultanément : comme tout savoir, le savoir mathématique n'est pas infaillible¹¹. Des exemples¹² d'erreurs seront donnés ci-dessous.

Une autre distinction entre ces deux disciplines est ce que l'on attend d'elles : une théorie physique se doit d'expliquer les phénomènes déjà observés et d'en prédire de nouveaux, toutes obligations devant conduire à sa validation. Rien de tel n'est exigé des mathématiques où sont seuls requis des axiomes et une construction logique constituée de théorèmes, propositions, corollaires,..., dont l'objectif n'est pas d'expliquer quoi que ce soit, et qui ne peuvent être soumis à une vérification pratique – et pour cause : la notion (plurielle) d'*infini* – source de nombreux *paradoxes* et qui échappe à l'entendement commun¹³ – est par nature inaccessible à une expérimentation au sens du physicien, quelle qu'elle soit.

La nécessité pour une théorie physique d'être validée par l'expérience introduit une nouvelle subtilité dans la notion d'erreur puisque, dans toute opération de mesure, s'introduisent des effets indécélables produisant une dispersion des résultats de cette mesure¹⁴, indépendamment de la *relativité* du résultat, tributaire qu'il est de la résolution des appareils utilisés. Au total, un nombre brut sorti d'une *manip*' n'a de sens que s'il est accompagné de sa barre d'erreur, laquelle donne une indication précise sur le *flou* de ce nombre. Cependant, il est bien clair qu'une erreur de ce type (ou la contamination accidentelle d'un échantillon)

¹⁰ *L'erreur en Sciences*, 2^e Colloque Cathy Dufour (Nancy, novembre 2012).

¹¹ Le lecteur est renvoyé à l'article humoristique de Sam Howison, "*If I remember rightly, $\cos \frac{\pi}{2} = 1$* ", <https://people.maths.ox.ac.uk/howison/balls.pdf>, où l'on trouve cette citation à la deuxième ligne : "*C is bounded with an unbounded bound*"...

¹² Philip J. Davis donne une liste impressionnante d'erreurs dans son article "*Fidelity in mathematical discourse: Is one and one really two ?*", *Amer. Math. Monthly*, **79**, 252–263 (1972).

¹³ Pour Euler, l'égalité $1 + 2 + 3 + \dots + \infty_{\mathbb{N}} = -\frac{1}{12}$ est vraie, et en effet elle l'est en conséquence du prolongement analytique d'une certaine fonction, la fonction ζ de Riemann, qui satisfait $\zeta(-1) = -\frac{1}{12}$.

Et pourtant le *sens commun* est fondé à nier la première égalité : comment l'addition de nombres tous positifs peut-elle donner un nombre *négatif* ?!

¹⁴ L'existence de grandeurs physiques *quantifiées* comme l'affirme la Mécanique quantique introduit une autre subtilité : à condition que l'erreur expérimentale soit assez petite, la mesure (forcément imparfaite) peut fournir une valeur *exacte* au sens de la théorie. Paradoxalement, le caractère *indéterministe* que l'on attribue (souvent abusivement) à cette théorie est aussi celui qui autorise des mesures *infiniment* précises...

ne doit pas être assimilée à une erreur de la théorie, qu'elle réside dans son développement ou dans ses concepts : ici apparaît une hiérarchie quantitative des erreurs.

Une autre hiérarchie s'impose au physicien dès qu'il fixe le cadre des phénomènes à décrire, ce qui détermine *ipso facto* les *échelles* des grandeurs physiques pertinentes (énergie, masse, temps,...), étant admis d'ailleurs qu'il n'existe pas de *Théorie du Tout* permettant, pragmatiquement parlant, de décrire tous les phénomènes, qu'ils soient microscopiques ou macroscopiques : il n'y a que des théories *effectives*, que l'on peut dire aussi *tangentes*. Les critiques de Zermelo envers Boltzmann ne résistent pas à l'impossibilité matérielle de résoudre 10^{23} équations de Newton (sans disposer d'ailleurs des conditions initiales, soit dit en passant !), programme qui serait d'ailleurs une ineptie puisque *trois* paramètres seulement (pression, volume, température) suffisent à décrire l'état d'un gaz. Est-il vraiment faux de dire que le diamant est un isolant, alors que sa conductivité est juste (!) 10^{24} fois plus petite que celle du cuivre ? Le paradoxe du Chat de Schrödinger n'en est un que pour qui sait écrire le Hamiltonien du chat : qui sait le faire ? En définitive, dans la pratique courante du physicien, la notion d'erreur doit le plus souvent être remplacée par celle de *modélisation*, elle-même imposant des *approximations* sous une forme ou une autre. De façon encore plus directe et provocatrice, on peut dire qu'en Physique, le zéro et l'infini n'existent pas – autre raison où certains voient la cause d'un divorce pourtant imaginaire¹⁵ entre Mathématiques et Physique. Sur ce contentieux qui ne devrait pas exister, on trouve des invectives pas toujours tendres – si elles s'efforcent d'être élégantes – que les uns et les autres se lancent parfois à la figure¹⁶ : laissons-les de côté !

Pour Max Planck, "*Une vérité scientifique nouvelle ne triomphe pas en convaincant ses adversaires, mais plutôt parce qu'ils finissent par mourir*". Je pense que cette déclaration, quelque peu désabusée, est en grande partie explicable par le fait que la Théorie quantique apporta un tel bouleversement conceptuel que ses premiers et rapides succès ne sont pas venus à bout des résistances intellectuelles fort compréhensibles à l'époque. Ceci sans oublier que les plus grands esprits sont restés réticents, le moins que l'on puisse dire, à commencer par Einstein et même Schrödinger, pourtant l'un de ses Pères-fondateurs – et en n'oubliant pas que Planck lui-même resta convaincu pendant des années que sa constante h n'était là que pour traduire un *artefact* mathématique...

