

L'infiniment grand

Yannick Mellier

Institut d'Astrophysique de Paris

L'infiniment grand

l'Univers de la cosmologie moderne

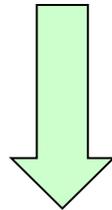
Yannick Mellier

Institut d'Astrophysique de Paris

III. Modèles d'Univers

Modèles standards d'Univers: Les ingrédients

- Une théorie de la gravitation: la relativité générale
- Le Principe Cosmologique
- Des équations d'état caractérisant les composantes de l'Univers

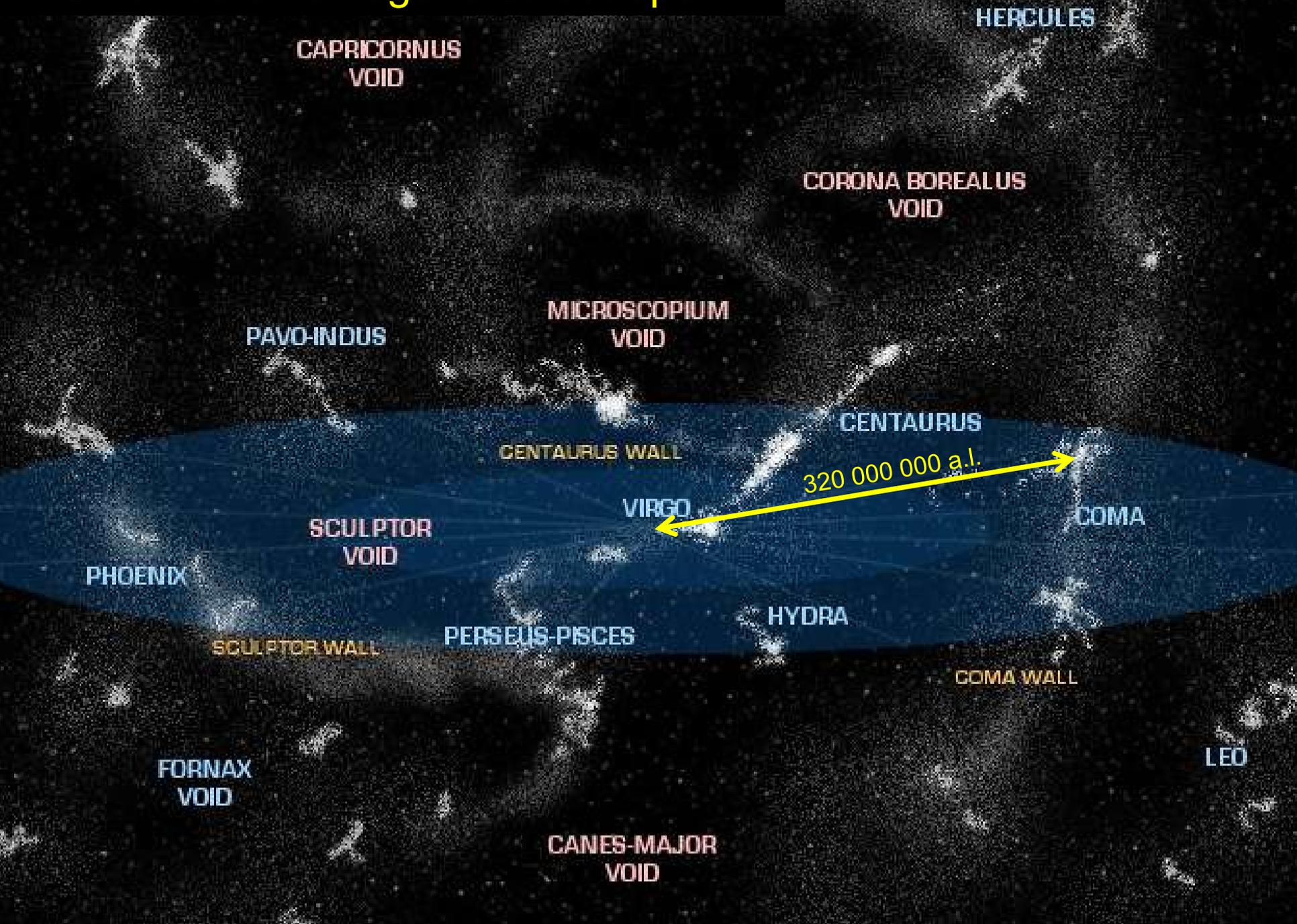


Modèles d'univers de Friedmann

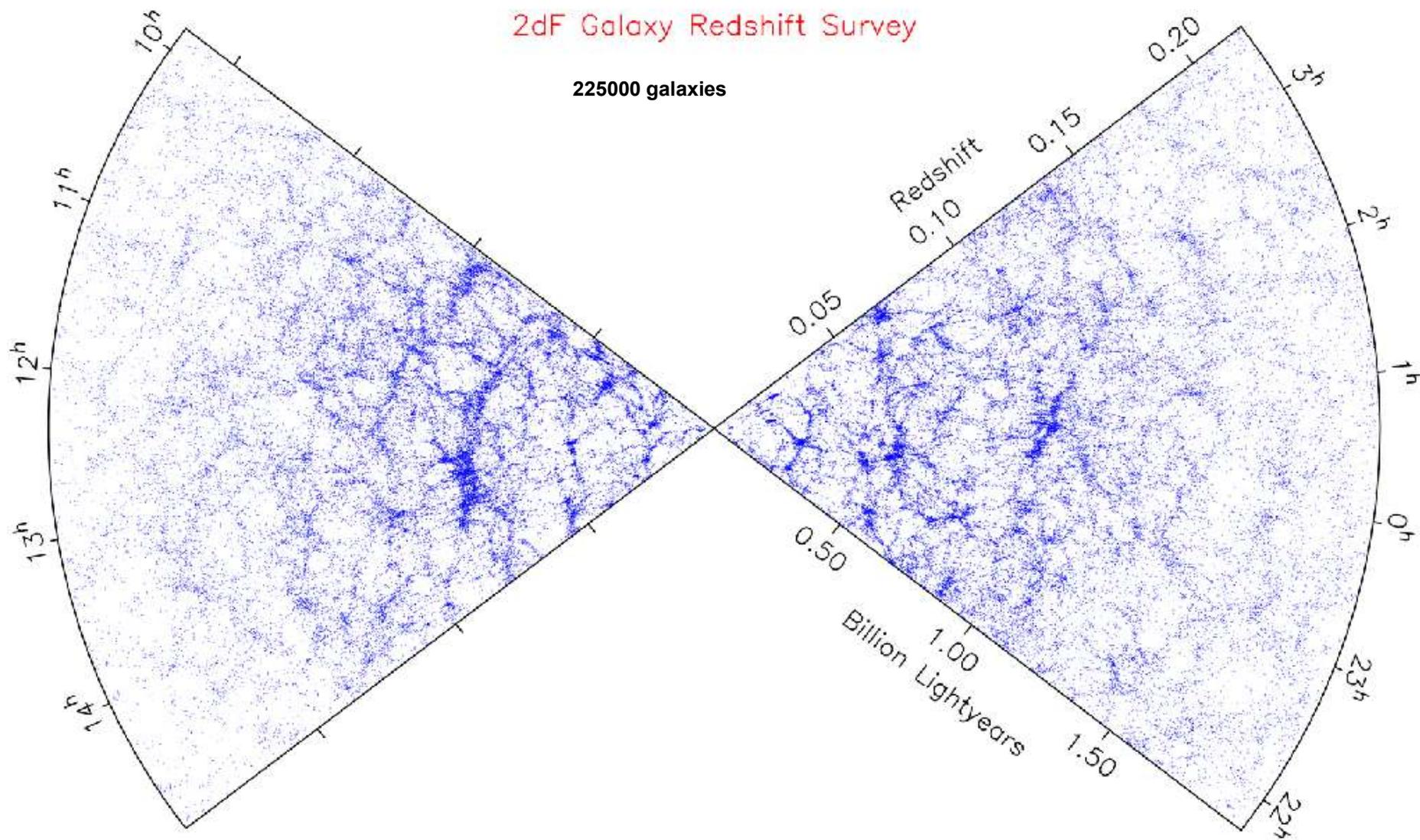
Le principe cosmologique

L'Univers est homogène et isotrope
et conserve cette propriété au cours
du temps...

Un univers homogène et isotrope?



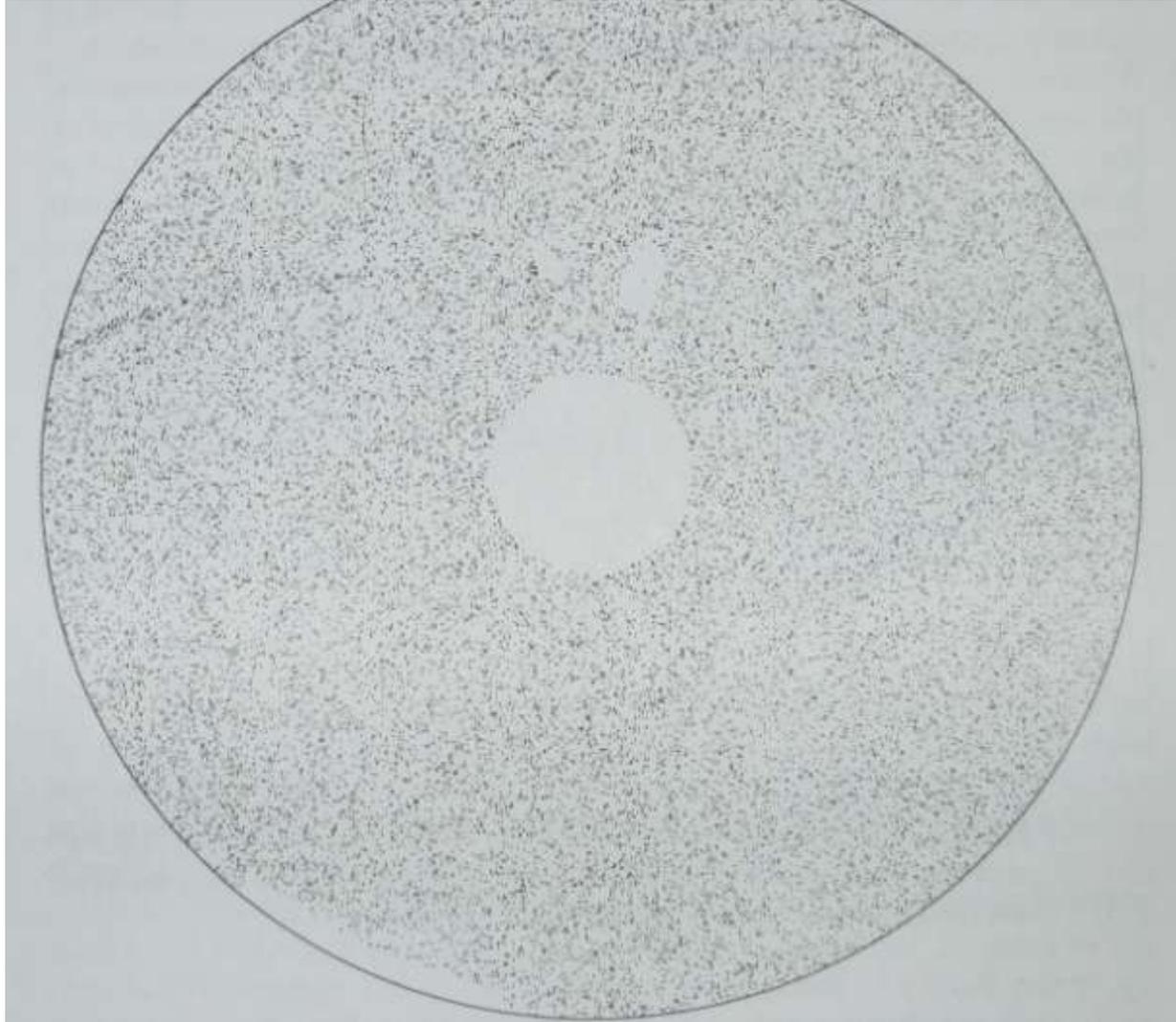
Un univers homogène et isotrope?



Structure 3D de l'Univers à grande échelle

Principe cosmologique

Distribution des radiosources : homogène et isotrope



Principe cosmologique: un fond de rayonnement fossile isotrope!



T = 2.728 K

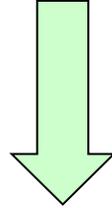
Le principe cosmologique

L'Univers est homogène et isotrope...

hypothèse valide ...

mais aux très grandes échelles ($\gg 100$ Mpc)

L'univers est homogène et isotrope et conserve cette propriété au cours du temps



L'univers à une courbure constante et sa métrique s'écrit:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right)$$

où $k=0, +1, -1$

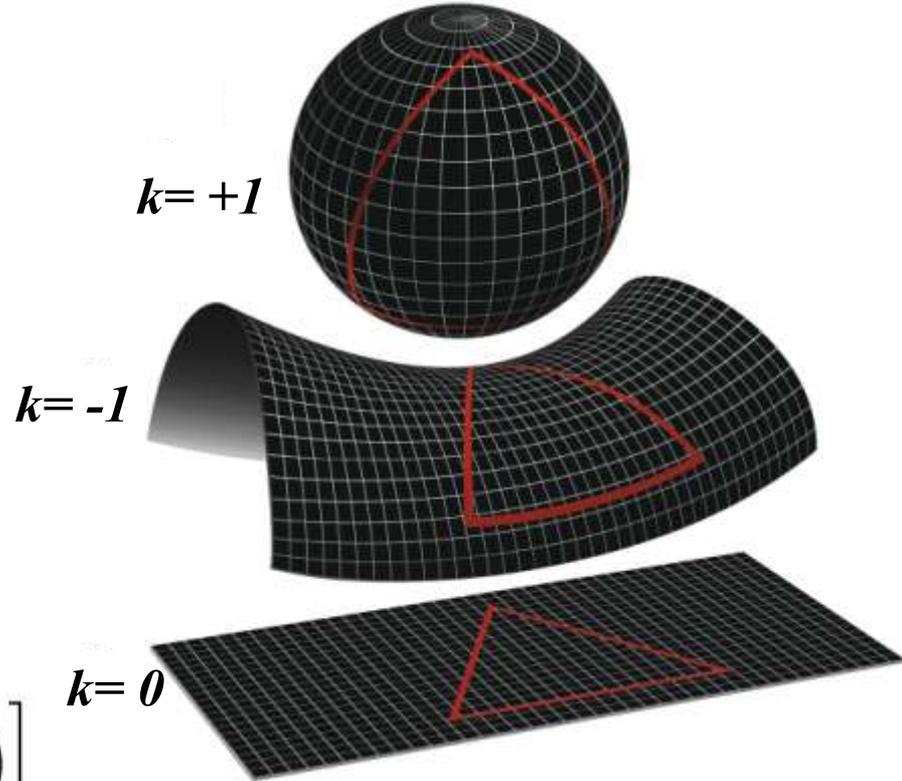
$R^2(t)$ est un facteur d'échelle global de la métrique spatiale.

- C'est la ***métrique de Friedmann-Roberston-Walker (FRW)***

Propriétés de la métrique FRW

- univers à courbure constante,
- 3 courbures possibles

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$



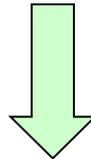
$$\left\{ \begin{array}{l} k = 0 \quad dl^2 = R(t)^2 (dr^2 + r^2 d\Omega^2) \\ k = 1 \quad dl^2 = R(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - r^2} + r^2 d\Omega^2 \right) = R(t)^2 (d\chi^2 + \sin^2\chi d\Omega^2) \\ k = -1 \quad dl^2 = R(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 + r^2} + r^2 d\Omega^2 \right) = R(t)^2 (d\chi^2 + \text{sh}^2\chi d\Omega^2) \end{array} \right. \quad d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$$

Conséquences du Principe Cosmologique: loi de Hubble

$$d = c dt \rightarrow d_{pr} = \int_0^r \frac{R(t) dr'}{\sqrt{1 - k r'^2}} = R(t) f(r) \quad \begin{array}{l} f(r) = \text{Arcsin}(r) \text{ si } k=+1 \\ r \text{ si } k=0 \\ \text{Argsh}(r) \text{ si } k=-1 \end{array}$$

$$v_r = \frac{dd_{pr}(t)}{dt} = \dot{R}(t) f(r) = \dot{R}(t) \frac{d_{pr}}{R(t)} = H(t) d_{pr} \quad \dot{R}(t) / R(t) = H(t)$$

$H(t)$ est le facteur d'expansion ou paramètre de Hubble



La loi de Hubble est une conséquence directe du Principe Cosmologique

Conséquences du Principe Cosmologique: redshift

- Décalage spectral d'une onde observée au temps t_0 et émise au temps t_e

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e}$$

- Les photons suivent des géodésiques $ds^2=0 \rightarrow$

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}$$

\rightarrow pour deux maxima consécutifs de l'onde on a:

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{R(t)}$$

$$\int_{t_e + \delta t_e}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} - \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \Phi(t_0 + \delta t_0) - \Phi(t_e + \delta t_e) - \Phi(t_0) + \Phi(t_e) = \Phi'(t_0)\delta t_0 - \Phi'(t_e)\delta t_e = 0$$

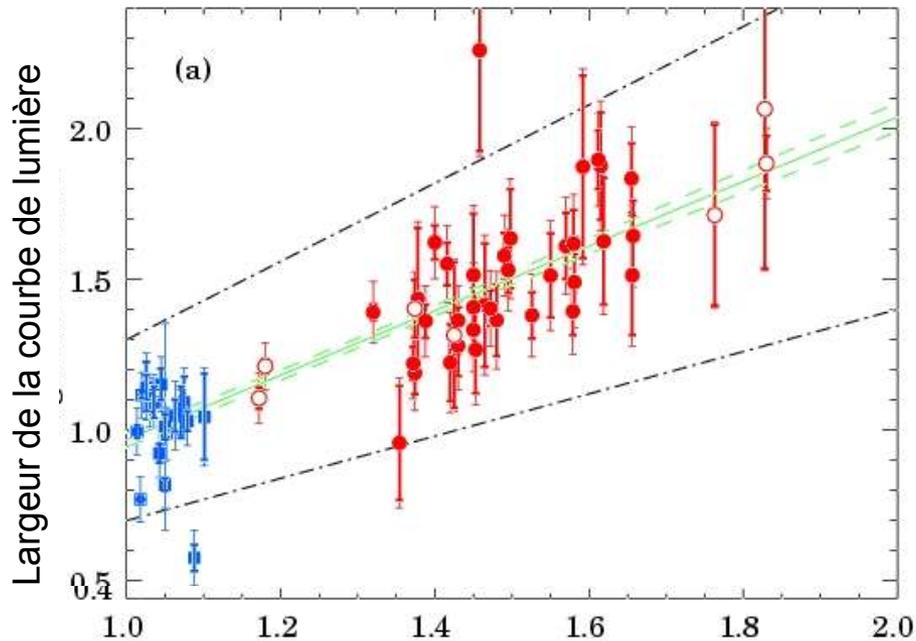
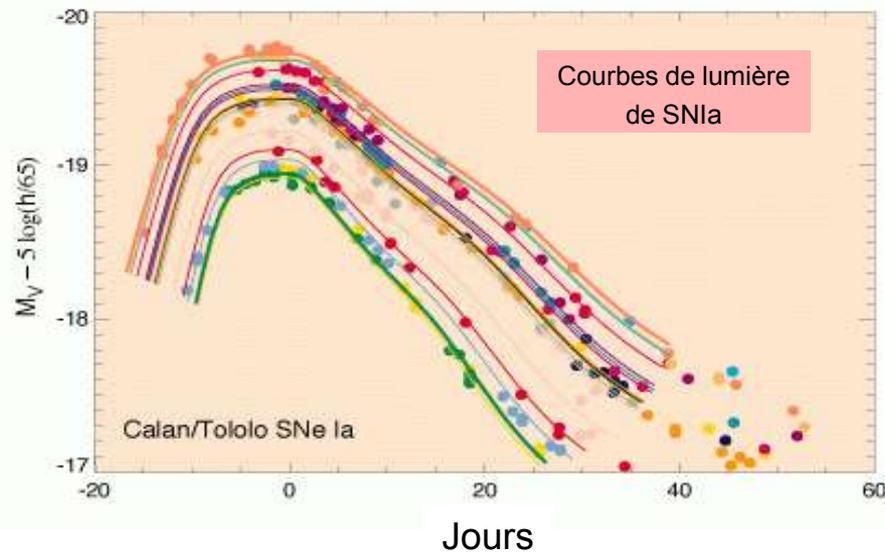
$$\rightarrow \frac{\delta t_e}{R(t_e)} - \frac{\delta t_0}{R(t_0)} = 0 \quad \rightarrow \quad \nu_e R(t_e) = \nu_0 R(t_0) \quad \rightarrow \quad \frac{R(t)}{\lambda_e} = \frac{R(t_0)}{\lambda_0}$$

