

# Chromodynamique Quantique perturbative : calcul des jets

**Redamy PEREZ RAMOS**

*Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Énergies*

*Université Paris 6, Jussieu*

*Vendredi 21 Septembre 2007*

# Distributions et corrélations hadroniques en Chromodynamique Quantique dans l'approximation des “petits $x$ ”

- *R. Perez Ramos & B. Machet* : “MLLA inclusive hadronic distributions inside one jet at high energy colliders”, hep-ph/0512236, *JHEP* 04 (2006) 043, p.1-35 ;
- *R. Perez Ramos* : “Two-particle correlations inside one jet at “Modified Leading Logarithmic Approximation” of Quantum Chromodynamics ; I Exact solution of the evolution equations at small  $x$ ”, hep-ph/0605083, *JHEP* 06 (2006) 019, p.1-50 ;
- *R. Perez Ramos* : “Single inclusive distribution and two-particle correlations inside one jet at “Modified Leading Logarithmic Approximation” of Quantum Chromodynamics ; II Steepest descent evaluation at small  $x$ , *JHEP* 09 (2006) 014, p.1-21 ;
- *F.Arléo, R. Perez Ramos & B. Machet* : Next-to-MLLA corrections to inclusive  $k_{\perp}$  distribution and 2-particle correlations at small  $x$  inside high energy jets, arXiv :0707.3391 [hep-ph].

- La Chromodynamique Quantique perturbative :
  - \* théorie de jauge non-abélienne  $SU(3)_c$  ;
  - \* les problèmes ;
  - \* diagrammes de Feynman ; resommations ; interprétation probabiliste ;
  - \* divergences infrarouges et colinéaires ;
  - \* différentes resommations ;
  - \* les effets de cohérence.
- Les techniques utilisées.
- Les résultats. Comparaison avec les travaux précédents.

\*\*\*\*\*

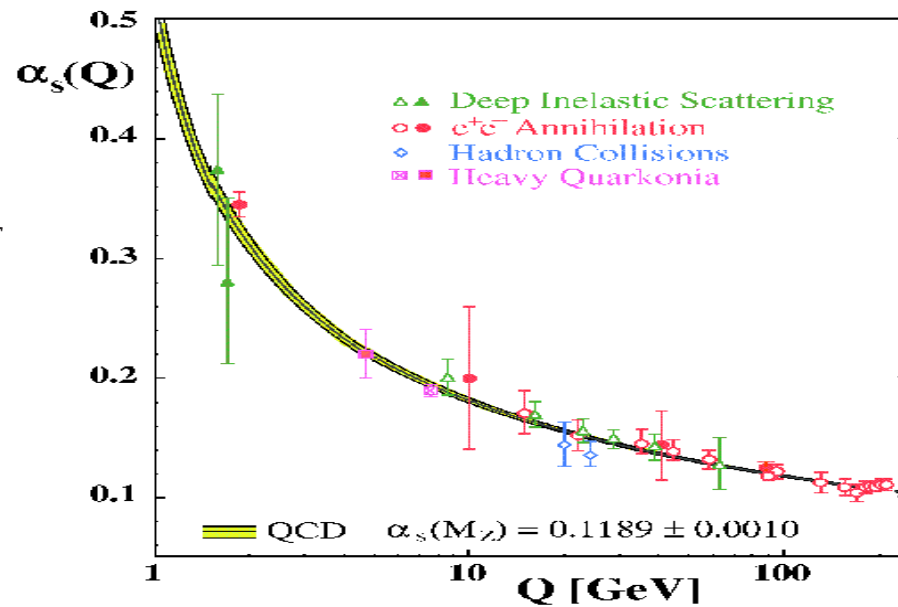
- Section efficace différentielle inclusive à une particule en MLLA et NMLLA en fonction de l'impulsion transverse  $k_\perp$  ; comparaison avec les données préliminaires de CDF ;
- Corrélations à deux particules à l'intérieur d'un jet
- Conclusions

\*\*\*\*\*

# **La Chromodynamique Quantique perturbative**

# QCD : Théorie de jauge non-abelienne des quarks et des gluons, groupe $SU(3)_c$

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}}, \quad \beta = \frac{1}{4N_c} \left( \frac{11}{3}N_c - \frac{2}{3}n_f \right); \quad N_c = 3$$



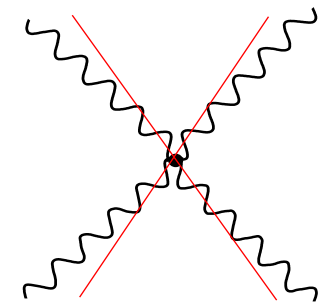
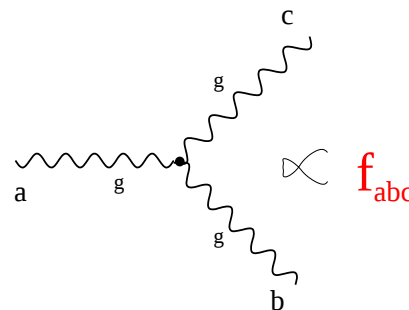
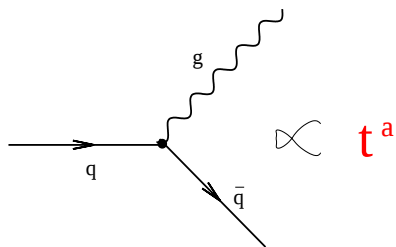
domaine non-perturbatif

$$\alpha_s \geq 1$$

domaine perturbatif (liberté asymptotique)

$$Q \gg \Lambda_{QCD} \Rightarrow \alpha_s \ll 1$$

Vertex  $q\bar{q}g$ ,  $ggg$  &  $gggg$

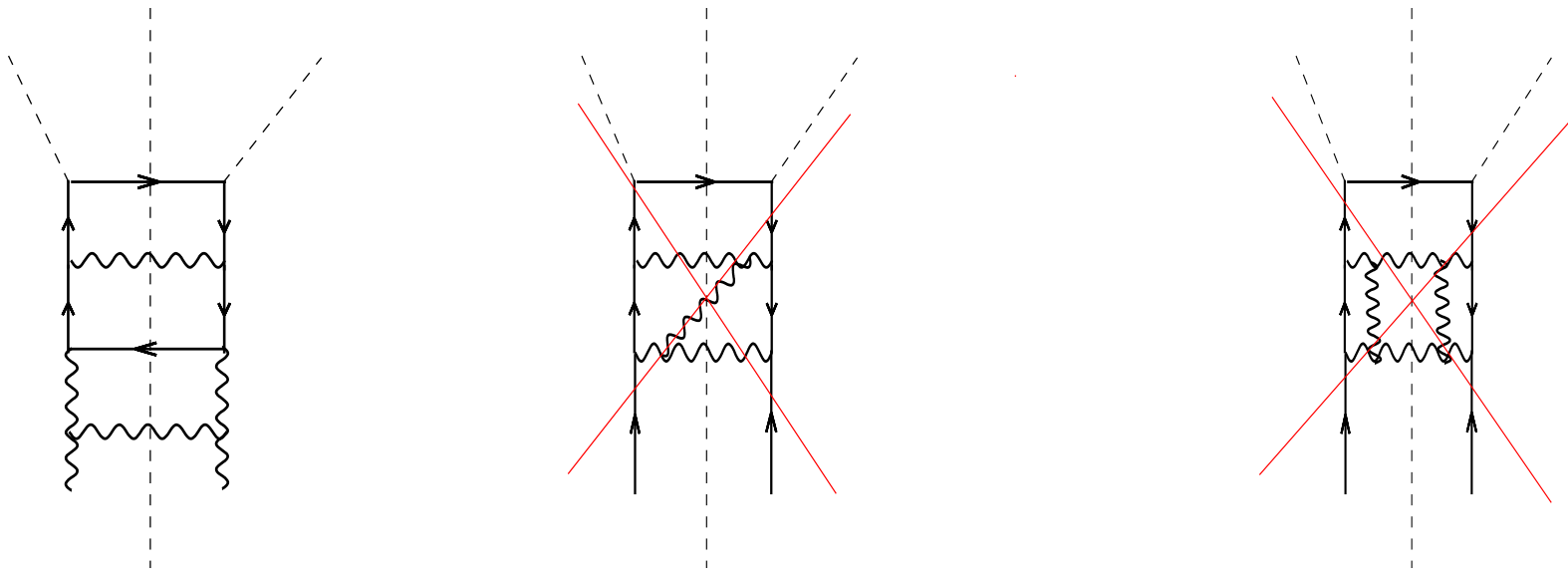


## Problèmes

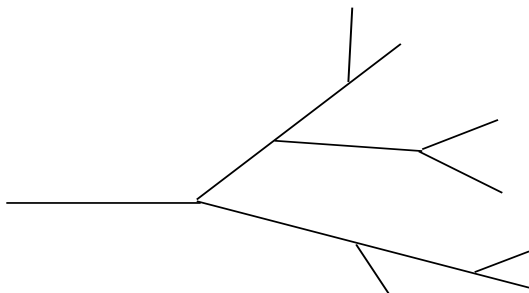
- $\alpha_s(Q^2 \rightarrow \Lambda_{QCD}^2) \rightarrow \infty$  ;
- divergences **infrarouges** et **colinéaires** beaucoup plus sévères qu'en QED ;
- hadronisation (confinement).

