



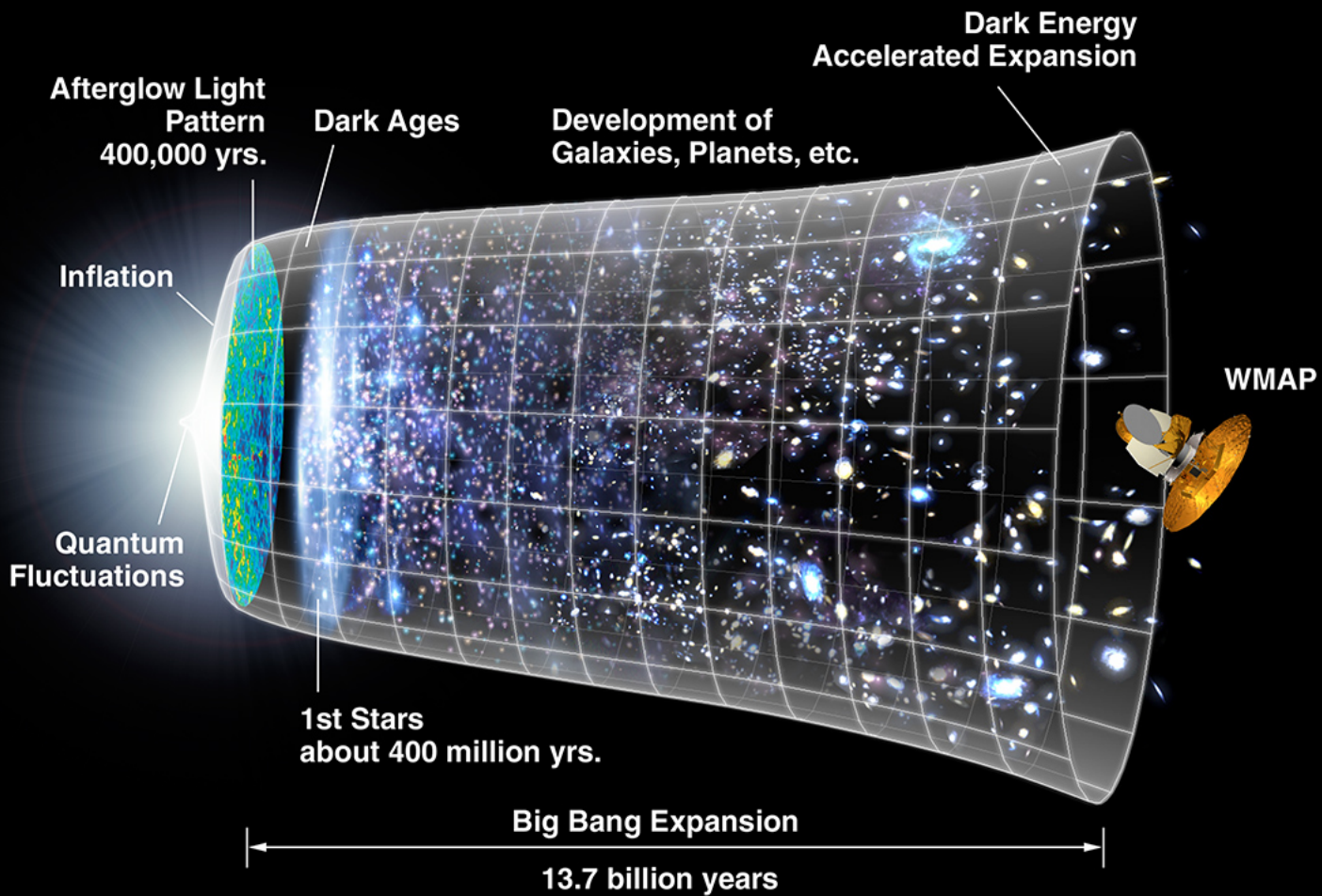
Dynamique non-linéaire de la production de fermions après l'inflation

