Energies négatives: Le coté obscur de la gravité
(gr-qc 0404110)

Frédéric Henry-couannier

henry@cppm.in2p3.fr

CPPM/RENOIR Marseille

Plan

Introduction

Energies négatives et inversion du temps en Théorie Quantique des Champs Relativistes

Energies négatives et inversion du temps en Relativité Générale

Solutions de Schwarzschild et cosmologiques

Perspectives et Conclusion

Des particules…

La prodigieuse diversité des formes sous lesquelles se manifeste la matière (les diverses propriétés accessibles à nos sens) résulte pour l’ essentiel d’ un jeu de combinaisons et d’ interactions entre…trois particules de matière (le proton, le neutron et l’ électron) et une particule d’ interaction (le photon).

Etat de l’ art: 12 particules élémentaires de matière et 4 interactions fondamentales:

- Interaction gravitationnelle
- Interaction électromagnétique
- Interaction forte
- Interaction faible

..quantiques et relativistes…

L’ idée qu’ il y a la un petit grain dur qui est l’ électron ou le positron est une illusion illégitime de notions de bon sens dérivées du toucher…(A.Koestler)

Il faut renoncer définitivement aux concept familiers, paraissant aller de soi, tirés de notre expérience quotidienne.

Fin du mécanisme, début d’ une plongée au coeur d’ un monde extraordinaire.

Les champs quantiques

- Des vibrations dans le vide en chaque point de l’ espace temps
- Ces vibrations se propagent, se superposent, interagissent…
- Chaque vibration (quantum)a ses propriétés (énergie, impulsion, spin, charges)
- Les vibrations se créent et s’ annihilent en permanence
- Particule réelle: paquet de vibrations

Des symétries déterminantes (1)

En général les particules/champs se transforment sous changements de système de coordonnées (symétries)

Il existe une combinaison mathématique (des champs) invariante sous toutes ces transformations: l’ action.

l’ action détermine les équations de la physique

Il faut donc:

- identifier les symétries pertinentes
- comprendre comment elles transforment les

Des symétries déterminantes (2)

- Classes de champs/particules (spin, masse, charges)

- Equations de la physique

Symétries:

Lorentz, C, P, T, U(1), SU(2), SU(3), RG

Champs quantiques

Espace

Temps

Transformations de Lorentz
5 classes d' objets

matière

E > 0

E>p m 0

T

E < 0 ??

E>p m 0

matière négative ??

L

L

lumière

E > 0

E=p m=0

T

E < 0 ??

E>p m=0

lumière négative ??

E < p ??

Tachyons ??

Energies négatives (?)

Le groupe de Lorentz a des representations d' énergie négative : $E = -\sqrt{p^2 + m^2}$

Pourquoi pas E<0 ?:

-hν , -mc^2, -$(\gamma - 1)$ mc^2 ~-1/2 mv^2 (v<<c)

Réponse usuelle:

- Instabilité inévitable
- E<0 non observées

Motivations pour des énergies négatives

Solutions de toutes les équations relativistes

Générées sous inversion du temps en physique classique relativiste

Solutions probables à de nombreuses énigmes en suspens

Enigmes en suspens

Gravité

- Masse manquante
- Vides de l' Univers
- Accélération de l' univers
- Platitude de l' univers
- Singularités de la RG
- Divergences dans le vide

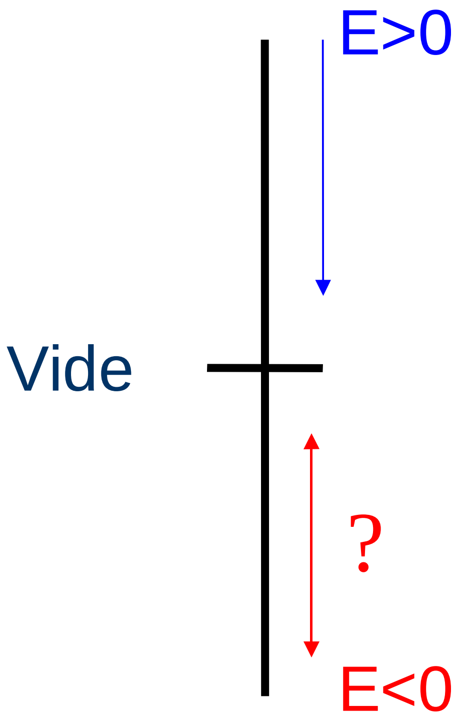
Toutes interactions

- Divergences UV

Interactions faibles (seulement !?)