De surcroît, la disparition des adversaires évoquée par Planck n'est pas une condition suffisante et définitive : si cette théorie ne compte sans doute plus vraiment d'adversaires aujourd'hui, les mystères qu'elle véhicule continuent d'être des sujets d'interrogation, de discussion et de débats, comme en atteste

¹⁵Selon Vladimir Arnold, "*Les mathématiques font partie de la physique.*" (SMF Gazette – 78, Octobre 1998).

¹⁶Deux citations, laissant délibérément leurs auteurs dans l'anonymat pour ne rallumer aucune querelle : "*I think The Feynman path integral may be regarded as a great mathematical mistake*" et "*L'état-major suprême du généralissime Bourbaki décida de frapper un coup décisif en montant une opération de grande envergure contre un objectif militairement mal protégé en même temps que symboliquement capital : la fonction δ* ".

la synthèse récente¹⁷ par Franck Laloë, un expert en la matière. Pour Popper, les sciences se développent par conjectures et réfutations ; soit, mais le cas de la Théorie quantique est unique puisque la vraie question fondamentale en est une autre, sans réponse : qu'est-ce donc que la *réalité physique* ? Einstein, Podolski et Rosen¹⁸ en ont proposé une définition qui semble inattaquable et pourtant les expériences d'Aspect¹⁹ ont montré qu'elle ne pouvait être retenue. Dès lors, comment réfuter un concept n'ayant pas de définition consensuelle au sens strict ?

2.1 Exemples d'erreurs en Mathématiques

L'erreur en Mathématiques peut survenir en raison d'une *croissance* plus ou moins intuitive n'ayant jamais été l'objet d'une démonstration en bonne et due forme. Un bel exemple est celui des fonctions continues non dérivables. En 1872, Weierstrass exhiba²⁰ une telle fonction représentable par le développement en série :

$$\mathcal{W}(x) \stackrel{\text{déf}}{=} \sum_{n=1}^{+\infty} b^n \cos(a^n \pi x) \quad (x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}). \quad (1)$$

Pour $|b| < 1$, cette série est uniformément convergente puisqu'elle est majorable²¹ par la série géométrique $\sum_{n \in \mathbb{N}} b^n = \frac{1}{1-b}$. Il se trouve, comme l'ont montré Littlewood et d'autres, que la fonction \mathcal{W} n'est nulle part dérivable alors qu'elle est représentée par une série *uniformément* convergente de fonctions réelles d'une variable réelle elles-mêmes indéfiniment dérivables²² ! Le mémoire de J. Thim²³ est consacrée à ces objets qui ont tellement sidéré les mathématiciens de la fin du XIX^e siècle.

\mathcal{W} est en effet une sorte de *monstre*, pour reprendre les termes de Poincaré qui écrivit à ce sujet²⁴ : “*La logique parfois engendre des monstres. On vit surgir toute une foule de fonctions bizarres qui semblaient s'efforcer de ressembler aussi peu que possible aux honnêtes fonctions qui servent à quelque chose. Plus de continuité, ou bien de la continuité, mais pas de dérivées [...] Autrefois, quand*

¹⁷Franck Laloë, *Comprenons-nous vraiment la Mécanique quantique ?* (EDP Sciences, Paris, 2011).

¹⁸Albert Einstein, Boris Podolski et Nathan Rosen, “*Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?*”, Phys. Rev. **47**, 777 (1935).

¹⁹Alain Aspect, Jean Dalibard et Gérard Roger, “*Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell's Inequalities*”, Phys. Rev. Lett. **49**, 91 (1982).

²⁰Karl Weierstrass, “*Über kontinuierliche Funktionen eines reellen Arguments, die für keinen Wert des letzteren einen bestimmten Differentialquotienten besitzen*”, Gelesen Akad. Wiss. (18 Juillet 1872).

²¹Ceci est encore vrai quand b est un complexe de module strictement inférieur à 1.

²²Des fonctions aussi bizarres peuvent être construites à l'aide de produits infinis, voir par exemple Liu Wen, “*A nowhere differentiable continuous function constructed by infinite products*”, Amer. Math. Monthly, **109**, 378 (2002).

²³Johan Thim, “*Continuous Nowhere Differentiable Functions*”, Master Thesis, Luleå University of Technology (décembre 2003), disponible à l'adresse :

<http://epubl.luth.se/1402-1617/2003/320/LTU-EX-03320-SE.pdf>

²⁴Henri Poincaré, *Science et méthode*, p. 132 (Flammarion, Paris, 1908).

on inventait une fonction nouvelle, c'était en vue de quelque but pratique ; aujourd'hui, on les invente tout exprès pour mettre en défaut les raisonnements de nos pères, et on n'en tirera jamais que cela."

Quant à Hermite, il écrit dans une lettre à Stieltjes (1893) : *"Je me détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions continues qui n'ont point de dérivées"*.

Le *"on n'en tirera jamais que cela"* de Poincaré était bien trop pessimiste. La présentation d'un contre-exemple d'une propriété jamais démontrée (la dérivabilité d'une série telle que (1)) a par la suite exigé des mathématiciens une analyse extrêmement fine et la précision de concepts dont la définition antérieure se révélait ainsi insuffisante, sans doute parce qu'ils n'avaient pas été assez durement éprouvés. Mais l'histoire ne s'arrête pas là : l'effondrement de la *croissance* a ouvert la porte d'un univers insoupçonné dont les fractales ne sont que le sommet de l'iceberg, laissant de côté les étranges distributions comme celle de Cantor - Lebesgue ou les trajectoires browniennes. De surcroît, cette indéniable avancée de la connaissance ne se cantonne pas aux Mathématiques : pourvu qu'ils gardent en tête les bonnes échelles, les physiciens sont ravis de pouvoir importer des concepts comme les *escaliers du Diable* pour décrire certains phénomènes (voir par exemple le modèle de Frenkel - Kontorova²⁵). Et l'on se doit de citer Jean Perrin qui, lors de son étude du mouvement brownien, justement, écrivit²⁶ en 1913 de façon littéralement visionnaire, à propos des trajectoires qu'il voyait de ses propres yeux avec son microscope optique : *"On ne peut non plus fixer une tangente, même de façon approchée, à aucun point de la trajectoire, et c'est un cas où il est vraiment naturel de penser à ces fonctions continues sans dérivées que les mathématiciens ont imaginées, et que l'on regarderait à tort comme des curiosités mathématiques, puisque la nature les suggère aussi bien que les fonctions à dérivées."*