Journées Jeunes Chercheurs 2008

Saint-Flour

Alexandre Giraud (giraud@apc.univ-paris7.fr)

AstroParticule et Cosmologie – U. Paris 7 - Denis Diderot



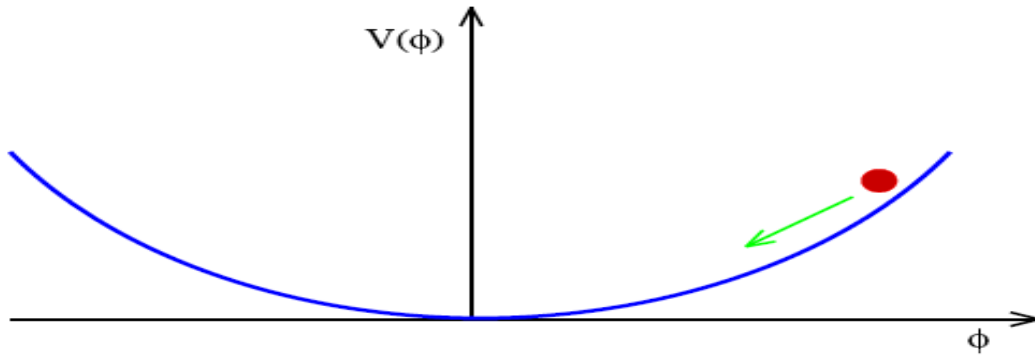
Décrire l'inflation

- Facteur d'échelle $a(t)$. Si $\ddot{a}(t) > 0$ expansion accélérée : Inflation

- Champ Scalaire : Inflaton $\phi(t)$, $V(\phi) = \frac{1}{2}M^2\phi^2$

- Dynamique : $\ddot{\phi}(t) + 3H\dot{\phi}(t) + M^2\phi(t) = 0$, $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$, $H^2 = \frac{8\pi G}{6}(\dot{\phi}^2 + M^2\phi^2)$

- « slow-roll » $H\dot{\phi} \gg M^2\phi \Rightarrow \ddot{\phi}$ négligeable $\phi \sim cte \Rightarrow H \sim cte$
 $\Rightarrow a \sim e^{Ht}$: Inflation

