

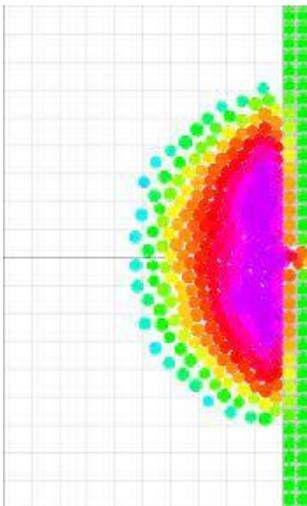
# Ondes gravitationnelles en matière condensée : au-delà de la relativité générale

université  
de **BORDEAUX**



Stage réalisé sous la direction de Mr Ludovic Jaubert  
22 avril 2025 – 25 juillet 2025

# Introduction



Les mouvements de foules  
*Extreme-Density Crowd Simulation: Combining  
Agents with Smoothed Particle Hydrodynamics*  
Van Toll et al.

« More is different »



Philip Warren Anderson  
*Page Wikipédia*

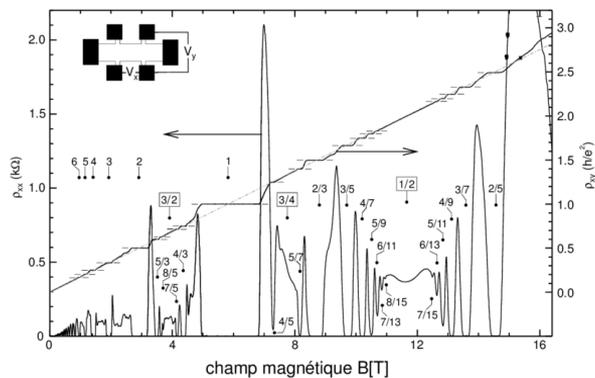
# Sommaire

---

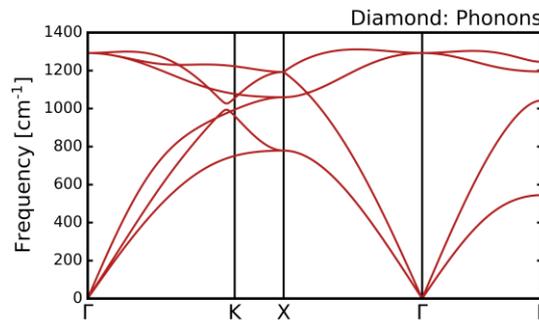
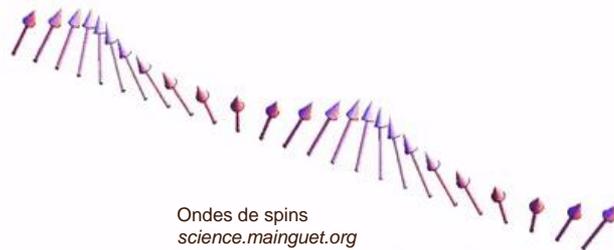
- **La physique émergente en matière condensée**
  - A quoi cela correspond-il ?
  - Pourquoi est intéressant ?
- **Spins 1 et ondes gravitationnelles**
  - Le spin 1 : un objet inhabituel
  - Les ondes gravitationnelles
  - L'article de L.Chojnacki : établissement de l'analogie
- **La théorie d'Einstein-éther au point SU(3)**
  - Le point SU(3)
  - L'analogie avec Einstein-éther

# La physique émergente

La matière condensée est riche de ces phénomènes



Effet hall quantique, entier et fractionnaire  
*Mesures de J.Smet, (MPIStuttgart)*



Phonons dans les solides  
[exciting.wikidot.com](http://exciting.wikidot.com)

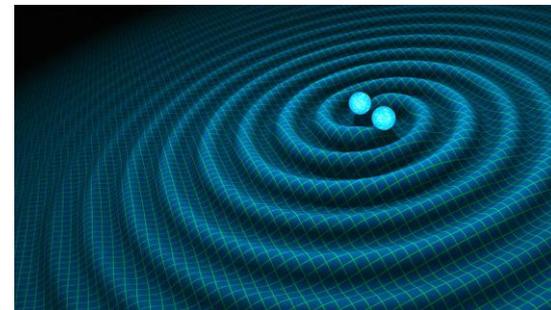
# La physique émergente

Permet d'utiliser des théories plus fondamentales très étudiées :

