

Mesure du temps de vie moyen du méson D^0 dans LHCb

LHCb Masterclasses

28/03/2025

D. Décamp

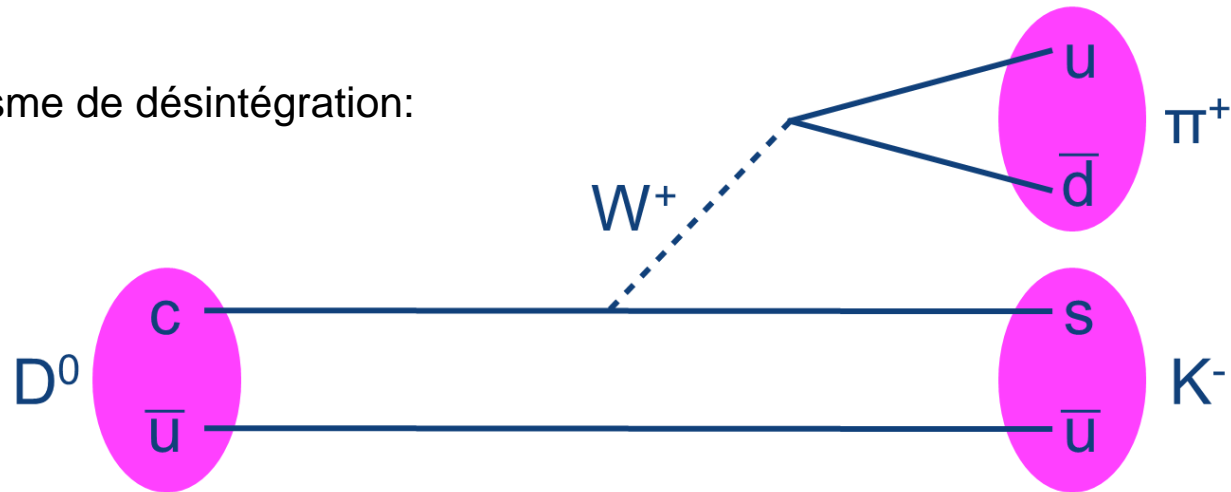
	Matière			Force	Higgs
masse →	≈2.3 MeV/c ²	≈1.275 GeV/c ²	≈173.07 GeV/c ²	0	≈126 GeV/c ²
charge →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
	u up	c charm	t top	g gluon	H boson de Higgs
QUARKS					
	≈4.8 MeV/c ²	≈95 MeV/c ²	≈4.18 GeV/c ²	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
LEPTONS					
	0.511 MeV/c ²	105.7 MeV/c ²	1.777 GeV/c ²	91.2 GeV/c ²	
	-1	-1	-1	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	e électron	μ muon	τ tau	Z⁰ boson Z ⁰	
	<2.2 eV/c ²	<0.17 MeV/c ²	<15.5 MeV/c ²	80.4 GeV/c ²	
	0	0	0	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
	ν_e neutrino électronique	ν_μ neutrino muonique	ν_τ neutrino tauique	W[±] boson W [±]	
					BOSONS DE JAUGE

- Matière: **quarks** et **leptons**
- Chaque particule a une antiparticule
- Quarks et antiquarks:
 - charge électrique fractionnaire
 - n'existent pas à l'état libre
 - constituants de hadrons
- **Hadrons:**
 - **baryons:** 3 quarks; ex: proton (uud), neutron (udd)
 - **mésons:** 1 quark et un antiquark; ex: π^+ ($u\bar{d}$), π^- ($\bar{u}d$)
- Particules étranges: au moins un quark s (\bar{s})
- Particules charmées: au moins un quark c (\bar{c})
- Particules belles: au moins un quark b (\bar{b})
-

Mésons charmés: $D^+ = c\bar{d}$, $D^0 = c\bar{u}$, $\bar{D}^0 = \bar{c}u$, $D^- = \bar{c}d$

Le D^0 , comme la quasi-totalité des hadrons, n'est pas stable: il se désintègre...
 Il a de nombreux modes de désintégration mais le plus simple et l'un des plus fréquents est le mode $K^-\pi^+$.

Mécanisme de désintégration:



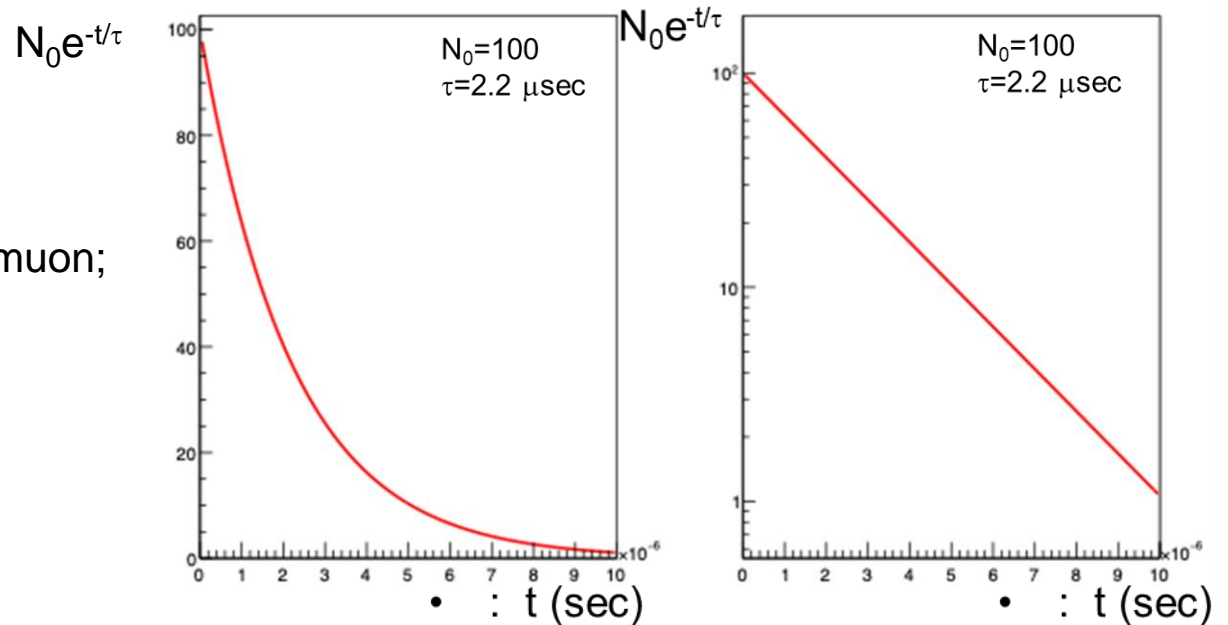
On peut identifier le D^0 par sa désintégration en mode $K^-\pi^+$. Le K et le π ne sont pas stables mais ont une durée de vie suffisamment longue pour être détectés et identifiés dans LHCb.