## Différentes approches

- Processus exclusifs : sommation de tous les diagrammes de Feynman à une **puissance donnée de  $\alpha_s$**  ;
  - processus inclusifs, jets : **resommation** de tous les logarithmes dominants, sous-dominants (...) provenant de l'émission d'un nombre quelconque de **gluons mous** et / ou **colinéaires**.
- Jauge planeaire**  $\Rightarrow$  seuls les **diagrammes en échelle** subsistent dans  $| \text{amplitude} |^2$  : processus de branchement et **interprétation probabiliste** : les vertex deviennent des **fonctions de "splitting"**

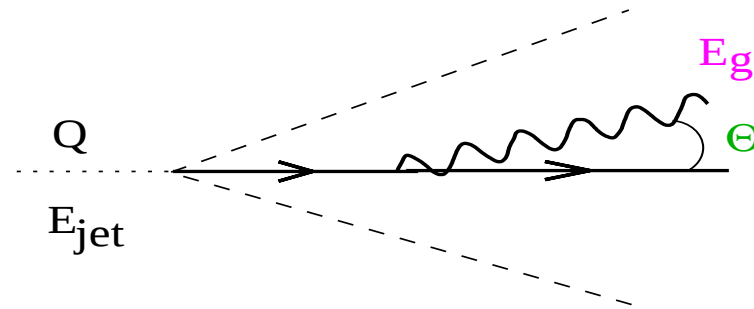


amplitude



“processus de branchement **probabiliste**”

## Divergences infrarouges et colinéaires



- divergences **colinéaires** :  $\Theta \rightarrow 0 \Rightarrow$  divergence en  $\log \Theta$   
 $\Rightarrow$  resommer tous les gluons émis à l'intérieur d'un cône  $\Theta > \Theta_{min}$  ;
- divergences **infrarouges** : quand l'énergie du gluon  $\ll$  l'énergie du parent  $\Rightarrow \log(E_{jet}/E_g)$  ;
- en général : **infrarouge** + **colinéaire**.

## Différentes resommations

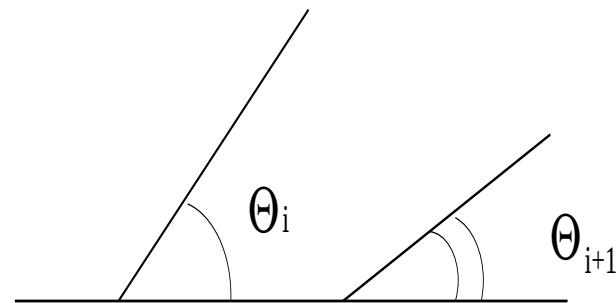
- LLA :  $\left(\alpha_s \log \frac{Q^2}{\mu^2}\right)^n$ , resommation des logs “quasi-colinéaires” (Deep Inelastic Scattering) ;
- DLA :  $\left(\alpha_s \log \frac{E_{jet}}{E_g} \log \Theta\right)^n$  ;  $\alpha_s \log^2 \sim 1$  ( $\log \sim \alpha_s^{-1/2}$ )  $\Rightarrow$  principal ingrédient à l’estimation des grandeurs dans les jets ; néglige le recul du parton émetteur (**non-conservation de l’énergie**) ;
- Single Logs (SL) :
  - \*  $(\alpha_s \log \Theta)^n$  : gluons colinéaires mous ;
  - \* ou  $\left(\alpha_s \log \frac{E_{jet}}{E_g}\right)^n$  : gluons mous colinéaires ;
  - \* d’autres origines possibles, comme le “running” de  $\alpha_s \dots$
- MLLA :  $\left(\underbrace{\alpha_s \log \log}_{DLA(1)} + \underbrace{\alpha_s \log}_{SL(\sqrt{\alpha_s})}\right)^n$  ; les corrections SL à DLA restaurent la **conservation de l’énergie** et tiennent compte du “running” de  $\alpha_s$  (**évolution du jet**) ;
- NMLLA :  $\left(\underbrace{\alpha_s \log \log}_{DLA(1)} + \underbrace{\alpha_s \log}_{SL(\sqrt{\alpha_s})} + \underbrace{\alpha_s \log \log^{-1}}_{NSL(\alpha_s)}\right)^n$  ; les corrections NSL permettent de mieux prendre en compte la conservation de l’énergie et d’étendre le domaine de validité des petits  $x$ .

## Les effets de cohérence en QED et QCD

- en QED : on démontre que les  $\gamma$ 's émis interfèrent destructivement **sauf** si ils appartiennent à un **cône de bremsstrahlung**  $\Theta_\gamma < \Theta_{diffusion}$  ;
- en QCD : la cohérence devient liée à une condition de **Angular Ordering** pour les gluons émis successivement :

\* en DLA  $\Theta_{i+1} \ll \Theta_i$  (AO “rigoureux”) ;

\* en MLLA  $\Theta_{i+1} \leq \Theta_i$  (AO “exact”).



## **Les techniques utilisées**

- Solution **exacte** d'équations intégral-différentielles **approximées** : équations d'évolution MLLA ( $x \ll 1$ )

- \* pour les distributions inclusives d'une particule ;
- \* pour les corrélations (solution itérative).

Elles se déduisent par différentiation d'une **fonctionnelle génératrice**  $Z$  :

- \* spectre inclusif d'une particule  $= \frac{\delta}{\delta u} Z(u)$  ;
- \* corrélations à deux particules  $= \frac{\delta^2}{\delta u_1 \delta u_2} Z(u)$  ;
- \* etc. . . (comme pour les fonctions de corrélation en théorie quantique des champs) ;

- Solutions des **équation d'évolution partoniques** de **Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP)** (équations d'évolution dans la région où  $x \sim 1$ ) (dans certaines intégrales) ;
- Calcul numérique (Fortran).

## Les résultats

- Distributions doublement différentielles inclusives à 1 particule  $\frac{d^2\sigma}{d\ln(1/x)d\ln k_\perp}$  pour des jets de quark ou de gluon à petit  $x$  : **premier calcul MLLA**.
  - Distribution inclusive : **premier calcul MLLA** analytique à petit  $x$  en fonction de l'*impulsion transverse* pour des jets de quark et de gluon ;
  - **premier calcul Next-to-MLLA** analytique permettant d'étendre le domaine en  $k_\perp$  et en  $x$  ;
- CDF (Tevatron) : très bon accord ; LHC : à venir.

Les travaux précédents concernaient :

- \* les distributions inclusives et les multiplicités en DLA (*Dokshitzer, Fadin, Khoze, 1982*) ;
- \* en MLLA les multiplicités et le spectre inclusif en fonction de l'énergie (*Malaza, Webber, 1986 ; Dokshitzer, Khoze, Troyan, Mueller, 1988. . .*)

- Corrélations à 2 particules :

- \* première expression MLLA analytique exacte à petit  $x$  ne se limitant pas au pic de la distribution inclusive pour les énergies des 2 particules ;

Les travaux précédents concernent :

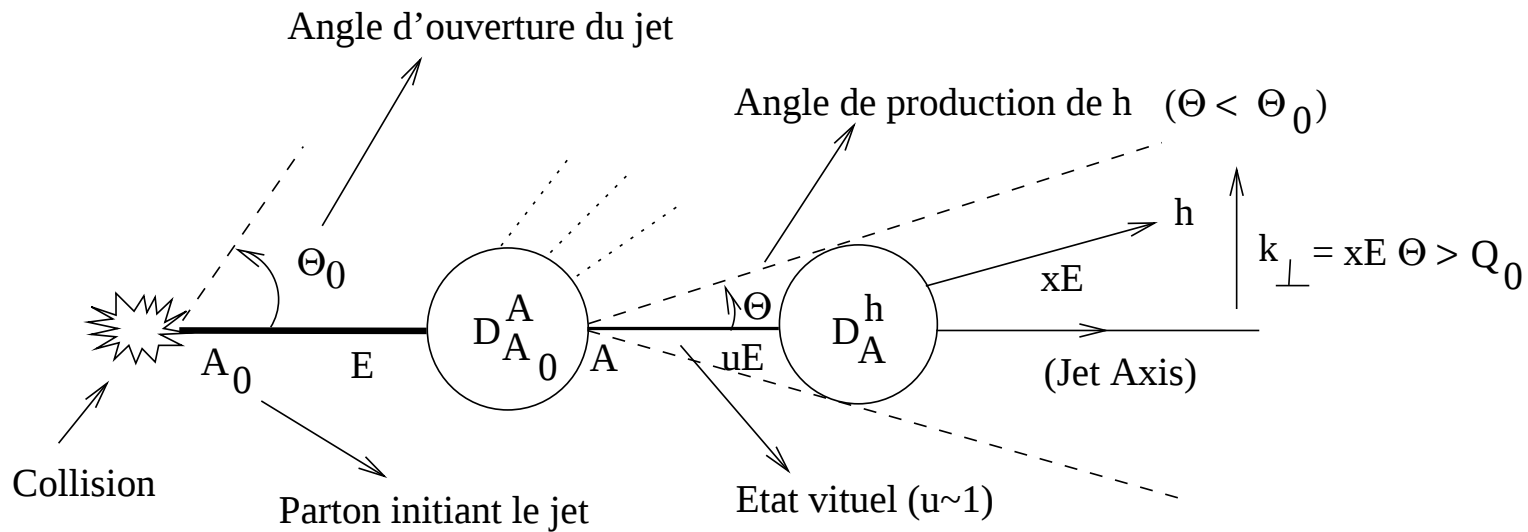
- \* les solutions des équations en DLA (*Dokshitzer, Fadin, Khoze, 1982*) ;
  - \* en MLLA (*Fong & Webber, 1990*), les résultats se limitent au pic de la distribution inclusive dans l'approximation du “spectre limite” (cut-off colinéaire =  $\Lambda_{QCD}$ )
  - \* extension (MLLA) au delà du “spectre limite” dans l'approximation semi-classique (méthode du col) ; énorme gain de temps numérique (facteur 50000 !) ;

Meilleur accord avec l'expérience (OPAL, CDF en cours d'analyse) que Fong & Webber, mais il reste encore des désaccords : les analyses futures permettront de tester l'hypothèse de la “dualité locale parton-hadron (LPHD)” (très bien confirmée pour les grandeurs inclusives) ; le rôle des corrections “Next-to-MLLA” sera évoqué.

