



# QCD sur réseau et physique des saveurs

Benjamin Haas

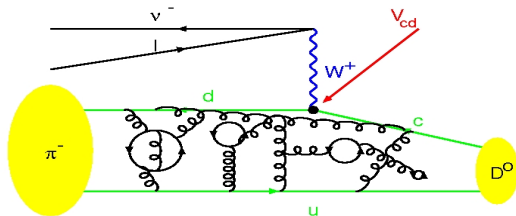
LPT, Université Paris XI/CNRS

December 6, 2007





# Mise en bouche : désintégrations du meson $D(= \bar{u}c, \dots)$



1. Détermination de la phase de violation  $CP$
2. Tests d'unitarité de la matrice CKM
3. Tests de la dynamique de QCD non perturbative
4. Tests du modèle standard (présence de courants droits,...)



## Les quarks et le secteur électrofaible

1. 6 SAVEUR DE QUARKS repartis dans 3 familles **états propres des interactions électrofaibles**:

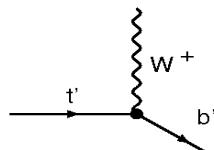
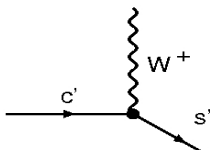
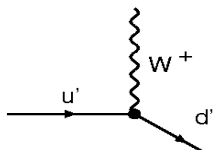
$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}$$

2. Interactions :

$$\bar{u}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) d'$$

$$\bar{c}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) s'$$

$$\bar{t}' \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b'$$



3. **On sait que les états propres de masse diffèrent**

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = S^U \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = S^D \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$



# La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

## 1. Que deviennent les courants ?

$$\{U^\alpha\} = (u, c, t), \quad \{D^\alpha\} = (d, s, b)$$

$$\bar{U}^{\alpha'} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) D^{\alpha'} = \bar{U}^\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) D^\beta V_{\alpha\beta}$$

$$V = S^{U\dagger} S^D$$

Tous les quarks “Up” interagissent avec tous les quarks “Down” a priori

## 2. Paramétrisation de Wolfenstein (1983) de la matrice CKM:

$$V = \begin{pmatrix} \begin{matrix} u & c & t \\ 1 - \lambda^2/2 & \lambda & \lambda^3 A (\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2)) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 & \lambda^2 A (1 + i\eta \lambda^2) \\ \lambda^3 A (1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} \end{pmatrix}$$



# La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} \begin{matrix} u \\ 1 - \lambda^2/2 \\ -\lambda \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ \lambda \\ 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 \\ -\lambda^2 A \end{matrix} & \begin{matrix} t \\ \lambda^3 A(\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2)) \\ \lambda^2 A(1 + i\eta\lambda^2) \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} \end{pmatrix}$$



# La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} \begin{matrix} u \\ 1 - \lambda^2/2 \\ -\lambda \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ \lambda \\ 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 \\ -\lambda^2 A \end{matrix} & \begin{matrix} t \\ \lambda^3 A(\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2)) \\ \lambda^2 A(1 + i\eta\lambda^2) \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} \end{pmatrix}$$

## 1. Matrice **unitaire** dans le Modèle Standard



# La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} \overset{u}{1 - \lambda^2/2} & \overset{c}{\lambda} & \overset{t}{\lambda^3 A (\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2))} & \overset{d}{d} \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 & \lambda^2 A (1 + i\eta \lambda^2) & \overset{s}{s} \\ \lambda^3 A (1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 & \overset{b}{b} \end{pmatrix}$$

1. Matrice **unitaire** dans le Modèle Standard
2. Interactions autorisées à violer CP grâce au terme  $\eta$



## La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} \begin{matrix} u \\ 1 - \lambda^2/2 \\ -\lambda \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) \end{matrix} & \begin{matrix} c \\ \lambda \\ 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 \\ -\lambda^2 A \end{matrix} & \begin{matrix} t \\ \lambda^3 A(\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2)) \\ \lambda^2 A(1 + i\eta\lambda^2) \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} d \\ s \\ b \end{matrix} \end{pmatrix}$$