- La désintégration des particules instables est un processus aléatoire;
- leur probabilité de désintégration suit la même loi que celle du noyau radioactif:
- Loi de décroissance radioactive

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \left\{ \begin{array}{l} t: \text{ temps (s)} \\ N_0: \text{ nombre de particules à } t=0 \\ N(t): \text{ nombre de particules à l'instant } t \\ \lambda: \text{ constante radioactive} \end{array} \right.$$

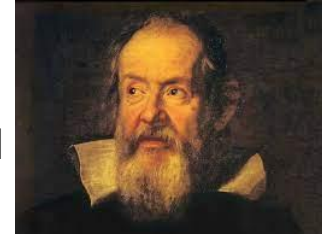
- temps de vie moyen $\tau = 1/\lambda$ d'où $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$

Exemple: temps de vie du muon;
 $\tau = 2.2 \mu\text{sec}$



Relativité galiléenne

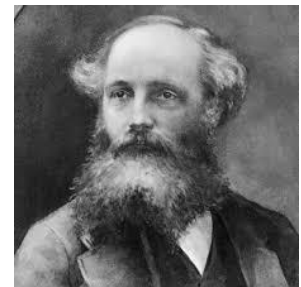
- Si une expérience de mécanique est conduite et étudiée dans un référentiel galiléen (en mouvement de translation rectiligne uniforme), son résultat ne dépend pas de la vitesse de ce référentiel
- La vitesse d'un système ne peut être définie que par rapport à un référentiel
- Pas d'espace « absolu »
- **Principe de relativité galiléenne**: les lois de la **mécanique** sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens
- base de la mécanique de Newton
- En mécanique classique, le temps s'écoule de la même façon dans tous les référentiels: **temps « absolu »**



« le mouvement est comme rien »

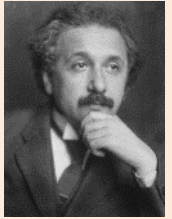
Electromagnétisme: Maxwell

- Au XIX^{ème} siècle, Maxwell unifie l'électricité et le magnétisme.
- Existence d'ondes électromagnétiques et calcul de la vitesse des ondes électromagnétiques à partir de deux constantes (électrique et magnétique).
- **La lumière est une onde électromagnétique !**
- **La vitesse de la lumière devrait être une constante** (indépendante du référentiel dans lequel on la mesure)



Les postulats de la relativité restreinte

1. Les lois de la **physique** sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens
2. La vitesse de la lumière dans le vide a la même valeur dans tous les référentiels

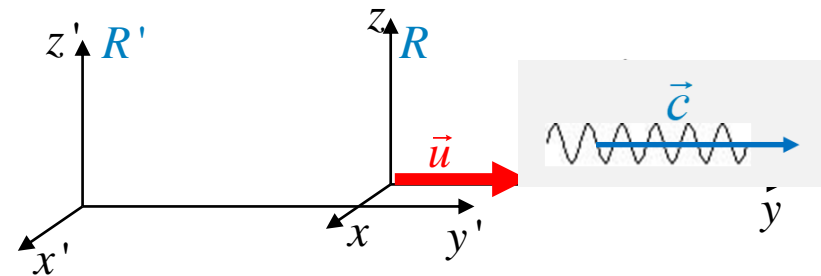


Conséquences: **pas d'espace « absolu » et pas de temps « absolu » !**

- ❑ Le temps ne s'écoule pas de la même façon dans tous les référentiels
- ❑ Les lois de la mécanique classique doivent être modifiées

Mécanique classique : $v' = u + v$

~~$$c' = u + c > c!$$~~



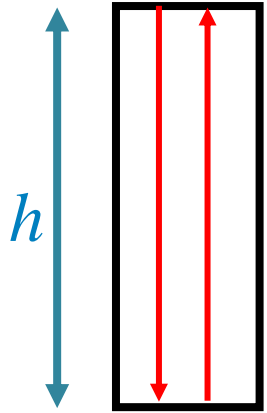
Mécanique relativiste : $v' = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}$

- Si $\frac{u}{c} \ll 1$ et $\frac{v}{c} \ll 1$: $v' = u + v$
- Si $v = c$: $c' = \frac{u+c}{1+\frac{u}{c}} = c!$

c : vitesse de la lumière

v : vitesse du train

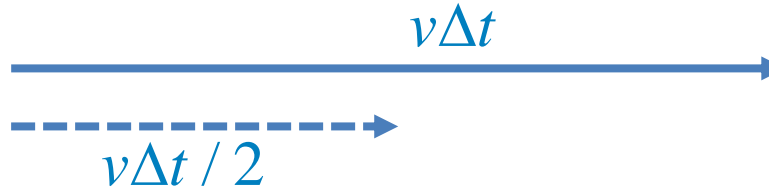
« horloge à photons »