- Les intervalles de fiabilité de tous ces calculs en rapport avec les approximations qu'ils comportent ( $x$  petit,  $\alpha_s$  petit) ont été donnés et expliqués.

**Section efficace différentielle inclusive  $\frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}}$  à une particule, en fonction de son impulsion transverse ( $k_{\perp}$ )**

## Section efficace différentielle inclusive à une particule en fonction de $k_{\perp}$



$$\underbrace{\left( \frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}} \right)_{g \text{ or } q}}_{\text{Mesurable !}} = \int dx \left( \frac{d^2\sigma}{dx d \ln k_{\perp}} \right)_{g \text{ or } q}$$

où

$$\left( \frac{d^2\sigma}{dx d \ln k_{\perp}} \right)_{A_0} = \frac{d}{d \ln k_{\perp}} \left[ \sum_A \int_x^1 du D_{A_0}^A(u, E\Theta_0, uE\Theta) D_A^h\left(\frac{x}{u}, uE\Theta, Q_0\right) \right]$$

$\Rightarrow$  valable  $\forall x$  et dominée par  $u \sim 1$  !!

## Approximation des petits $x \Rightarrow$ résultats analytiques

$$D_{A_0}^A(u = \mathcal{O}(1) \dots) : \text{DGLAP}; \quad D_A^h\left(\frac{x}{u} \ll 1 \dots\right) : \text{(N)MLLA}$$

- Paramètre perturbatif de l'expansion, et variables :

$$\gamma_0^2 = \alpha_s(k_\perp^2) \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{\beta \ln \frac{Q}{\Lambda_{QCD}}} = \frac{1}{\beta Y_{\Theta_0}}, \quad Y_{\Theta_0} = \ln \frac{Q}{\Lambda_{QCD}}, \quad \beta = \frac{1}{4N_c} \left( \frac{11N_c}{3} - \frac{2}{3}n_f \right);$$

$$\ell = \ln(1/x), \quad y = \ln(k_\perp/\Lambda), \quad k_\perp \approx xE\Theta, \quad \Lambda_{QCD} \approx 0.253 \text{ GeV}$$

$\Rightarrow$  section efficace doublement différentielle :

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\ell dy} \right)_{A_0} \stackrel{x \ll 1}{\approx} \frac{d}{dy} \left[ \langle C \rangle_{A_0}(\ell, y) \tilde{D}_g^h(\ell, y) \right]$$

- $\tilde{D}_g^h(\ell, y)$  (à partir des équations d'évolution) décrit le “humped backed plateau” dans la limite  $Q \gg Q_0 \sim \Lambda_{QCD}$  (spectre limite).  $D^{\text{NMLLA}} \approx D^{\text{MLLA}}$ .
- $\langle C \rangle_{A_0}(\ell, y) =$  courant de couleur (facteur de couleur dynamique); décrit l'évolution du jet entre  $\Theta_0$  et  $\Theta$ .

## Equations d'évolution pour le spectre inclusif $D_A^h$ d'une particule

Développement autour de  $z \sim 1$  du parton intermédiaire : éqs d'évolution intégral-différentielle  
MLLA  $\rightarrow$  éqs intégrales couplées NMLLA pour  $D_g^h \equiv G$  et  $D_q^h \equiv Q$  :

$$A = g : \quad \underbrace{G(\ell, y)}_{\text{jet de gluon}} = \delta(\ell) + \int_0^\ell d\ell' \int_0^y dy' \gamma_0^2(\ell' + y') \left( \underbrace{1}_{DLA} - a\delta(\ell' - \ell) \right) G(\ell', y'),$$

$$A = q : \quad \underbrace{Q(\ell, y)}_{\text{jet de quark}} = \dots G(\ell, y) \dots$$

$$\ell = \ln(1/x) \equiv \ln \frac{E}{k_0}, \quad y = \ln \frac{k_\perp}{Q_0}, \quad \lambda = \ln \frac{Q_0}{\Lambda_{QCD}}$$

$$\gamma_0^2(\ell + y) = \frac{1}{\beta(\ell + y + \lambda)}, \quad Y = \ell + y = \ln \frac{E\Theta}{Q_0}$$

$$G(\ell, y) = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\ell}$$

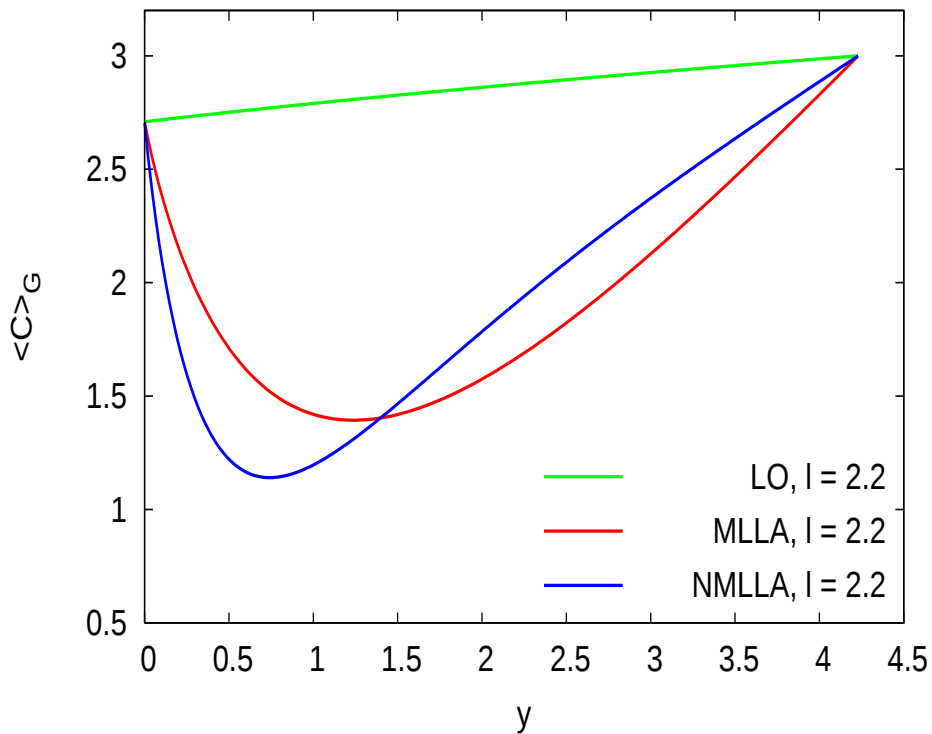
terme DLA :  $\propto 1 \Rightarrow \mathcal{O}(1)$ ;    “hard corrections” :  $a = \mathcal{O}(\sqrt{\alpha_s})(\text{MLLA}) + \mathcal{O}(\alpha_s)(\text{NMLLA})$

- La solution exacte des équations  $\Rightarrow$  calcul de  $\frac{d^2\sigma}{d\ell dy}(\ell, y) \rightarrow \frac{d\sigma}{dy}(y) = \int d\ell \left( \frac{d^2\sigma}{d\ell dy} \right)$ .

# Le courant de couleur $\langle C \rangle_{A_0}$ à $Q = 155 \text{ GeV}$ (Tevatron)

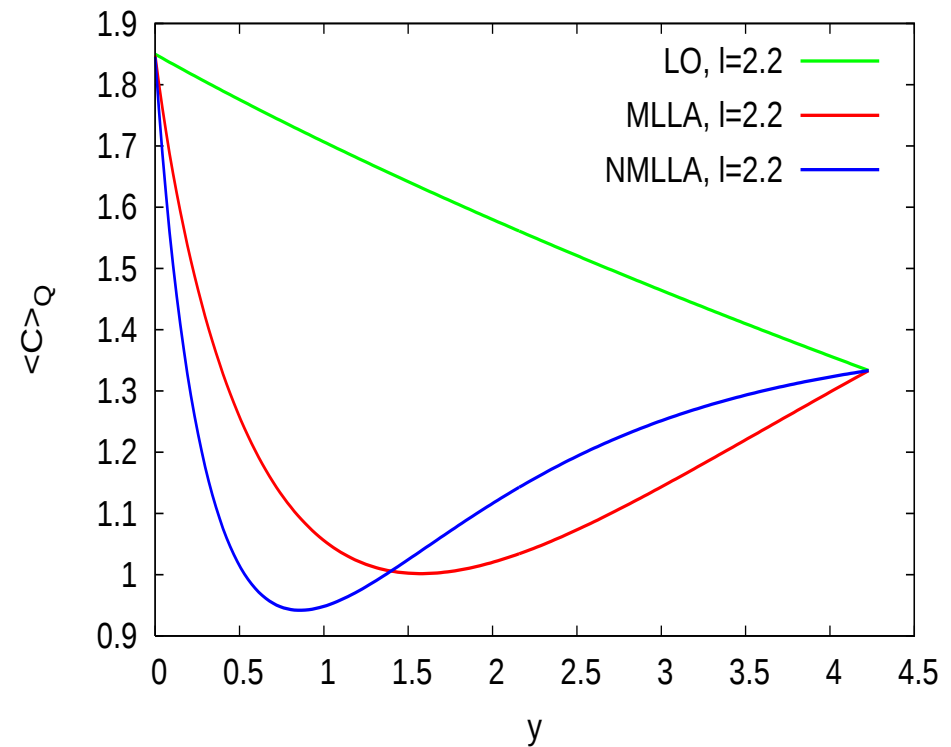
Gluon

$Y=6.4$



Quark

$Y=6.4$



$\Rightarrow$  Sources NMLLA :  $\langle C \rangle_{A_0} = \mathcal{O}(\alpha_s)$  et  $\frac{d}{dy} \langle C \rangle_{A_0} = \mathcal{O}(\alpha_s)$

## Les limites du calcul et intervalles de fiabilité MLLA et NMLLA :

2 conditions “contradictaires” à satisfaire simultanément :  $x \ll 1$  et  $\alpha_s(k_\perp) \ll 1$  ;

- À grand  $k_\perp$ , l'approximation des petits  $x$  échoue ( $k_\perp \approx x E \Theta$ ) car problèmes de positivité  
 $\Rightarrow \exists k_{\perp max}$  (NMLLA > MLLA).
- à très petit  $k_\perp$ , l'expansion perturbative diverge ( $\alpha_s(k_\perp) \rightarrow \infty$ ).