- asymétries C, P

Les mondes d’ énergie positive et négative découplés sont ils stables?



Stabilité des trajectoires pour une masse ponctuelle d' énergie cinétique positive

Action:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (1/2\, m\, v^2 - U(r,t))\,dt$$

δS=0

$$m\dot{v} = -\frac{\partial U}{\partial r}$$

S n' a pas de maximum à cause du terme cinétique d' énergie positive

L' extremum que nous obtenons est un minimum

Stabilité des trajectoires pour une masse ponctuelle d’ énergie cinétique négative

Action:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (-1/2\, m\, v^2 - U(r,t))\, dt$$

δS=0

$$-m\dot{v} = -\frac{\partial U}{\partial r}$$

S n’ a pas de minimum à cause du terme cinétique d’ énergie négative

L’ extremum que nous obtenons est un maximum

Le principe fondamental est celui d’ action stationnaire. Les trajectoires sont toujours stables

Stabilité du champ scalaire libre

Action d' énergie positive

$$S_{free} = \int d^3x dt \, \phi^+ \left(\partial^\mu \partial_\mu + m^2 \right) \phi$$

Action d' énergie négative

$$\tilde{S}_{free} = -\int d^3x dt \, \tilde{\phi}^+ \left(\partial^\mu \partial_\mu + m^2 \right) \tilde{\phi}$$

La stabilité est aussi assurée pour un champ libre d' énergie négative qui maximise son action