R' : dans le train: $\Delta t'$

$$\Delta t' = 2h/c$$

$$h = c \Delta t' / 2$$

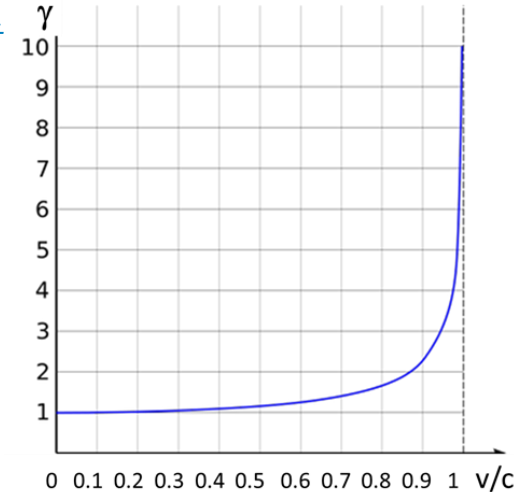


R : sur le quai: Δt

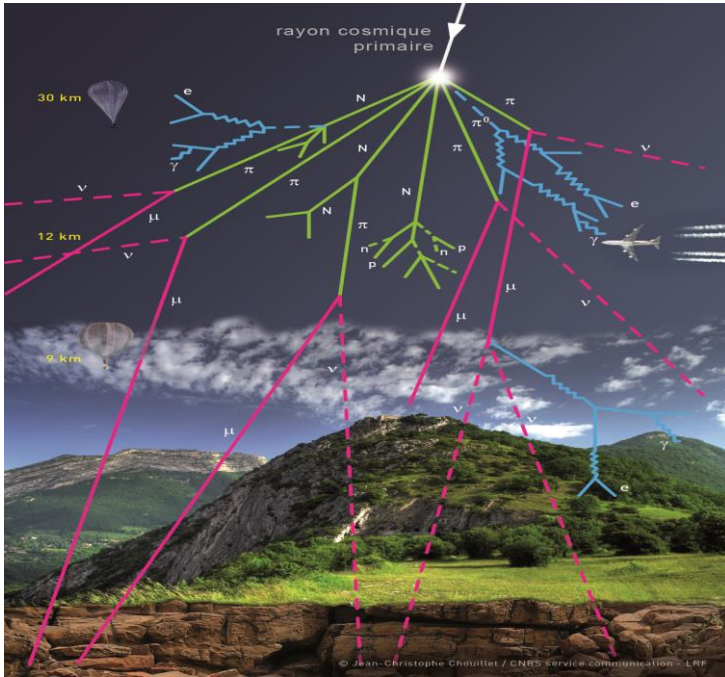
$$(c\Delta t/2)^2 = (c\Delta t'/2)^2 + (v\Delta t/2)^2$$

$$\Delta t^2 (1 - v^2/c^2) = \Delta t'^2$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

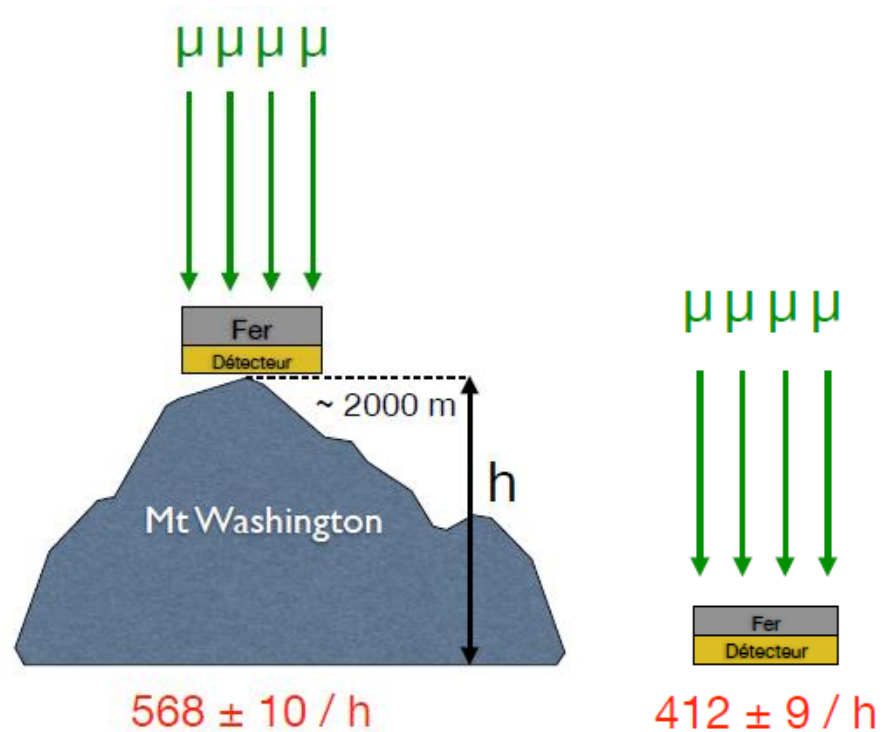


Comptage des muons (μ) à 2000 m d'altitude et au niveau de la mer



Les μ sont produits dans l'atmosphère
 Par les rayons cosmiques.
 Au niveau de la mer: environ $1 \mu/\text{cm}^2/\text{mn}$

- Fer: filtre les μ les plus rapides:
 $v(\mu) \in [0,9950c - 0,9954c]$
- Détecteur: scintillateur + PM



Nombre de μ à 2000 m: $568 \pm 10 \mu / h$

Nombre de μ au niveau de la mer: $412 \pm 9 \mu / h$

Vie moyenne des μ (dans le centre de masse): $(\tau_\mu)_{cdm} = 2.2 \times 10^{-6} \text{ sec}$

Vitesse moyenne des μ : $0.9952 c$

Δt : temps mis par le μ pour parcourir $d=2000$ m:

$$\Delta t = d/v = 2000 \text{ m} / 0.9952 \times 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \approx 6.7 \times 10^{-6} \text{ s}$$

Loi de décroissance radioactive:

$$N(\Delta t) = N_0 e^{-\Delta t / \tau_\mu}$$

■ Calcul non relativiste

$$(\tau_\mu)_{lab} = (\tau_\mu)_{cdm}$$

Nombre de μ au niveau de la mer:

$$N(\Delta t) = 568 \mu / h \times e^{-\Delta t / (\tau_\mu)_{cdm}} \approx 27 \mu / h$$



■ Calcul relativiste

$$(\tau_\mu)_{lab} = \gamma (\tau_\mu)_{cdm}$$

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - (0.9952)^2} \approx 10$$

Nombre de μ au niveau de la mer:

$$N(\Delta t) = 568 \mu / h \times e^{-\Delta t / \gamma (\tau_\mu)_{cdm}} \approx 419 \mu / h$$



Measurement of the Relativistic Time Dilation Using μ -Mesons*

DAVID H. FRISCH AND JAMES H. SMITH†

Science Teaching Center and Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts

(Received 14 January 1963)

An experiment has been performed to demonstrate the relativistic time dilation as a large effect, using only comparatively simple equipment. μ -mesons incident on top of Mt. Washington, New Hampshire, were selected to have speeds in the range between 0.9950 c and 0.9954 c . The number of these which survived to reach sea level was measured in Cambridge, Massachusetts. The number expected without time dilation was calculated from the distribution of decay times of these μ -mesons (i.e., the mean life as measured in both this experiment and others) and from the known distance of descent. The observed time dilation factor is 8.8 ± 0.8 to be compared with the effective time dilation factor calculated for mesons of these speeds in our detection geometry $1 / (1 - v^2/c^2)^{1/2} = 8.4 \pm 2$.