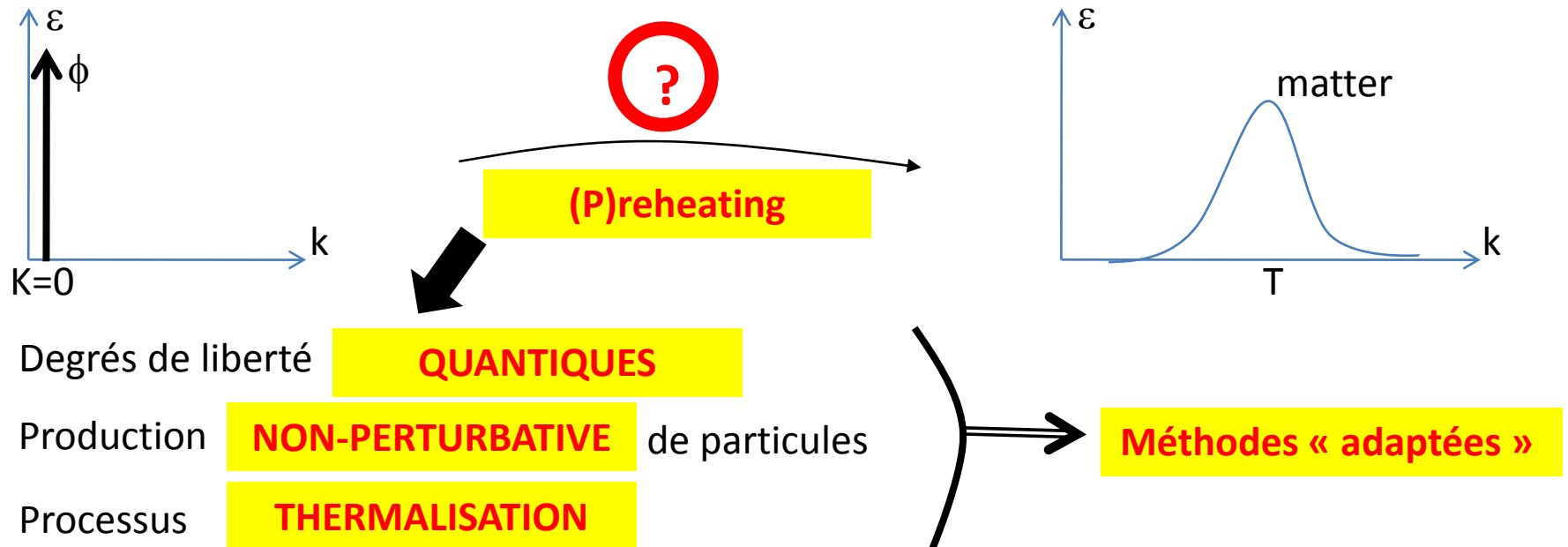


- Fin de l'inflation : $H\dot{\phi} \sim M^2\phi$

- (p)Reheating : $H\dot{\phi} \ll M^2\phi$ $\ddot{\phi}(t) + M^2\phi(t) = 0$, $\phi(t) \sim \sin(Mt)$

Décrire le (p)reheating

- Deux champs couplés : **Inflaton** (ϕ , M , $s = 0$) et **matière** (ψ , m , $s = \frac{1}{2}$)
- Conditions initiales : L'inflaton domine l'énergie, Univers vide de particule



- Le but : Etudier rôle des interactions entre fermions dans la dynamique de la production de particules.
- On se limite alors à l'approximation la plus simple incluant les collisions fermions-fermions

Modèle sans fermions

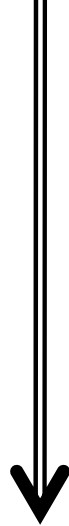
$$S[\varphi] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

Modèle sans fermions

$$S[\phi] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

Equation du mouvement : $\delta \dots = 0$

$G(x,y)$: propagateur du scalaire



Modèle sans fermions

$$S[\phi] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

Equation du mouvement : $\delta \dots = 0$

$G(x,y)$: propagateur du scalaire

$$\left[\partial_{x^0}^2 + M^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} + \frac{\lambda}{2} G(x,x) \right] \phi(x) = 0$$

$$\left[\square_x + M^2 + \frac{\lambda \phi^2}{2} + \frac{\lambda}{2} G(x,x) \right] G(x,y) = 0$$

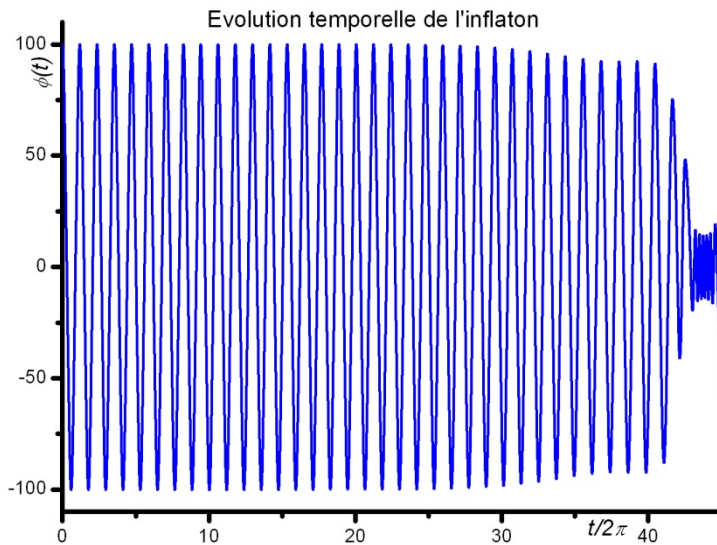
Différents régimes

Régime linéaire (équation de Lamé)