Dilatation du temps

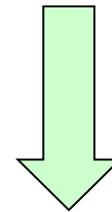
$$\Delta t_0 / \Delta t_e = 1 + z$$

$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t)}$$

Conséquences du Principe Cosmologique: dilatation des durées



$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t)}$$



$$\Delta t_0 / \Delta t_e = 1 + z$$

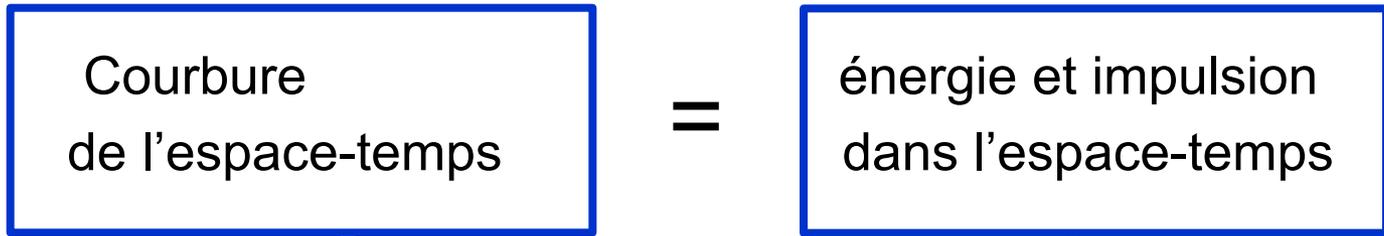
Dilatation des courbes de lumière des SN

Equations d'Einstein

Postulats d'Einstein sur les propriétés du tenseur impulsion-énergie

- Construire une relation entre matière-énergie et métrique
- Construire un terme d'impulsion-énergie (T_{ij}) qui ne dépende que des dérivées premières et secondes du tenseur métrique: le plus simple=relation linéaire.
- L'impulsion-énergie doit vérifier les lois de conservation
- Aux limites, on doit retrouver l'équation de Poisson

Equations d'Einstein



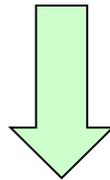
→ *garantit*: $G_{ik ;k} = 0$

$$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}$$

Tenseur d'Einstein → G_{ik}
Tenseur de Ricci → R_{ik}
Tenseur métrique → g_{ik}
 → *Poisson* → $\frac{8\pi G}{c^4}$
Tenseur impulsion-énergie → T_{ik}

Des équations d'Einstein aux équations de Friedmann

$$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}$$



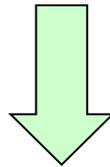
Dérivation des équations de Friedmann:
Modèles d'univers homogènes et isotropes

:

1. Calculer toutes les composantes non nulles des tenseurs métrique, de Ricci, etc...
2. Séparer les composantes spatiales et temporelle... →

→ Equations de Friedmann

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} + \frac{\dot{R}(t)^2 + kc^2}{R(t)^2} = \frac{8\pi G}{c^2}T_1^1 = \frac{8\pi G}{c^2}T_2^2 = \frac{8\pi G}{c^2}T_3^3 \\ \frac{\dot{R}(t)^2 + kc^2}{R(t)^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}T_0^0 \end{array} \right.$$



3. Déterminer le tenseur impulsion-énergie

$$T_{ij} ?$$

Le tenseur énergie-impulsion

- ***L'univers est homogène et isotrope***

→ la distribution de ses composantes aussi....

→ les « gaz » sont conformes à l' ***hypothèse du fluide parfait***:

Pas de dissipation: ni propagation de chaleur, ni viscosité, ni diffusion

- Le fluide est, et reste, isotrope dans son repère au repos

→ son tenseur énergie-impulsion ne contient aucun termes de gradient (de vitesse, de température, de densité, etc...).

- $T_{\mu\nu}$ est diagonal et est complètement défini par sa densité d'énergie ρ et sa pression P

→ Sa forme dans un repère au repos doit donc être:

$$T_{00} = \rho c^2 \text{ et } T_{ii} = -P$$

Equations de Friedmann

$$\left\{ \begin{array}{l} 2\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} + \frac{\dot{R}(t)^2 + kc^2}{R(t)^2} = \frac{8\pi G}{c^2}T_1^1 = \frac{8\pi G}{c^2}T_2^2 = \frac{8\pi G}{c^2}T_3^3 \\ \frac{\dot{R}(t)^2 + kc^2}{R(t)^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}T_0^0 \end{array} \right.$$

$$T_{00} = \rho c^2 \text{ et } T_{ii} = -P \quad \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) R \quad (a) \\ \dot{R}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2 \quad (b) \end{array} \right.$$

Expansion et densité critique

$$\begin{cases} \ddot{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) R & (a) \\ \dot{R}^2 + kc^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho R^2 & (b) \end{cases}$$


$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0} \right)^2 - \frac{8\pi}{3} G \rho \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 = -\frac{kc^2}{R_0^2}$$

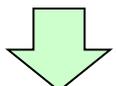
Densité critique: $\rho_{0c} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

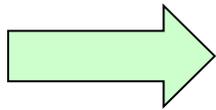
$$\rho_{0c} = 1.88 \cdot 10^{-29} h^{-2} \text{ g cm}^{-3}$$

Facteur d'échelle en fonction du facteur d'expansion et du paramètre de densité

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 - \frac{8\pi}{3}G\rho\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = -\frac{kc^2}{R_0^2}$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 - \frac{H_0^2}{\rho_{0c}}\rho\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = -\frac{kc^2}{R_0^2} \quad \xrightarrow{\text{Vrai pour } t=t_0} \quad \left(\frac{\dot{R}_0}{R_0}\right)^2 - \frac{H_0^2}{\rho_{0c}}\rho_0\left(\frac{R_0}{R_0}\right)^2 = -\frac{kc^2}{R_0^2}$$


$$H_0^2 \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_{0c}}\right] = -\frac{kc^2}{R_0^2}$$



$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho\left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = H_0^2(1 - \Omega_0)$$

Paramètre de densité: $\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{0c}}$

Equation d'état: forme de la pression

Pour un fluide parfait, $P(\rho)$ est de la forme:

$$P = \omega \rho c^2 \quad \text{avec} \quad 0 < \omega < 1$$

- $\omega = 1/3$: rayonnement
- $\omega = 0$: « univers poussière » . Correspond à l'univers actuel car pour les composants dominants $v^2/c^2 \ll 1$
- $\omega = -1$: champ additionnel = constante cosmologique

Evolution de la densité: l'univers a connu plusieurs époques

Supposons que :

$$P = \omega \rho c^2 \quad \text{avec} \quad 0 < \omega < 1 \quad \text{et indépendant du temps}$$

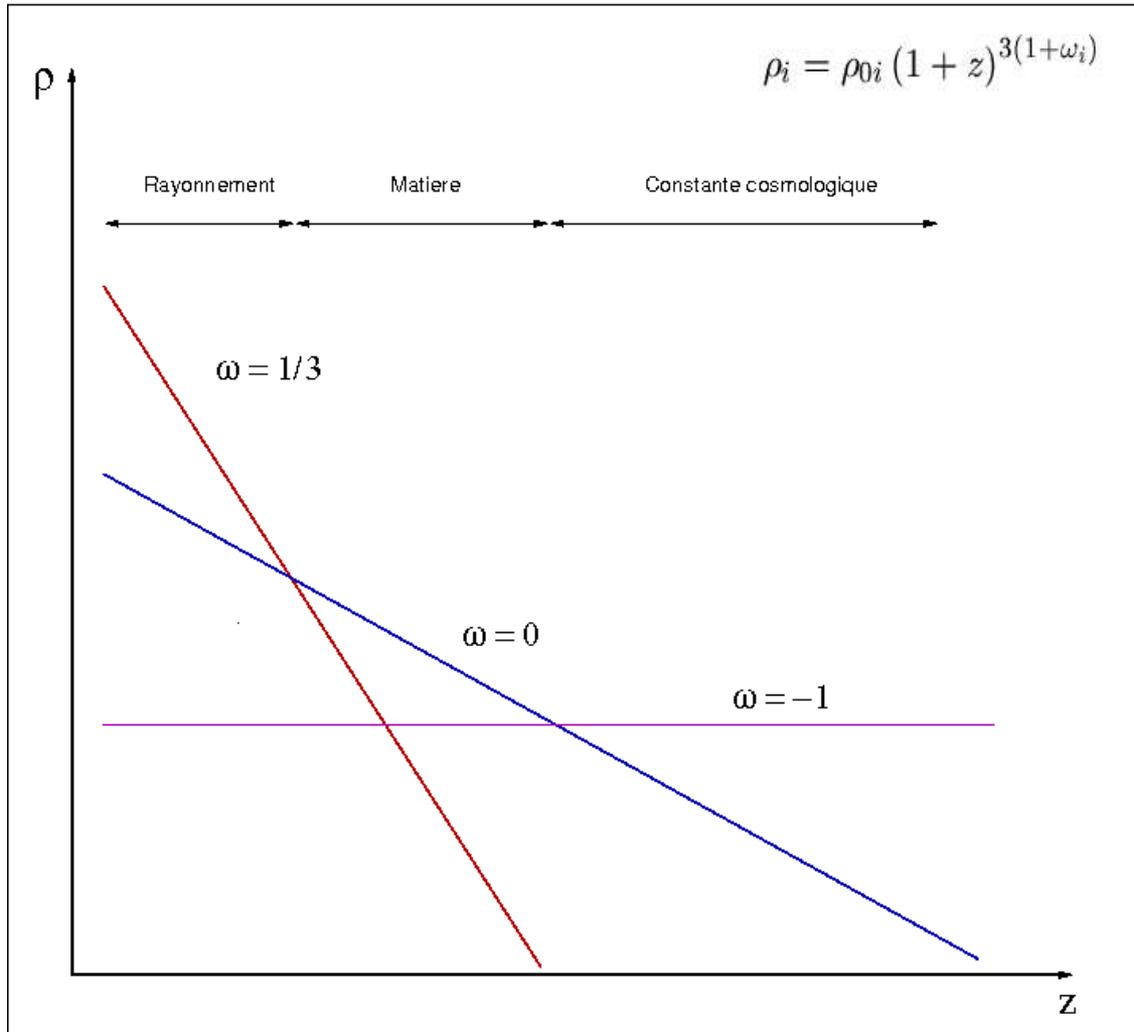
Les équations de Friedmann impliquent que:

$$d(\rho R^3) = -\frac{3P}{c^2} R^2 dR \quad \rightarrow \quad R^3 d\rho + 3R^2 \rho dR = -3\rho\omega R^2 dR$$

$$\rightarrow d[\rho R^{3(1+\omega)}] = 0 \quad \rightarrow \quad \rho R^{3(1+\omega)} = Cte = \rho_0 R_0^{3(1+\omega)}$$

$$\rho_i = \rho_{0i} (1+z)^{3(1+\omega_i)}$$

Evolution de la densité: l'univers à connu plusieurs époques



Modèles à courbure nulle

Pour un fluide composé de plusieurs composantes on a:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{R^2}.$$

Donc pour des univers à courbure nulle:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{H_0^2}{\rho_{0c}} \sum_i \rho_i,$$

Compte tenu de la loi de conservation précédente:

$$\rho_i = \rho_{0i} (1+z)^{3(1+\omega_i)};$$

Soit:

$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \sum_i \frac{\rho_{0i}}{\rho_{0c}} (1+z)^{3(1+\omega_i)}$$

Modèles à courbure nulle

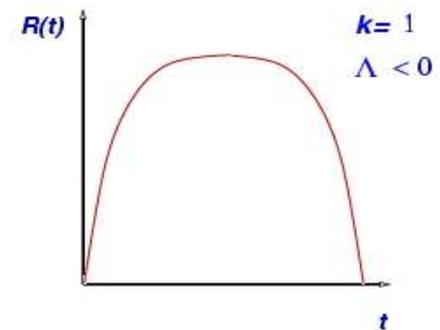
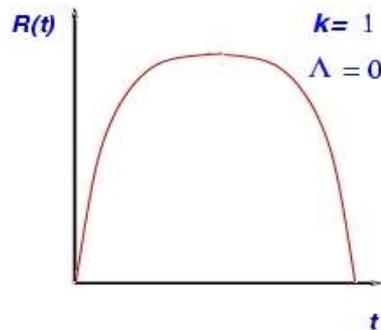
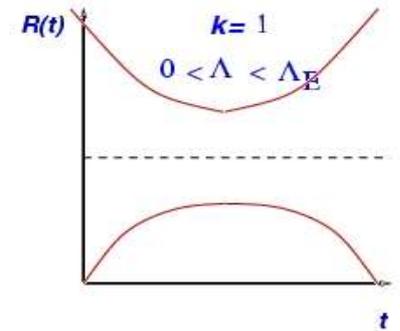
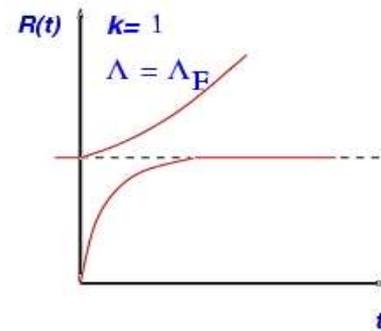
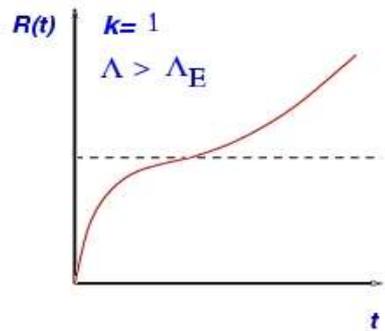
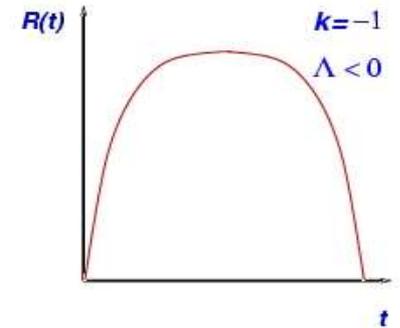
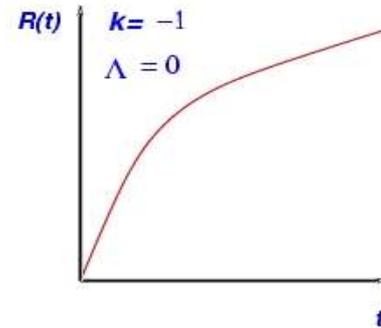
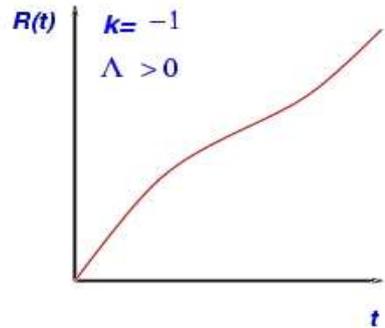
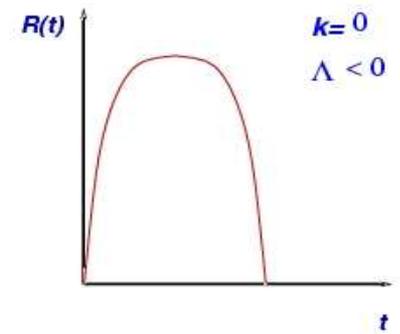
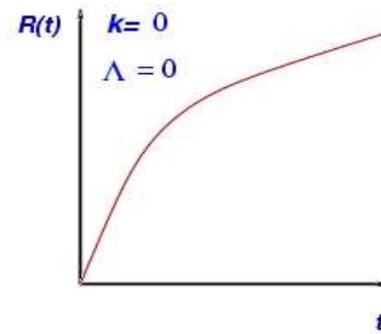
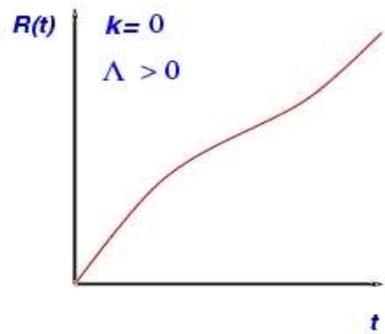
$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \sum_i \Omega_{0i} (1+z)^{3(1+\omega_i)} .$$

→ La dynamique de l'univers s'exprime en fonction de $H(z)$ et des contributions à la densité de matière (m), des photons (γ), des neutrinos (ν), etc...et d'une composante homogène (X)

$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \Omega_{0m} (1+z)^3 + \Omega_{0\gamma} (1+z)^4 + \Omega_{0X} (1+z)^{3(1+\omega_X)}$$

→ à $z=1000$, la contribution de l'énergie sombre n'est pas dominante

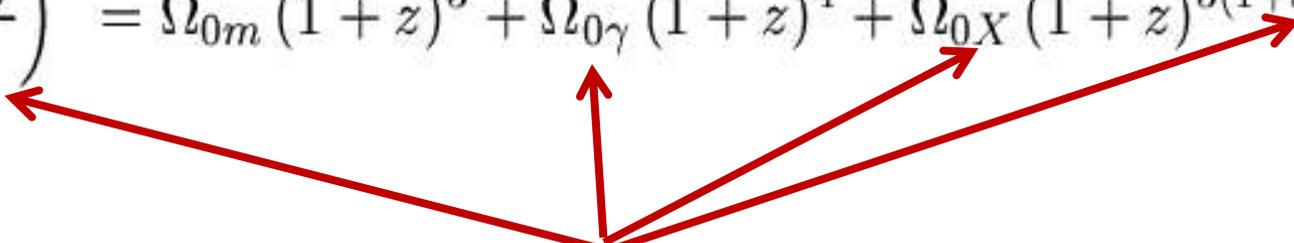
Facteur d'échelle des univers de Friedmann



Modèles à courbure nulle

$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \sum_i \Omega_{0i} (1+z)^{3(1+\omega_i)} .$$

La dynamique de l'univers peut être exprimée en fonction de $H(z)$ et des contributions à la densité de matière (m), des photons (γ), éventuellement des neutrinos (ν) et d'une composante homogène sans fluctuations (X)

$$\left(\frac{H(z)}{H_0}\right)^2 = \Omega_{0m} (1+z)^3 + \Omega_{0\gamma} (1+z)^4 + \Omega_{0X} (1+z)^{3(1+\omega_X)}$$


Paramètres cosmologiques à déterminer

- Description de la géométrie et du contenu de l'Univers:
 - H_o : constante de Hubble
 - Ω_k : courbure de l'Univers ($\Omega_{totale} = 1 - \Omega_k$)
 - Ω_Λ : constante cosmologique
 - Ω_w : contenu en “*énergie sombre*” (autre que Ω_Λ , qui correspondrait à $w = -1$)
 - Ω_b : fraction de matière baryonique
 - Ω_m : fraction de matière totale (baryon, matière noire chaude et/ou froide)
 - Ω_c : fraction de matière noire froide
 - Ω_γ : fraction de photons
 - Ω_ν : fraction de neutrinos
 - ω : rapport P/ρ caractérisant l'équation d'état de l'énergie sombre ($\omega = -1$ pour une constante cosmologique)
 - $\omega_1 = d\omega/dz$: paramétrisation de la dépendance en redshift (temporelle) de ω (dans ce cas: $\omega \approx \omega_0 + \omega_1(z)$)
 - M_ν : somme des masses des composantes de neutrinos
 - N_ν : nombre d'espèces de neutrinos
- Description astrophysique du milieu
 - τ : profondeur optique de re-ionisation à la période du découplage
 - b : facteur de biais linéaire
- Description de la physique de l'Univers primordiale
 - C_{10} : normalisation du spectre de puissance des fluctuations de densité initiales
 - n_s : indice de la composante scalaire du spectre du puissance des fluctuations
 - n_T : indice de la composante tensorielle du spectre du puissance des fluctuations
 - r : rapport des amplitudes scalaires et vectorielles
 - $\alpha = d \ln n_s / d \ln k$: *running spectral index* caractérisant l'évolution de l'indice du spectre scalaire en fonction de l'échelle.
 - t_0 : age de l'Univers

Les paramètres cosmologiques:

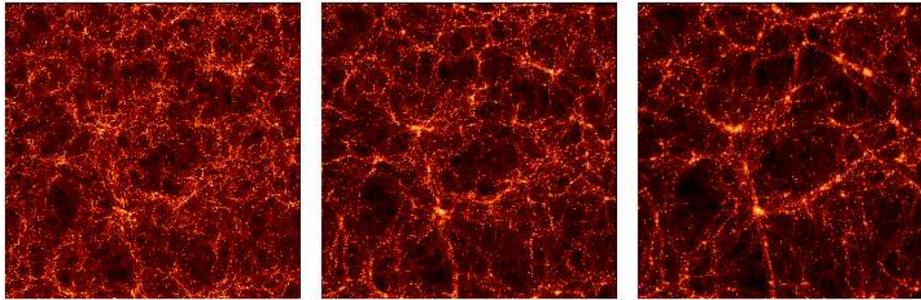
- Une vingtaine de paramètres à déterminer
- Des dégénérescences entre paramètres

Comment déterminer des paramètres cosmologiques?