En mécanique classique: $\vec{p} = m\vec{v}$ PFD: $\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$

Si la masse est constante: $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$PFD: \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Plus général que $\vec{F} = m\vec{a}$: reste vrai lorsque m varie (ex: fusée...)

Reste vrai en relativité

Conservation de la quantité de mouvement

Conservation de l'énergie

} Collisions, désintégrations...

Théorème de Noether (1918)

« à chaque transformation d'un système par une symétrie continue laissant les lois de la physique inchangées est associée la conservation d'une grandeur physique »

symétrie	conservation
Translation d'espace	Quantité de mouvement
Translation de temps	énergie



Emmy Noether

« génie mathématique créatif considérable... » A. Einstein

Mécanique classique

Quantité de mouvement : $\vec{p} = m\vec{v}$

Energie cinétique : $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

Mécanique relativiste

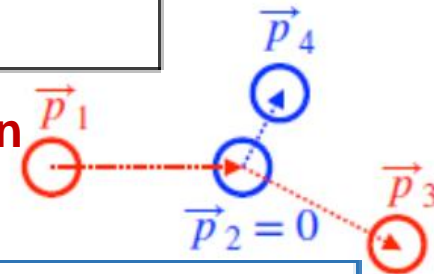
Quantité de mouvement : $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$

Energie cinétique : $T = (\gamma - 1)mc^2$

Energie totale : $E = T + mc^2 = \gamma mc^2$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

Collisions élastiques, désintégrations: Lois de conservation



Mécanique classique

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 \text{ avec } \vec{p} = m\vec{v}$$

Conservation de l'énergie cinétique :

$$T_1 + T_2 = T_3 + T_4 \text{ avec } T = 1/2 mv^2$$

Mécanique relativiste

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4 \text{ avec } \vec{p} = \gamma m\vec{v}$$

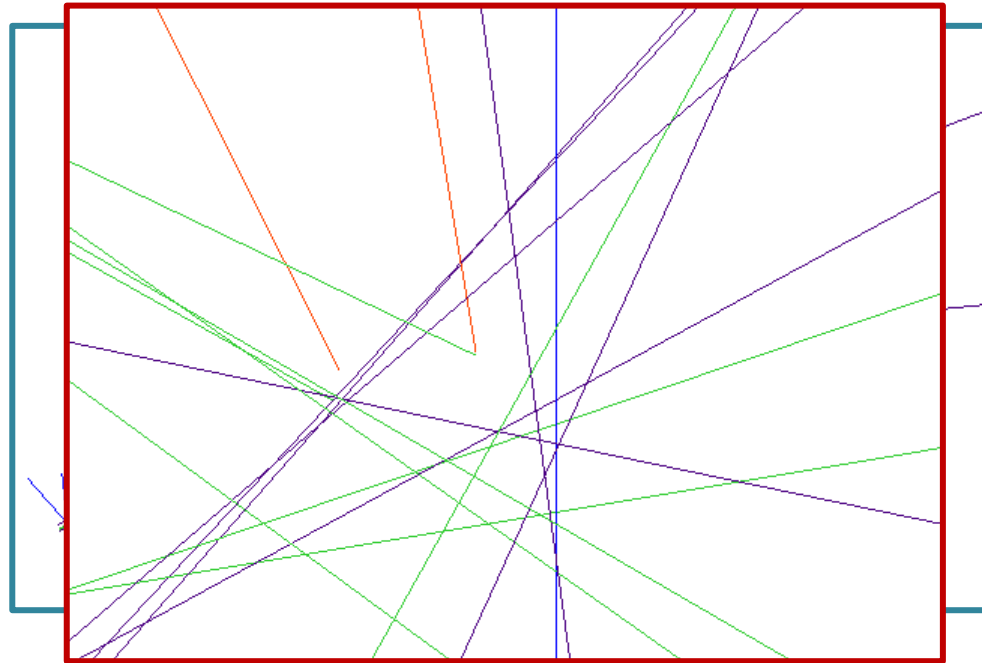
Conservation de l'énergie :

$$E_1 + E_2 = E_3 + E_4 \text{ avec } E = \gamma mc^2$$

But: mesurer la masse du D^0 ($1864.83 \text{ MeV}/c^2$).

Pour cela, vous aurez un échantillon de 30 événements où, en utilisant l'outil de visualisation de LHCb, vous aurez à:

- Trouver événement par événement un K^- et un π^+ provenant d'une même origine (vertex)
- Calculer la masse invariante de la paire
- Vérifier que cette masse est compatible avec celle d'un D^0 .

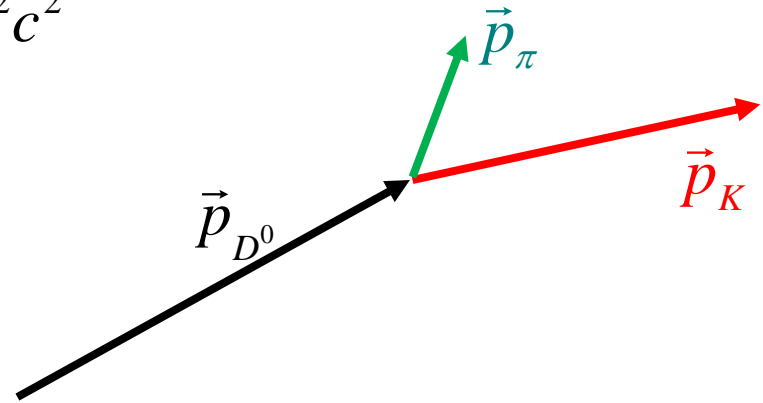


$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \text{ou} \quad m^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$$

LHCb a mesuré les quantités de mouvement des

traces sélectionnées : $\vec{p}_K : (p_{K_x}, p_{K_y}, p_{K_z})$

et $\vec{p}_\pi : (p_{\pi_x}, p_{\pi_y}, p_{\pi_z})$ et leurs énergies E_K et E_π .