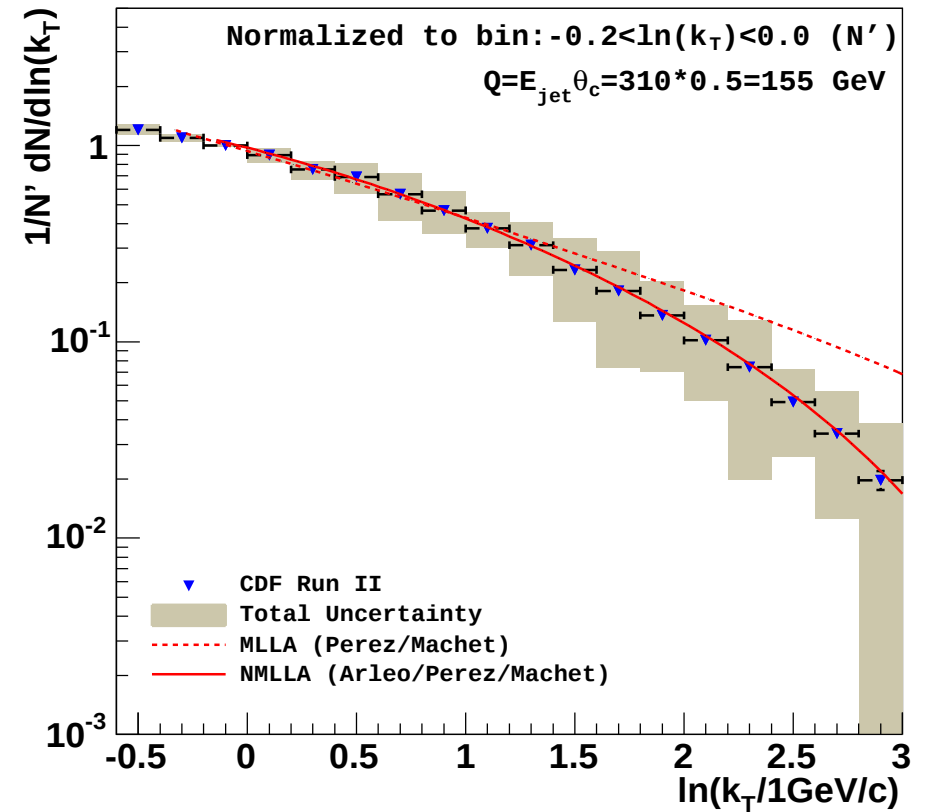
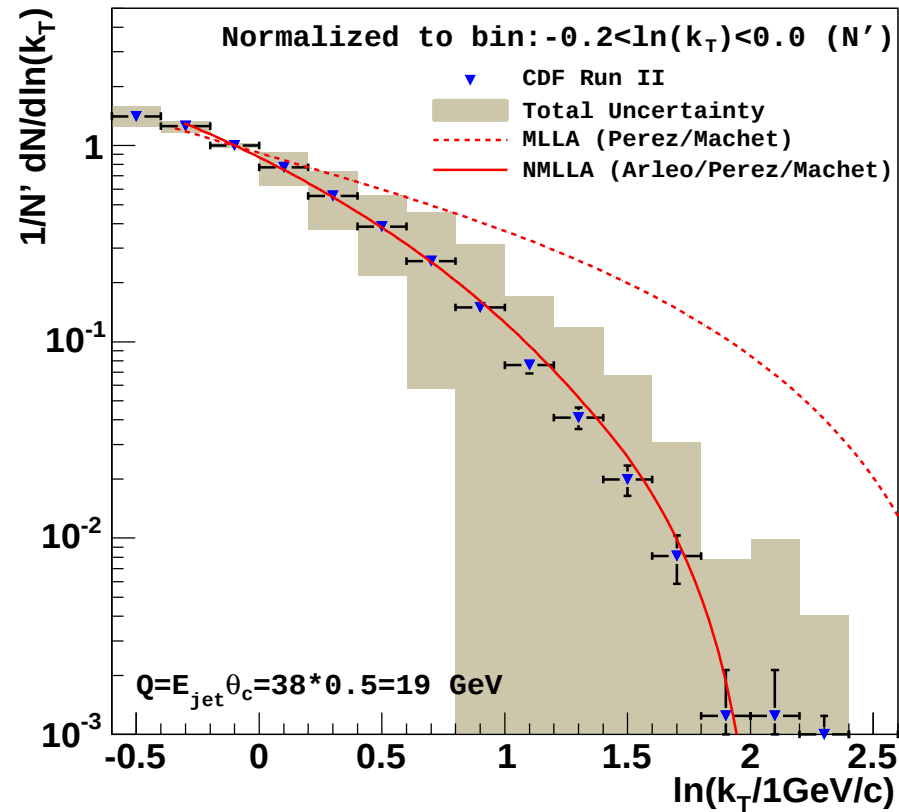
$$k_\perp > k_{\perp min} \Rightarrow y > 1.4 \Leftrightarrow k_\perp > 1 \text{ GeV}$$

Donc  $\exists$  intervalle de validité :  $k_{\perp min} \leq k_\perp \leq k_{\perp max}$  (NMLLA > MLLA) qui augmente avec l'énergie.

Le LHC fournira des tests de QCD perturbative dans un intervalle de  $k_\perp$  plus important que pour le Tevatron.

⇒ section efficace différentielle inclusive à une particule en fonction de  $y = \ln(k_{\perp}/1\text{GeV})$  :

$$\left( \frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}} \right)^{ch} = \omega \left( \frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}} \right)_g + (1 - \omega) \left( \frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}} \right)_q$$

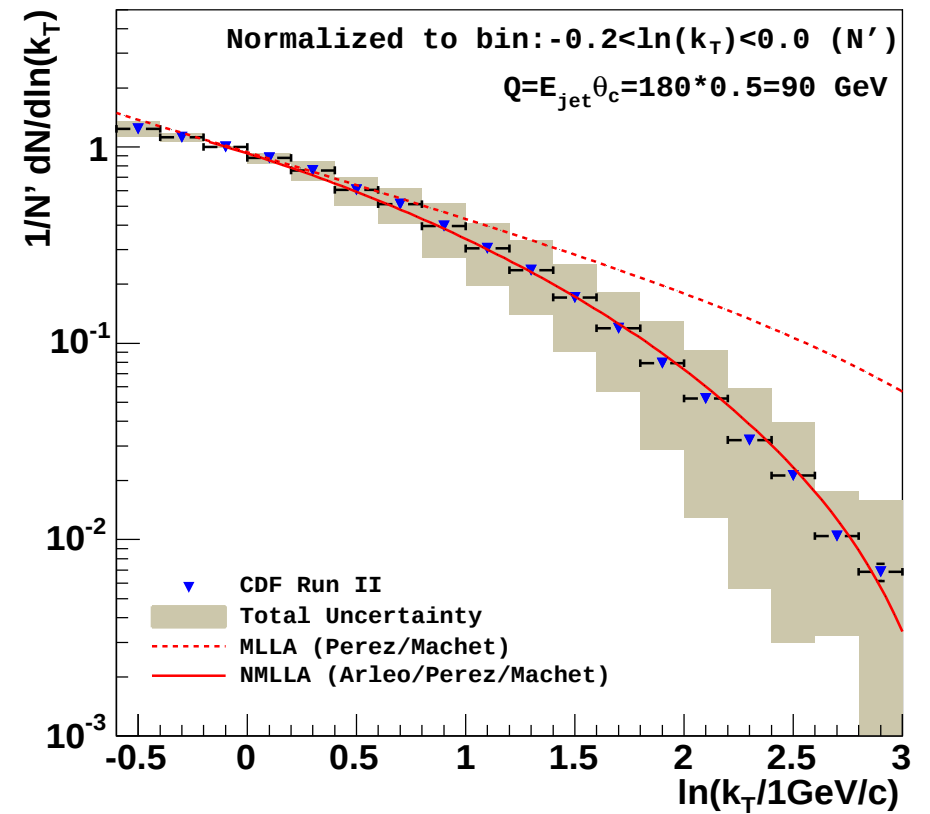
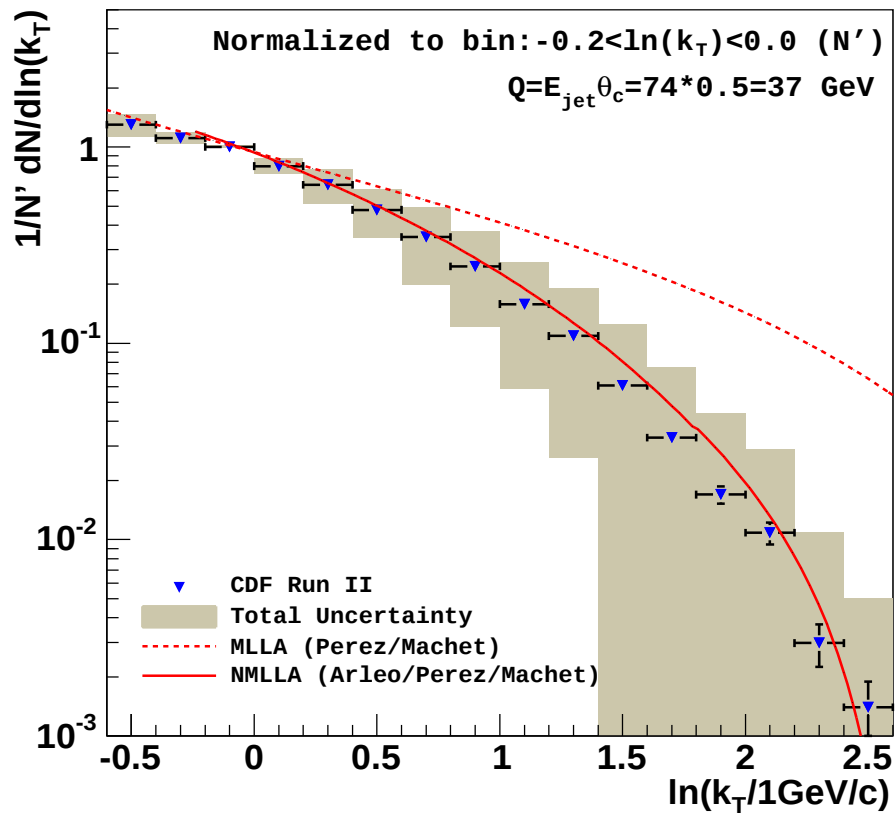


$MLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 0.5$

$NMLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 1.9$

$MLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 2.3$

$NMLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 3.0$

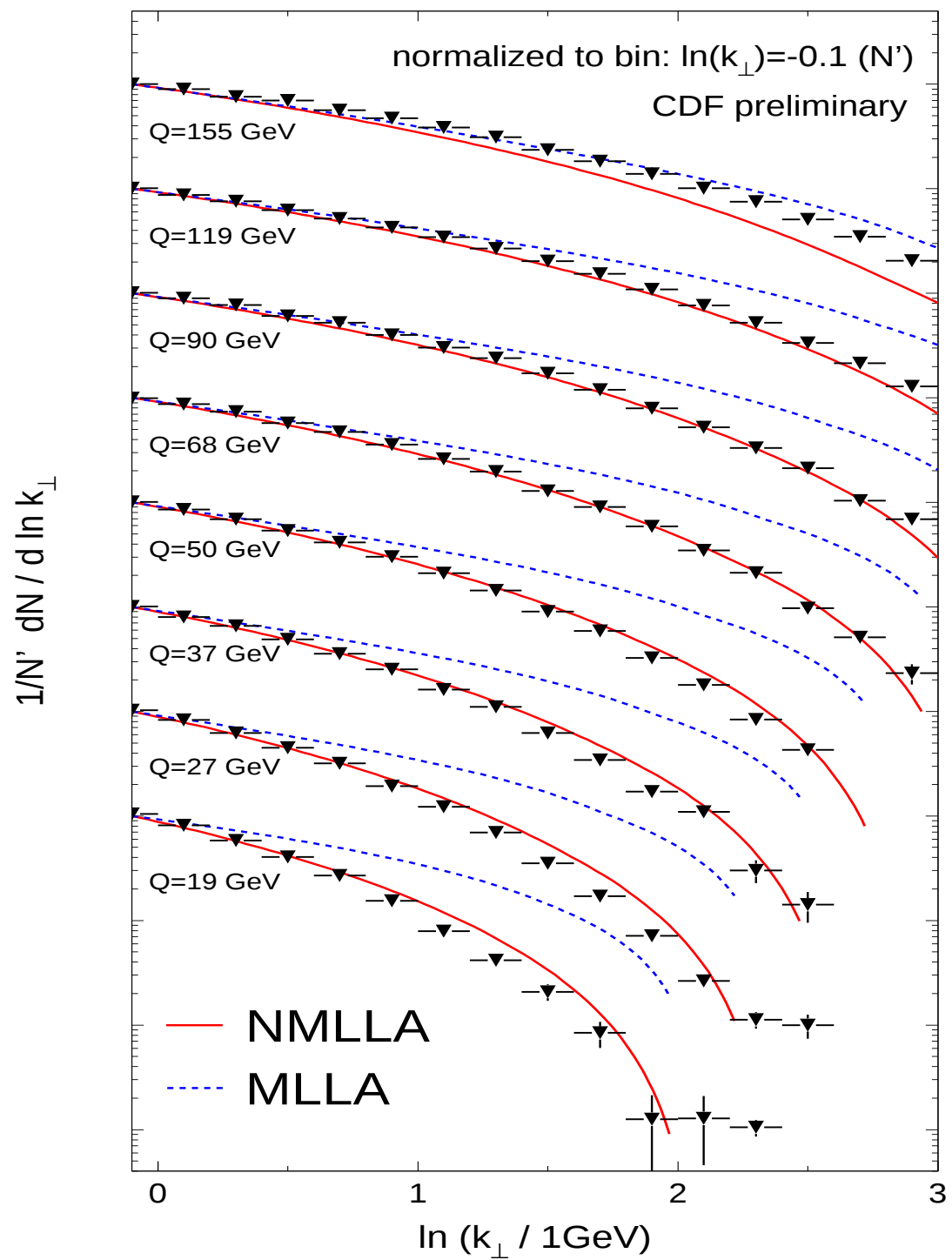


$MLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 1.0$

$NMLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 2.4$

$MLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 1.6$

$NMLLA : 0 \leq \ln(k_{\perp}/1 \text{ GeV}) \leq 2.8$



## Un peu de technique : les corrections NMLLA

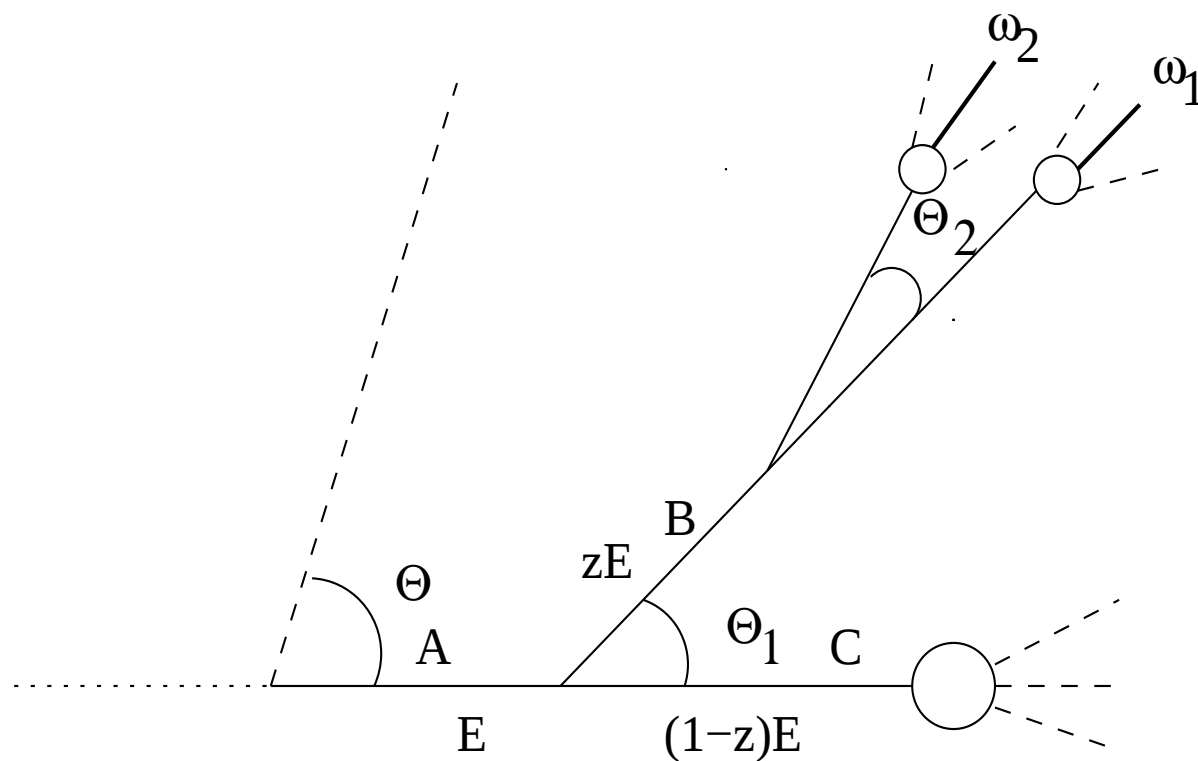
- Eq. pour la Fonctionnelle Génératrice démontrée en MLLA (pas de vertex à 4-gluons...)  $\Rightarrow$  éqs intégral-différentielles MLLA pour le spectre inclusif ;
- développement en  $|\ln(z \sim 1)| \ll |\ln(x \ll 1)| \rightarrow$  éqs int. couplées MLLA, NMLLA pour  $D = Q$ ,  $D = G$  ; en particulier  $D_{\text{MLLA}} \approx D_{\text{NMLLA}}$  ;
- d'où viennent les corrections cruciales NMLLA ? : du développement perturbatif de 
$$\left( \frac{d^2 \sigma}{dx d \ln k_{\perp}} \right)_{A_0} = \frac{d}{d \ln k_{\perp}} \int du D_{A_0}^A(u \dots) D_A^h\left(\frac{x}{u} \dots\right)$$
 en puissances de  $\ln u$  pour  $|\ln(u \sim 1)| \ll |\ln(x \ll 1)| \rightarrow 1 + \sqrt{\alpha_s} + \alpha_s$  ;
- autres corrections possibles non-perturbatives  $\ni$  NMLLA :
  - les corrections à 2 boucles des fonctions de splitting  $\sim$  correction à 1 boucle (1er ordre) à  $x \ll 1$  ;
  - limites d'intégration raffinées (préasymptotiques,  $x < Q_0/Q \rightarrow$  “power corrections”)  $\Rightarrow$  corrections non-perturbatives ;
- $\alpha_s$  à 2 boucles  $\ll$  rôle de la conservation de l'énergie (dont nos corrections MLLA et NMLLA tiennent compte) ;