Stabilité de la matière_radiation d’ énergie négative isolée

Photons d’ énergie négative   loi de Coulomb inversée

+

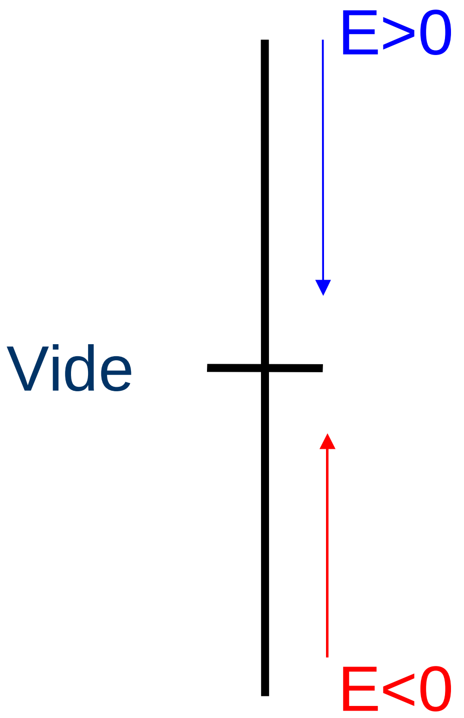
Fermions d’ énergie négative

$$\Rightarrow -m\dot{v} = - - \frac{\partial U_c}{\partial r}$$

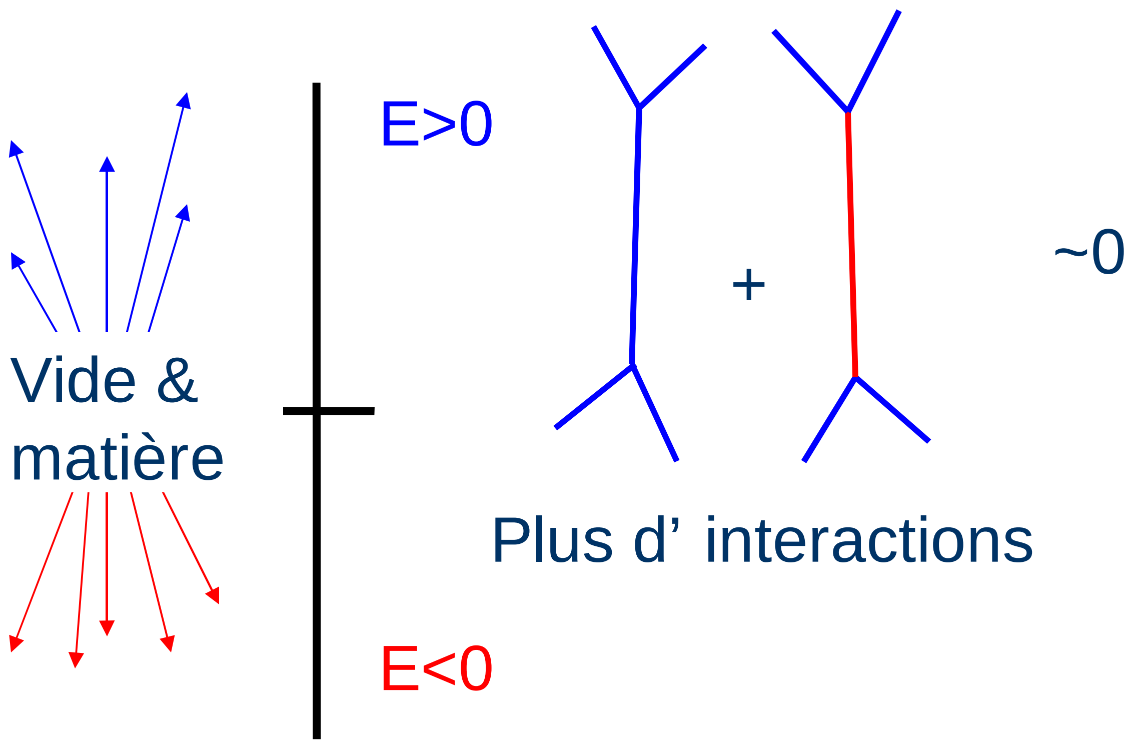
Dans le gaz de fermions et photons:

- **Des atomes d’ énergie négative se forment**
- **Les états les plus probables ont des énergies maximales**
- **Les températures sont négatives**

Les mondes d’ énergie positive et négative découplés sont stables



Si les 2 mondes pouvaient interagir catastrophe !!



Idée directrice

La réhabilitation des énergies négatives en TQCR et RG devrait conduire à un nouveau schéma tel que:

Les mondes d' énergie positive et négative interagissent seulement par la gravitation

La stabilité est assurée

Champs, Actions et Hamiltoniens d' énergie positive et négative

$$\phi(x,t)=\int\frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{E}}\left[a_c(E,p)e^{i(Et-px)}+a^{\dagger}(E,p)e^{-i(Et-px)}\right]\qquad\tilde{\phi}(x,t)=\int\frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{E}}\left[\tilde{a}^{\dagger}(-E,-p)e^{i(Et-px)}+\tilde{a}_c(-E,-p)e^{-i(Et-px)}\right]$$

Solutions

$$(E=\pm\sqrt{p^2+m^2})\rightarrow\qquad\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\partial^2}{\partial z^2}+m^2\right)\overset{(\sim)}{\phi}(x,t)=0$$

Equation de KG

Principe d'extrême action

$$S_{free}=\int d^3x\,dt\,\phi^{+}\left(\partial^{\mu}\partial_{\mu}+m^2\right)\phi\qquad\tilde{S}_{free}=-\int d^3x\,dt\,\tilde{\phi}^{+}\left(\partial^{\mu}\partial_{\mu}+m^2\right)\tilde{\phi}$$

