



Prise en compte des incertitudes dans la simulation numérique des écoulements complexes

Pietro Marco **CONGEDO**

Post-Doctorant au LEGI-Grenoble

(Depuis septembre 2010, CR INRIA-Bordeaux)

15 juin 2010

Atelier thermo-hydraulique du PCR-ANSF

Incertitude en thermo-hydraulique

- **Enjeu** : améliorer le caractère prédictif de la simulation numérique

- **Problème** : données expérimentales incertaines “deterministes” en simulation
 - fiabilité de la solution ?
 - modèles précis qui peuvent s’avérer moins fiables
- **Sources d’incertitudes** physiques ?
 - Conditions aux limites
 - Modélisation (paramètres physiques et empiriques)
 - Géométrie

Intérêt

- Projets européens (NODESIM, ERC ADECCO)
- Plusieurs Laboratoires en France et au monde
- INRIA, CEA, ONERA

- **Objectif** : prendre en compte les incertitudes physique dans la simulation
- **Travail récent** : méthodes pour traiter fortes incertitudes, avec approche non-intrusive

Axes de Recherche

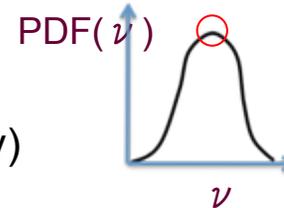
- Méthodes stochastiques adaptées à la mécanique
- Démarche optimale pour une interaction souple num/exp

EDP modèle

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + S(x)$$

+ INCERTITUDE

Paramètres de l'équation
(Ex. propriétés physiques ν)



OBJECTIF :
SOLUTION
STATISTIQUE
DE L'EDP

METHODES

Pas nécessairement découplées

APPLICATIONS

NON-INTRUSIVE: (Ex. MonteCarlo,
Collocation, code CFD boîte noire)

INTRUSIVE: (Ex. Chaos Polynomial,
code CFD à modifier)

Objectif

- Couplage souple numérique/ expérience
- Code prédictif et fiable
- Contribution à l'analyse physique



Plan de la présentation

- Principes d'une méthode non intrusive et intrusive (cas simple d'un tuyère)
- Influence des conditions d'entrée et modèles de turbulence dans un écoulement tournant

Quantification de l'incertitude

Etat de l'art

Positionnement

Enjeux

Méthodes

- Monte Carlo
- « Chaos Polynomial »
- Approche “Volumes Finis” (R. Abgrall)
- Approche “Eléments Finis” (Karniadakis, Lin)



- CEA-Saclay, LMM-Paris, LIMSI-Orsay
- INRIA-Bordeaux
- Brown University, PNNL (USA)

Applications

- Bcp de travaux en Génie Civil
- Dizaine de « research paper » en Mécanique des Fluides
- Thématique relativement peu développée en France (O. Le Maître, D. Lucor,)

- Utilisation directe des pdf expérimentales
- Réduction du coût de calcul
- Intrusive/Non Intrusive

- Interprétation physique des résultats statistiques

Méthodes d'évaluation des incertitudes

	Coût	Précision	Type de pdf
■ Méthodes non intrusives			
■ Monte Carlo Method	+++	+++	+++
■ Chaos Collocation Method	+	++	+
■ Approche "Eléments Finis"	+	??	+++
■ Méthodes intrusives			
■ Polynomial Chaos Method	++	+++	+
➤ On rajoute une équation en plus			
➤ Pdf fixé			
■ Méthode "Volumes Finis"	++	+++	+++
➤ Semi-intrusive, pas d'équation en plus			
➤ Pdf quelconque			

■ Principes de la méthode

- Projection de la variable dans un espace stochastique constitué de polynômes orthogonaux Ψ qui sont fonctions de la variable libre $\xi(\theta)$