Lois de conservation: $E_{D^0} = E_K + E_\pi$ $\vec{p}_{D^0} = \vec{p}_K + \vec{p}_\pi$

$$m_{D^0}^2 c^4 = E_{D^0}^2 - \vec{p}_{D^0}^2 c^2 = (E_K + E_\pi)^2 - (\vec{p}_K + \vec{p}_\pi)^2 c^2$$

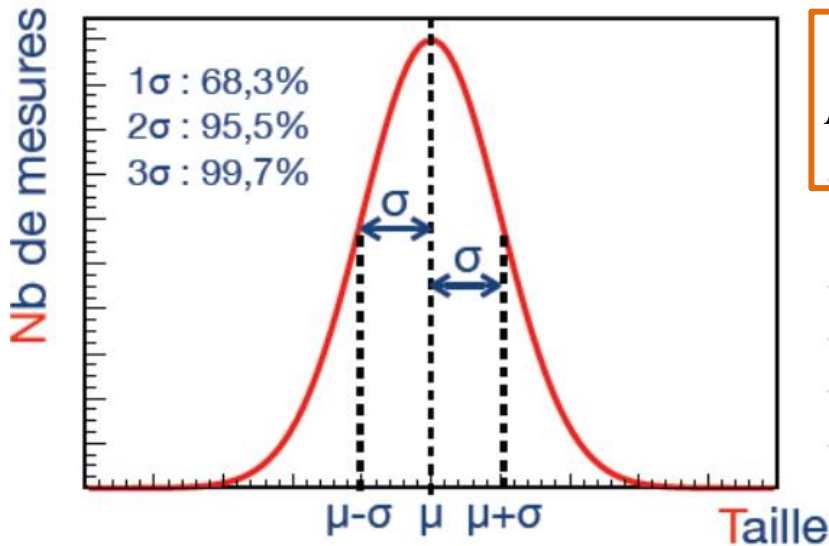
$$m_{D^0}^2 c^4 = \underbrace{E_K^2 - p_K^2 c^2}_{m_K^2 c^4} + \underbrace{E_\pi^2 - p_\pi^2 c^2}_{m_\pi^2 c^4} + 2(E_K E_\pi - \vec{p}_K \cdot \vec{p}_\pi c^2)$$

$$m_{D^0}^2 c^4 = m_K^2 c^4 + m_\pi^2 c^4 + 2\left(E_K E_\pi - (p_{K_x} p_{\pi_x} + p_{K_y} p_{\pi_y} + p_{K_z} p_{\pi_z}) c^2\right)$$

C'est le calcul que fait l'ordinateur pour la paire de traces que vous aurez choisie...

- Une loi de distribution fondamentale de caractère universel, adaptée pour modéliser les phénomènes naturels issus de plusieurs événements aléatoires.
- Ses applications sont multiples dans les sciences physiques, naturelles, économiques, sociales...
- Elle joue un rôle essentiel dans l'analyse des données expérimentales et le traitement des incertitudes.

Exemple: si on mesure la taille d'un très grand nombre N_0 de personnes de même âge et de même sexe, la distribution des mesures aura la forme suivante:



$$N(T) = N_0 \rho(T) \quad \text{où} \quad \rho(T) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{T - \mu}{\sigma} \right)^2}$$

μ : valeur moyenne

σ : écart-type

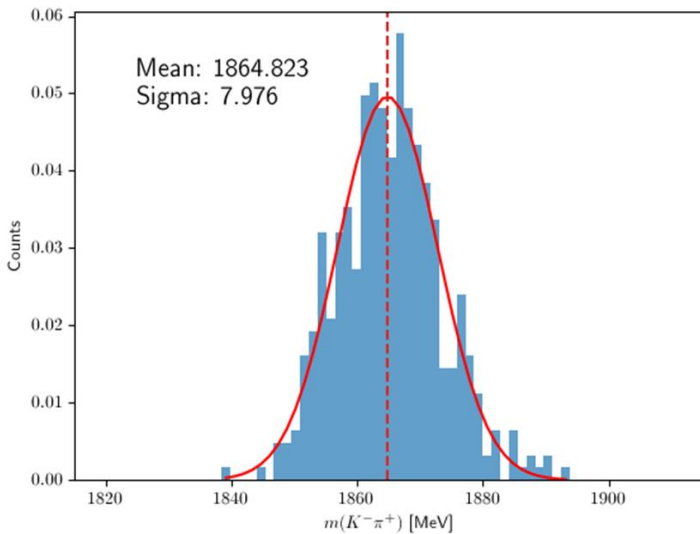
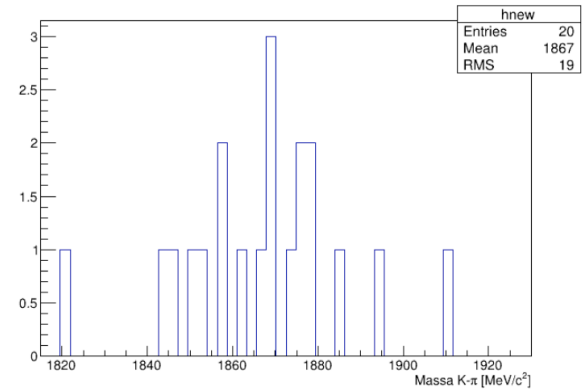
$\rho(T)$: fonction de distribution de Gauss normalisée



@physicsfun

- 3000 billes
- à chaque étage, 1 chance sur 2 d'aller à droite, une chance sur 2 d'aller à gauche.
- chaque tirage donne une forme légèrement différente

Résultat de l'exercice 1: histogramme de 30 mesures de la masse du D^0 .

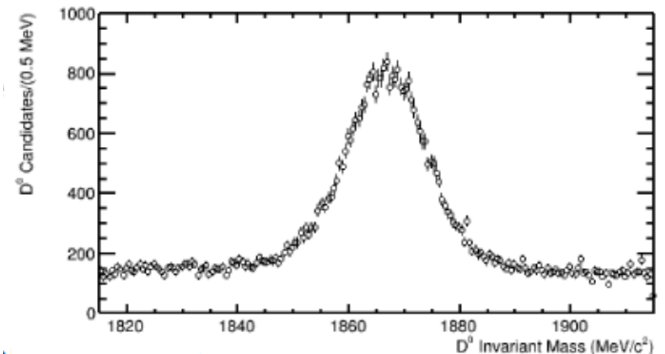


En additionnant les résultats des 10 binômes:
300 mesures de la masse du D^0 .

← Valeur moyenne de la masse du D^0 et écart-type

Même mesure avec 50000 événements →

C'est ce lot d'événements qui sera utilisé pour la mesure du temps de vie moyen du D^0 dans l'exercice 2.