La notion de *convergence uniforme* vient d'être évoquée. Il s'agit d'une propriété fort subtile à propos de laquelle les plus grands se sont trompés à une époque où l'Analyse mathématique en était à ses débuts et n'avait pas la rigueur qui la pare aujourd'hui. C'est ainsi que Cauchy, l'un des plus grands mathématiciens du XIX^e, a proposé en 1821 une démonstration erronée du théorème (faux) d'après lequel la limite en tout point d'une série de fonctions continues est elle-même continue. Peu après, Fourier et Abel²⁷ trouvèrent des contre-exemples en manipulant des séries de Fourier et c'est à Dirichlet qu'il revient d'avoir trouvé l'erreur chez Cauchy : c'est la propriété de convergence *uniforme* qu'il faut invoquer, non celle de convergence en tout point.

Une autre erreur célèbre est celle commise par Poincaré en 1890 à propos

²⁵Serge Aubry, *"The twist map, the extended Frenkel-Kontorova model and the devil's staircase"*, Physica D, **7**, 240 (1983).

²⁶Jean Perrin, *Les atomes*, p.166 (Flammarion, 1991).

²⁷On se doit d'aimer le fait qu'Abel a modestement accompagné son contre-exemple d'une note en pied de page disant *"Il me semble que ce théorème [de Cauchy] souffre de quelques exceptions"...*

du problème des trois corps en interaction gravitationnelle²⁸, dans le cadre du prix créé par le roi de Suède Oscar II pour son 60^e anniversaire. L'histoire est longue et ne manque pas de péripéties qui, fort heureusement, n'ont pas ruiné la réputation de Poincaré – à vrai dire, pouvait-elle l'être ?! –, ni son compte en banque. L'erreur dans le premier mémoire, découverte par Phragmén (encore un problème de convergence de série), a permis à Poincaré d'une part de rectifier sa démonstration (le forçant à *inverser* sa conclusion : le système est *instable*) et surtout de mettre en évidence ce qui est sans doute le premier exemple de système au comportement chaotique. La fécondité de cette erreur, rectifiée grâce à l'analyse rigoureuse de Phragmén, est incommensurable quand on réalise l'importance cruciale de la bonne compréhension des systèmes dynamiques, que ce soit sur le plan de la connaissance pure ou dans l'immensité de leurs applications concrètes visant à modéliser les systèmes complexes les plus divers, de l'atmosphère terrestre pour prévoir le temps au vol d'un Airbus en passant par la sécurité des centrales nucléaires.

Un autre exemple est instructif bien qu'il ne s'agisse pas d'une erreur à proprement parler, car il permet de pointer une différenciation entre l'erreur au sens du mathématicien et au sens du physicien. Il s'agit de la conjecture de Riemann²⁹, énoncée par ce dernier en 1859 et affirmant que les zéros non-triviaux de la fonction dite de Riemann, ζ , sont *tous* sur une certaine ligne verticale du plan complexe, située à la distance $\frac{1}{2}$ à droite de l'axe imaginaire (ligne dite *critique*). Littlewood a démontré en 1914 que la ligne critique contient une *infinité* de zéros, mais cela ne signifie pas qu'ils y sont tous.

De première importance pour la Théorie des nombres³⁰, cette conjecture n'est toujours pas démontrée à l'heure actuelle mais, grâce à de puissants ordinateurs, on sait aujourd'hui que les vingt premiers milliards de zéros (environ) sont effectivement sur cette droite³¹. Cela étant, un mathématicien qui affirmerait sans preuve que la conjecture est vraie prendrait le risque de commettre une erreur : 20 milliards, ce n'est pas l'infini...

²⁸Contrairement à une croyance largement répandue, le problème des trois corps a bel et bien une solution analytique, obtenue par Sundman en 1909, publiée en 1912 (Karl Fritiof Sundman, "Mémoire sur le problème de trois corps", Acta Mathematica, **36**, 105 (1912)). On en trouve une analyse résumée dans le mémoire de Malte Henkel, "Sur la solution de Sundman du problème des trois corps", Philosophia Scientiae, **5**, 161-184 (2001), ou [arXiv:physics/0203001v1](https://arxiv.org/abs/physics/0203001v1), également disponible à l'adresse : http://archive.numdam.org/ARCHIVE/PHSC/PHSC_2001_5_2/PHSC_2001_5_2_161_0/PHSC_2001_5_2_161_0.pdf

²⁹Cette conjecture, si importante, a été le sujet d'innombrables travaux mais résiste toujours aux esprits les plus divers et les plus imaginatifs. Le lecteur curieux visitera le site constitué par Matthew R. Watkins rassemblant quelques fausses preuves récentes de cette conjecture : <http://empslocal.ex.ac.uk/people/staff/mrwatkin/zeta/RHproofs.htm>.

Pour la petite histoire, mentionnons le canular du 1^{er} avril de Bombieri (1997) annonçant à la communauté mathématique la démonstration tant attendue...

³⁰Dans son livre *Pour l'honneur de l'esprit humain* (Hachette, 1987), Jean Dieudonné introduit la distinction entre théorèmes *féconds* et théorèmes *stériles*, citant celui dit *des quatre couleurs* (démontré en 1976 par Appel et Haken) comme exemplaire de la deuxième catégorie. La conjecture de Riemann, si elle était démontrée, appartiendrait sans conteste à la première : on estime à plusieurs centaines le nombre de théorèmes dont elle est l'une des hypothèses...

³¹Marcus Du Sautoy, *La symphonie des nombres premiers* (Héloïse d'Ormesson, Paris, 2005).