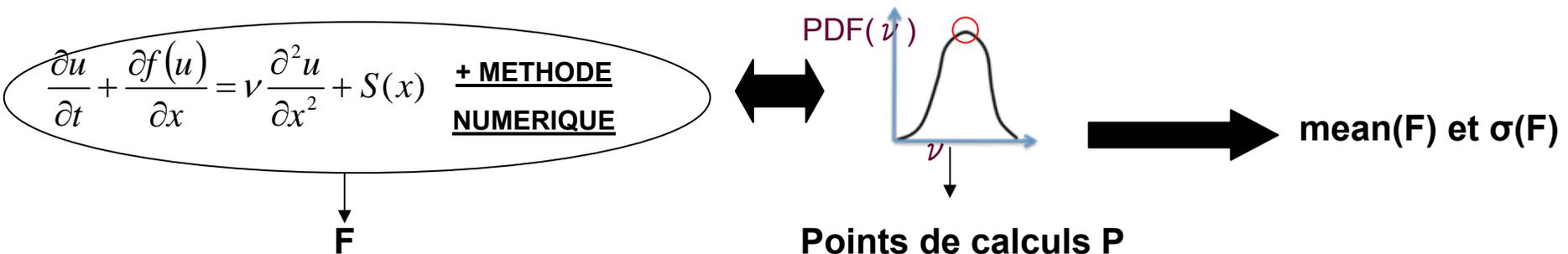
$$\phi(x, t, \theta) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(x, t) \Psi_i(\xi(\theta))$$

- Dans l'équation différentielle, équation résolue à travers la méthode “Weighted Residual”
- Si les fonctions de poids associées sont des delta de Dirac
→ “Chaos Collocation Method” → **CARACTERE NON-INTRUSIVE**
- Représentation spectrale basée sur le produit des tenseurs de polynomes orthogonaux à une dimension

→ **POSSIBILITE DE PRENDRE EN COMPTE PLUSIEURS INCERTITUDES**

■ Procedure pratique

- On établit les pdf pour les paramètres incertains
- On établit les valeurs F où on veut faire de la statistique (**mean(F) et $\sigma(F)$**)
- On determine les points de calcul P (“Gauss quadrature” pour un polynôme d’ordre donné pour chaque dimension) → **jeu de paramètres incertains**
- On calcule F pour chaque point P
- A partir de valeurs de F dans les points P, on calcule mean(F) et $\sigma(F)$



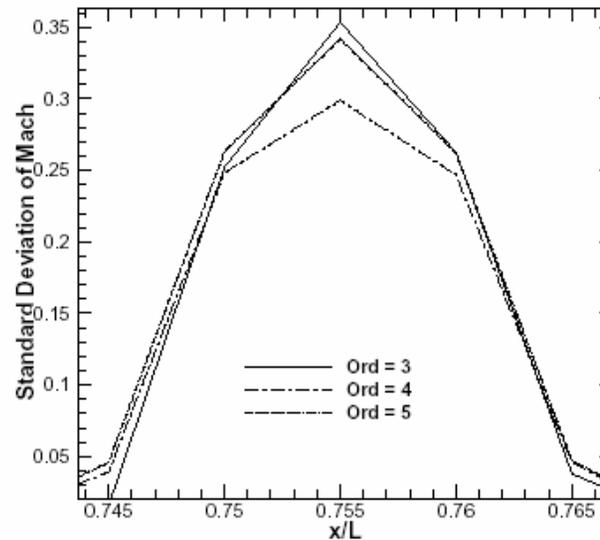
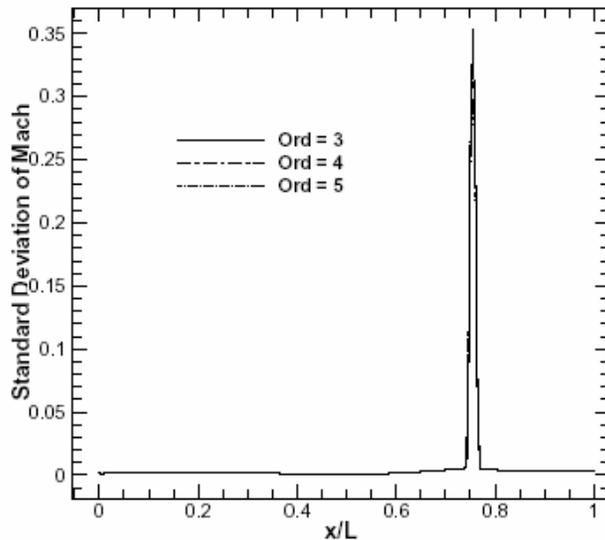
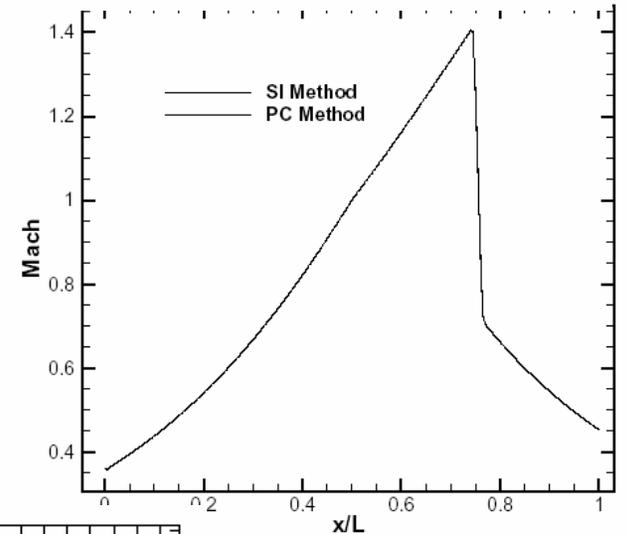
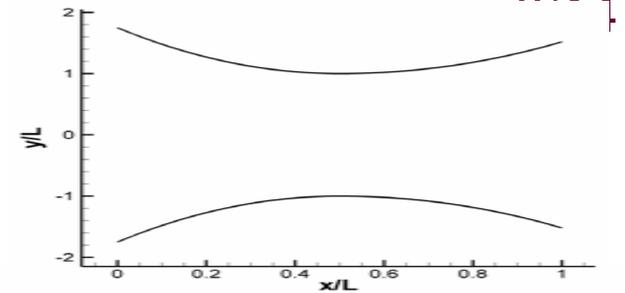
■ Enjeux