Vous disposez d'un lot de 50000 événements.

Dans ce lot, pour chaque événement, un D^0 a été reconstruit.

Pour chaque événement, vous connaissez:

- sa masse
- son temps de vie

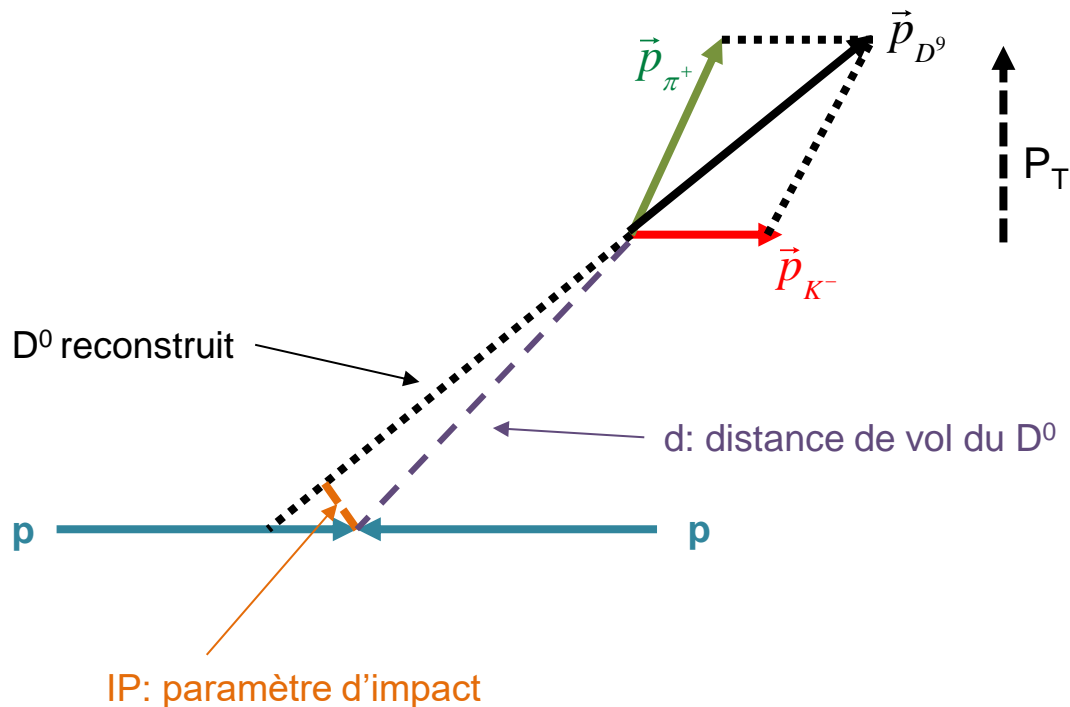
$$\vec{p}_{K^-}, \vec{p}_{\pi^+} \Rightarrow \vec{p}_{D^0}, E_{D^0}, m_{D^0}$$

$$t_{lab} = \frac{d}{v}$$

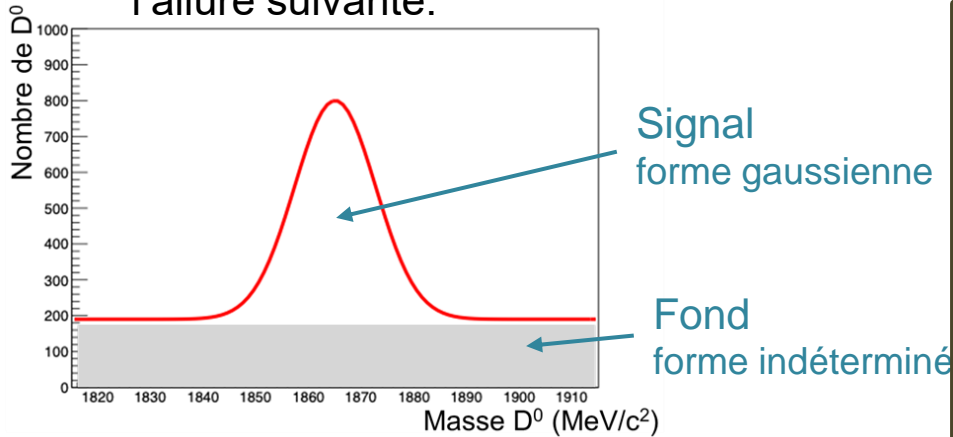
$$t_{cdm} = \frac{t_{lab}}{\gamma} = \frac{d}{\gamma v}$$

$$p = \gamma m v \Rightarrow t_{cdm} = \frac{m d}{p}$$

- son paramètre d'impact: IP
- sa quantité de mouvement transverse P_T



L'analyse de 50000 événements produit un histogramme de masse du D^0 ayant l'allure suivante:



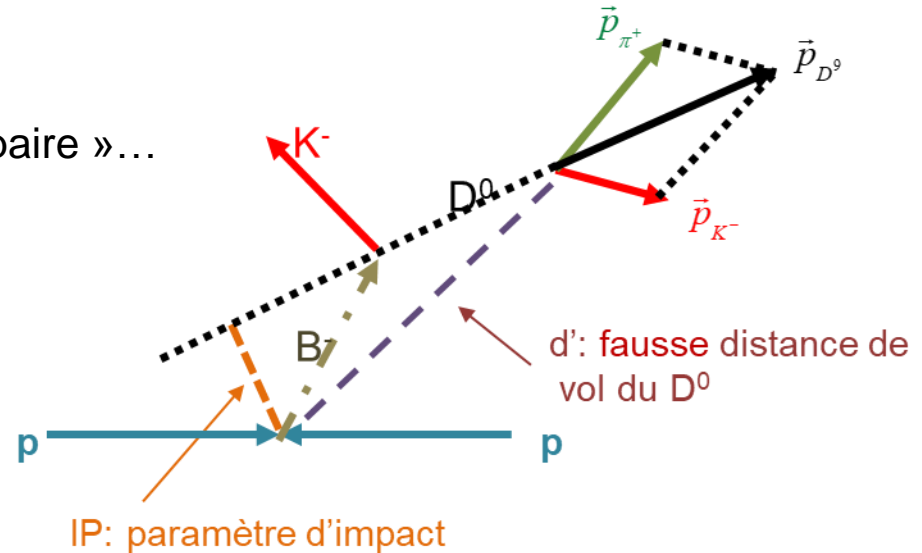
Pour mesurer précisément le temps de vie moyen du D^0 , il faut:

- Un lot de D^0 venant du point d'interaction aussi « pur » que possible
- Eliminer le plus possible de bruit de fond

Optimiser les coupures sur différents paramètres: m , IP, P_T ...