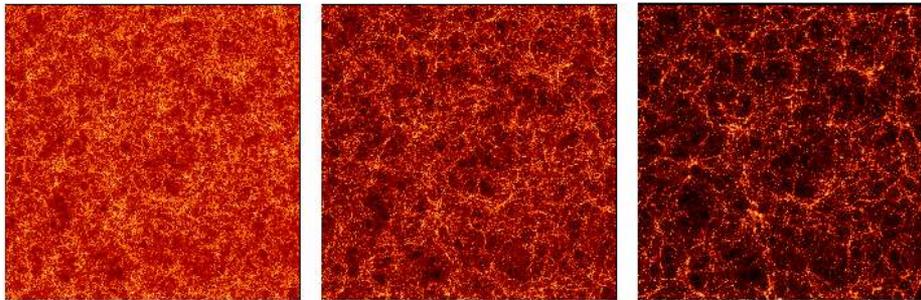
- Observer des traceurs de l'histoire et des propriétés de l'expansion (distance, volume, luminosité ou dimension, apparente, histoire thermique, abondance)
- Déterminer des propriétés intrinsèques des objets ou du milieu intergalactique (dimension, densité, masse des systèmes, état d'ionisation)
- Observer des traceurs de la croissance ou des propriétés des structures
- Utiliser des méthodes et observations indépendantes: erreurs systématiques et levée de dégénérescences.

← $z=3$ $z=1$ $z=0$

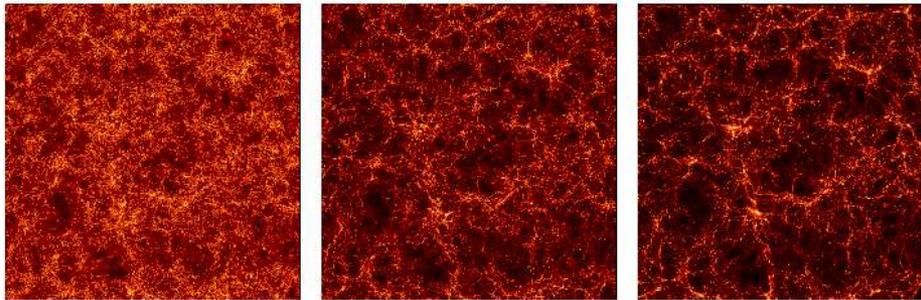
$H_0 = 70$
 $\Omega_m = 0.3, \Omega_\chi = 0.7$
 $w = -1 (\Lambda)$, Λ CDM
 $\sigma_8 = 0.9$



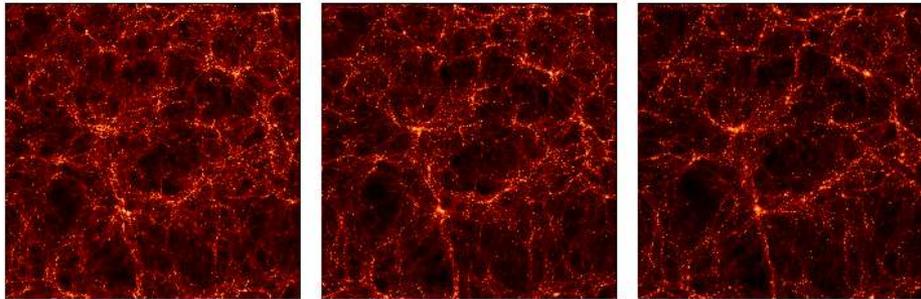
$H_0 = 50$
 $\Omega_m = 1.0, \Omega_\chi = 0.0$
 $w = 0$, SCDM
 $\sigma_8 = 0.51$



$H_0 = 70$
 $\Omega_m = 1.0, \Omega_\chi = 0.0$
 $w = 0$, τ CDM
 $\sigma_8 = 0.51$

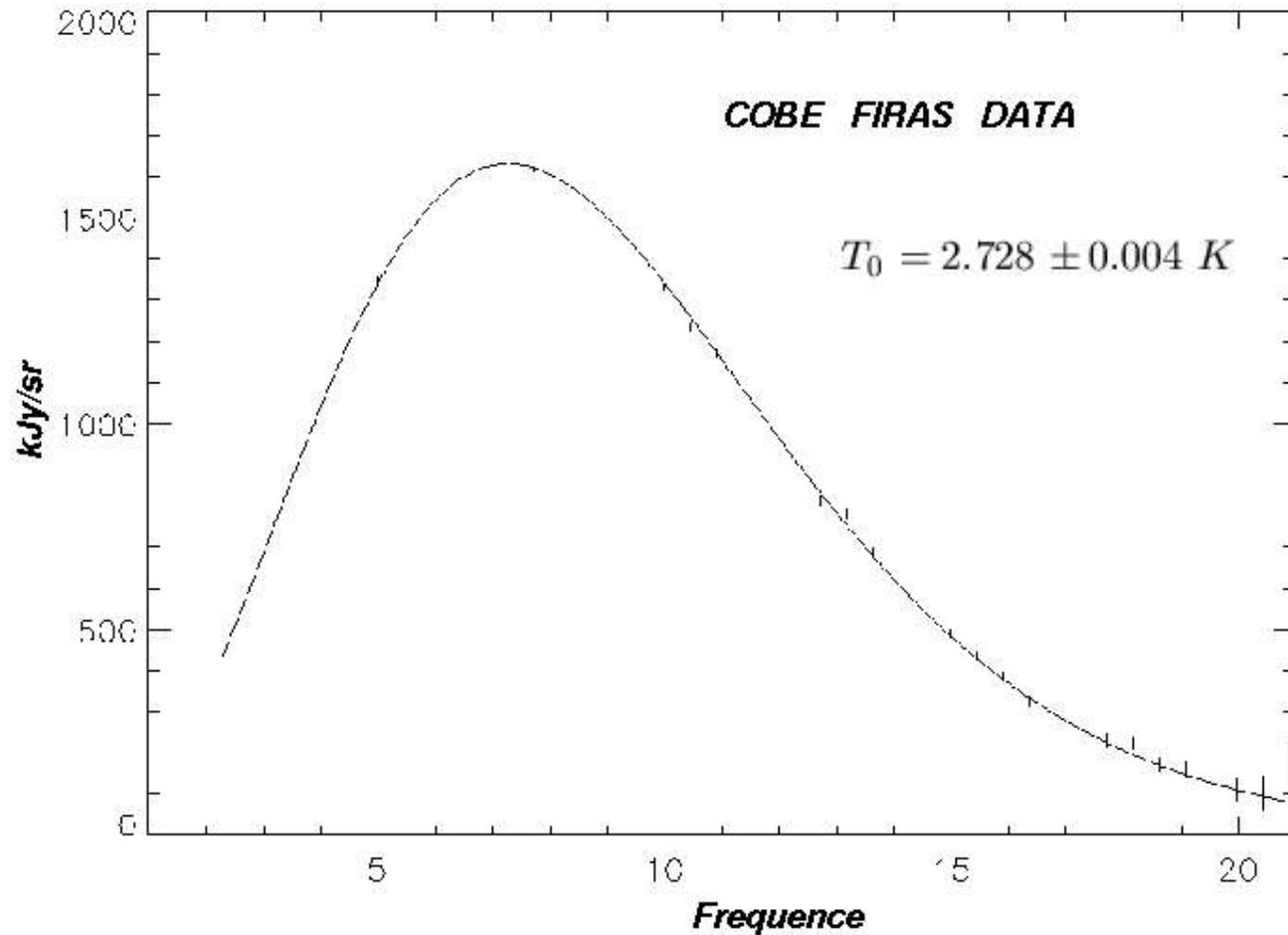


$H_0 = 70$
 $\Omega_m = 0.3, \Omega_\chi = 0.7$
 $w = 0$, OCDM
 $\sigma_8 = 0.85$



Propriétés des structures et paramètres cosmologiques

Le fond diffus cosmologique fossile: un corps noir parfait



Détermination des paramètres cosmologiques: la densité de rayonnement

$$\rho_{CMB} = \rho_\gamma c^2 = c^2 \int_0^\infty \rho_\gamma(\nu) d\nu = c^2 \int_0^\infty \frac{8\pi h\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T_\nu}\right) - 1} d\nu$$

→ $\rho_{CMB} = \frac{\sigma T_0^4}{c^2} = 4.8 \times 10^{-34} \text{ g.cm}^{-3}$,

$$n_{CMB} = \int \frac{\rho_\gamma(\nu)}{h\nu} d\nu \approx 0.4 \frac{\sigma}{k_B} T^3 = 20.4 T^3$$

→ 428 Photons cm^{-3}

Détermination des paramètres cosmologiques: la densité de rayonnement

Rappel:

$$\rho_{0c} = 1.88 \cdot 10^{-29} h^{-2} \text{ g cm}^{-3}$$

Paramètre de densité de rayonnement

$$\Omega_\gamma = \frac{\rho_{CMB}}{\rho_{critic}}$$

$$\rightarrow \Omega_\gamma = \frac{4.8 \cdot 10^{-34}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2} = 2.55 \times 10^{-5} h^{-2}$$

Détermination des paramètres cosmologiques: la densité de matière

Ω_m par mesure de masse des systèmes

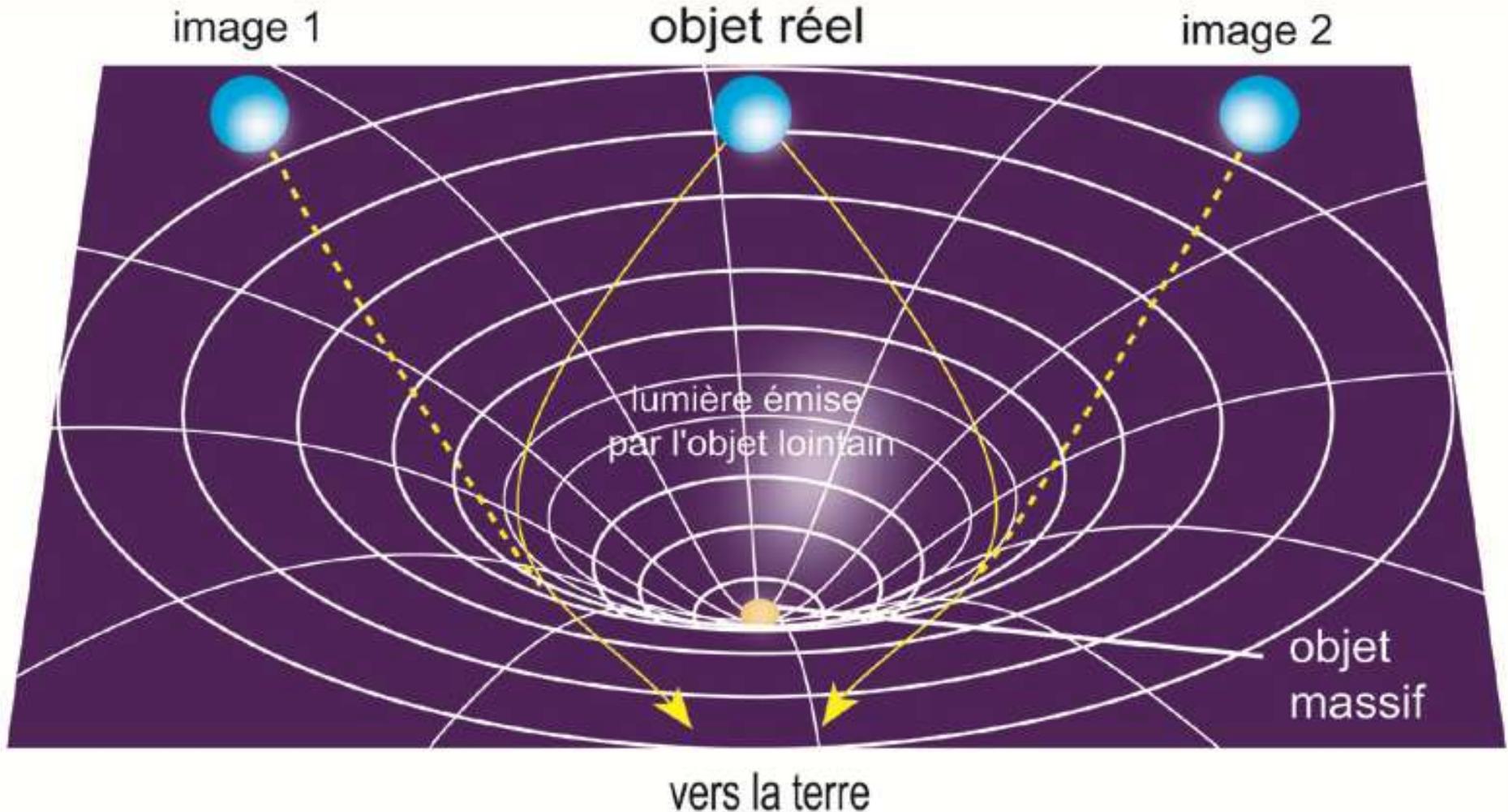
- Courbes de rotation des galaxies (galaxies spirales)
- Dynamique des systèmes gravitants: théorème du viriel (galaxies elliptiques, groupes et amas de galaxies)
- Dynamique du gaz X intra-amas : équilibre hydrostatique (groupes et amas de galaxies)
- Lentilles gravitationnelles (galaxies, groupes et amas de galaxies)
- Champ de vitesse des galaxies (toutes les galaxies)

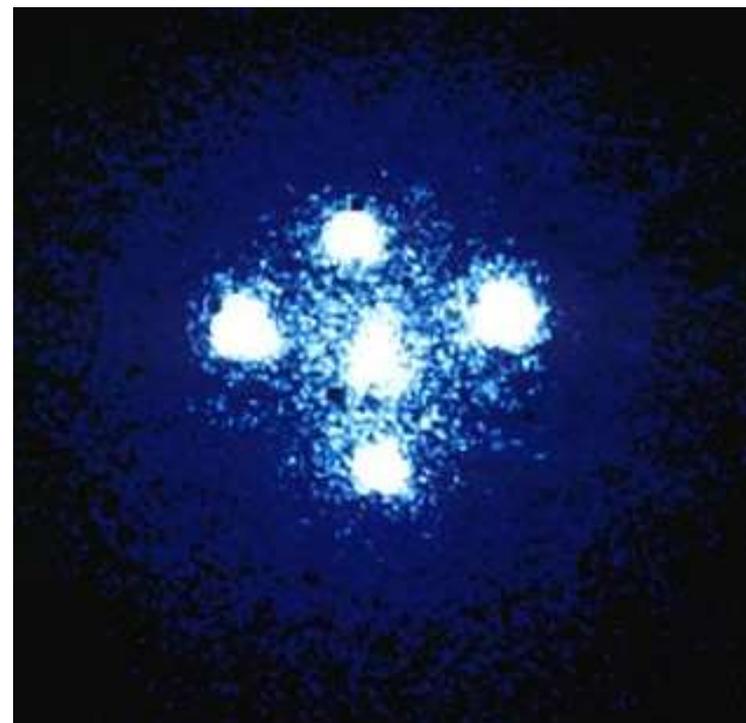
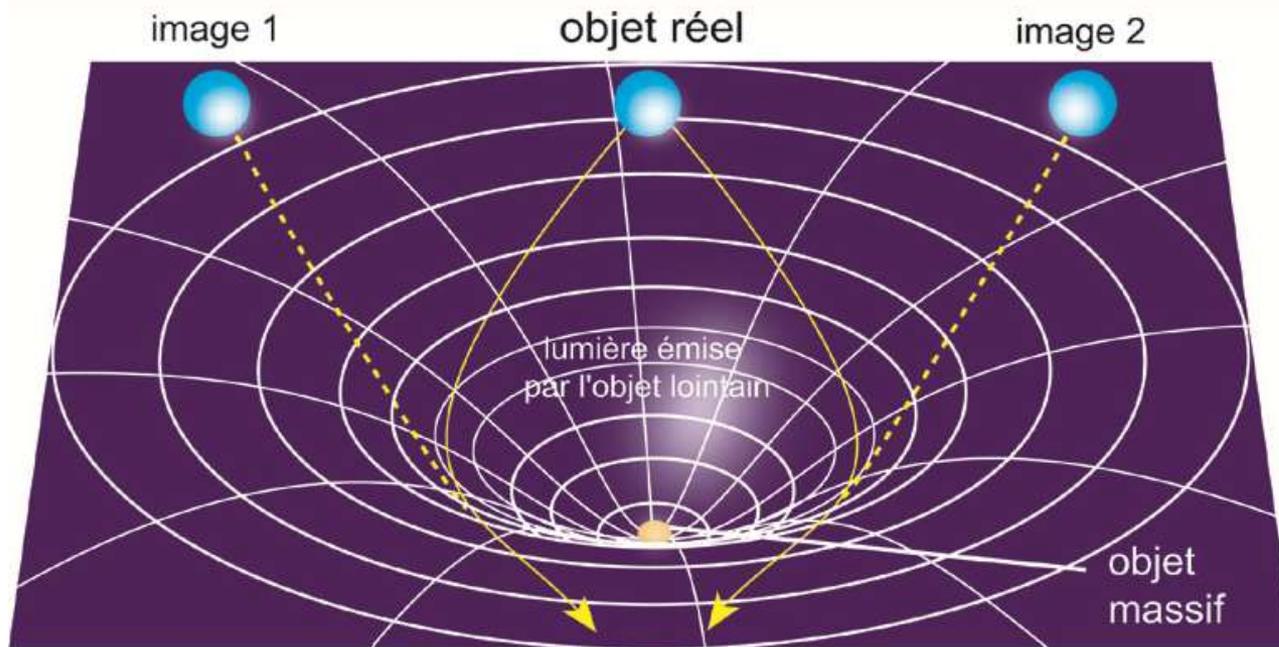
Détermination des paramètres cosmologiques: la densité de matière