- Nombre d’incertitudes élevé (coût + précision) → Méthode de Grilles Creuses
- Pdf fixé (Mais couplage facile avec un code quelconque)

“Chaos Collocation Method”

■ Tuyère convergent-divergent supersonique

- Choc dans le divergent
- Pdf uniforme du paramètre $\gamma = C_p/C_v$
- On calcule mean et σ du Mach le long de la tuyère (non-intrusive)
- Différents ordres du polynôme de Chaos



**Pdf fixé
(Gaussien,
Uniforme)**



**Méthode Semi-
Intrusive**

■ Principes de la méthode

- On discrétise l'espace aléatoire
 - On calcule l'espérance conditionnelle dans chaque point
 - On construit une approximation polynomiale en s'appuyant sur une méthode de reconstruction
 - En utilisant cette reconstruction, formulation d'un schéma pour approximer la solution
-

■ Enjeux

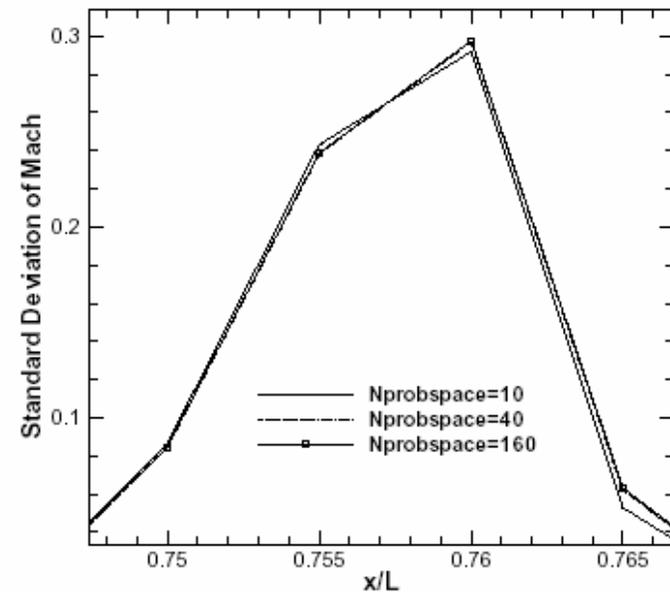
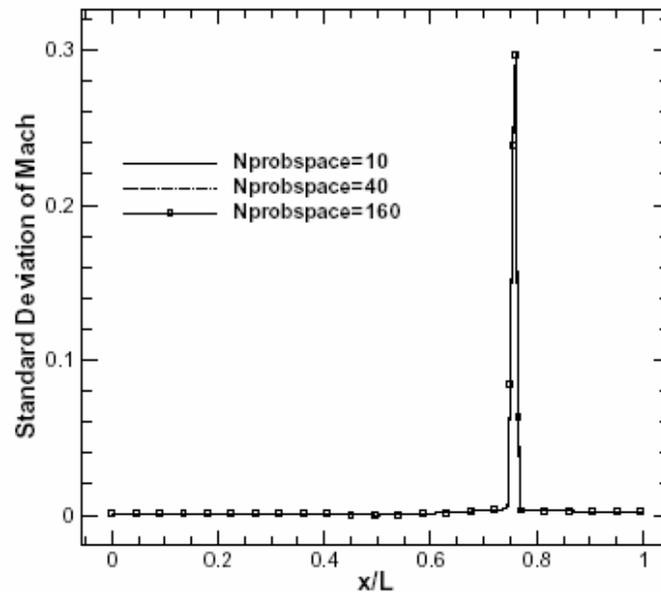
- Moins de complexité par rapport à une méthode intrusive classique
- Pdf quelconque (même discontinue)
- Bonne précision par rapport aux PC (à vérifier par rapport à MonteCarlo)