## Conclusions sur $\frac{d\sigma}{d \ln k_{\perp}}$

- Très bon accord entre NMLLA et les données expérimentales de CDF ( $\forall Q$ ) dans un intervalle de fiabilité plus large que pour MLLA ; asymptotiquement NMLLA  $\rightarrow$  MLLA ;
- Test supplémentaire de “LPHD” (les partons se comportent comme des hadrons) ; pQCD domine par rapport aux effets non-perturbatifs (hadronisation) qui semblent complètement négligeables ; ceci a auparavant été confirmé dans les cas des multiplicités des jets, corrélateur des multiplicités, “hump-backed plateau”...
- Efficacité du calcul des jets dans l’estimation des grandeurs inclusives...
- Corrélations : moins inclusives (car 2 particules) ; rôle des effets non perturbatifs ?

# **Corrélations à deux particules dans les jets hadroniques dans le cadre de l'approximation MLLA**

R. Perez-Ramos, JHEP 06 (2006) 019, p.1-50



Ordonnance Anglaire exacte :  $\Theta \geq \Theta_1 \geq \Theta_2$

$$G^{(2)}, Q^{(2)}(\omega_1, \omega_2) \equiv \omega_1 \omega_2 \frac{d^2 \sigma}{d\omega_1 d\omega_2} ??$$

## Equations d'évolution MLLA pour les corrélateurs des quarks et des gluons

Système d'équations intégrales couplées :

$$\begin{aligned}
 G^{(2)}(\ell_1, y_2, \eta) - G_1(\ell_1, y_1)G_2(\ell_2, y_2) &= \int_0^{\ell_1} d\ell \int_0^{y_2} dy \gamma_0^2(\ell + y) \left[ \underbrace{1}_{DLA} - a\delta(\ell - \ell_1) \right] G^{(2)}(\ell, y, \eta) \\
 &\quad + (a - b) \int_0^{y_2} dy \gamma_0^2(\ell_1 + y) G(\ell_1, y + \eta) G(\ell_1 + \eta, y), \\
 Q^{(2)}(\ell_1, y_2, \eta) - Q_1(\ell_1, y_1)Q_2(\ell_2, y_2) &= \dots
 \end{aligned}$$

terme DLA :  $\propto 1 \Rightarrow \mathcal{O}(1)$ ;      corrections MLLA :  $\propto a, (a - b) \Rightarrow \mathcal{O}(\sqrt{\alpha_s})$

$$\eta = \ell_2 - \ell_1 = y_1 - y_2 = \ln(x_1/x_2) > 0$$

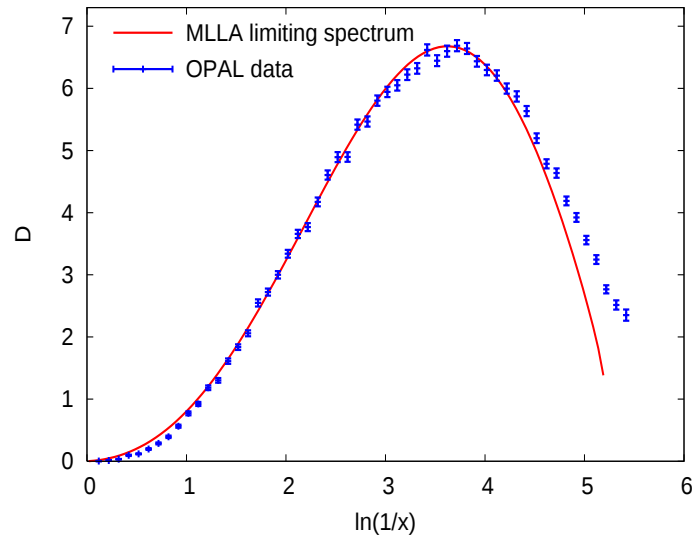
On définit les corrélateurs

$$\boxed{C_g = \frac{G^{(2)}(\ell_1, \ell_2, Y)}{G(\ell_1, Y) G(\ell_2, Y)}, \quad C_q = \frac{Q^{(2)}(\ell_1, \ell_2, Y)}{Q(\ell_1, Y) Q(\ell_2, Y)}; }$$

ils sont **indépendants de la normalisation**  $\rightarrow$  test épuré de la dynamique partonique.

$$G, Q : \text{spectres inclusifs} \propto x \frac{d\sigma}{dx}; \quad G^{(2)}, Q^{(2)} : \propto x_1 x_2 \frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2}.$$

## Approximation de Fong et Webber (1990) : premier et seul calcul MLLA



$$G^{ch} \left( \ell = \ln(1/x), \ln \frac{Q}{Q_0} \right) = \mathcal{K}^{ch} \times \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d \ln(1/x)}$$

$$Q \gg Q_0 \sim \Lambda_{QCD}, \gamma_0 \approx 0.5; \ell_1 \approx \ell_2 \approx \frac{1}{2} \ln \frac{Q}{Q_0}$$

Expansion perturbative en  $1 + \sqrt{\alpha_s} + \dots$  à petit  $x$  au voisinage du maximum de la section efficace inclusive pour les 2 particules :

$$R(\ell_1, \ell_2, Y) \equiv \frac{1}{2} (1 + C_q) = 1.375 - 1.125 \left( \frac{\ell_1 - \ell_2}{\ln \frac{Q}{Q_0}} \right)^2 - \left[ 1.262 - 0.877 \frac{(\ell_1 + \ell_2)}{\ln \frac{Q}{Q_0}} \right] \frac{1}{\sqrt{\ln \frac{Q}{Q_0}}}.$$

## Solution formelle des équations d'évolution à petit $x$

Le corrélateur normalisé  $\mathcal{C}_g(\ell_1, y_2, \eta) = \frac{G^{(2)}}{G_1 G_2} \rightarrow 1$  si **décorrélation totale**.

La solution formelle à **petit  $x$**  de l'équation d'évolution est

$$\mathcal{C}_g - 1 = \frac{1 - \delta_1 - b(\psi_{1,\ell} + \psi_{2,\ell} - [\beta\gamma_0^2]) - [a\chi_\ell + \delta_2]}{1 + \Delta + \delta_1 + [a(\chi_\ell + [\beta\gamma_0^2]) + \delta_2]};$$

- Les termes en noir s'expriment à partir des dérivées logarithmiques du spectre inclusif ;
- $\Delta$  (DLA) diminue les corrélations quand  $x_2$  s'écarte de  $x_1$  ;
- la solution est calculée itérativement sur  $\mathcal{C}_g$  car tous les termes en **orange** à droite dépendent de  $\mathcal{C}_g$  et sont des **petites corrections** ( $\chi = \ln \mathcal{C}_g \dots$ )
- elle mélange des corrections  $\mathcal{O}(\sqrt{\alpha_s})$  (MLLA) et  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  (NMLLA).

$$\chi_\ell = \frac{\partial \chi}{\partial \ell} = \mathcal{O}(\gamma_0^2), \quad \chi_y = \frac{\partial \chi}{\partial y} = \mathcal{O}(\gamma_0^2);$$