Fluctuations \ll champs classique

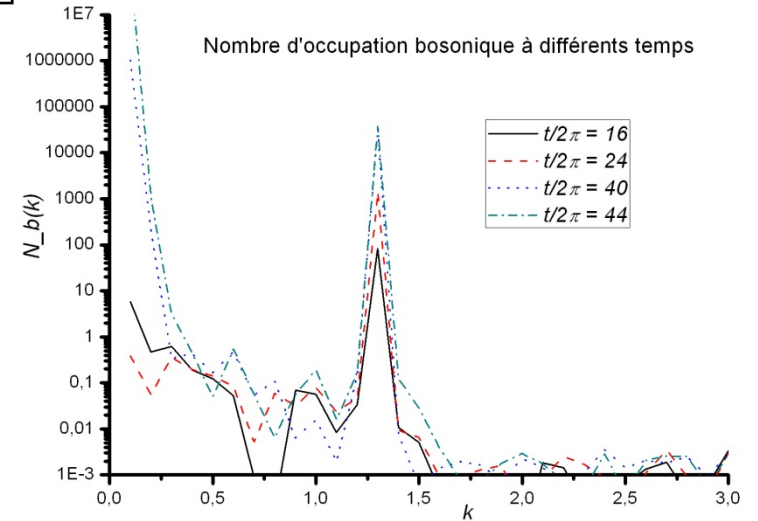
\Rightarrow Résonance

\Rightarrow Croissance exponentielle du Nb d'occupation



$$\left[\partial_{x^0}^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} \right] \phi(x) = 0$$

$$\left[\square_x + \frac{\lambda \phi^2}{2} \right] G(x, y) = 0$$



Régime Non-linéaire

Fluctuations \sim champs classique

\Rightarrow Résonance paramétrique brisée

\Rightarrow Nb d'occupation arrête de croître

$$\left[\partial_{x^0}^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] \phi(x) = 0$$

$$\left[\square_x + \frac{\lambda \phi^2}{2} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] G(x, y) = 0$$

Modèle avec fermions

$$S[\varphi, \bar{\psi}, \psi] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 + \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi - g \phi \bar{\psi} \psi$$

Modèle avec fermions

$$S[\varphi, \bar{\psi}, \psi] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 + \bar{\psi} (i \not{\partial} - m) \psi - g \phi \bar{\psi} \psi$$

Equation du mouvement : $\delta \dots = 0$

$G(x, y)$: propagateur du scalaire
 $D(x, y)$: propagateur du fermion

Source

$$\left[\partial_{x^0}^2 + M^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] \phi(x) = J(D)$$

$$\left[\square_x + M^2 + \frac{\lambda \phi^2}{2} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] G(x, y) = \int_c dz \Pi(x, z) G(z, y)$$

$$\left[i \not{\partial}_x + m + g \phi(x) \right]_{\alpha\gamma} D_{\gamma\beta}(x, y) = \int_c dz \Sigma_{\alpha\gamma}(x, z) D_{\gamma\beta}(z, y)$$