“Methode Volumes Finis”

■ Tuyère convergent-divergent supersonique

- Choc dans le divergent
- Pdf quelconque du paramètre γ
- On calcule mean et σ du Mach le long de la tuyère
- Différents points dans l'espace de probabilité
- 3 fois plus chère que la méthode précédente

$$f(\gamma) = \frac{1}{M} \times \begin{cases} \frac{1 + \cos(\pi x)}{2} & \text{if } x \in [0.5, 1] \\ 10 + \frac{1 + \cos(\pi x)}{2} & \text{if } x \in [0, 0.5] \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



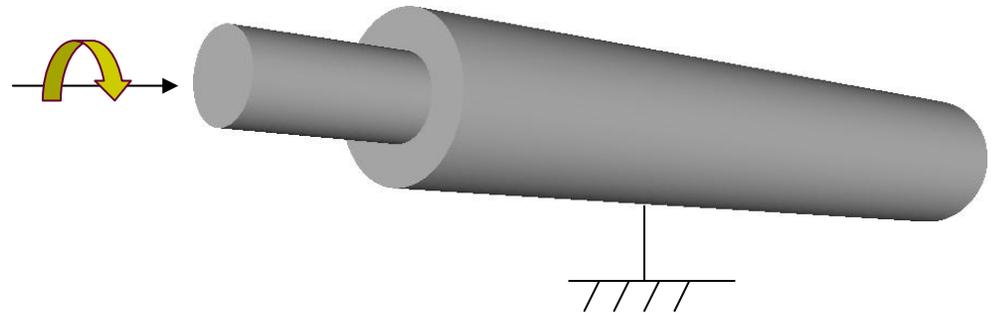
Application dans un cas réaliste :

Etude en cours - équipe MOST (LEGI)

- Ecoulement tournant turbulent dans une conduite munie d'un élargissement brusque

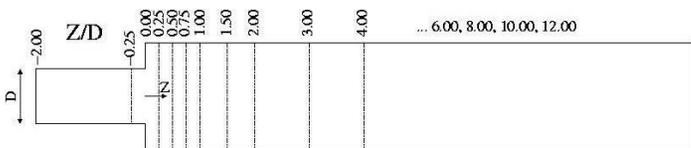
(Dellenback, AIAA J 1987)