Invariance sous inversion du temps

$$H=\frac{1}{2}\int d^3x\ \left[\ \left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^{\dagger}\frac{\partial\phi}{\partial t}+\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^{\dagger}\frac{\partial\phi}{\partial x}+m^2\phi^{\dagger}\phi\right]\qquad\tilde{H}=-\frac{1}{2}\int d^3x\ \left[\ \left(\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial t}\right)^{\dagger}\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial t}+\left(\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x}\right)^{\dagger}\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x}+m^2\tilde{\phi}^{\dagger}\tilde{\phi}\right]$$

$$H\left|E,p\right\rangle=E\left|E,p\right\rangle$$

$$\tilde{H}\left|-E,p\right\rangle=-E\left|-E,p\right\rangle$$

Energies du vide quantique

Energie dans le vide du champ quantique d’ énergie positive

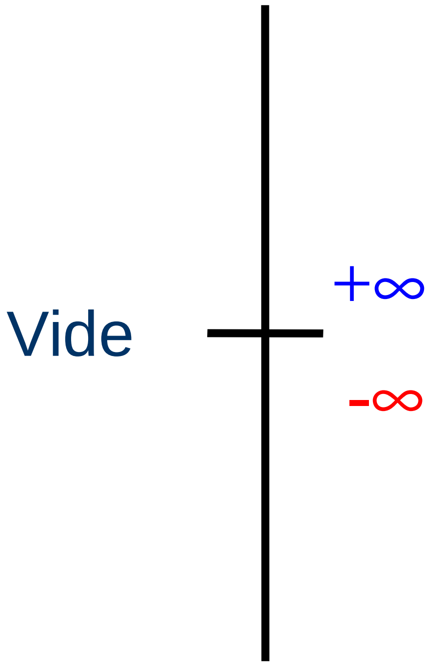
$$H\left|0\right\rangle = \infty\left|0\right\rangle$$

Energie dans le vide du champ quantique d’ énergie négative

$$\overset{\%}{H}\left|0\right\rangle = -\infty\left|0\right\rangle$$

Les divergences dans le vide sont exactement opposées

Energies du vide quantique



Inversion du temps unitaire

Energie inversée

$$t \to -t \overset{T}{\Rightarrow} e^{iEt} \to e^{-iEt}$$

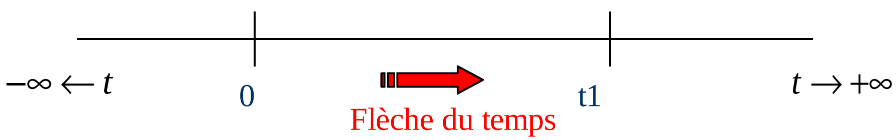
$$\phi(x,t) \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{\phi}(x,-t)$$

$$a^{+}(E,p) \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{a}^{+}(-E,p)$$

Etats i et f non interchangés:

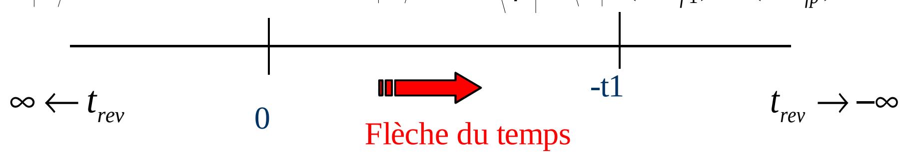
$$i \to f \overset{T}{\Rightarrow} T^{U}(i) \to T^{U}(f)$$

$$|i\rangle = a^{+}(E_{i1})...a^{+}(E_{in})|0\rangle \qquad \langle f| = \langle 0|a(E_{f1})...a(E_{fp})$$



$$t_{rev} = -t$$

$$|\tilde{i}\rangle = a^{+}(-E_{i1})...a^{+}(-E_{in})|0\rangle \qquad \langle \tilde{f}| = \langle 0|a(-E_{f1})...a(-E_{fp})$$



Inversion du temps Anti-Unitaire

Pas d’ inversion de l’ énergie

$$t \rightarrow -t \Rightarrow e^{iEt} \rightarrow e^{iEt} \quad \text{(i} \rightarrow \text{-i!?)}$$