Bruit de fond combinatoire: un événement peut contenir beaucoup de traces; en sélectionnant un K^- et un π^+ , on peut choisir une « mauvaise paire »...

Bruit de fond physique; d'autres particules, plus lourdes que le D^0 peuvent se désintégrer en donnant un D^0 . par exemple: $B^- \rightarrow D^0 K^-$. Le paramètre d'impact (IP) sera utile pour « éliminer » ces événements



Merci de votre attention

Questions ?

$$\text{rappel : } \begin{cases} \vec{p} = \gamma m \vec{v} \\ E = \gamma m c^2 \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2} = 1$$

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = \gamma^2 m^2 c^4 \underbrace{\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v^2}{c^2} \right)}_1 = m^2 c^4 + \underbrace{\gamma^2 m^2 v^2 c^2}_{p^2}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

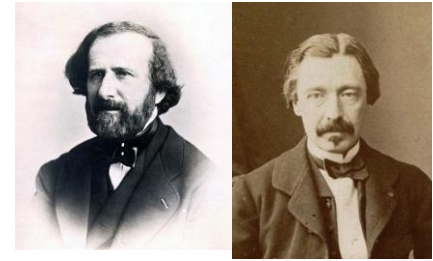
❑ Mesures de la vitesse de la lumière:

1849: Hyppolyte Fizeau (roue dentée en rotation)

$$c = 315000 \text{ km / s (5\% d'erreur)}$$

1862: Léon Foucault (miroirs tournant)

$$c = 298000 \pm 500 \text{ km / s (0,6\% d'erreur)}$$



H. Fizeau L. Foucault

❑ Electromagnétisme:

1864: J. C. Maxwell publie sa théorie qui montre que la vitesse des ondes électromagnétiques est:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\epsilon_0 \text{ (permittivité diélectrique du vide) et } \mu_0 \text{ (perméabilité magnétique du vide) sont des grandeurs purement électriques)}$$

En **1856, R. Kohlrausch et W. Weber** avaient mesuré le rapport des unités électrostatiques et électromagnétiques. Leurs mesures permettent à Maxwell de calculer la vitesse des ondes électromagnétiques:



R. Kohlrausch W. Weber

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 310740 \text{ km / s}$$

« l'accord des résultats semble montrer que la lumière est une perturbation électromagnétique se propageant dans L'espace suivant les lois de l'électromagnétisme »

De 1886 à 1889: H. Hertz effectue une série d'expériences met en évidence les ondes électromagnétiques, étudie leurs propriétés (réflexion, réfraction, polarisation...) Confirme leur vitesse de propagation égale à celle de la lumière



H. Hertz

1907: Rosa et Dorsey: mesure des constantes électriques:

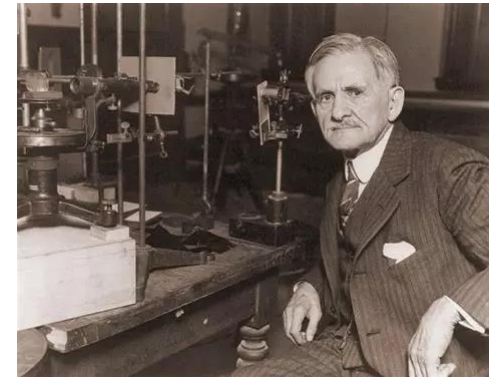
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 299710 \pm 30 \text{ km/s}$$

1926: Albert Michelson: (miroir rotatif):

$$c = 299796 \pm 4 \text{ km/s}$$

-
- les mesures ne cessent de s'améliorer...
-

1972: Evenson et al. $c = 299792456,2 \pm 1,1 \text{ m/s}$



A. Michelson

1983: la CGPM décide de fixer la valeur de la vitesse de la lumière:

$$c = 299792458 \text{ m/s}$$

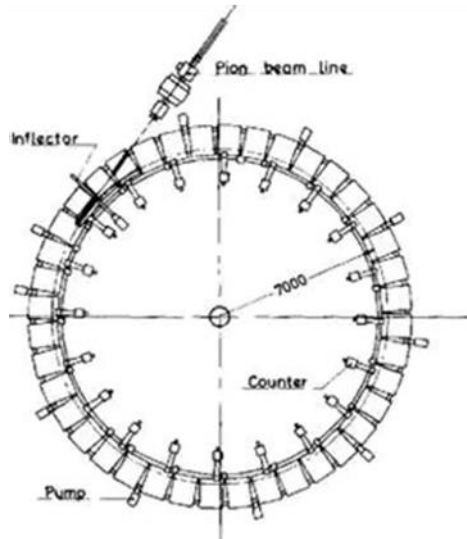


Nouvelle définition du mètre

Muon: particule « analogue » à l'électron,

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\mu} = 105,66 \text{ MeV} / c^2 (\approx 200 m_e) \\ \textit{instable} : \mu^{-} \rightarrow e^{-} + \bar{\nu}_e + \nu_{\mu} \quad \tau_{\text{cdm}} : 2.2 \mu\text{s} \end{array} \right.$$

1976: Au CERN, des muons de quantité de mouvement $p = 3,094 \text{ GeV}/c$ [$v = 0,99942c$] sont stockés dans un anneau de **14 m de diamètre**. Ils sont maintenus sur une trajectoire circulaire par un champ magnétique perpendiculaire à l'anneau $B = 1,47 \text{ T}$.