- $Re=30\ 000$
- $Swirl (S) = 0.6$

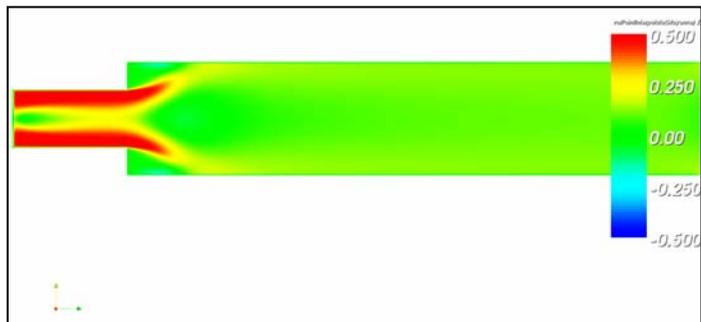


TRAVAIL RÉALISÉ

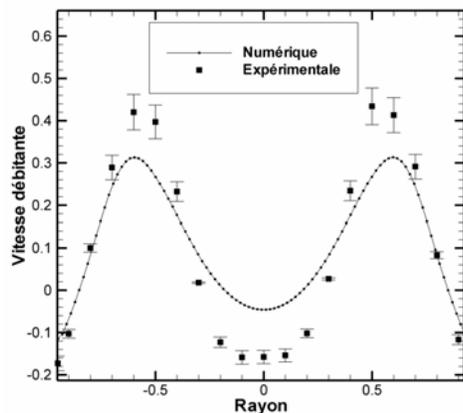
- Simulation numérique RANS avec le logiciel OpenFoam
- Modèle de turbulence $k-\varepsilon$
- Sources d'incertitudes connues
 - Physique : débit et Swirl
 - Modèle de turbulence : conditions d'entrée pour k et ε



Calcul déterministe classique

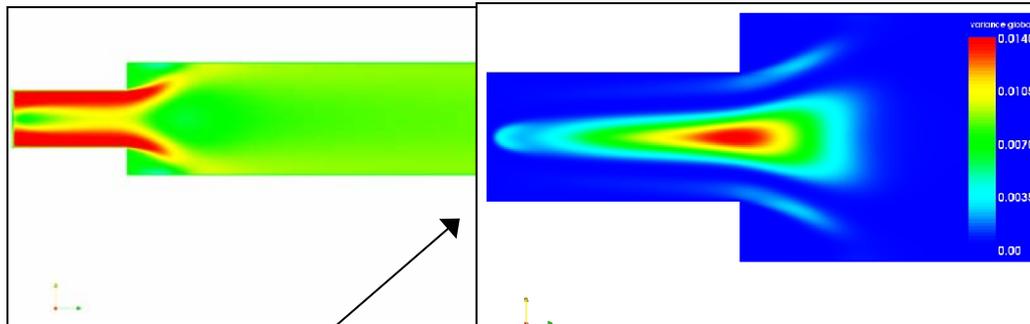


Iso-Vitesse débitante numérique



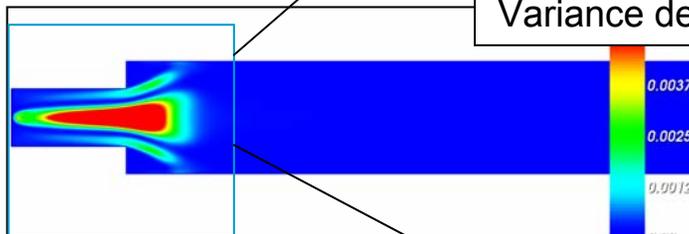
Coupe à $Z/D=0.75$

Calcul stochastique : 3 analyses

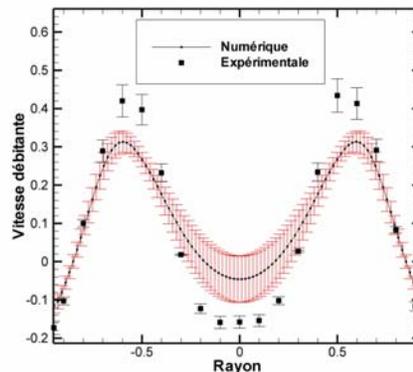


Iso-Vitesse débitante

Variance de la vitesse débitante



Iso-variance de la vitesse



Contribution à la variance due à l'incertitude sur les paramètres du modèle

Perspectives

Axes de Recherche

- Methodes performantes, non-intrusive ou semi-intrusive, avec pdf d'entrée quelconque
- Utilisations en Mécanique
 - compréhension fine de l'expérience
 - prédiction de la simulation
 - contrôle
- Applications de ces methodes aux écoulements complexes
 - Coût de calcul
 - Beaucoup de paramètres incertains

Atouts

- Synthèse idéale entre des aspects théoriques et des applications en Mécanique des Fluides
- Méthodes innovantes
- Interaction simulation/expérience
- Outil d'analyse fondamentale

Collaborations

- LEGI-Grenoble, INRIA, CEA, Stanford, PNNL, Univ. de Trieste (IT), Arts et Métiers ParisTech, Univ. de Delft (NL)
- ALSTOM, CNES, Turboden s.r.l.

Merci pour votre attention !