Ω_m par mesure de masse des systèmes

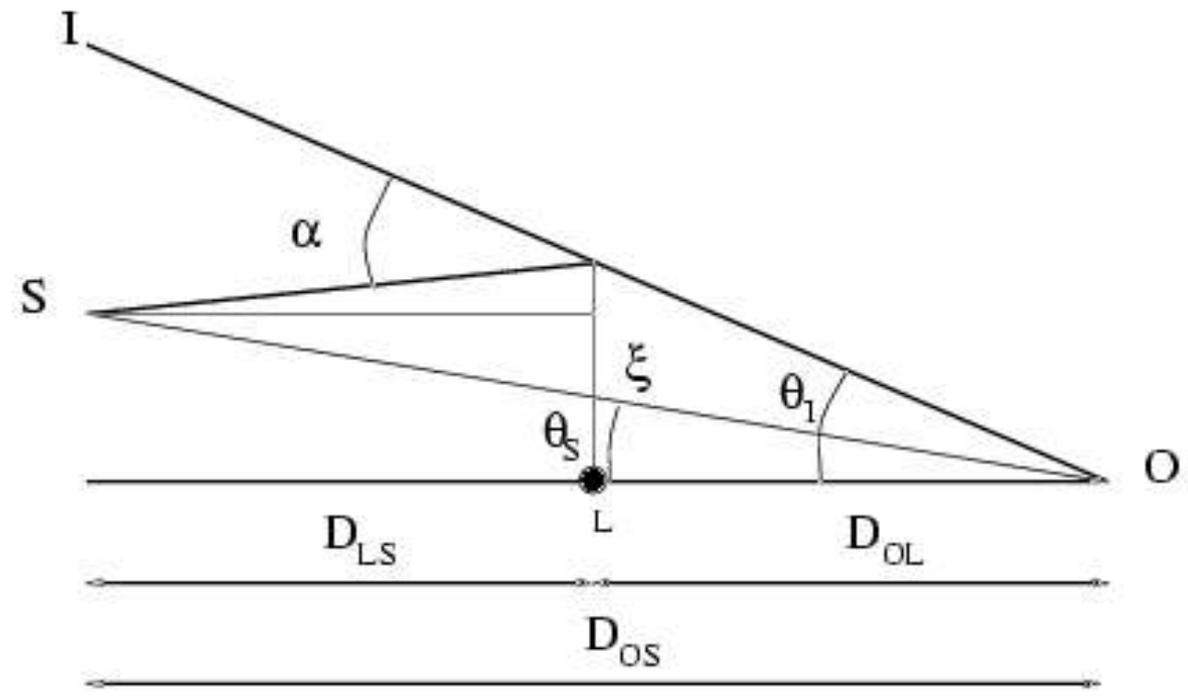
- Courbes de rotation des galaxies (galaxies spirales)
- Dynamique des systèmes gravitants: théorème du viriel (galaxies elliptiques, groupes et amas de galaxies)
- Dynamique du gaz X intra-amas : équilibre hydrostatique (groupes et amas de galaxies)
- Lentilles gravitationnelles (galaxies, groupes et amas de galaxies)
- Champ de vitesse des galaxies (toutes les galaxies)

La déflexion des rayons lumineux: un effet de « lentille gravitationnelle »





Un cas simple d'équations de l'optique gravitationnelle



Equation des lentilles

$$\theta_s D_{os} + \alpha D_{ls} = \theta_i D_{os} ,$$

Angle de déflexion

$$\alpha = (4G/c^2)(M/D_{ol}\theta)$$

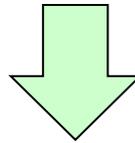
Détermination de paramètres cosmologiques par la «masse lensing »

θ_S déduit des équation des lentilles gravitationnelles

$$\theta_S = \theta_I + \frac{D_{LS}}{D_{OL}D_{OS}} \frac{4GM}{c^2\theta_I} .$$

Alignement parfait: $\theta_S = 0$

$$\theta_E = \left[\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OL}D_{OS}} \right]^{1/2} .$$



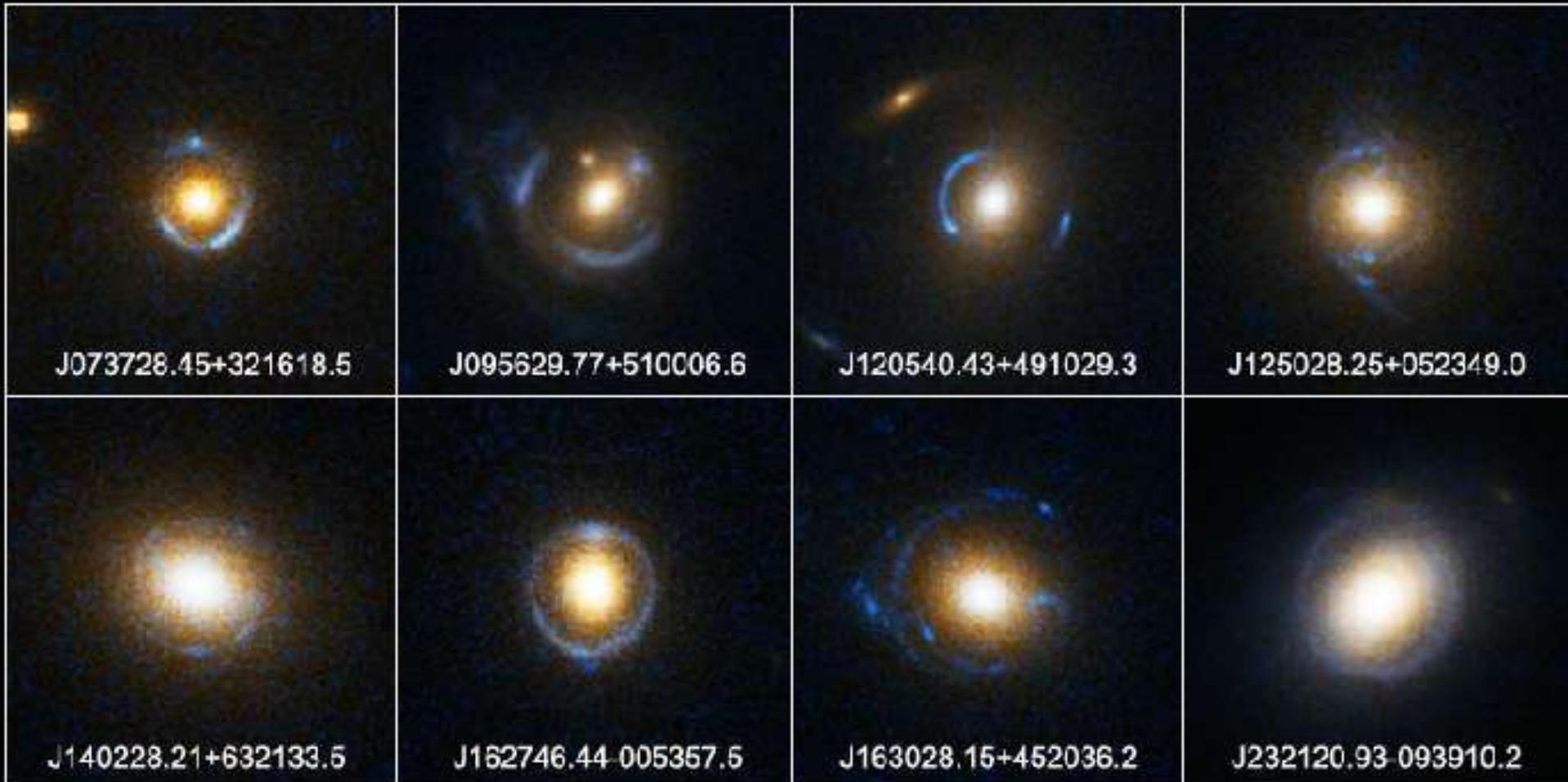
Masse déterminée directement

S'applique aux galaxies, aux groupes de galaxies, aux amas de galaxie

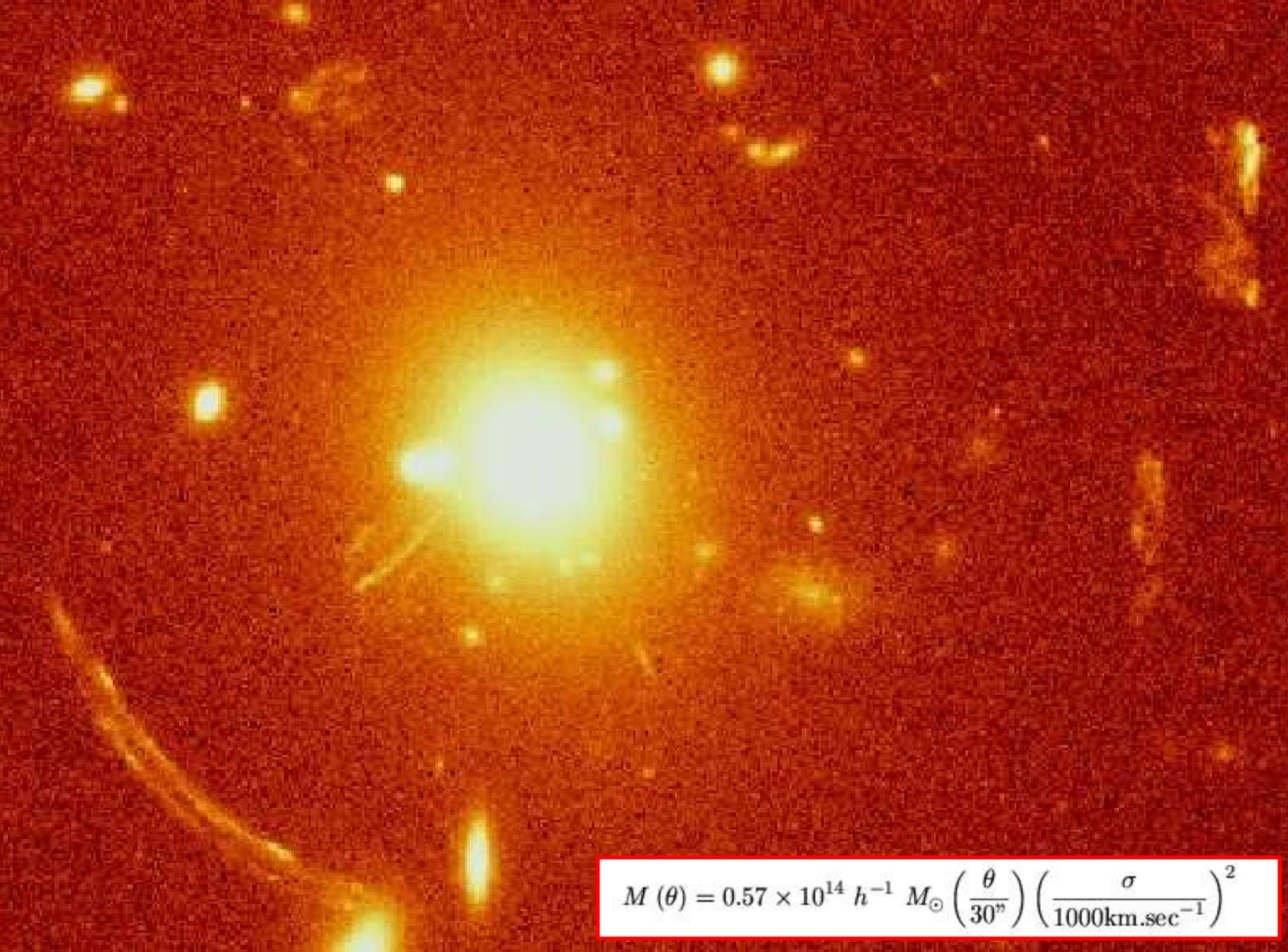
Anneaux d'Einstein

Einstein Ring Gravitational Lenses

Hubble Space Telescope ■ ACS







$$M(\theta) = 0.57 \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot} \left(\frac{\theta}{30''} \right) \left(\frac{\sigma}{1000 \text{ km} \cdot \text{sec}^{-1}} \right)^2$$

Contributions des objets de l'Univers à sa densité de matière-énergie

Composante/méthode	M/L	échelle	Ω_m
Voisinage solaire	5	1 kpc	$0.003 h^{-1}$
Cœur des galaxies elliptiques	10	2 kpc	$0.007 h^{-1}$
Analyse virielle des galaxies elliptiques	30	10 kpc	$0.02 h^{-1}$
Courbe de rotation des galaxies spirales	30	10 kpc	$0.02 h^{-1}$
Groupes de galaxies	200	500 kpc	$0.13 h^{-1}$
Amas de galaxies	300	1Mpc	$0.20 h^{-1}$
Abondance de Baryons (nucléosynthèse)	-		$0.01-0.05 h^{-2}$
Composante stellaire	-		$0.0030 h^{-1}$
Gaz inter-galactique HI	-		$0.0004-0.010 h^{-1}$
Fond diffus cosmologique	-	-	$0.000023 h^{-2}$
Chute sur Virgo	-	15 Mpc	0.1-0.4
Champs de vitesse	-	20 Mpc	> 0.5

$$\rightarrow 0.1 < \Omega_0 < 0.5$$

Les anisotropies du fond de rayonnement fossile (Cosmic Microwave Background)

Origine des anisotropies primaires du CMB

1. Les perturbations gravitationnelles (effet Sachs-Wolfe). Elles sont produites à l'émission de photons piégés dans des régions denses de la surface de dernière diffusion. Ces photons subissent un effet de décalage spectral gravitationnel pour s'extraire du champ de gravité des régions denses, ce qui produit une variation de température du corps noir:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\Phi}{3c^2} .$$

2. Les perturbations de vitesse (ou Doppler) produites par les mouvements du plasma à la surface de dernière diffusion. Elles engendrent des fluctuations de la forme

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta v}{c}$$

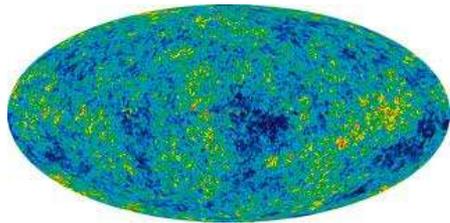
3. les perturbations adiabatiques produites par la compression du champ de rayonnement dans les régions de haute densité qui accroît sa température. L'accroissement de température retarde localement la recombinaison, qui se produit donc à un décalage spectral plus faible.

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{\delta \rho}{\rho} = -\frac{\delta z}{1+z} .$$

Les 3 effets n'affectent pas les mêmes échelles.

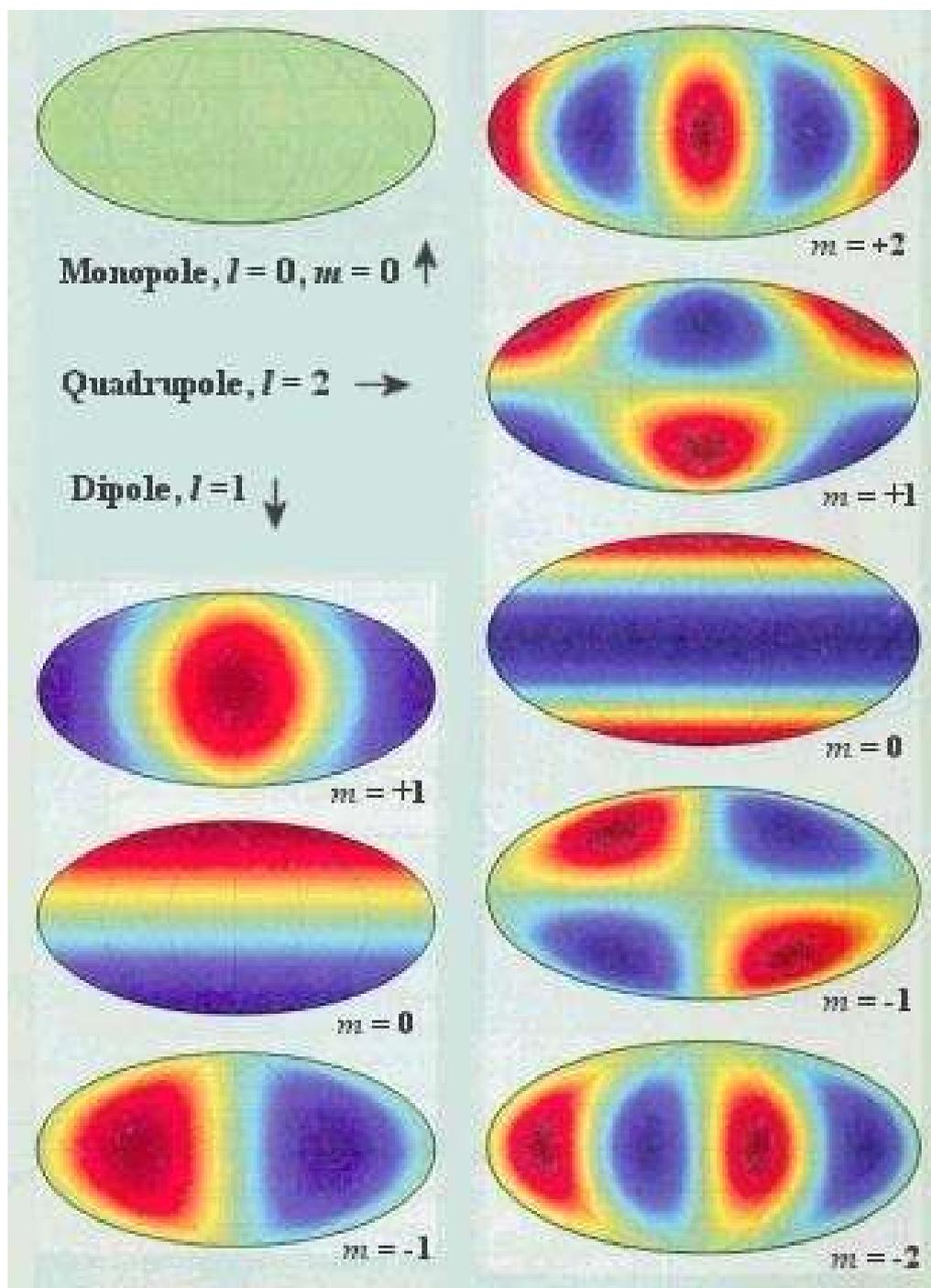
Les 3 effets dépendent des paramètres cosmologiques