Les électrons de désintégration sont détectés par des compteurs à scintillation placés autour de l'anneau. On mesure ainsi la vie moyenne des muons : $\tau_{\text{lab}} = 64,4 \mu\text{s}$

$$\frac{\tau_{\text{lab}}}{\tau_{\text{cdm}}} = \frac{64,4}{2,2} = 29,27 \quad \tau_{\text{lab}} = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,99942)^2}} = 29,36$$

Article | Published: 28 July 1977

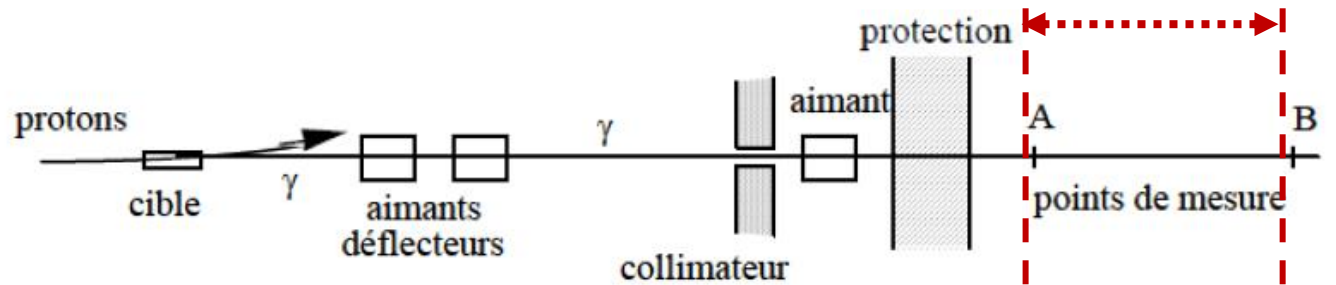
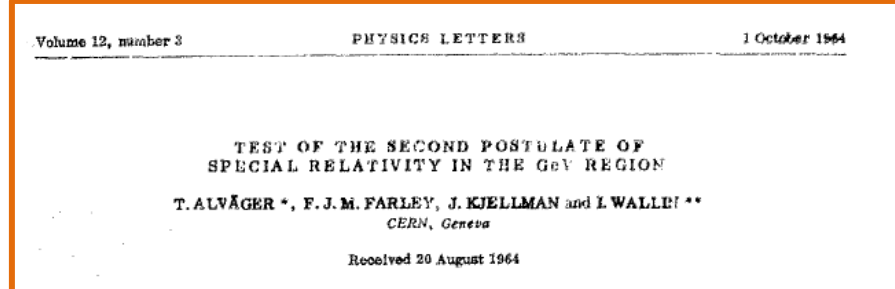
Measurements of relativistic time dilatation for positive and negative muons in a circular orbit

J. Bailey, K. Borer, F. Combley, H. Drumm, F. Krienen, F. Lange, E. Picasso, W. von Ruden, F. J. M. Farley, J. H. Field, W. Flegel & P. M. Hattersley

Nature 268, 301–305 (1977) | [Cite this article](#)

En bombardant une cible de béryllium par des protons de haute énergie, on produit un faisceau de mésons neutres π^0 . Ces π^0 ont une énergie de 6 GeV et une vitesse de **0,99975 c**.

Les π^0 ont une durée de vie de **$8,5 \cdot 10^{-17}$ s** et se désintègrent en 2 photons: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. On a donc des photons qui ont la vitesse de la lumière dans le référentiel du π^0 , qui ont eux-mêmes une vitesse de 0,99975 c dans le référentiel du laboratoire.



On mesure la vitesse de ces photons dans le laboratoire en mesurant le temps qu'ils mettent pour parcourir la distance entre deux détecteurs A et B séparés de 31,450 m. Cette durée est de **104,9 ns**. On a donc:

$$v = \frac{0,031450 \text{ km}}{104,9 \cdot 10^{-9} \text{ s}} = \mathbf{299809,34 \text{ km.s}^{-1}}$$

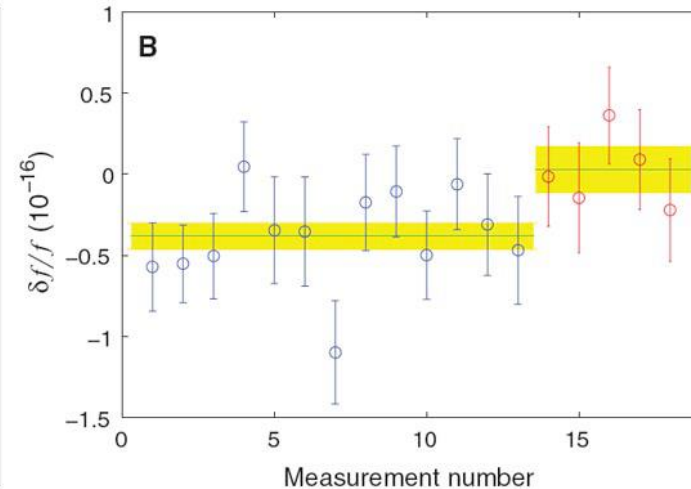
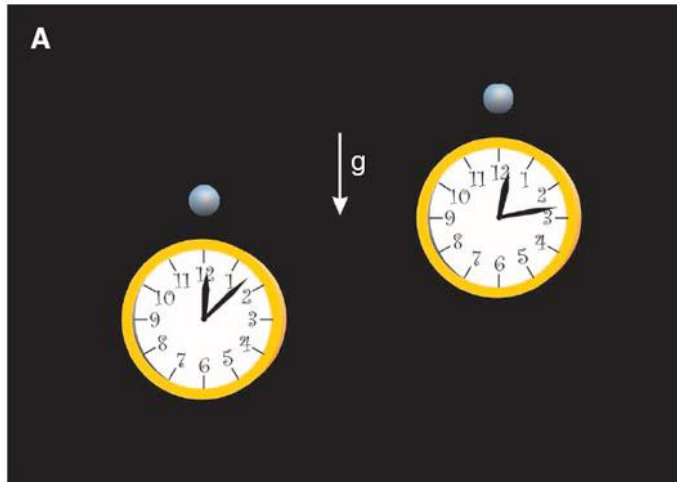


Fig. 3. Gravitational time dilation at the scale of daily life. **(A)** As one of the clocks is raised, its rate increases when compared to the clock rate at deeper gravitational potential. **(B)** The fractional difference in frequency between two Al^+ optical clocks at different heights. The Al-Mg clock was initially 17 cm lower in height than the Al-Be clock, and subsequently, starting at data point 14, elevated by 33 cm. The net relative shift due to the increase in

height is measured to be $(4.1 \pm 1.6) \times 10^{-17}$. The vertical error bars represent statistical uncertainties (reduced $\chi^2 = 0.87$). Green lines and yellow shaded bands indicate, respectively, the averages and statistical uncertainties for the first 13 data points (blue symbols) and the remaining 5 data points (red symbols). Each data point represents about 8000 s of clock-comparison data.

C. Chou, D. Hume, T. Rosenband, D. Wineland, *Optical clocks and relativity*, *Science*, **329**,1630. (2010)