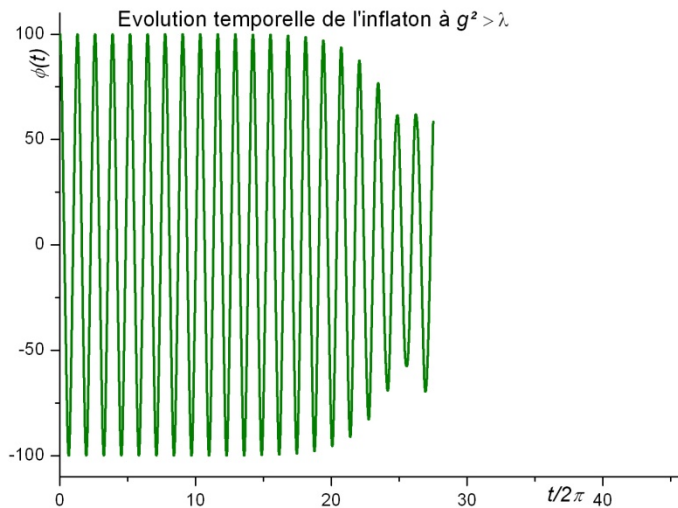
Self-énergie : contient les approximations de la théorie

Quand on néglige les collisions

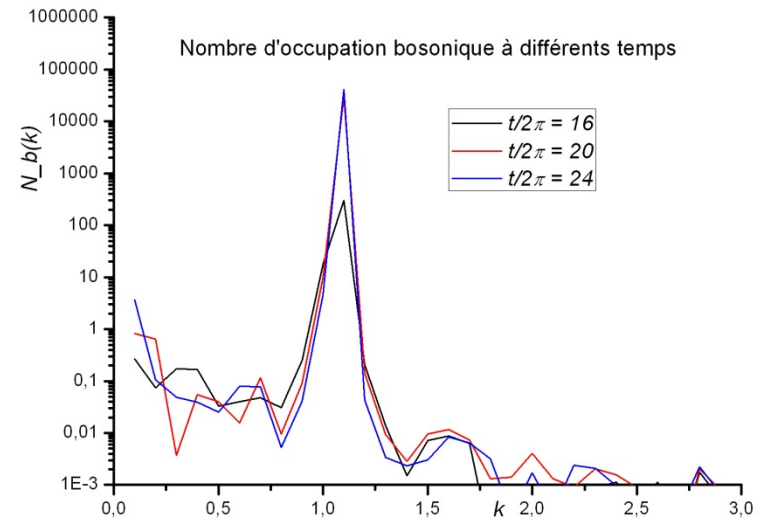
$$\left[\partial_{x^0}^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] \phi(x) = J(D)$$

$$\left[\square_x + \frac{\lambda \phi^2}{2} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] G(x, y) = 0$$

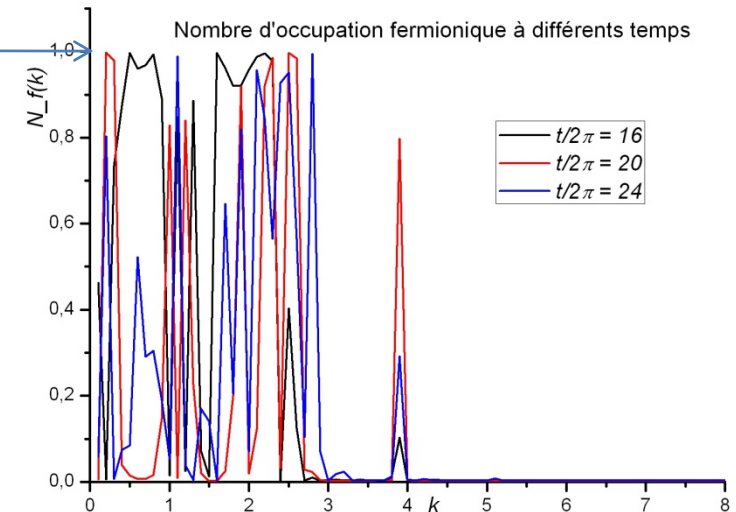
$$\left[i \not{\partial}_x + g \phi(x) \right]_{\alpha\gamma} D_{\gamma\beta}(x, y) = 0$$



- ⇒ Back-reaction des fermions sur le champ
- ⇒ Conséquences sur la production des bosons



Pauli blocus



...et si on en tient compte ???