Analyse des cartes d'anisotropie du CMB



$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi)$$

Décomposition des anisotropies en multipôles

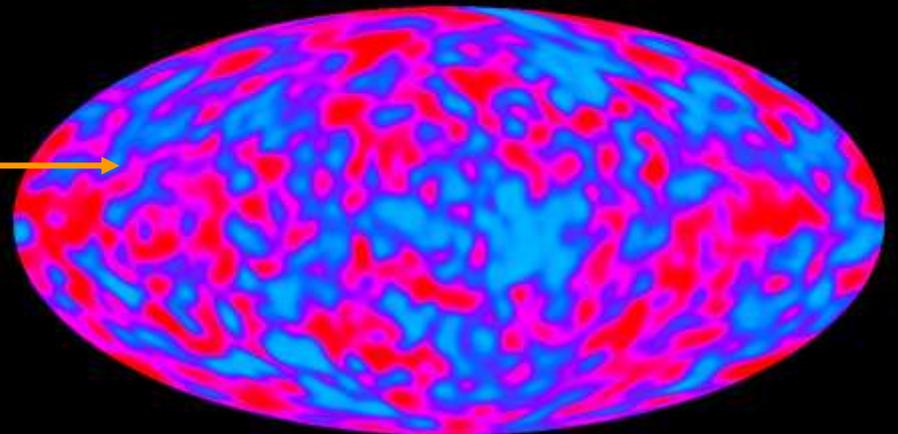
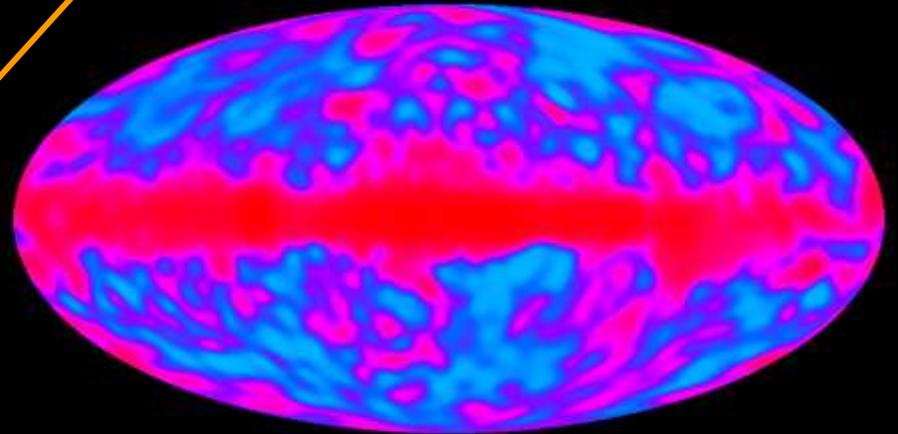
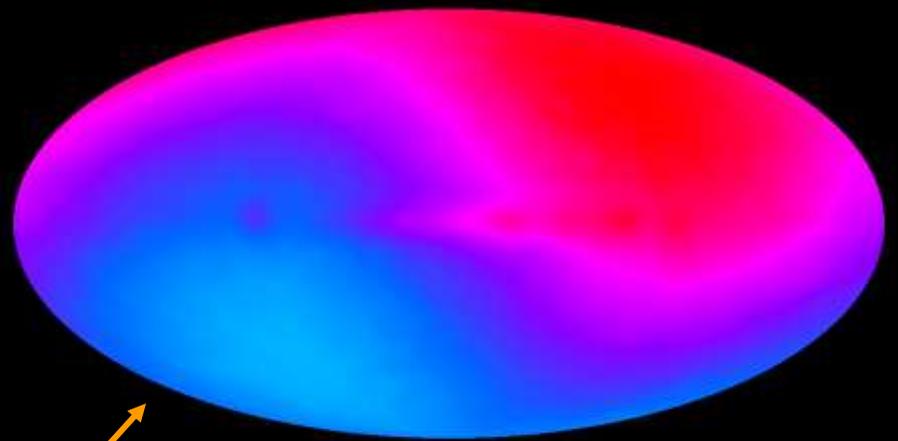


Décomposition des cartes du CMB en composantes de multipôles

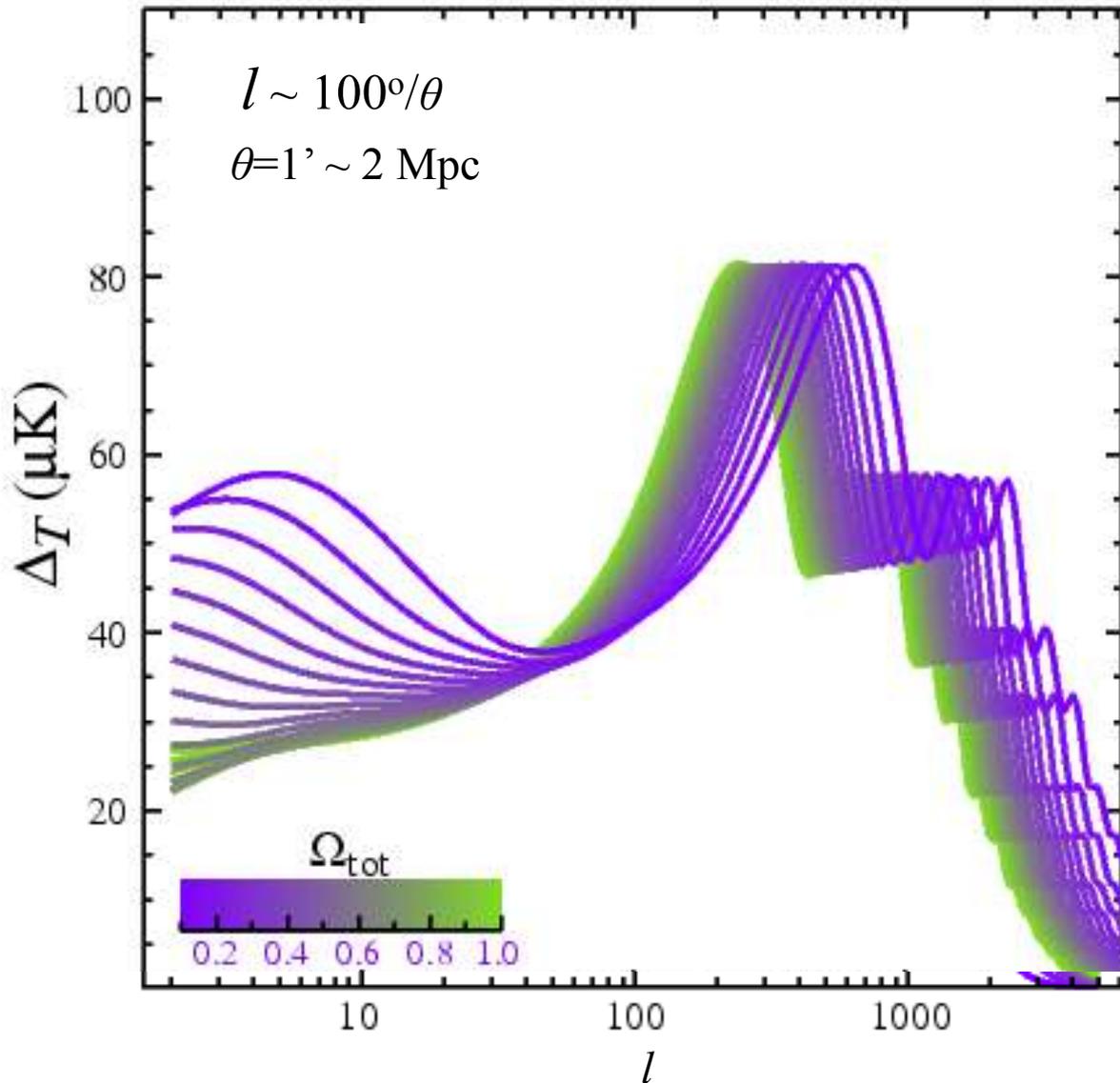
$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{lm} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi)$$

$$T(\theta) = T_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \left(1 + \frac{v}{c} \cos\theta\right)$$

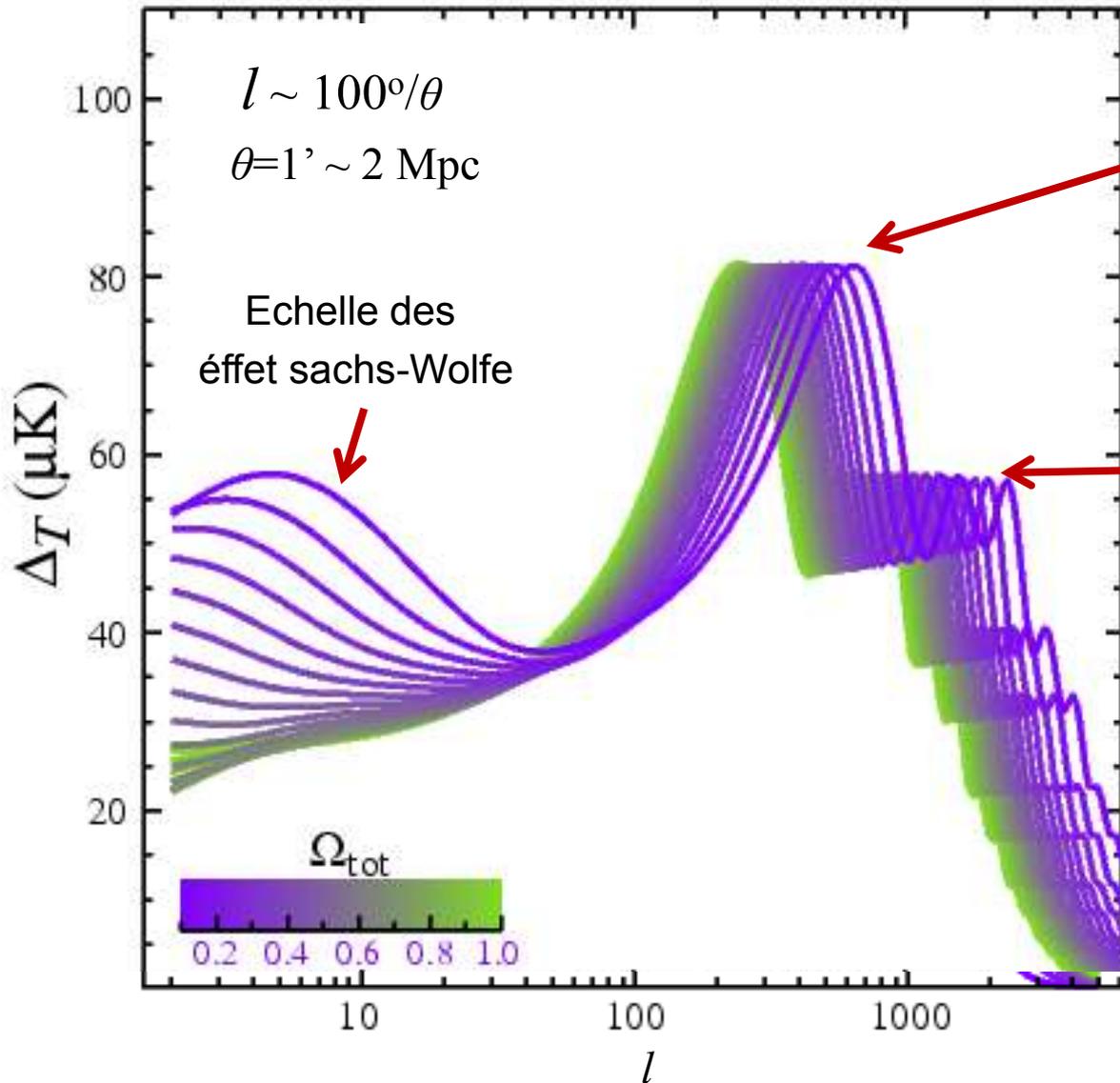
$$C_l = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{H_0}{c}\right)^4 \int_0^\infty \frac{P(k)}{k^2} j_l^2(2ck/H_0) dk ,$$



Forme du spectre des anisotropies du CMB



Forme du spectre des anisotropies du CMB



1^{er} pic:

- Dépend principalement de la courbure: une courbure plus faible déplace le pic vers des plus grands l (petites échelles)

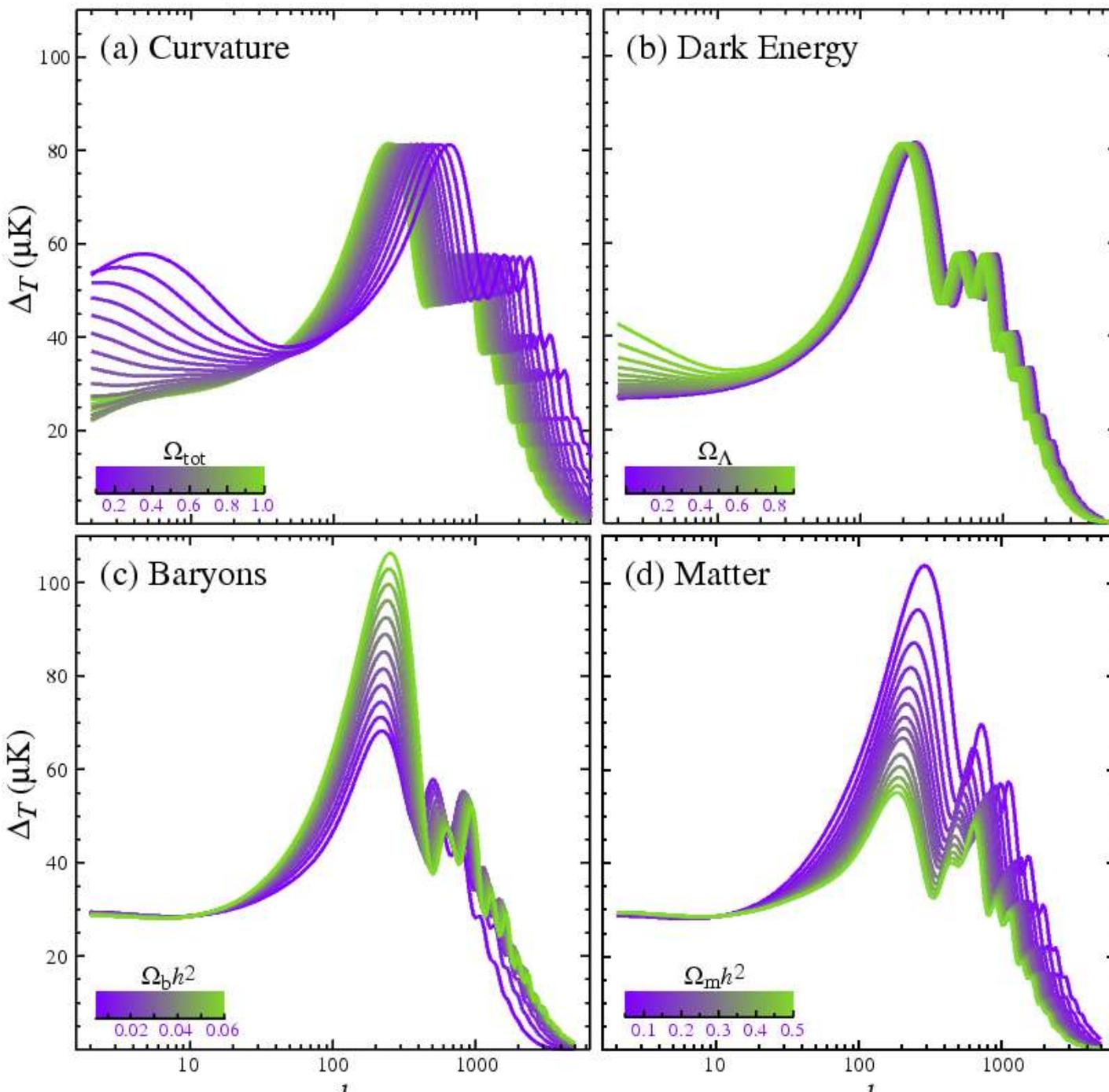
2^{ième} pic:

- Dépend principalement de l'abondance des baryons et du rapport baryon/photon

Les autres pics:

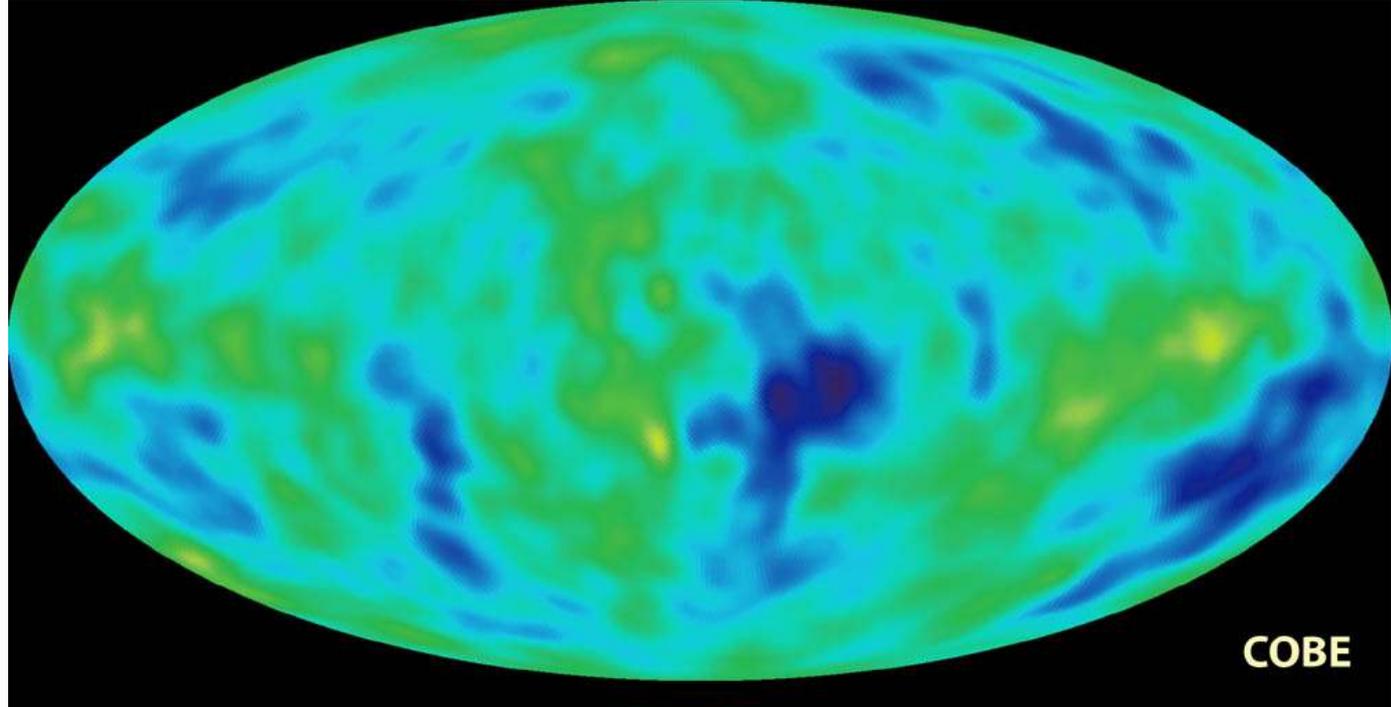
- Dépend principalement de Ω_m

C_l du CMB et paramètres cosmologiques

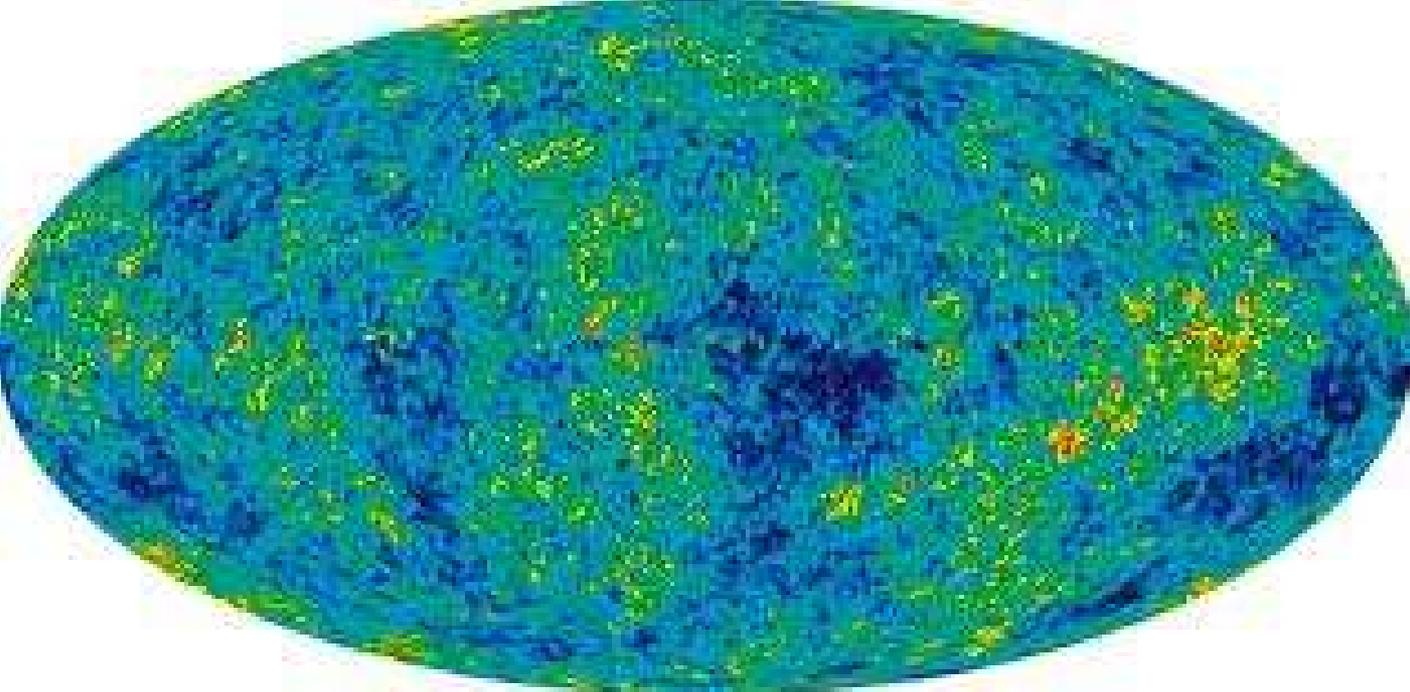


$$(\Delta T/T)_\theta \sim [1(1+1)C_l/2\pi]^{1/2}$$

$$l \sim 100^\circ/\theta$$
$$\theta=1' \sim 2 \text{ Mpc}$$

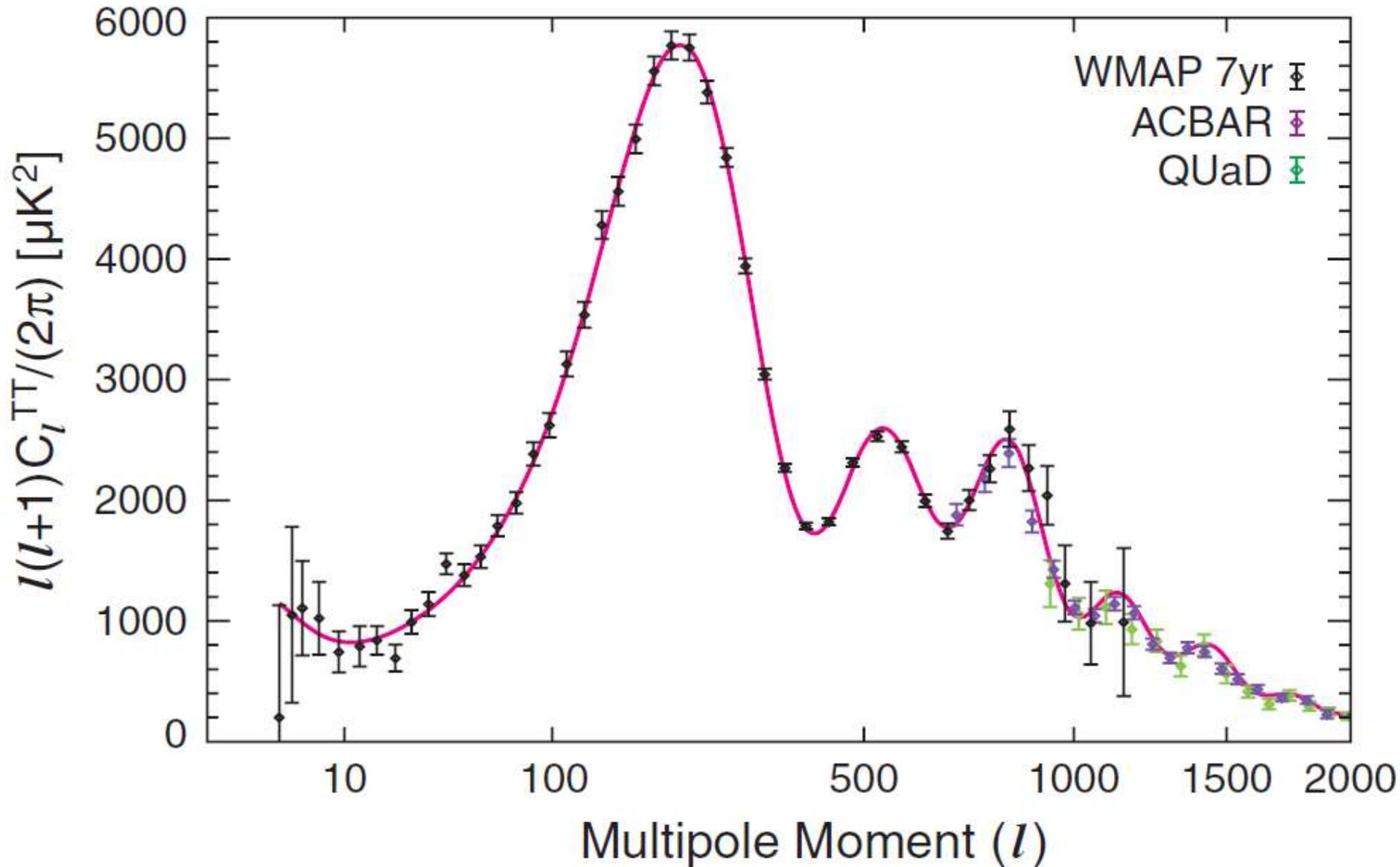


COBE
(1992)

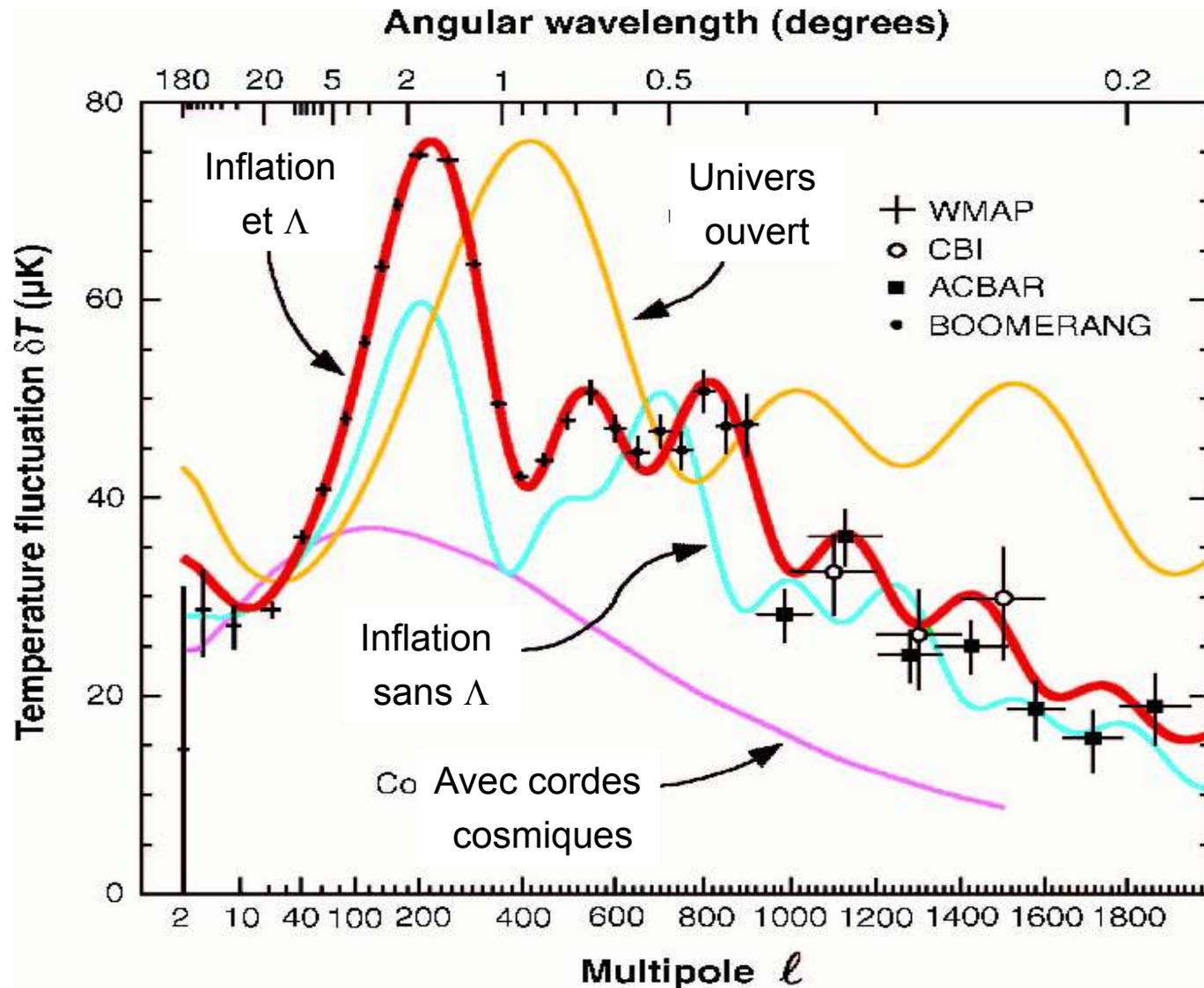


WMAP7
(2011)

WMAP-7 (2011)



Les observations CMB éliminent un grand nombre de modèles cosmologiques!



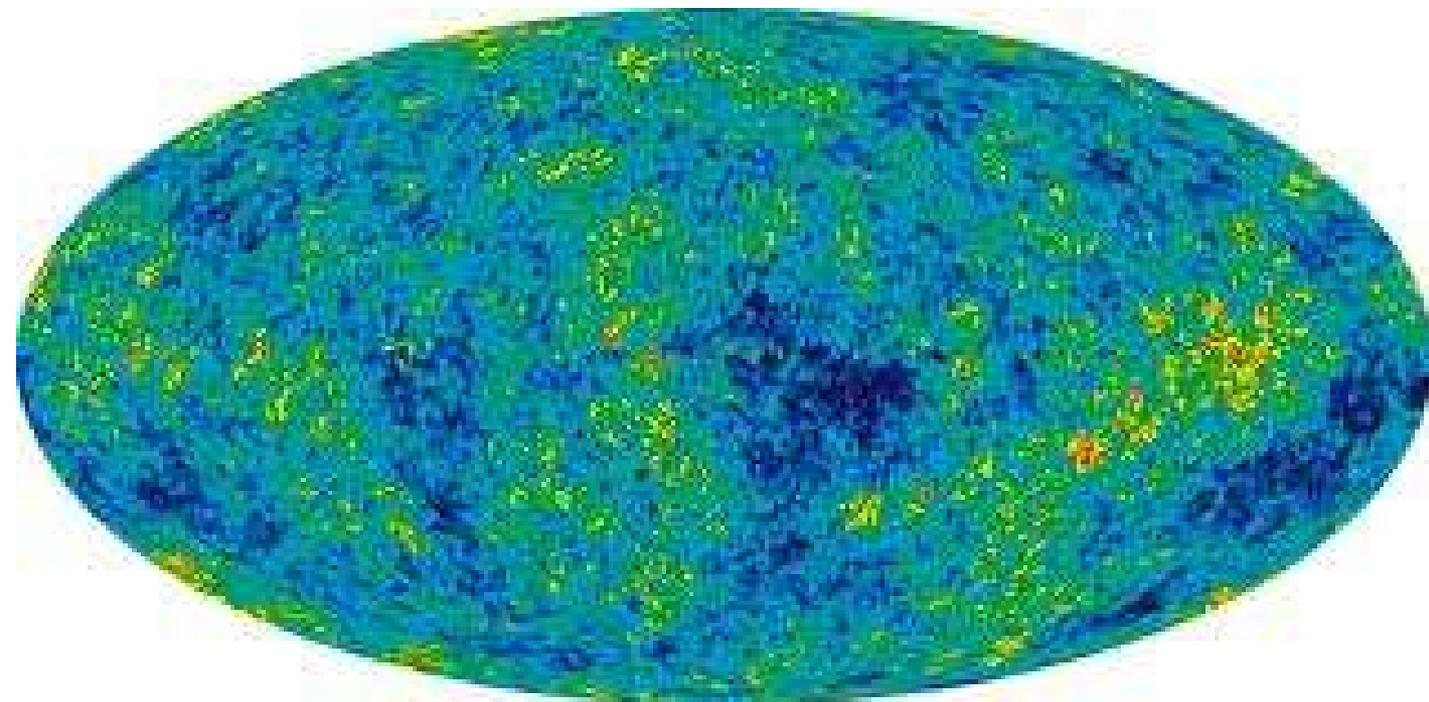
Combiner observations et méthodes

		Class	Parameter	WMAP Seven-year ML ^b	WMAP+BAO+ H_0 ML
Cas d'un Λ CDM	Primary		$100\Omega_b h^2$	2.227	2.253
			$\Omega_c h^2$	0.1116	0.1122
			Ω_Λ	0.729	0.728
			n_s	0.966	0.967
			τ	0.085	0.085
			$\Delta_{\mathcal{R}}^2(k_0)^d$	2.42×10^{-9}	2.42×10^{-9}
	Derived		σ_8	0.809	0.810
			H_0	$70.3 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	$70.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
			Ω_b	0.0451	0.0455
			Ω_c	0.226	0.226
			$\Omega_m h^2$	0.1338	0.1347
			z_{reion}^e	10.4	10.3
			t_0^f	13.79 Gyr	13.76 Gyr

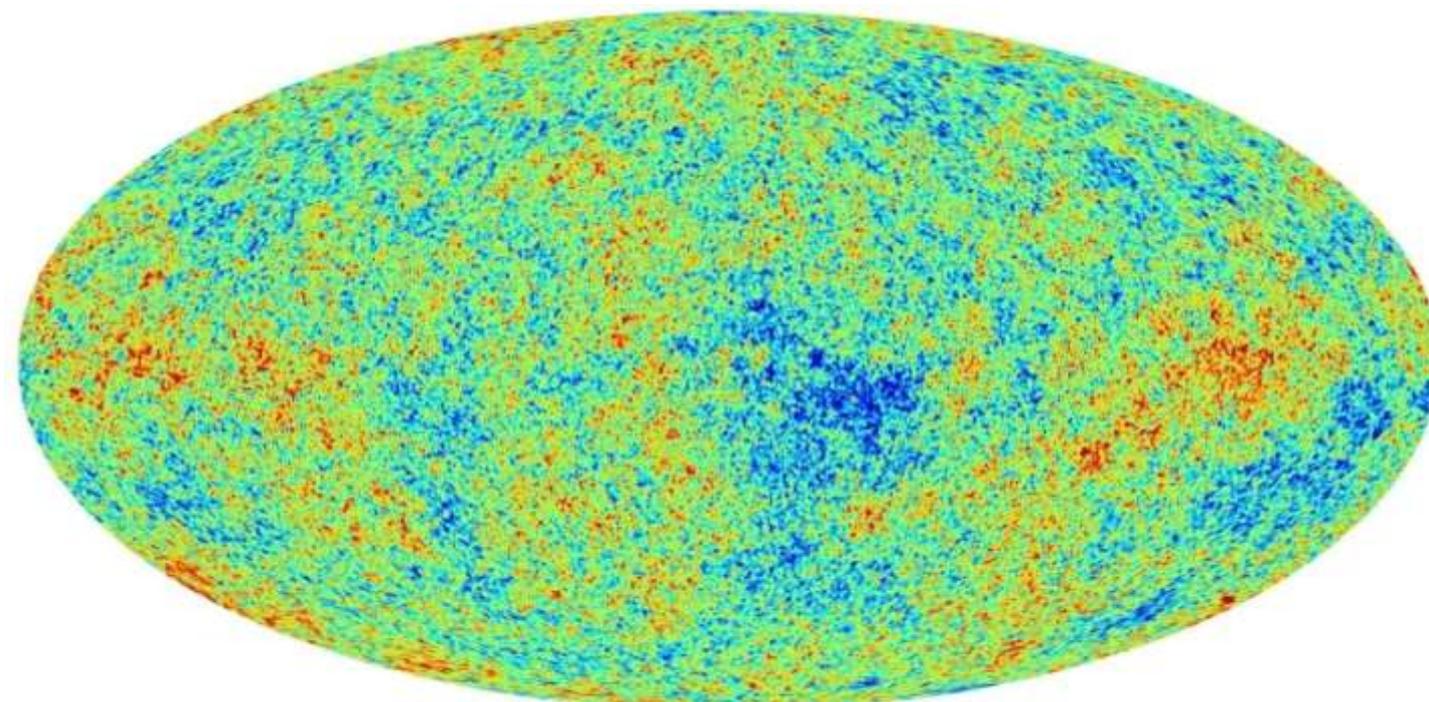
Contraintes sur des univers à énergie noire

Curvature	Parameter	+BAO+ H_0	+BAO+ H_0 + $D_{\Delta f}^a$	+BAO+SN ^b
$\Omega_k = 0$	Constant w	-1.10 ± 0.14	-1.08 ± 0.13	-0.980 ± 0.053
$\Omega_k \neq 0$	Constant w	-1.44 ± 0.27	-1.39 ± 0.25	$-0.999^{+0.057}_{-0.056}$
	Ω_k	$-0.0125^{+0.0064}_{-0.0067}$	$-0.0111^{+0.0060}_{-0.0063}$	$-0.0057^{+0.0067}_{-0.0068}$
		+ H_0 +SN	+BAO+ H_0 +SN	+BAO+ H_0 + $D_{\Delta f}$ +SN
$\Omega_k = 0$	w_0	-0.83 ± 0.16	-0.93 ± 0.13	-0.93 ± 0.12
	w_a	$-0.80^{+0.84}_{-0.83}$	$-0.41^{+0.72}_{-0.71}$	$-0.38^{+0.66}_{-0.65}$