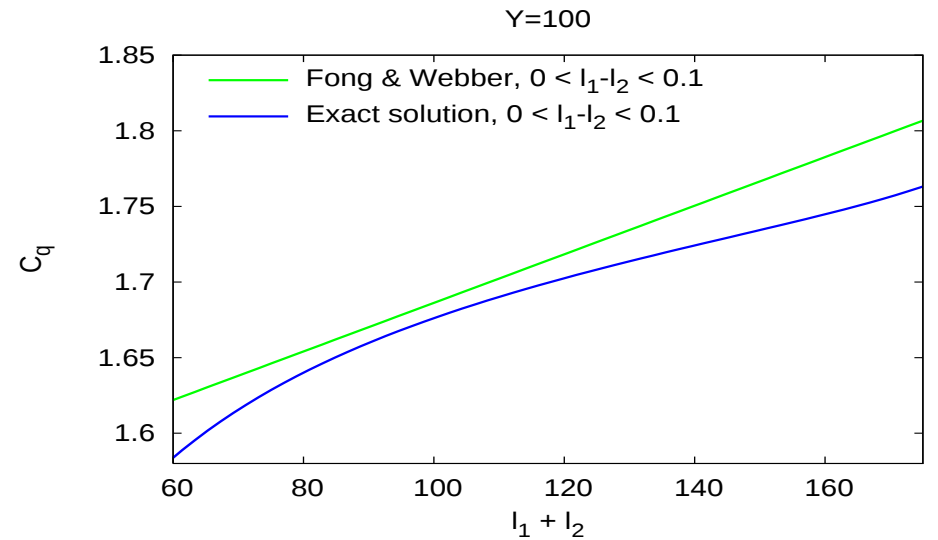
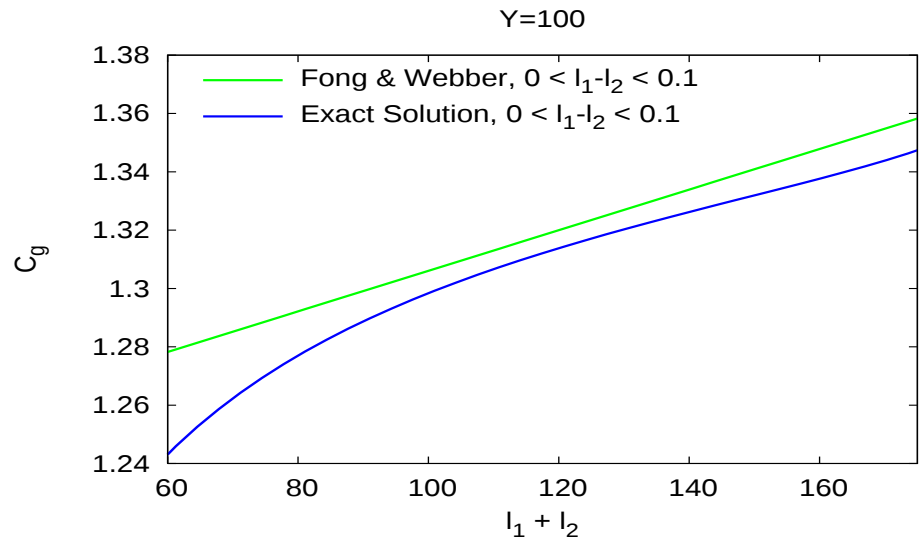
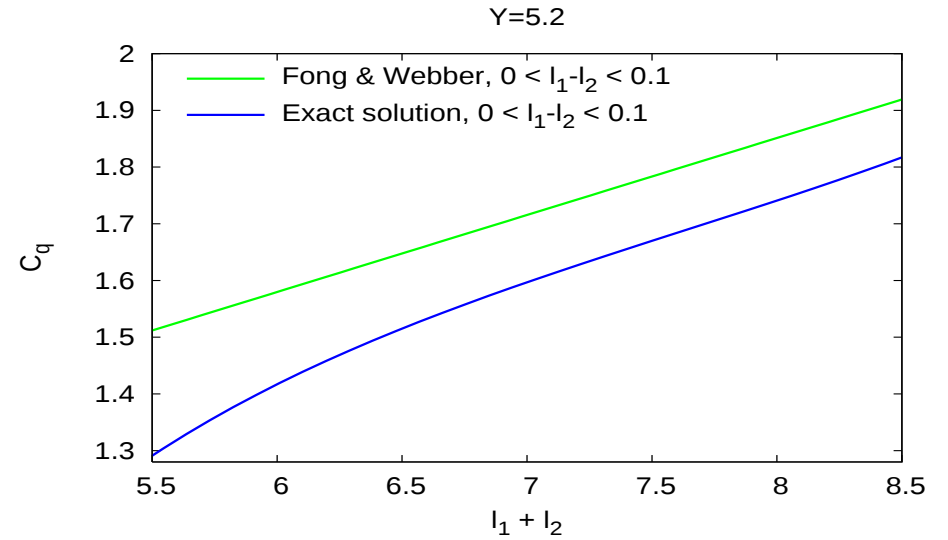
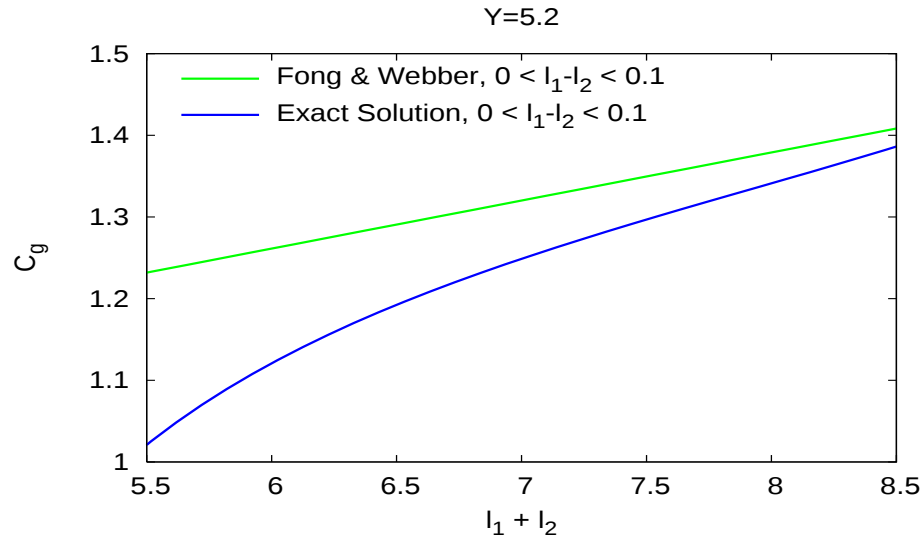
$$\psi_i = \ln G_i, \quad \psi_{i,\ell} = \frac{1}{G_i} \frac{\partial G_i}{\partial \ell} = \mathcal{O}(\gamma_0), \quad \psi_{i,y} = \frac{1}{G_i} \frac{\partial G_i}{\partial y} = \mathcal{O}(\gamma_0);$$

$$\Delta = \gamma_0^{-2} \left( \psi_{1,\ell} \psi_{2,y} + \psi_{1,y} \psi_{2,\ell} \right) = \mathcal{O}(1);$$

$$\delta_1 = \gamma_0^{-2} \left[ \chi_\ell (\psi_{1,y} + \psi_{2,y}) + \chi_y (\psi_{1,\ell} + \psi_{2,\ell}) \right] = \mathcal{O}(\gamma_0);$$

$$\delta_2 = \gamma_0^{-2} \left( \chi_\ell \chi_y + \chi_{\ell y} \right) = \mathcal{O}(\gamma_0^2), \quad \delta_c = \delta_1 + \delta_2 + a \chi_\ell \simeq 10^{-2}.$$