- Pour faire des prédictions en matière condensée
- Pour étudier plus facilement ces théories

Analogie entre ondes gravitationnelles et spins 1

$$\mathcal{H}_{\text{BBQ}} = \sum_{\langle i,j \rangle} \left( J_1 - \frac{J_2}{2} \right) \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j + \sum_{\langle i,j \rangle} \frac{J_2}{4} (Q_{\alpha\beta})^i (Q^{\alpha\beta})^j - J_2 \frac{2}{3} s^2 (s+1)^2$$



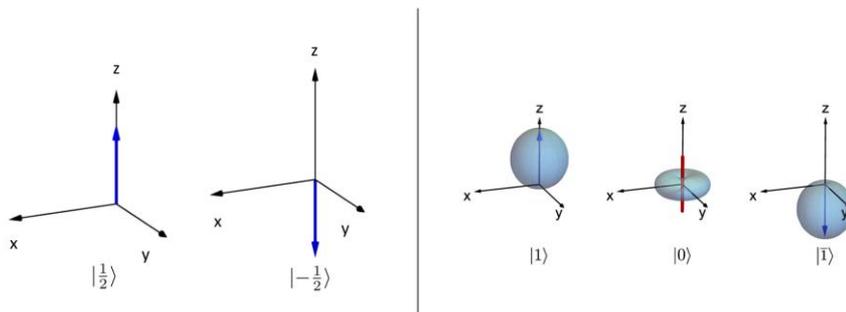
Ondes gravitationnelles (vue d'artiste)  
*News Digest, CNRS, R.Hurt*

# Spins 1 et ondes gravitationnelles

Les spins 1 admettent des excitations quadripolaires

Elles sont décrites par un tenseur d'ordre 2

Cela crée de nouvelles phases



Différence entre un spin 1 et un spin  $\frac{1}{2}$

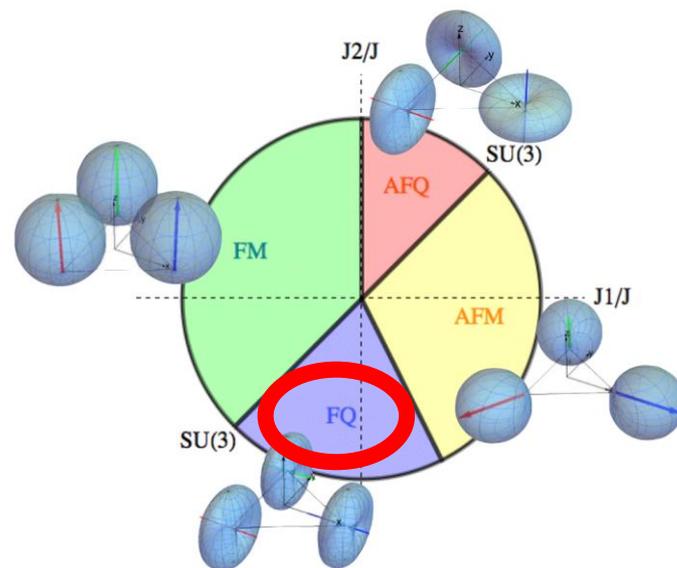


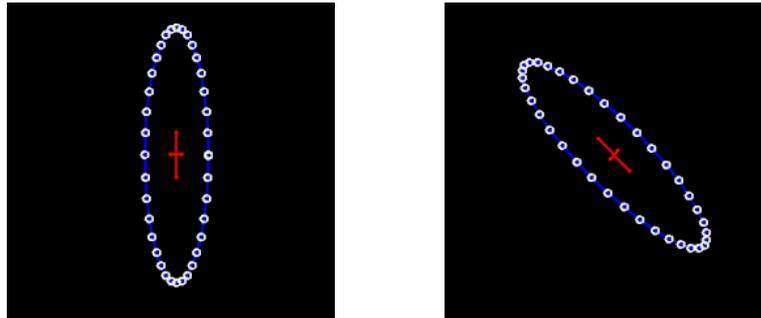
Diagramme des phases du modèle BBQ sur un réseau triangulaire  
*Spin 1 magnets and their excitations*, K.Remund