$$\left[\partial_{x^0}^2 + \frac{\lambda \phi^2}{6} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] \phi(x) = J(D)$$

$$\left[\square_x + \frac{\lambda \phi^2}{2} + \frac{\lambda}{2} G(x, x) \right] G(x, y) = \int_c dz \Pi(x, z) G(z, y)$$

$$\left[i \not{\partial}_x + g \phi(x) \right]_{\alpha\gamma} D_{\gamma\beta}(x, y) = \int_c dz \Sigma_{\alpha\gamma}(x, z) D_{\gamma\beta}(z, y)$$

- Méthodes numériques indispensables

- Grosses contraintes techniques sur nos paramètres

- **RENORMALISATION d'un problème à conditions initiales**

⇒ Effets sur la production des fermions, des bosons?

⇒ Cruciales pour thermalisation du système

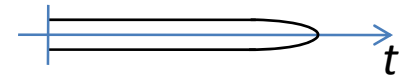
Conclusion

- L'inflation explique bien certains points mais ...
- Il existe des modèles qui produisent de la matière à la fin de l'inflation
- On comprend la production de particules scalaires
- On comprend assez mal la production de fermions
- On ne connaît rien sur la thermalisation de nos fermions créés

Modèle

$$S[\phi, \bar{\psi}_i, \psi_j] = \int_x \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4 + \bar{\psi}_i (i \not{\partial} - m) \psi_i - \frac{g}{\sqrt{N}} \phi \bar{\psi}_i \psi_i$$

TQC HORS-EQUILIBRE → Action effective 2PI sur un contour en temps fermé



Action classique

Propagateurs classiques

$$\Gamma[\phi, G, D] = S[\phi, 0, 0] + \frac{i}{2} \text{Tr} \left(G_0^{-1} G \right) + \frac{i}{2} \text{Tr} \text{Ln} G^{-1} - i \text{Tr} \left(D_0^{-1} D \right) - i \text{Tr} \text{Ln} D^{-1} +$$

$$+ \Gamma_2[\phi, G, D]$$

Propagateurs complets

↑ Contient toutes les approximations de la théorie

Equations du mouvement

Stationary Condition : $\delta\Gamma = 0$

Inflaton : $\frac{\delta\Gamma}{\delta\phi} = 0 \Leftrightarrow \left[\partial_{x^0}^2 + M^2(\phi, G) \right] \phi = J(G, D)$

Source

Propagateurs (Schwinger-Dyson) : $\frac{\delta\Gamma}{\delta X} = 0 \Leftrightarrow X^{-1} = X_0^{-1} - \Sigma$

Self-énergie : $\sim \frac{\delta\Gamma_2}{\delta X}$

APPROX : 1/N à l'ordre NLO

$$\Gamma_2[\phi, G, D] = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{countretermes de la renormalisation}$$

Diagram 1: Two dashed circles connected by a vertical line. Labeled $\sim \lambda$.

Diagram 2: A circle with a horizontal dashed line through its center. Labeled $\sim g^2/N$.

Red arrows labeled G and D point to the diagrams.

Conditions Initiales : Champ classique dominant toute l' énergie et Univers vide de particules

Renormalisation

Nécessaire pour la stabilité du système

Nombres d'occupation non-perturbatif : Méthodes de renormalisation spécifiques, élaborée, récentes mais connues

Equations hors-équilibre : Méthodes en cours de développement [*U. Reinosa & Sz. Borsanyi*]

Conditions initiales : Etat stationnaire pour conserver la stabilité du système : « Initial-value-problème »

Symétries

Imposés dans les Equations du mouvement

Homogénéité de l'espace : dépendance uniquement de la différence de position : Traitement dans l'espace de Fourier

Isotropie : Les propagateurs ne dépendent que du module du vecteur d'onde

Parité et Conjugaison de Charge : Informations sur certaines composantes des propagateurs (ex. réel symétrique, composante pseudo-vectorielle nulle ...)