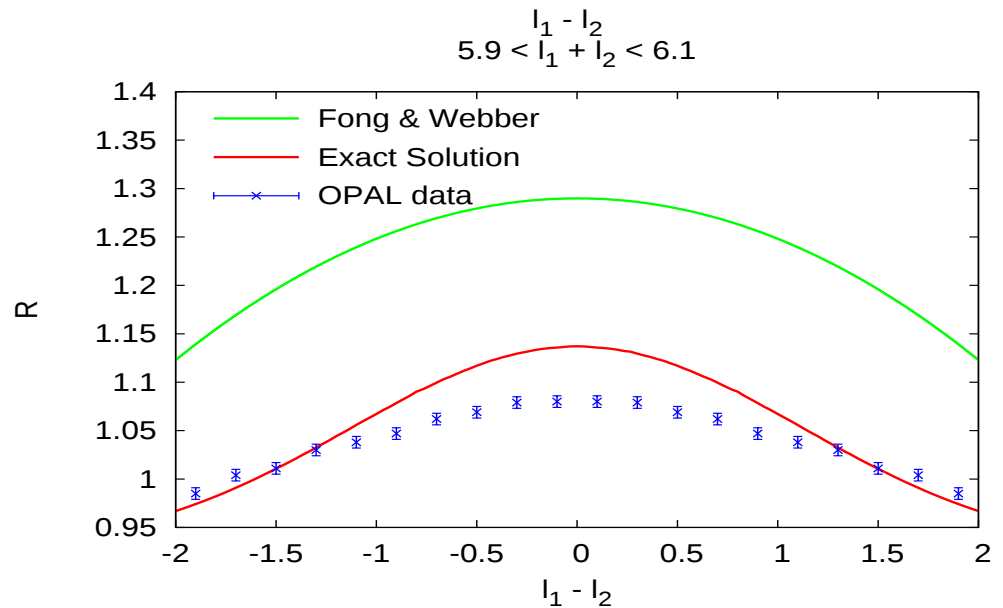
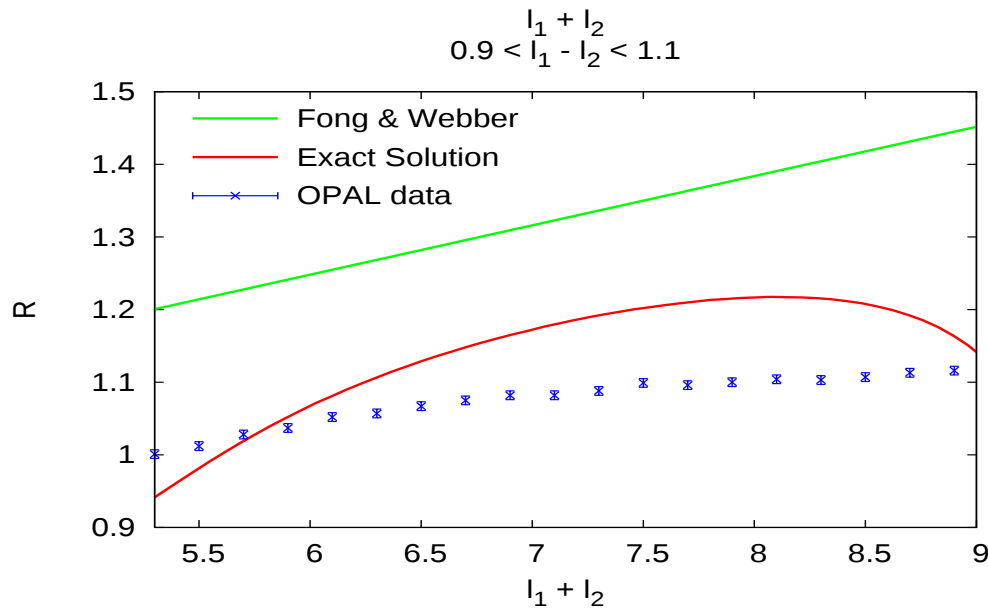
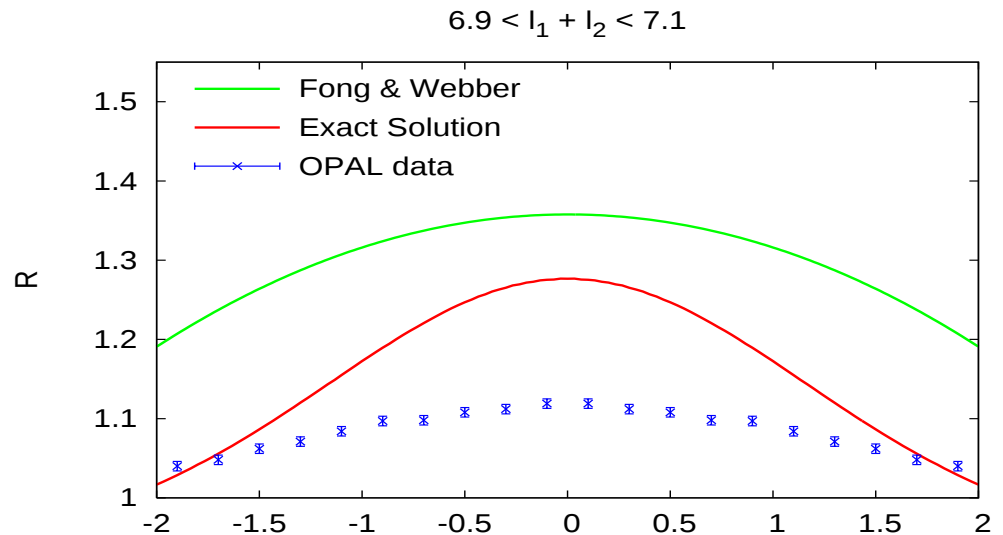
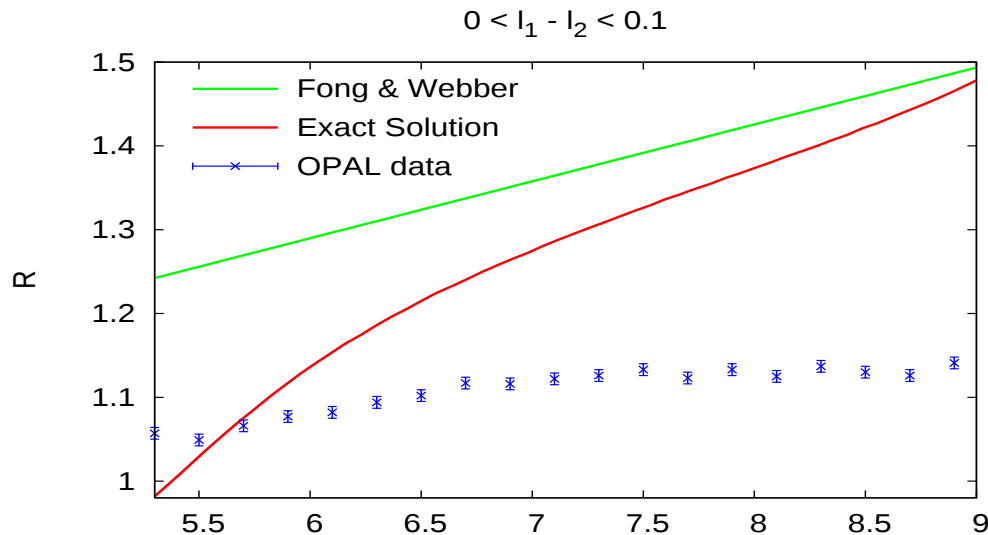
## Comparaison avec les résultats de Fong & Webber



JET de GLUON

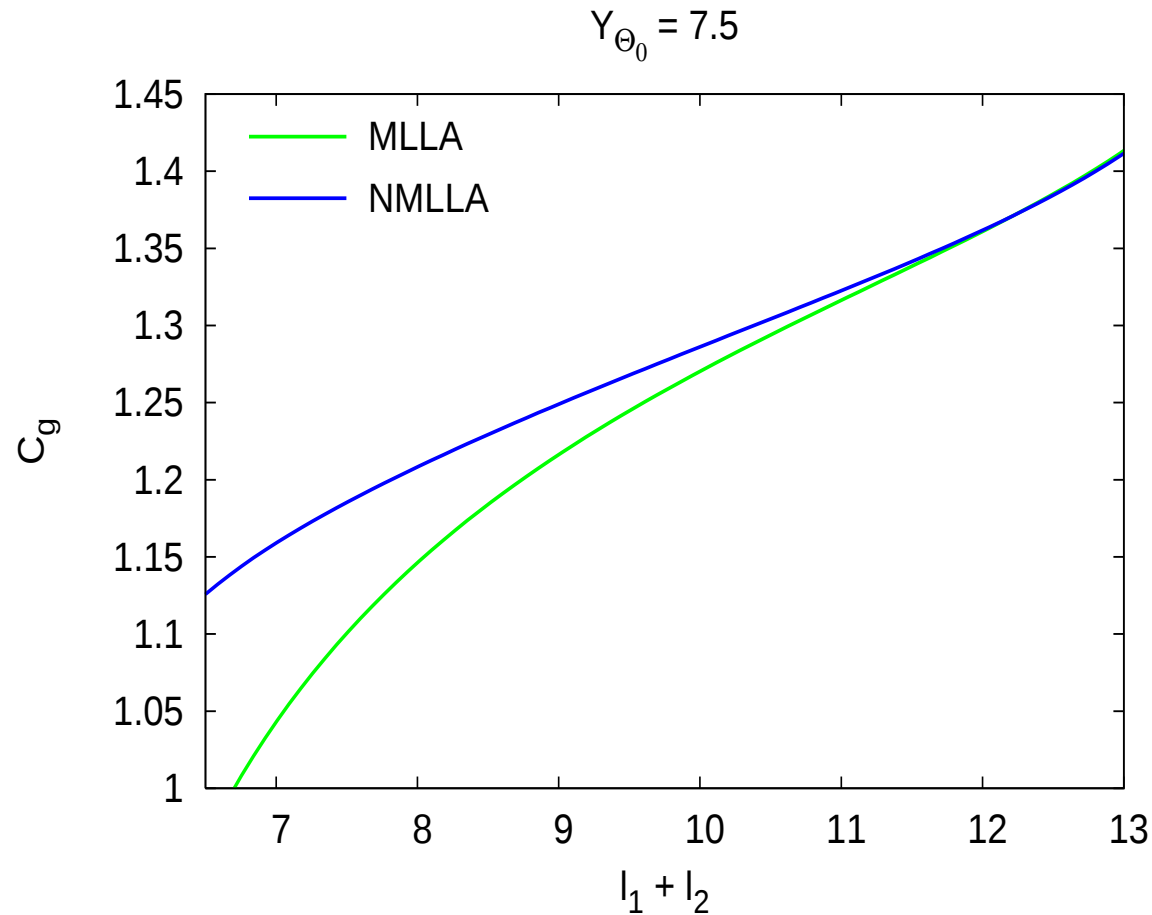
JET de QUARK

## Comparaison avec les données existantes : OPAL, $Q = 91.2$ GeV



⇒ les données de CDF à venir seront comparées avec nos prédictions.

## Rôle des corrections NMLLA



⇒ Les corrections NMLLA ne semblent pas suffisantes pour obtenir un accord avec les données d'OPAL

## Conclusions sur les corrélations

- Notre approche et celle de Fong & Webber prédisent que les particules sont d'autant **plus corrélées** que leurs énergies sont plus proches  $\ell_1 = \ell_2$  ;
- Le comportement des corrélations prédit par la solution exacte **MLLA** des équations d'évolution est différent :
  - \* elles **s'applatissent** quand  $\ell$  croît ;
  - \* puis **décroissent** quand  $x$  continue à décroître ; c'est un effet de la cohérence des gluons mous émis à grand angle ;
- Les résultats **se rapprochent des données** mais un **désaccord** subsiste ; les **corrections d'ordre supérieur (NMLLA)** ne sont pas suffisantes. Des **effets d'hadronisation non-triviaux** pourraient jouer un rôle, surtout à très petit  $x$  ( $x \ll 1$ ) et les données d'OPAL ;
- Des **nouvelles données expérimentales de CDF** (Tevatron) verront bientôt le jour : elles seront comparées avec nos prédictions.