# Spins 1 et ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles sont une perturbation du champ gravitationnel

Elles sont aussi décrites par un tenseur d'ordre 2

$$\square h_{\mu\nu} = 0$$



Visualisation des deux polarisations des ondes gravitationnelles  
[Page Wikipédia : Onde gravitationnelle](#)

# Spins 1 et ondes gravitationnelles

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \\ \frac{1}{c^2} \partial_t \partial^t h_{\mu\nu} - \nabla^2 h_{\mu\nu} = 0 \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} Q_T^{ij} = Q_{GS}^{ij} + Q^{ij} \\ \frac{1}{v^2} \partial_t \partial^t Q_{ij} - \nabla^2 Q_{ij} = 0 \end{array} \right.$$

# Spins 1 et ondes gravitationnelles

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \\ \frac{1}{c^2} \partial_t \partial^t h_{\mu\nu} - \nabla^2 h_{\mu\nu} = 0 \end{array} \right.$$

$$\epsilon^+ \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon^\times \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} Q_T^{ij} = Q_{GS}^{ij} + Q^{ij} \\ \frac{1}{v^2} \partial_t \partial^t Q_{ij} - \nabla^2 Q_{ij} = 0 \end{array} \right.$$

$$\epsilon^{xz} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \epsilon^{yz} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

( Avec une transformation unitaire )

Voir article de L.Chojnacki

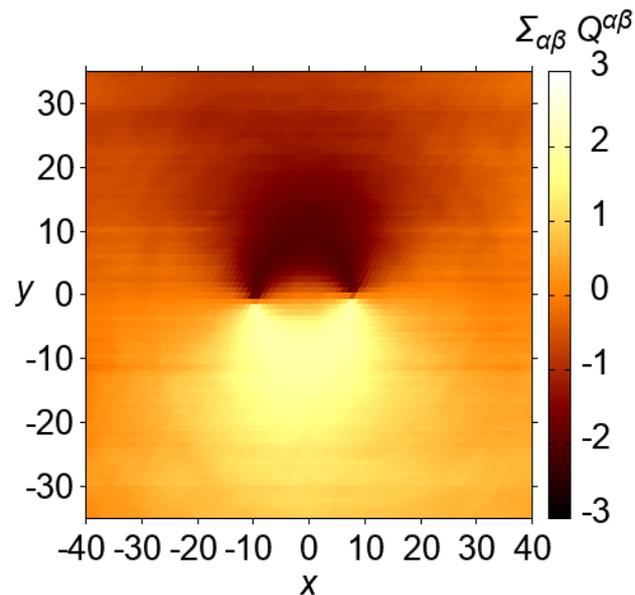
# Spins 1 et ondes gravitationnelles

## Défauts topologiques : « plis dans la couverture »

- nécessitent de changer un nombre macroscopique de spins pour disparaître : très stables
- peuvent s'annihiler entre eux (formalisme de la physique des particules)

## Analogie avec les ondes gravitationnelles

- émettent des ondes quadripolaires à la fusion
- comportement analogue à celui qu'aurait un couple de trous noirs ou d'étoiles à neutrons



Simulation Monte-Carlo de l'annihilation de deux défauts topologiques  
*Gravitational wave analogues in spin nematic and cold atoms*, L. Chojnacki et al.