D'un autre côté, un physicien qui travaille avec les *bonnes* échelles de masse, temps, énergie, etc..., ne peut trouver par définition de ces échelles que des nombres "raisonnables", d'ordre 1 comme on dit habituellement. Dès lors, s'il a besoin d'invoquer la conjecture de Riemann pour ce qu'il est en train de faire, le travail accompli à l'aide des ordinateurs lui permet de la prendre pour vraie sans aucun risque d'erreur.

Sur un plan nettement plus anecdotique, souvenons-nous de l'affirmation de Fermat à propos de son fameux théorème "*J'en ai découvert une démonstration véritablement merveilleuse que cette marge est trop étroite pour contenir.*", en marge de son exemplaire des *Arithmétiques* de Diophante. On sait qu'il a fallu plus de trois siècles pour que ce théorème soit démontré, tour de force réalisé par Andrew Wiles et présenté une première fois en 1993... jusqu'à la découverte d'une erreur dans la preuve dont la rectification a demandé une année supplémentaire de travail à Wiles, aboutissant finalement à la publication³² en 1995. On s'accorde aujourd'hui à dire que la "démonstration" de Fermat (jamais retrouvée) était probablement erronée compte tenu de la technicité et des outils utilisés par Wiles, totalement inconnus au XVII^e siècle³³. Il est certain que si les méthodes ayant permis la preuve n'ont pas toutes été mises au point dans le but de démontrer ce théorème, le défi que présentait ce dernier a comme rarement stimulé la recherche mathématique. En ce sens, l'erreur (probable) de Fermat a été d'une grande fécondité, elle aussi.

Terminons ces exemples par un dernier emprunté au champ des applications sans doute les plus fascinantes des Mathématiques : l'émergence spectaculaire, dans tous les domaines, de la théorie du chaos dont Poincaré fut un précurseur visionnaire à une époque où, malheureusement, les ordinateurs n'existaient pas. Au début des années '60, Smale publia un article dans lequel il énonça une conjecture ayant pour conséquence que, en termes simples, "*le chaos n'existe pas*". Peu après la publication, il reçut une lettre de Levinson attirant son attention sur des travaux antérieurs de Cartwright et Littlewood (encore lui) contenant un contre-exemple à cette conjecture. Selon ses propres mots, Smale "*worked day and night to resolve the challenges that the letter posed to my beliefs*", le conduisant finalement à la découverte fondamentale de l'application *Fer à cheval*, qui fut la première pierre de l'édifice extraordinaire des systèmes dynamiques hyperboliques. On lira avec plaisir l'article de Smale³⁴ racontant cette (sa) belle histoire.

³²Andrew Wiles, "*Modular elliptic curves and Fermat's last Theorem*", Ann. Math., **142**, 443 (1995).

³³L'argument vaut ce qu'il vaut : que l'on se souvienne de Ramanujan, qui ignorait tout de la théorie des fonctions analytiques mais qui a énoncé (le plus souvent sans démonstration) des théorèmes que, de nos jours, on ne sait démontrer... qu'avec les outils de la théorie des fonctions analytiques ! D'où l'extrême perplexité de Hardy à la réception des carnets de Ramanujan...

³⁴Steve Smale, "*Finding a horseshoe on the beaches of Rio*", Mathematical Intelligencer **20**, 39 (1998).

2.2 Exemples d'erreurs en Physique

Les physiciens ne sont pas en reste quand il s'agit de se tromper, d'autant plus que les postulats sur lesquels sont bâties les théories physiques sont souvent d'une nature que l'on peut dire anthropomorphique et introduisent des concepts souvent difficiles à définir dans l'absolu, l'énergie ou le *temps* par exemple. À ce dernier, que l'on a jusqu'à Einstein considéré comme un paramètre indépendant de l'observateur, on attribue une propriété parmi d'autres, l'uniformité, dont la plausibilité repose sur la négation de son contraire : pourquoi le temps ne le serait-il pas ? La révolution conceptuelle introduite par Einstein – la *relativité* du temps, au même titre que celle, banale et intuitive, des coordonnées d'espace – est elle aussi d'une immense fécondité et n'a pu se produire qu'après le résultat *néгатif* de l'expérience de Michelson et Morley visant à mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'hypothétique *Éther lumineux*. C'était une erreur de croire à l'existence de ce milieu aux propriétés extravagantes : Michelson et Morley ont en vain tenté de mettre en évidence le *vent d'Éther* et c'est Einstein qui a enfoncé le clou en montrant que l'on pouvait se passer de cette hypothèse³⁵.

Il vient d'être question de Michelson, qui a également laissé son nom à propos d'un problème qui suscitait depuis Fourier d'après discussions dans la communauté mathématique : la convergence des séries de Fourier, intensément étudiée notamment par Dirichlet³⁶ puis par Jordan³⁷. Michelson avait mis au point un analyseur de fréquence et, malgré le soin qu'il y apportait, restait perplexe devant la mauvaise représentation en harmoniques d'un signal carré, attribuant les anomalies constatées à un défaut de son appareillage. C'est finalement Gibbs³⁸ qui a montré la persistance d'un *overshoot* près d'un tel point de discontinuité³⁹ – appelé depuis *phénomène de Gibbs* –, venant illustrer sur un exemple à la fois simple et universel la très grande subtilité des propriétés de convergence des séries de Fourier.

Si les physiciens se trompent souvent, il convient parfois de rappeler l'histoire et de rectifier les légendes. On dit souvent que la découverte⁴⁰ de la radioactivité par Henri Becquerel a été *accidentelle*. Si elle le fut, il n'y a d'accident que dans les caprices du soleil durant la fin de l'hiver à Paris en 1896.

³⁵Tout comme Laplace, répondant paraît-il à Napoléon qui s'étonnait de ne pas trouver le nom de *Dieu* dans son traité de cosmologie.

³⁶Gustav Lejeune-Dirichlet, “*Sur la convergence des séries trigonométriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données*”, *Journal de Crelle* **4**, 157 (1829). Le *Journal de Crelle* est l'ancien nom (longtemps utilisé et parmi d'autres) du *Journal für die reine und angewandte Mathematik*.