IV. La cosmologie des 20 prochaines années



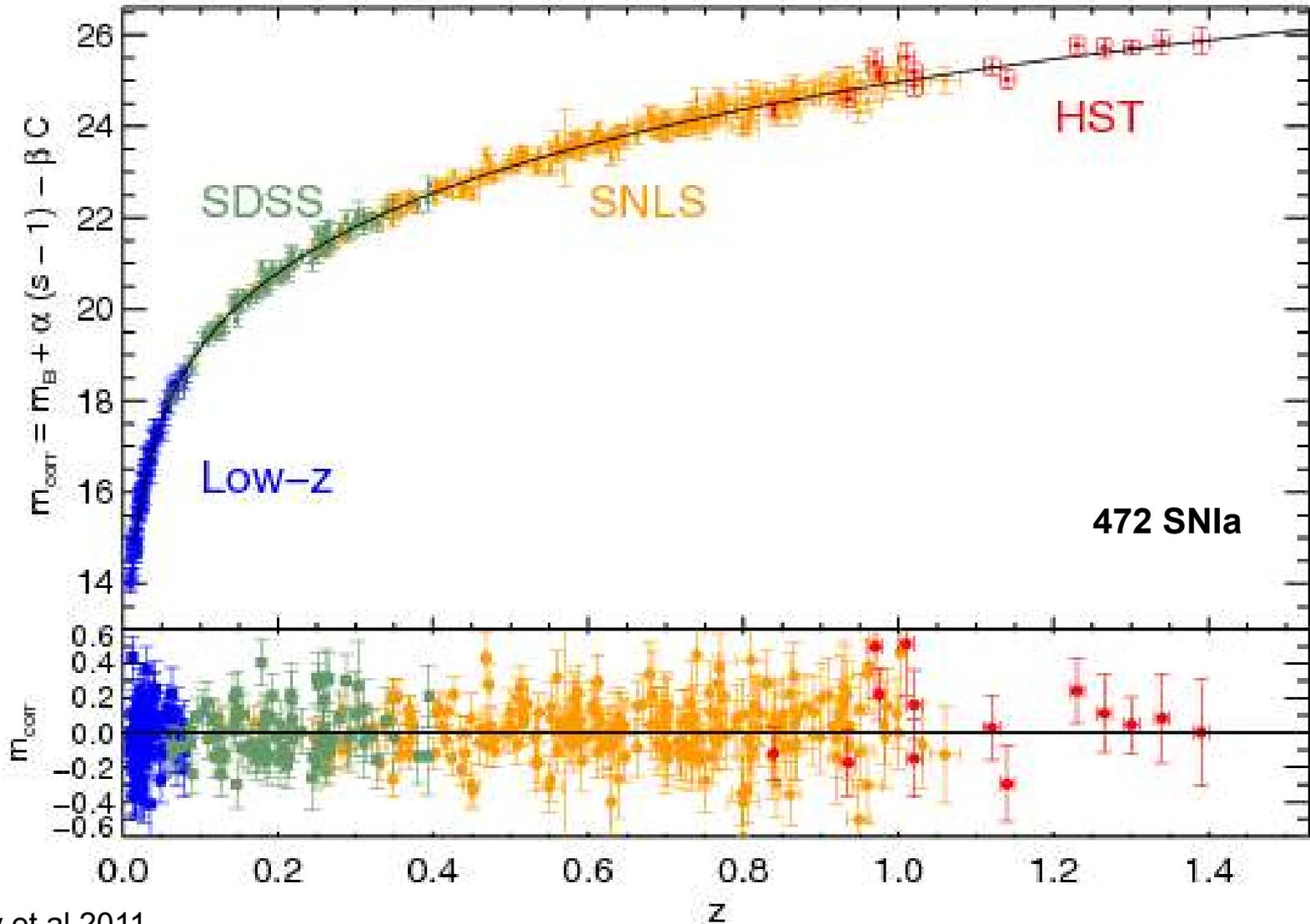
WMAP7
(2011)



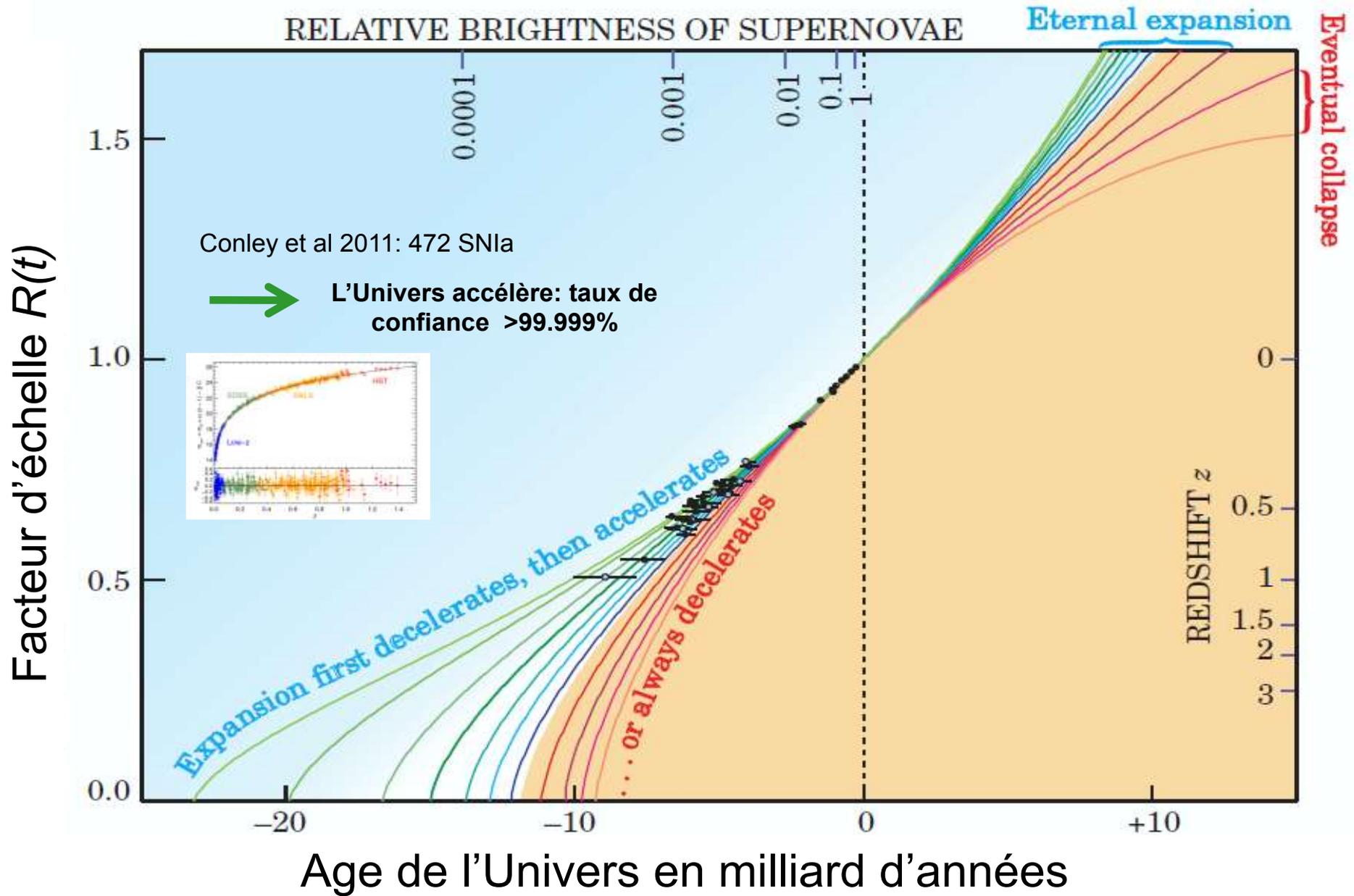
Planck
(2013)

Sonder les propriétés et la nature de la source de l'accélération de l'Univers

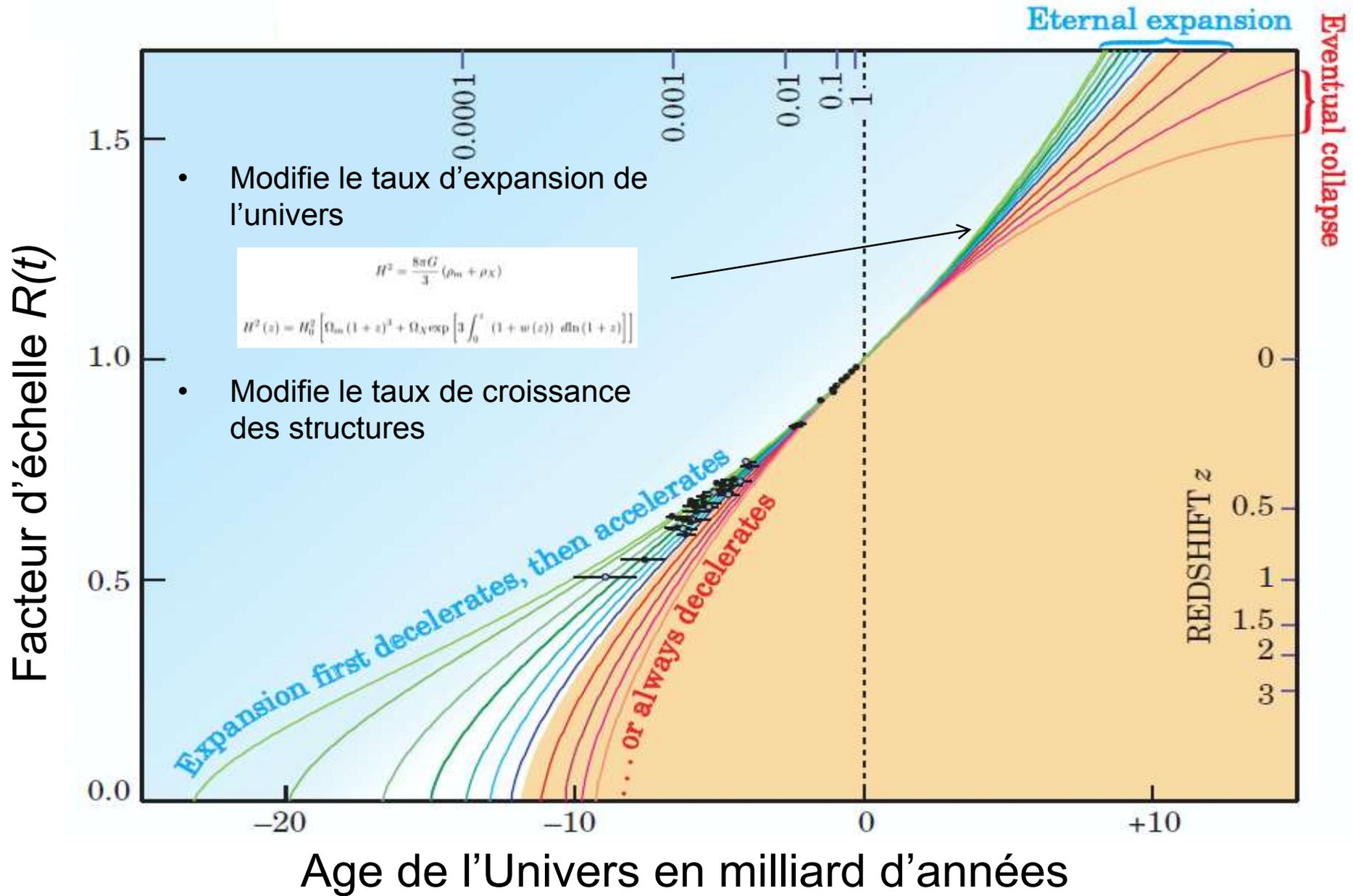
Diagramme de Hubble des SNIa



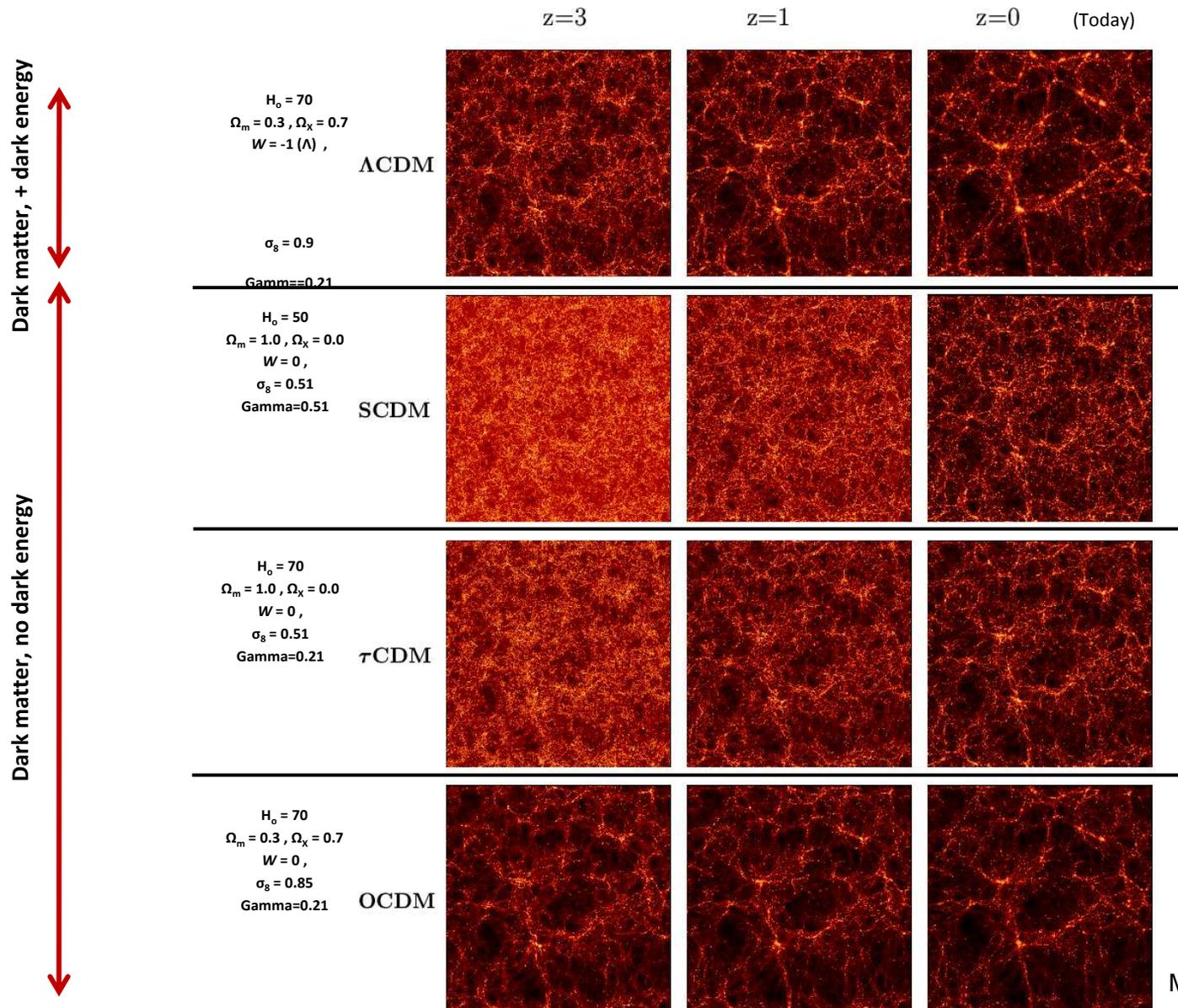
L'expansion de l'Univers s'accélère



L'Univers avec de l'énergie sombre



L'énergie sombre modifie le taux de croissances structures → tomographie



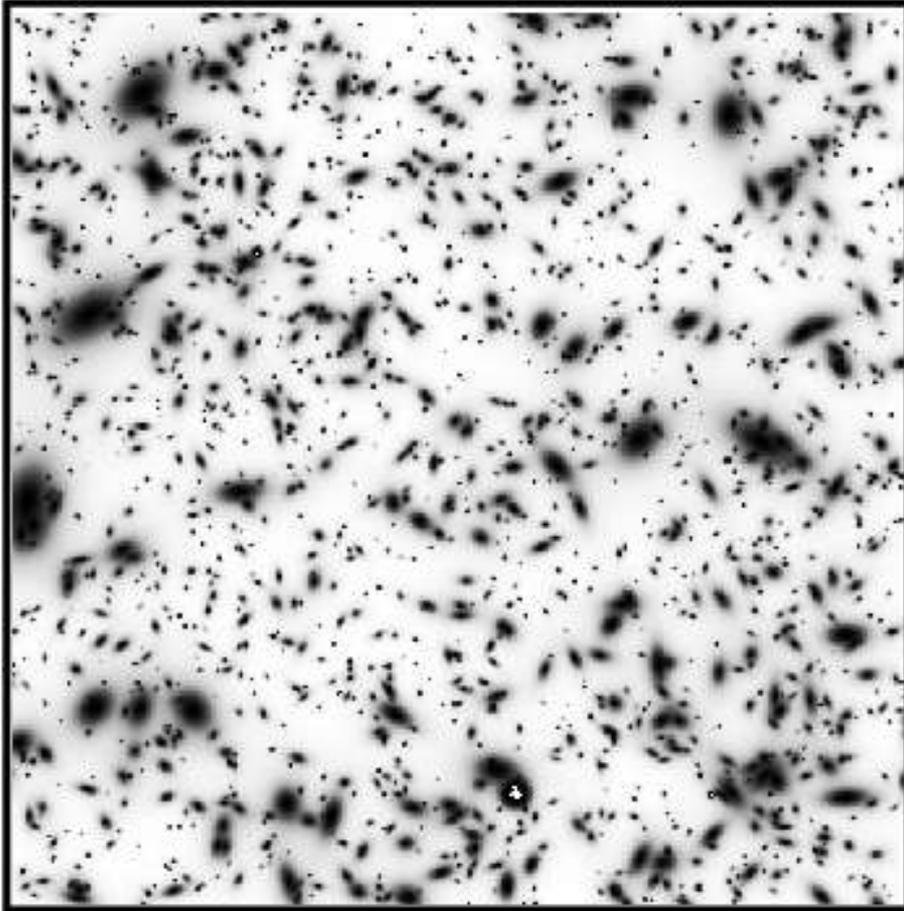
Les sondes de l'énergie sombre

- **Supernovae SNIa** : La mieux testée, mesure de $H(z)$. Besoin de procédures très fines de calibration, d'analyse des erreurs systématiques et de modèles d'explosion de SN.
- **Oscillation acoustique des baryons (BAO)**: La moins critique en termes de systématiques, sensible aux effets du biais et les effets non-linéaires. Besoin de de millions de redshifts.
- **Cisaillement gravitationnel (WL) et tomographie**: La plus prometteuse et celle qui a le plus grand potentiel exploratoire (test gravitation). Contrôle des erreurs systématiques difficile.