# La théorie d'Einstein-éther au point SU(3)

On cherche ici à prendre en compte les excitations dipolaires

- Ce sont des excitations gappées
- => Des excitations dont l'énergie ne tend pas vers 0 quand  $k$  tend vers 0
- Le traitement de ces excitations est plus complexes

On travaille donc au point SU(3) ( $J_1 = J_2$ )

- C'est un point de symétrie étendu
- Il n'y a plus de différences entre les excitations dipolaires et quadripolaires

$$\frac{1}{v^2} \partial_t \partial^t Q_{ij} - \nabla^2 Q_{ij} = 0$$

$$\frac{1}{v^2} \partial_t \partial^t S^i - \nabla^2 S^i = 0$$

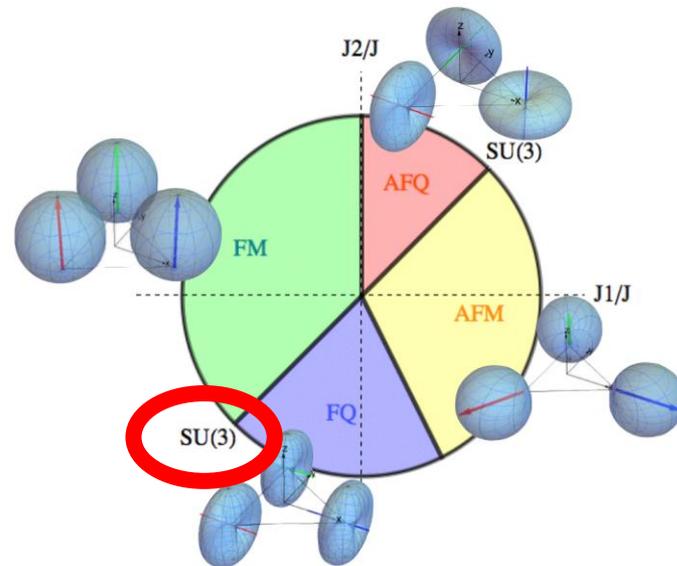


Diagramme des phases du modèle BBQ sur un réseau triangulaire

# La théorie d'Einstein-éther au point SU(3)

Prise en compte des excitations dipolaires => théorie d'Einstein-éther.

- Ajout d'un champ vectoriel à la relativité générale (champ d'éther)
- Dans sa version linéarisée, on retrouve les équations du modèle de spins

$$\mathcal{S}_{\text{AE}} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (-R + \mathcal{L}_u - \lambda(u^\mu u_\mu - 1))$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_u &= -K^{\mu\nu}{}_{\rho\sigma} D_\mu u^\rho D_\nu u^\sigma \\ K^{\mu\nu}{}_{\rho\sigma} &= c_1 g^{\mu\nu} g_{\rho\sigma} + c_2 \delta_\rho^\mu \delta_\sigma^\nu + c_3 \delta_\sigma^\mu \delta_\rho^\nu + c_4 u^\mu u^\nu g_{\rho\sigma}\end{aligned}$$

Possibilité de prise en compte de couplage

# Conclusion

---

## Généralisation aux excitations dipolaires au point SU(3)

- L'utilisation d'Einstein-éther permet de prendre en compte les fluctuations dipolaires
- La richesse d'Einstein-éther pourrait permettre des interactions plus complexes

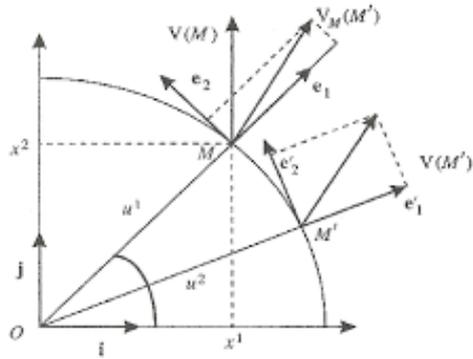
## D'autres analogies existent

- Utilisation d'une gravité massive à 3D pour rendre compte de la phase ferromagnétique
- Effet Tcherenkov gravitationnel

## Des axes futurs peuvent être intéressants

- Prolongement à des matériaux réels
- Prise en compte d'interactions

# Dérivée Covariante



$$D_{\mu} A^{\nu} = \partial_{\mu} A^{\nu} + \Gamma^{\nu}_{\mu\lambda} A^{\lambda}$$