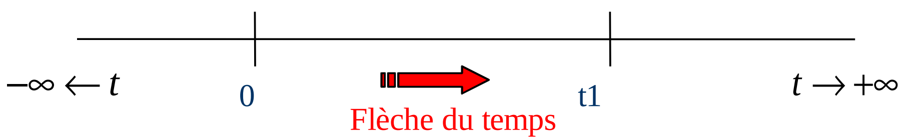
$$\phi(x,t) \overset{T}{\leftrightarrow} \phi(x,-t)$$

$$a^{+}(E,p) \overset{T}{\leftrightarrow} a^{+}(E,-p)$$

Etats i et f interchangés

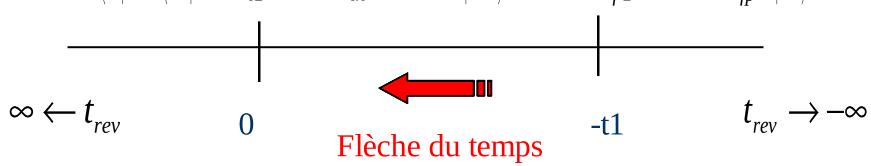
$$i \rightarrow f \overset{T}{\Rightarrow} T^{A}(f) \rightarrow T^{A}(i)$$

$$\left| i \right\rangle = a^{+}(E_{i1})...a^{+}(E_{in})\left| 0 \right\rangle \qquad \left\langle f \right| = \left\langle 0 \right| a(E_{f1})...a(E_{fp})$$



$$t_{rev} = -t$$

$$\left\langle i \right| = \left\langle 0 \right| a(E_{i1})...a(E_{in}) \qquad \left| f \right\rangle = a^{+}(E_{f1})...a^{+}(E_{fp})\left| 0 \right\rangle$$



Pourquoi des énergies négatives et une inversion du temps unitaire ?

- E<0 solutions de toutes les équations relativistes
- Voie évidente pour compenser l' effet gravitationnel des divergences dans le vide
- Le choix unitaire a toujours été adopté (Parité, Lorentz)
- Plus de paradoxes liés à l' inversion du temps
- (E,p) se transforme comme (t,x) (idem Parité, Lorentz)
- Seule possibilité en physique classique
- Semble (à première vue) une solution si simple à tant d' énigmes !

Actions sous inversion du temps

Nous avons déja (choix unitaire)

$$\phi(x,t) \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{\phi}(x,-t)$$

$$a^{+}(E,p) \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{a}^{+}(-E,p)$$

Mais il nous faut aussi:

$$S_{free} = \int d^3x dt \phi^{+} \left(\partial^{\mu}\partial_{\mu} + m^2 \right) \phi \quad \overset{T}{\longleftrightarrow} \quad \tilde{S}_{free} = -\int d^3x dt \tilde{\phi}^{+} \left(\partial^{\mu}\partial_{\mu} + m^2 \right) \tilde{\phi}$$

Pour obtenir

$$H = \frac{1}{2}\int d^3x \; [\; (\frac{\partial\phi}{\partial t})^{\dagger} \frac{\partial\phi}{\partial t} + (\frac{\partial\phi}{\partial x})^{\dagger} \frac{\partial\phi}{\partial x} + m^2\phi^{\dagger}\phi] \quad \overset{T}{\longleftrightarrow} \quad \tilde{H} = -\frac{1}{2}\int d^3x \; [\; (\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial t})^{\dagger} \frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial t} + (\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x})^{\dagger} \frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial x} + m^2\tilde{\phi}^{\dagger}\tilde{\phi}]$$

Insoluble en RR!!

Métriques et actions conjuguées sous inversion du temps

$$S_{free} = \int d^3x\,dt \left\| \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\alpha} \right\| \phi^+ \left(\partial_\mu \partial_\nu g^{\mu\nu} + m^2 \right) \phi$$

$$\xi^\alpha \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{\xi}^\alpha \neq \xi_\alpha \quad \Rightarrow \quad g_{\mu\nu} \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{g}_{\mu\nu}$$

(T demeure discrète même en RG !)