Ce sont les objectifs des grands projets du futur, encore en discussion:

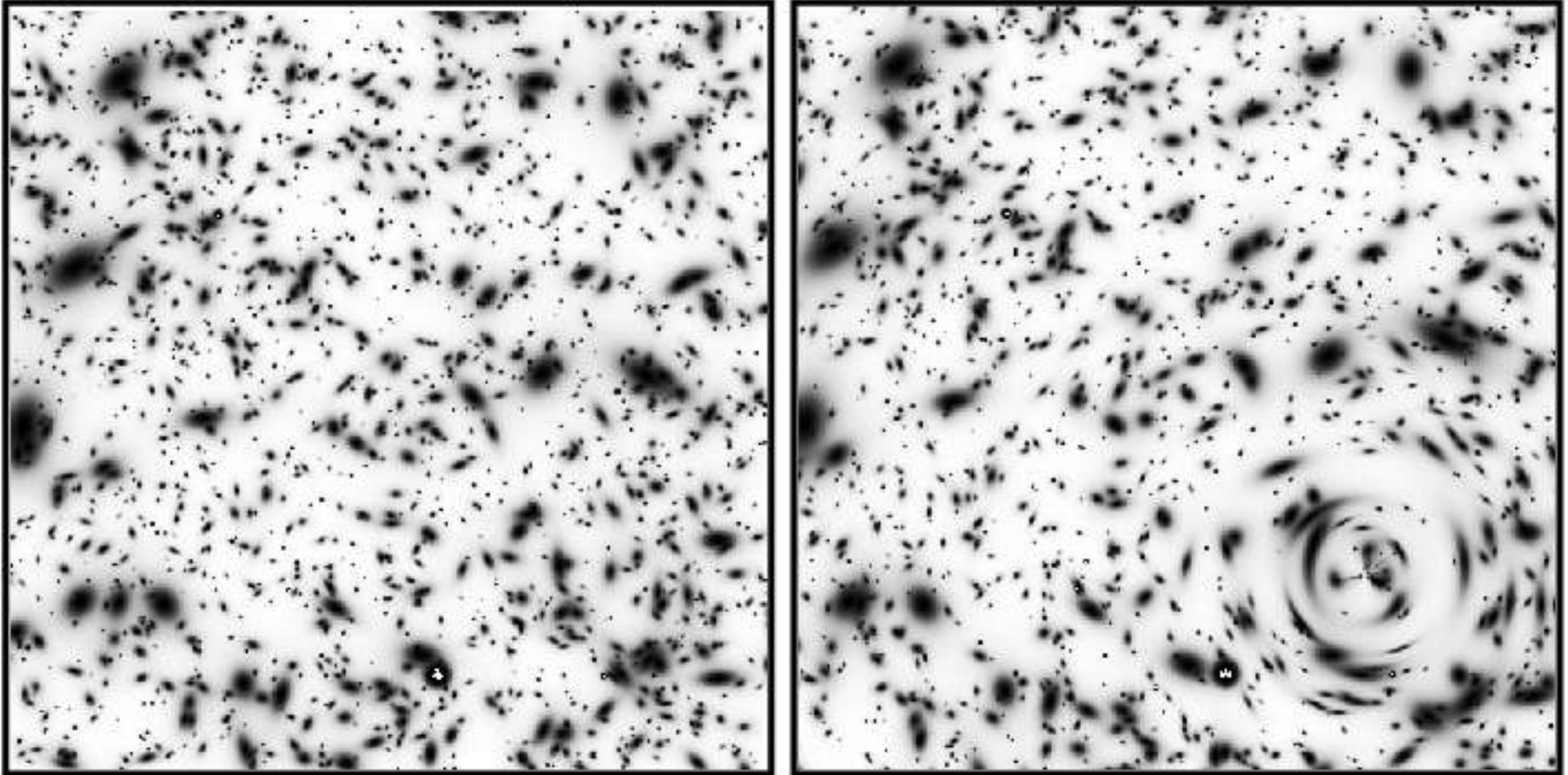
- **Euclid = BAO+WL (tomographie)**
- LSST: SNIa + WL
- Big BOSS: BAO

Généralisation : distorsion gravitationnelle faible

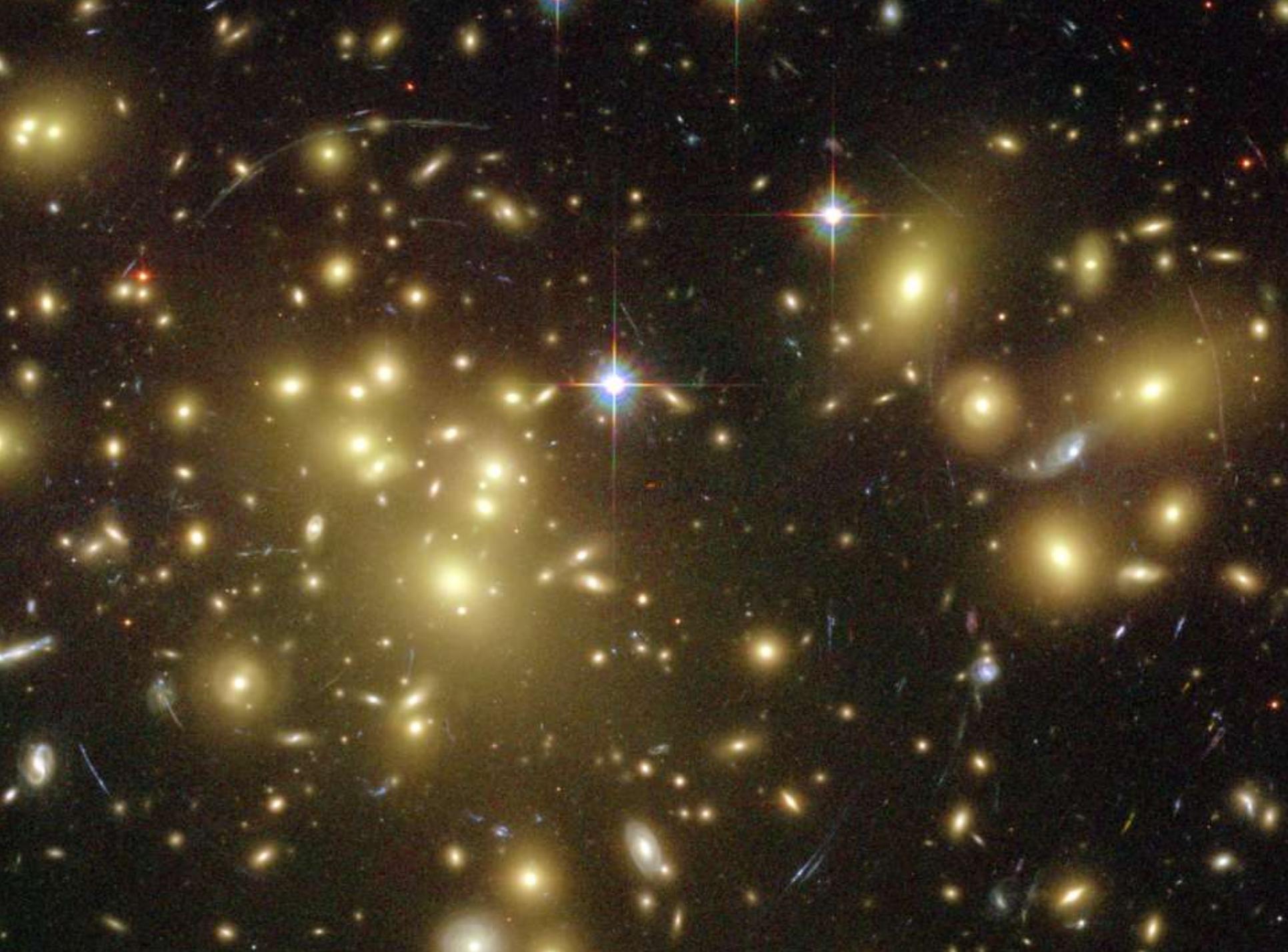


Simulation d'une image profonde avec
le HST

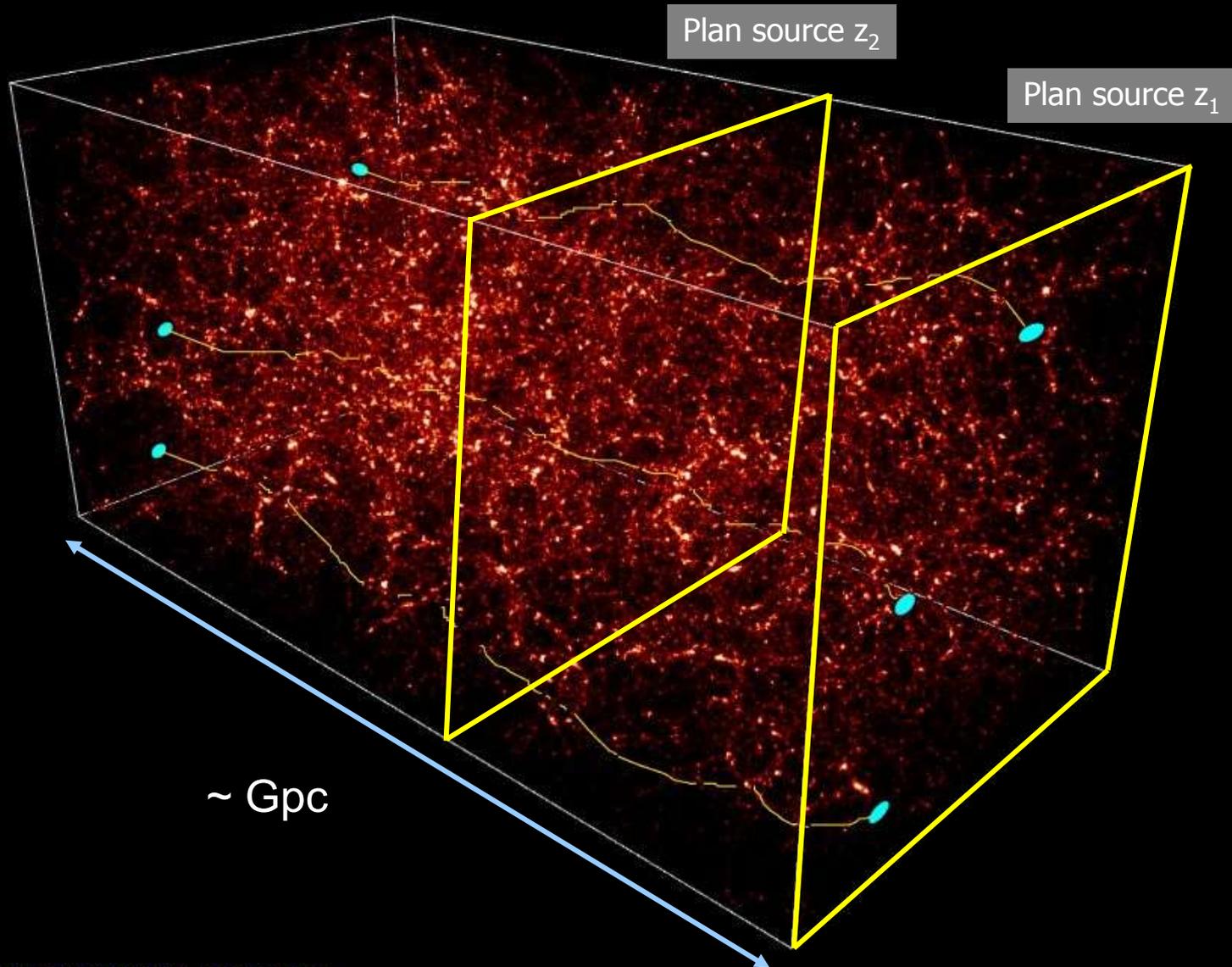
Généralisation : distorsion gravitationnelle faible



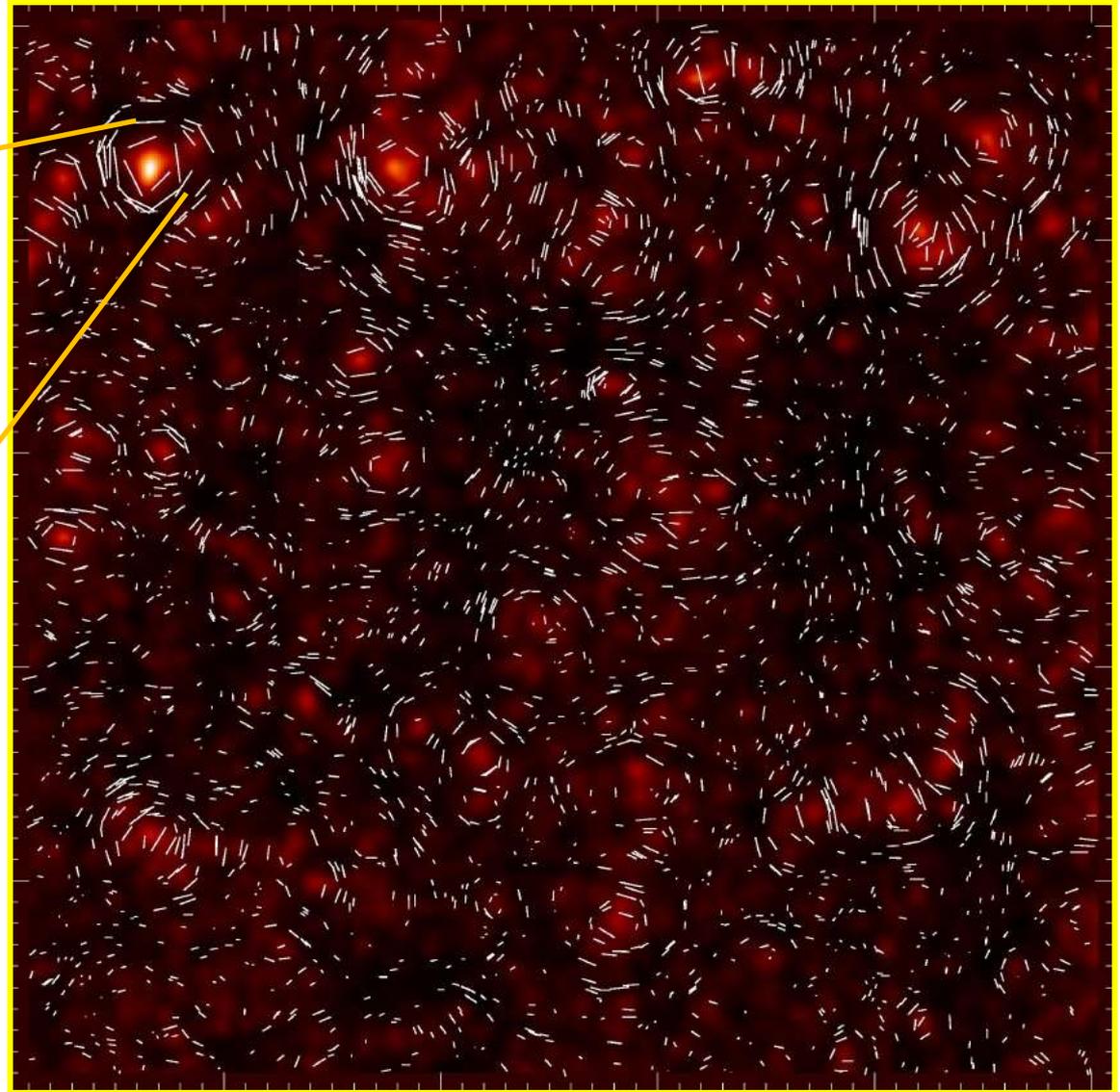
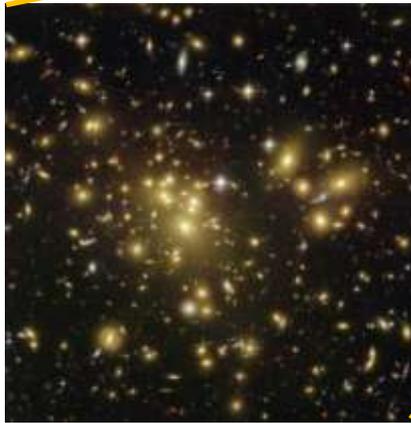
Le même champ mais avec une lentille gravitationnelle
modélisée par une sphère isotherme: 800 km/sec, $z=0.3$



Cosmic shear et tomographie : propagation des faisceaux dans un univers hétérogène



Effet statistique: carte de distorsion



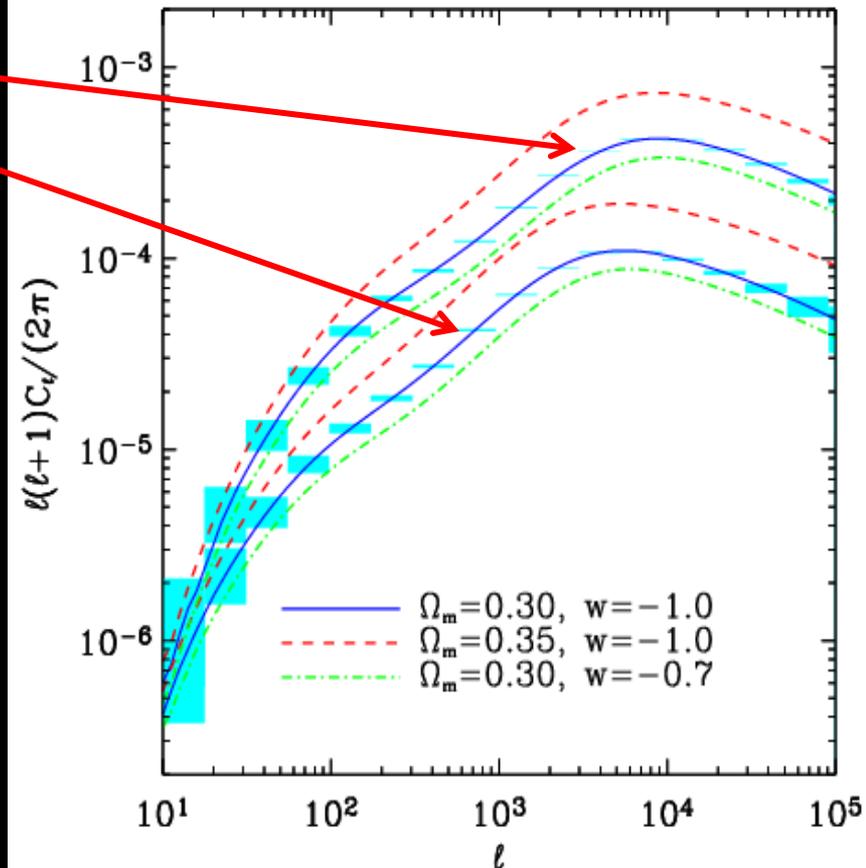
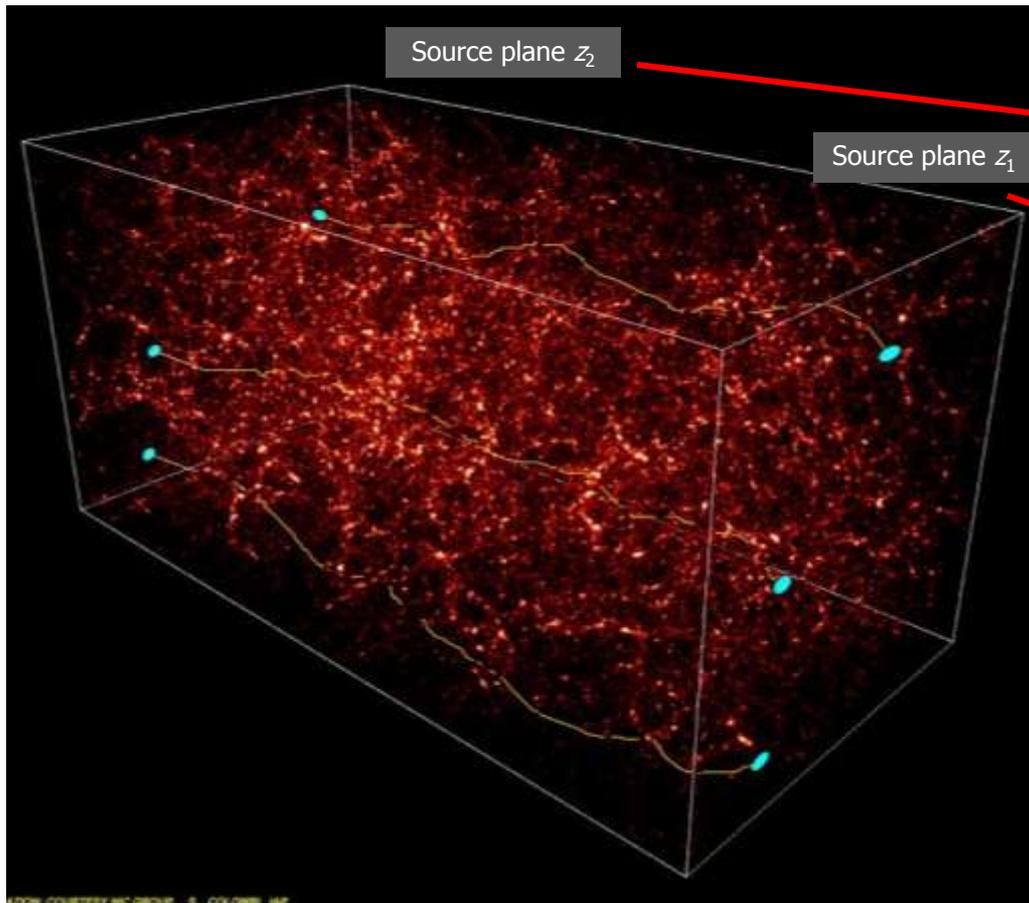
Champ de distorsion
gravitationnelle =

carte de la distribution de la
matière noire à différents
redshifts:

= Exactement *le taux de
croissance des structures*

Plan source z_1

La mission Euclid: Cosmic shear et tomographie sonder $P(k,z,w)$



La mission EUCLID (projet)

- Survey du ciel en visible très haute qualité d'image (WL), en infrarouge (bande) et en spectroscopie (BAO).
- 1.5 milliard de galaxies
- 50 millions de redshif
- Telescope de 1.2m+3 instruments
- Soyouz ST2-1B depuis la Guyanne vers L2 (M < 2160 kg).
- Lancement 2018 (si accepté)
- 6 ans de mission .