³⁷Camille Jordan, “*Sur la série de Fourier*”, *C.R. Acad. Sci. Paris*, **92** (1881).

³⁸Josiah Willard Gibbs, “*Fourier Series*”, *Nature*, **59**, 200 et 606 (1899).

³⁹La justice exige de dire que c'est Henry Wilbraham qui, en 1848, a publié le premier article sur la question (“*On a certain periodic function*”, *Cambridge Dublin Math. J.*, **3**, 198 (1848)).

⁴⁰Henri Becquerel, “*Sur les radiations émises par phosphorescence*”, *C.R. Acad. Sci. Paris*, **122**, 420 (1896) ; “*Sur les radiations invisibles émises par les corps phosphorescents*”, *ibid.*, 501.

Pour une analyse de la découverte de Becquerel, voir : Jean-Louis Basdevant, “*Henri Becquerel : Découverte de la radioactivité*”, disponible à bibnum.education.fr.

À cette époque, Becquerel étudiait certains composés de l'uranium, déjà connus pour émettre un rayonnement dont on se demandait quelle était la parenté avec les rayons X découverts eux par Röntgen l'année précédente⁴¹ et qui semblaient toujours accompagner la luminescence de certains corps provoquée par l'illumination au soleil (*"Pour qu'un corps devienne luminescent, on doit l'exposer à la lumière"*). Parmi les questions que posait ce rayonnement encore très mystérieux (rayons X ou pas ?), l'une d'entre elles était de savoir si l'émission – dont on savait qu'elle impressionnait des plaques photo – n'avait effectivement lieu qu'*après* exposition à la lumière solaire des sels uraniques dont disposait Becquerel et qu'il avait justement choisis pour leurs belles propriétés de luminescence.

Lorsque Becquerel voulut faire des expériences (26 et 27 février 1896), il se trouva que le temps était couvert à Paris, et il rangea soigneusement ses échantillons dans un tiroir de son bureau. Le 1^{er} mars, le soleil ne s'étant toujours pas montré, Becquerel eut l'idée géniale de développer néanmoins ses plaques photographiques, s'attendant à trouver une image très faible. Et là, ô surprise, les images étaient fort contrastées ! La brèche était ouverte ; rapidement il nota que le rayonnement persistait au-delà du 1/100^e de seconde, échelle caractéristique de l'extinction de la phosphorescence⁴². Puis, choisissant cette fois des composés d'uranium *non-luminescents*, il réussit à montrer que ceux-ci émettent également ce mystérieux rayonnement et en arriva à la conclusion qu'il s'agit là⁴³ d'*"un phénomène d'un ordre nouveau"*. On peut donc affirmer que la découverte n'eut rien d'accidentel, tout juste peut-on dire que si le soleil avait été moins capricieux, l'erreur de croire indispensable l'exposition aurait seulement été corrigée quelque temps plus tard...

Quoi qu'il en soit, Becquerel ne croyait sans doute pas si bien dire, à une époque qui allait connaître la révolution quantique, au moins dans ses premiers balbutiements, provoquant inévitablement le scepticisme et la suspicion quand ce n'était pas de très vives discussions. *"Tout ceci est absurde, les équations de Maxwell sont vraies en toute circonstance !"*. Ainsi s'exprima la colère de Max von Laue à l'encontre des cercles de Bohr sur lesquels, d'après ce dernier⁴⁴, l'électron tourne mais ne rayonne pas. Bohr s'était-il trompé ? Il faut se souvenir qu'à l'époque les physiciens étaient coincés entre le marteau et l'enclume. D'une part Bohr proposait un modèle levant le voile sur l'énigme des spectres de raies atomiques, d'autre part régnait en maître l'Électromagnétisme de Maxwell d'après lequel toute charge accélérée rayonne, avec pour conséquence que l'atome planétaire ne pouvait exister en tant que système *stable*.

⁴¹Wilhelm Röntgen, *"Über eine neue Art von Strahlen"*, Sitzungsberichte der Würzburger Physik.-Medic.-Gesellschaft. 1898, 28 décembre 1895.

⁴²S'agissant de luminescence, il est d'usage de distinguer la *fluorescence* (très rapide, le milliardième de seconde ou moins) de la *phosphorescence*, dont l'échelle de temps est beaucoup plus longue (un centième de seconde ou plus).

⁴³*"We were thus faced with a spontaneous phenomenon of a new order."*, Henri Becquerel, Lecture Nobel, 11 décembre 1903.

⁴⁴Niels Bohr, *"On the Constitution of Atoms and Molecules, Part I"*, Phil. Mag., **26**, 1 (1913) ; *"On the Constitution of Atoms and Molecules, Part II : Systems Containing Only a Single Nucleus"*, Phil. Mag., **26**, 476 (1913).

Au-delà de la métaphore du forgeron, le vrai problème était qu'à l'époque la Physique allait de catastrophe en catastrophe, accumulant les incapacités à expliquer les faits et s'engluant dans des contradictions internes, autant de symptômes d'erreurs fondamentales ébranlant les concepts pour les fissurer l'un après l'autre avant de vaines tentatives de consolidation. N'oublions pas les mots de Planck estimant que la Physique devait être sauvée à *tout prix* y compris par un acte de *désespoir* (se résigner à la quantification des échanges d'énergie).

Le fait est que la Physique connut alors une décennie de contorsions intellectuelles où les succès alternèrent avec les échecs. Si Sommerfeld put obtenir, par un admirable calcul relativiste dans le cadre du modèle de Bohr, une explication *quantitative* du doublet H_α de l'hydrogène, d'autres faits restaient inexplicables, l'effet Zeeman anormal par exemple. Ce bouillonnement intellectuel a brassé des idées erronées, venant principalement du fait que l'on extrapolait à l'"infiniment petit" des concepts validés sur une autre échelle et ayant acquis le statut de dogme – l'existence d'une *trajectoire* pour tout objet, quelle que soit sa taille étant sans doute le plus robuste. Il faudra attendre Heisenberg et son article fondateur⁴⁵ pour que la révolution se mette vraiment en marche.