$$S_{free} \overset{T}{\leftrightarrow} \tilde{S}_{free} = \int d^3x\,dt \left\| \frac{\partial x^\mu}{\partial \tilde{\xi}^\alpha} \right\| \tilde{\phi}^+ \left(\partial_\mu \partial_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} + m^2 \right) \tilde{\phi}$$

Action scalaire sous transformations générales et discrètes de coordonnées

$$S_{NG} + S_G + \tilde{S}_{NG} + \tilde{S}_G$$

Les mondes T-conjugués ne sont pas couplés

Mais les métriques T-conjuguées sont nécessairement reliées

L' interaction gravitationnelle (seule!) pourra connecter les deux mondes

Conditions nécessaires pour une relation entre métriques conjuguées

- Accord avec la RG à l' ordre Post Newtonien
- Générer des sources d' énergie négative du point de vue de chaque métrique
- Permettre la compensation exacte des divergences dans le vide et termes de constante cosmologique
- Eviter les instabilités

Une solution simple existe !

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$$

Un système de coordonnées privilégié!

$g^{0}_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ **n' est pas covariante !**

Il existe un système de coordonnées privilégié

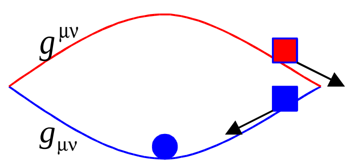
Symétries & isométries doivent le déterminer

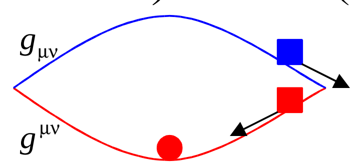
Equation d’ Einstein modifiée dans le système de coordonnées privilégié

$$S_{NG}+S_{G}+\tilde{S}_{NG}+\tilde{S}_{G}$$

Principe d’ extremum d’ action
&
$\tilde{g}_{\mu\nu}=g^{\mu\nu}$

$$-8\pi G\left(\sqrt{g}\,T_{\rho\sigma}-\sqrt{g^{-1}}\,\tilde{T}^{\rho\sigma}\right)=\sqrt{g}\left(R_{\rho\sigma}-\frac{1}{2}g_{\rho\sigma}R\right)-\sqrt{g^{-1}}\left(R^{\rho\sigma}-\frac{1}{2}g^{\rho\sigma}R\right)_{g^{\rho\sigma}\to g_{\rho\sigma},\,g_{\rho\sigma}\to g^{\rho\sigma}}$$





Objets vivant dans la même métrique s’ attirent

Objets vivant dans des métriques différentes se repoussent

C’ est un scénario classique ‘ stable’ !

Energie du vide et constante cosmologique

Les termes de constante cosmologique se compensent si:

$$d^4\xi(x)\Lambda(x) = d^4\tilde{\xi}(x)\tilde{\Lambda}(x)$$

Les termes d' énergie du vide aussi si

$$d^4\xi(x)\rho_{VAC}(x) = d^4\tilde{\xi}(x)\tilde{\rho}_{VAC}(x)$$

$$d^4\xi(x)p_{VAC}(x) = d^4\tilde{\xi}(x)\tilde{p}_{VAC}(x)$$

Il est possible d' obtenir des compensations exactes!

Dans l’ approximation linéaire: $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$

$$-8\pi G(T_{\mu\nu} - \tilde{T}^{\mu\nu}) = G^{(1)}_{\mu\nu} = 2\left(R^{(1)}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\eta^{\lambda\rho}R_{\lambda\rho}^{(1)}\right)$$

$$\partial_\mu G^{\mu\nu\,(1)} = \partial_\mu(-\tilde{T}^{\rho\sigma}\eta_{\rho\mu}\eta_{\nu\sigma} + T^{\mu\nu}) = 0$$

Energie et moment conservés de la matière & radiation:

$$T^{00} - \tilde{T}^{00} \quad T^{0i} + \tilde{T}^{0i}$$

Energie de l’ onde plane gravitationnelle:

$$t^{00(2)} = 0$$

Effets de l’ inversion du temps en RG

L’ énergie s’ inverse

$$T^{00} \longrightarrow -T^{00}$$

L’ impulsion est invariante

$$T^{0i} \longrightarrow T^{0i}$$

Masse et vitesse sont invariantes

Cohérent avec le schéma d’ inversion du temps unitaire

Réhabilitation des énergies négatives réalisée naturellement

Champs à E<0

Inversion du temps anti-unitaire

En TQC

Métriques T conjuguées, E <0

Energies du vide compensées

En RG

Tests, applications

Nouvelles questions

?