On connaît la suite : une déferlante d'articles prodigieux en l'espace de quelques années pour construire une théorie bouleversant tous les concepts classiques et porteuse de mystères que l'on ne comprend pas tous aujourd'hui, mais qui fournit une explication du monde à toutes les échelles observables⁴⁶ avec de surcroît une *précision* jamais atteinte nulle part ailleurs.

Durant ces années extraordinaires se produisit notamment l'émergence de la notion de *spin*⁴⁷ qui est un nouvel exemple de conceptions erronées débouchant sur une vérité irréfutable. L'histoire peut être résumée comme suit. Il s'agissait cette fois d'expliquer le doublet D_α du sodium (deux raies très proches, à 5 890 et 5 896 Å). Pour cela, Uhlenbeck et Goudsmit⁴⁸, reprenant une idée de Kronig, imaginèrent que l'électron est une petite bille de rayon *fini* tournant sur elle-même (*spinning electron*), possédant *ipso facto*, parce qu'elle est chargée électriquement, un moment magnétique $\vec{\mu}$. Comme l'électron orbite autour du noyau positif, il "voit" une boucle de courant produisant un champ magnétique \vec{B} : l'interaction de ce champ avec $\vec{\mu}$ introduit un couplage du genre $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ qui modifie les niveaux de l'atome et donc, compte tenu de la règle de Bohr $E_n - E_m = h\nu$, donne effectivement lieu à *deux* raies, qui restent toutefois très voisines en raison de la petitesse des interactions magnétiques, d'où le doublet finalement observé.

⁴⁵Werner Heisenberg, "Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen", Zeitschrift für Physik, **33**, 879 (1925). La lecture de l'*abstract* est tout particulièrement édifiante puisque Heisenberg, du bout des lèvres, évoque la possibilité de jamais pouvoir observer la trajectoire de l'électron autour du noyau.

⁴⁶Voir Elliott H. Lieb et Robert Seiringer, *The stability of matter in Quantum mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).

⁴⁷Sur l'histoire du *spin*, une incontournable référence est le livre de Sin-itiro Tomonaga, *The story of Spin* (University of Chicago Press, 1998).

⁴⁸George Eugene Uhlenbeck et Samuel Abraham Goudsmit, "Spinning Electrons and the Structure of Spectra", Nature, **117**, 264 (1926)

À l'époque, Pauli était la référence incontournable, et émit de sévères critiques au point que Uhlenbeck et Goudsmit, ayant déjà envoyé leur article pour publication, voulurent le retirer. Trop tard, les rotatives tournaient... L'image de la petite bille en rotation ne tient pas la route, en effet, pour plusieurs raisons, l'une d'entre elles étant qu'un *électronien* vivant à l'équateur de l'électron aurait une vitesse linéaire égale à plus d'une centaine de fois celle de la lumière ! Ce fut Pauli qui, écartant avec vigueur l'image d'un point qui tourne sur lui-même⁴⁹, se mit au travail une fois encore et montra que le *spin* est l'expression d'une symétrie subtile trouvée longtemps auparavant par Élie Cartan⁵⁰ (en 1913, l'année du modèle de Bohr !), lequel n'était nullement soucieux du doublet du sodium : pour Cartan, la question était l'étude des représentations de dimension *paire* du groupe des rotations... Sans nul doute ignorants du travail de Cartan, les physiciens ont phosphoré durant presque une décennie pour expliquer les faits expérimentaux, allant d'hypothèse en hypothèse. L'image fautive de Uhlenbeck et Goudsmit eut sans doute involontairement l'allure d'une provocation aux yeux de ce diable de Pauli, mais c'est elle qui excita l'insatiable curiosité de ce dernier, lui permettant d'ouvrir la bonne voie avant que Ehrenfest et van der Waerden reconnaissent dans cette découverte les objets qu'avait formalisés Cartan, inventant⁵¹ à l'occasion le terme de *spineur*.

Si la route vers les *spineurs* a été sinueuse, il en va de même des premières tentatives d'élaboration de la version relativiste de la Théorie quantique. S'en tenant au sujet en discussion, on se doit de raconter l'histoire de l'équation de Dirac, nouveau bel exemple d'une avancée spectaculaire aux succès retentissants mais qui a finalement conduit à une impasse dont le *désespoir* d'en sortir a permis de faire des pas de géant : pouvoir édifier la Théorie quantique des champs, ni plus ni moins !

Suivant une démarche à l'élégance rare dont il ne s'est jamais départi, Dirac a trouvé⁵² en 1928 une équation susceptible de décrire la dynamique quantique et relativiste d'un électron. Les premiers succès de cette équation peuvent se mesurer au fait qu'elle donne avec une très grande précision le spectre de l'atome d'hydrogène, y compris la structure fine⁵³ à l'origine du doublet H_α et que, de surcroît, le spin de l'électron y apparaît spontanément⁵⁴, sans aucune hypothèse *ad hoc*. Très vite cependant, il apparut que cette équation possédait aussi de drôles de solutions, d'énergie négative (inférieure à $-mc^2$), dont l'existence était

⁴⁹Était-il persuadé que l'électron est une particule *élémentaire* ? Peut-être, en tout cas un point qui tourne sur lui-même, cela n'a pas de sens !

⁵⁰Élie Cartan, "*Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane*", Bulletin de la S.M.F., **41**, 53 (1913) (<http://www.numdam.org/item?id=BSMF191341531>)

⁵¹Tout au long de leur correspondance, Einstein et Michele Besso emploient systématiquement le terme *demi-vecteur*.

⁵²Paul Adrien Maurice Dirac, "*The Quantum theory of electron I*", Proc. Roy. Soc. London **A117**, 610 (1928) ; "*The Quantum theory of electron II*", *ibid.* **A118**, 351 (1928).