La solution de Schwarzschild

On néglige les effets du fond (la solution cosmologique)

Dans notre système de coordonnées privilégié

$g_{\mu\nu}$ and $\tilde{g}_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ sont stationnaires et isotropes

$$d\tau^2 = B(r)dt^2 - A(r)d\mathbf{x}^2$$

On trouve:

$$A = e^{2MG/r} \approx 1 + 2\frac{MG}{r} + 2\frac{M^2G^2}{r^2}$$

$$B = \frac{1}{A} = e^{-2MG/r} \approx 1 - 2\frac{MG}{r} + 2\frac{M^2G^2}{r^2} - \frac{4}{3}\frac{M^3G^3}{r^3}$$

En RG:

$$A = \left(1 + \frac{MG}{2r}\right)^4 \approx 1 + 2\frac{MG}{r} + \frac{3}{2}\frac{M^2G^2}{r^2}$$

$$B = \frac{\left(1 - \frac{MG}{2r}\right)^2}{\left(1 + \frac{MG}{2r}\right)^2} \approx 1 - 2\frac{MG}{r} + 2\frac{M^2G^2}{r^2} - \frac{3}{2}\frac{M^3G^3}{r^3}$$

Pas de singularité de coordonnées dans le système de coordonnées le plus naturel (isotrope pour la perturbation)

Le système de coordonnées privilégié de la cosmologie

Dans le système de coordonnées de la cosmologie,
$g_{\mu\nu}$ et $\tilde{g}^0_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ sont homogènes et isotropes

La métrique est spatialement plate (k=0)

$$d\tau^2 = c^2(t)dt^2 - a^2(t)d\mathbf{x}^2$$

Les équations sont linéaires et cohérentes en l' absence de transferts d' énergie entre $g_{\mu\nu}$ et $\tilde{g}^0_{\mu\nu}$

$$d\tau^2 = a^3(t)dt^2 - a^2(t)d\mathbf{x}^2$$

La solution cosmologique

En phase froide/froide ($p = \dot{p} = 0$, ρ $\approx \frac{M}{a^3}, \dot{\rho} \approx a^3 M$) on a:

$$\boxed{\frac{\dot{a}}{a} = \frac{\ddot{a}}{\dot{a}}} \qquad a(t) = e^t$$

Solution en unités de temps comobiles (temps propre):

$$dt' = e^{3/2t} dt \Rightarrow a(t') : \; t'^{2/3}$$

Nous ne sommes probablement pas dans ce système comobile (cf effet Pioneer: contraction en $t'^{-2/3}$??)

Il faut résoudre les équations-différentielles complètes (Schwarzschild + cosmologie)...

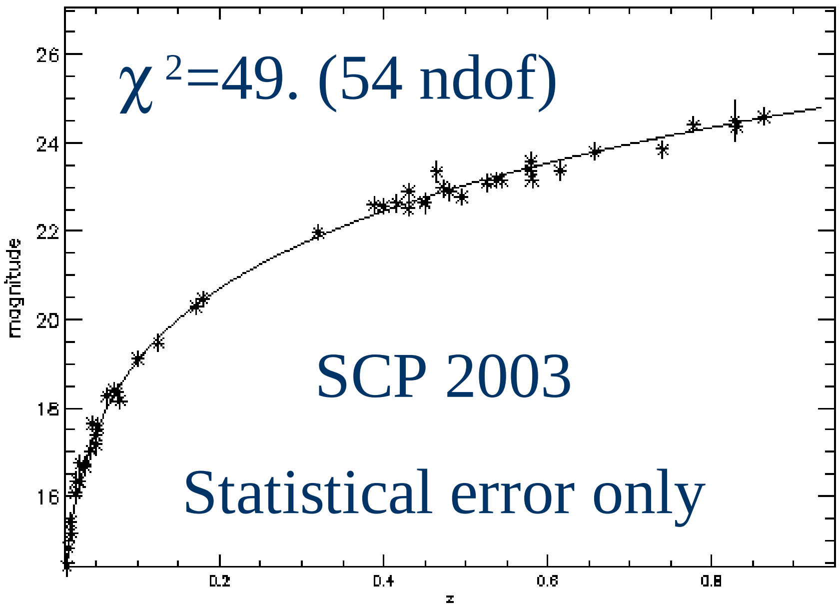
Magnitude vs redshift
SNA test (SCP 2003)

Partant d' une loi en $a(t') \propto t'^{\alpha}$

on fitte α :

$\alpha = 1.6 \pm 0.3(\text{stat})$

$q_0 = -0.38 \pm 0.07$

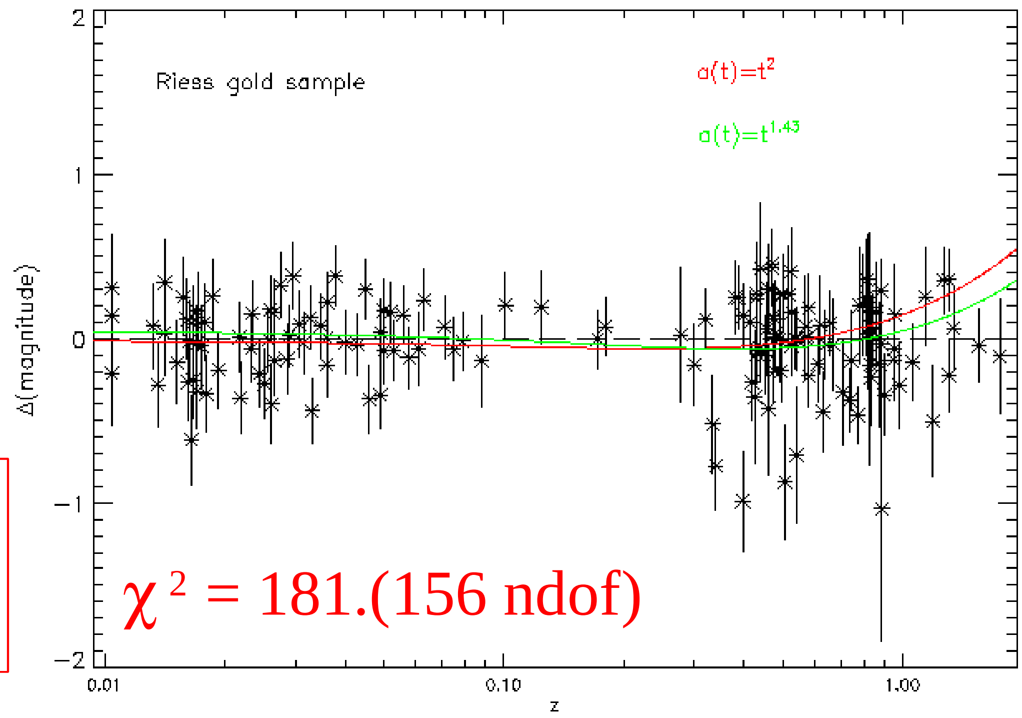


Magnitude vs redshift
SNA test (RIESS 2004)

Même fit sur RIESS 2004 compilation (gold sample)

α = 1.43±0.13(stat)

q_0=-0.30±0.03



Conclusion

La stabilité du modèle classique semble satisfaisante et le contexte est très encourageant pour une éventuelle stabilité quantique

Si le modèle est juste:

Une nouvelle fenêtre s’ ouvre sur de fascinantes perspectives théoriques, phénoménologiques et expérimentales !

Perspectives…

Réhabilitation des Tachyons (directe ?)

Divergences UV

Asymétries C & P, masses

Formation des structures de l’ univers

Exploration de l’ univers T conjugué (?)