⁵³Ce n'est que beaucoup plus tard (1947) que Lamb et Retherford mirent en évidence des écarts encore plus fins par rapport aux prévisions théoriques, confirmant ainsi celles de l'Électrodynamique quantique élaborée entre-temps une fois les physiciens sortis de l'impasse où les avait conduits... l'équation de Dirac !

⁵⁴d'où la croyance, éphémère, que le spin est d'*origine relativiste*.

plus que problématique. Devant cette difficulté, Dirac proposa une interprétation à la fois élégante (comme toujours) mais incohérente : il imagina que toutes les solutions d'énergie négative étaient occupées par des particules⁵⁵ en nombre *infini*, constituant ce que l'on appelle depuis la *mer de Dirac*. L'incohérence vient du fait que partant délibérément d'une théorie à *une* particule, on est contraint *in fine* d'en introduire une infinité... Toutefois, laissant de côté cette nouvelle difficulté mais stimulé par elle, Dirac en vint à prédire⁵⁶ en 1931 l'existence d'une nouvelle particule, identique en tous points à l'électron au signe près de sa charge, le *positron*. Quelques mois plus tard, Anderson, grâce à une astuce aussi simple que géniale, mettait expérimentalement en évidence⁵⁷ la particule prévue théoriquement par Dirac selon un raisonnement dont la fragilité était plus que manifeste. La fécondité de l'erreur de Dirac est à la fois stupéfiante et fascinante...

Surtout, l'histoire ne s'arrête pas là : le génie de Dirac ne pouvait ignorer que son interprétation portait ses propres contradictions, que nul ne put alors éliminer. À ce stade, les physiciens étaient dans une totale impasse, d'où l'on ne pouvait sortir qu'en faisant carrément demi-tour. C'est ce que firent Breit, Wigner et bien d'autres à leur suite, dont les efforts aboutirent à la Théorie quantique des champs qui, aujourd'hui et sous ses différentes applications, est certainement l'une des plus belles constructions théoriques qui soient quand on la jauge à ses succès qualitatifs et également quantitatifs⁵⁸.

Plus récemment, on peut enfin citer le cas des supraconducteurs à haute température critique T_C découverts depuis 1986. Selon le *dogme* de la théorie BCS standard, la température critique ne peut excéder une dizaine de degrés Kelvin, car ce sont justement les agents irremplaçables (les phonons) qui viennent d'eux-mêmes limiter T_C à de très faibles valeurs. Et pourtant ces *supras* existent... Alors, BCS ou nouvelle théorie ? Il est encore trop tôt pour le dire, le débat n'est pas vraiment clos... Une chose est sûre : à défaut de vrais progrès théoriques, l'effervescence que cette découverte a provoquée a conduit au développement de nouveaux matériaux, sans parler de la course au record à la plus haute température critique, laquelle s'établit aujourd'hui à environ 150K, très au-dessus de l'azote liquide.

⁵⁵Dirac fait aussi l'hypothèse que ce sont des *fermions* : une fois la mer pleine, on ne peut plus y ajouter quoi que ce soit.

⁵⁶Paul Adrien Maurice Dirac, "*Quantised singularities in the Electromagnetic Field*", Proc. Roy. Soc., **A133**, 60 (1931).

⁵⁷Carl David Anderson, "*The Positive Electron*", Phys. Rev. **43**, 491 (1933).

⁵⁸Rappelons que l'anomalie de l'électron $a_e \stackrel{\text{d'ef}}{=} \frac{1}{2}(g_e - 2)$ est décrite avec une *invraisemblable* précision, les valeurs expérimentale et théorique étant respectivement :

$$a_e^{(\text{exp})} = 0.001\,159\,652\,181\,11 \quad , \quad a_e^{(\text{th})} = 0.001\,159\,652\,182\,79 \quad \dots$$

3 Sérendipité ou pas ?

Le terme *sérendipité* a une signification quelque peu variable selon les auteurs, qu'ils soient psychologues, chimistes, philosophes, ethnographes,... Il existe même une classification (variable elle aussi) la subdivisant en plusieurs types ou catégories. Laissant ces subtilités aux experts et aux philologues, on s'en tiendra ici à une acception où l'on désigne une découverte ayant un caractère fortuit au sens où le hasard s'en est mêlé (Becquerel ?), ou bien lorsque la recherche d'un effet précis a conduit à la mise en évidence d'un tout autre phénomène. On en connaît maints exemples : le four à micro-ondes, "découvert" par Percy Spencer qui avait mis son sandwich près d'un magnétron utilisé dans ses recherches sur le radar (ou une barre de chocolat dans sa poche ? Les récits diffèrent...), le stylo à bille après que Bíró eut observé des enfants jouant aux billes et la trace qu'elles laissaient dans une flaque d'eau, le *Post-It*[®] (essai "raté" de colle surpuissante), le Velcro[®] (inventé par Georges de Mestral revenant d'une promenade et peinant à débarrasser ses vêtements – ou les poils de son chien, ici encore les récits divergent – de fleurs de bardane).

Ces exemples sont quelque peu anecdotiques et surtout représentatifs de découvertes *stériles*, au même titre que les théorèmes *stériles* distingués par Dieudonné (voir note 30). À l'opposé, le développement de la recherche regorge d'exemples où des questions fondamentales ont ouvert la voie vers la mise en évidence de phénomènes inattendus, ou à des applications que nul n'avait prévues, parfois parce qu'elles étaient tout simplement *inconcevables*.

À commencer par les effets désastreux de la radioactivité sur les tissus vivants : Becquerel, ayant mis dans sa poche un échantillon d'uranium, constata au bout de quelques jours une nécrose localisée de sa peau. Il en parla à Pierre Curie qui s'empessa de faire de même, ainsi que Marie Curie et leurs collaborateurs, remplaçant aussi l'uranium par du radium ; tous observèrent des affections du même type, levant ainsi le voile sur la nocivité de ces rayonnements dont l'étude en était à ses premiers balbutiements.

Lorsque, à la suite des travaux de Kastler et Brossel sur le pompage optique, Townes⁵⁹ mit au point le *maser* (bientôt suivi de son cousin le *laser*), il ne pouvait sûrement pas imaginer les innombrables applications qui verraient le jour en quelques décennies sur les plans civil et militaire, et touchant presque tous les domaines où la précision s'impose : métrologie, traitements médicaux (ophtalmologie, stomatologie,...), procédés industriels (découpe, purification,...) et opérations militaires pudiquement dites "chirurgicales". Ceci, sans parler des applications où la *puissance* est requise puisque le laser permet de focaliser une grande puissance sur une très petite surface, la fusion par laser n'étant qu'un exemple, et celles où une grande quantité d'information doit être traitée sans risque d'altération ou de parasites (télécommunications, codage – de la musique

⁵⁹J. Gordon, H. Zeiger, C. Townes, "The Maser – New Type of Microwave Amplifier, Frequency Standard, and Spectrometer", Phys. Rev., **99**, 1264 (1955).

par exemple, d'où le CD audio, parfait certes, mais qui ne fait pas oublier la chaleur du vinyle).

Si l'on avait dit à Albert Fert, lorsqu'il découvrit la magnétorésistance géante⁶⁰ en 1988, que l'on mettrait bientôt dans une boîte d'allumettes une mémoire de masse qui n'aurait pas tenu dans un hangar du temps de l'opération Manhattan, qu'aurait-il pensé ? Pourtant, aujourd'hui, nos incroyables disques durs fonctionnent grâce à l'inventivité, l'adresse et le talent de quelques physiciens curieux de comprendre la *nature des choses*, nullement d'être les acteurs involontaires d'une révolution technologique.

La sérendipité ne s'illustre pas seulement quand il s'agit de développements productifs au sens usuel : elle peut concerner également les activités de *service* où la matérialité du produit est en un sens *virtuelle*, notamment là où la notion de secret, ou de confidentialité, est au cœur de l'entreprise. À ce sujet, il est difficile d'imaginer un exemple de sérendipité plus spectaculaire que la cryptographie quantique : en écrivant dans son article fondateur (voir note 45) "*Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen*"⁶¹, Heisenberg ne pouvait une seconde entrevoir le fait que, des décennies après, sa théorie allait autoriser des banquiers suisses à promettre à leurs clients le secret bancaire absolu grâce à la cryptographie quantique ! C'est aujourd'hui pourtant une réalité, notamment grâce aux développements pratiques de scénarios théoriques conçus par Bennett et Brassard⁶² et Ekert⁶³.

On aura noté, dans cet inventaire par l'exemple ne visant évidemment pas à l'exhaustivité, le rôle central joué par la théorie quantique. Et encore, l'énumération proposée ci-dessus a passé sous silence d'autres applications stupéfiantes de cette théorie, toutes hors de l'imagination humaine de ses pères-fondateurs malgré leur génie et leur audace intellectuelle. L'une d'entre elles – l'ordinateur quantique – était d'ailleurs *inconcevable* au sens strict à une époque où l'ordinateur (classique) n'existait pas encore⁶⁴.

À la réflexion, la théorie quantique est à la fois si mystérieuse et si puissante que nul ne devrait imaginer que l'on en a déjà exploité et épuisé toutes les richesses et que l'ère des surprises est révolue. Par exemple, les développements

⁶⁰M. N. Baibich, J. M. Broto, A. Fert, F. Nguyen Van Dau, F. Petroff, P. Etienne, G. Creuzet, A. Friederich, et J. Chazelas, "*Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices*", Phys. Rev. Lett., **61**, 2472 (1988).

⁶¹"*On sait qu'il existe une objection de poids à l'encontre des règles formelles généralement utilisées dans la théorie des Quanta pour le calcul des grandeurs observables*".

Merci à Claire Aslangul-Rallo pour sa traduction !

⁶²Charles H. Bennett et Gilles Brassard, "*Quantum Cryptography : Public Key Distribution and Coin Tossing*", Proceedings of IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, Bangalore India, December 1984, 175-179.

⁶³Artur K. Ekert, "*Quantum Cryptography Based on Bell's Theorem*", Phys. Rev. Lett. **67**, 661 (1991).

⁶⁴Si l'on accepte de laisser de côté le métier Jacquard qui, lui aussi, était programmable avec des cartes perforées...

concernant les atomes froids durant ces 30 dernières années montrent bien comment la Physique atomique, discipline que d'aucuns voyaient essoufflée dans les années '60, a rebondi de façon extraordinaire grâce à l'intelligence, le talent et la clairvoyance de physiciens hors du commun comme Claude Cohen-Tannoudji, Serge Haroche et Alain Aspect (que l'on me pardonne mon chauvinisme !). Les progrès réalisés ne sont certes pas le fruit du hasard ou d'une heureuse et fortuite conjoncture, il n'y a là nulle trace de sérendipité, mais une chose est sûre : aucun d'entre eux n'aurait pu survenir en conséquence d'une direction technocratique de la recherche, aux mains d'"experts" prônant le *pilotage par l'aval* au nom du sacro-saint principe de la bonne utilisation des deniers publics. Cette fois, l'attribution de moyens humains et matériels sur des considérations d'inspiration comptable – voire de *mode* – n'est pas une erreur, c'est une *faute*, dont la rectification peut relever de l'impossible si elle a eu d'irréversibles conséquences, comme la disparition d'une formation supérieure exigeante et sans concession ou la rupture du relais entre générations chargées de transmettre et développer les vrais savoirs.

Pour terminer, que l'on me permette de reprendre, sans commentaire, la conclusion de Serge Haroche à la fin de sa conférence l'année dernière, après qu'il eut montré comment la plupart des appareils que nous avons aujourd'hui dans notre poche sont les fruits de la recherche fondamentale guidée par la seule intelligence de ceux qui la *font* – et non sur les injonctions d'experts désignés, après réflexion commune par téléconférence dans les bureaux feutrés d'un ministère ou de la Communauté européenne : pour faire de la bonne Physique, il faut "*du temps, de la confiance et de l'argent*".