1. Matrice **unitaire** dans le Modèle Standard
2. Interactions autorisées à violer CP grâce au terme  $\eta$
3. Hierarchie empirique des éléments de matrices:

$$\lambda = 0.2166(23)$$

[Mescia arXiv:0710.5620]





## La matrice de mélange de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

$$V = \begin{pmatrix} \overset{u}{1 - \lambda^2/2} & \overset{c}{\lambda} & \overset{t}{\lambda^3 A (\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2))} & \overset{d}{d} \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 & \lambda^2 A (1 + i\eta \lambda^2) & \overset{s}{s} \\ \lambda^3 A (1 - \rho - i\eta) & -\lambda^2 A & 1 & \overset{b}{b} \end{pmatrix}$$

1. Matrice **unitaire** dans le Modèle Standard
2. Interactions autorisées à violer CP grace au terme  $\eta$
3. Hierarchie empirique des elements de matrices:

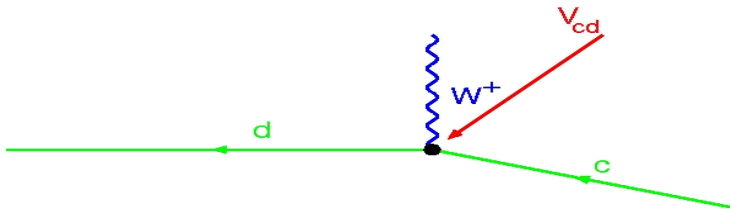
$$\lambda = 0.2166(23)$$

[Mescia arXiv:0710.5620]

Seule l'expérience peut nous donner les valeurs de ces parametres  
**MAIS:** les quarks n'existent pas a l'etat libre, ils hadronisent.



## Hadronisation



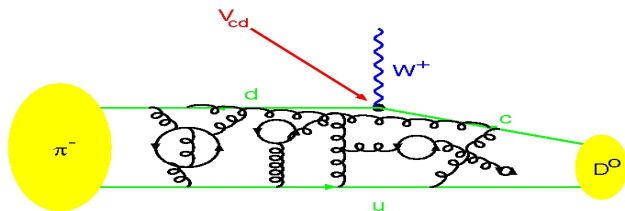
1. On veut mesurer  $V_{cd} \langle \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \rangle W^\mu$
2. Les quarks n'existent pas à l'état libre
  - $\langle \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \rangle$  non accessible expérimentalement
  - $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$  accessible expérimentalement
 → **Resultat experimental = Partie faible × Partie hadronique × ...**
3. A l'intérieur des hadrons, les interactions sont non perturbatives

$\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$  non évaluable perturbativement



**QCD SUR RÉSEAU**

## Hadronisation



1. On veut mesurer  $V_{cd} \langle \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \rangle W^\mu$
2. Les quarks n'existent pas à l'état libre
  - $\langle \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c \rangle$  non accessible expérimentalement
  - $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$  accessible expérimentalement
 → **Resultat experimental = Partie faible × Partie hadronique × ...**
3. A l'intérieur des hadrons, les interactions sont non perturbatives

$\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$  non évaluable perturbativement



**QCD SUR RÉSEAU**



# La théorie des interactions fortes : QCD

1. Theorie de jauge **SU(3)** - Lagrangien  $\mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]$
2. Evaluation de  $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$ ;

$$\langle \pi(x) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]}$$



# La théorie des interactions fortes : QCD

1. Théorie de jauge **SU(3)** - Lagrangien  $\mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]$
2. Evaluation de  $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$ ;

$$\langle \pi(x) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]}$$



Tentative de résolution numérique de l'intégrale complète ?

# La théorie des interactions fortes : QCD

1. Theorie de jauge **SU(3)** - Lagrangien  $\mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]$
2. Evaluation de  $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$ ;

$$\langle \pi(x) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]}$$

↓

Tentative de resolution numérique de l'intégrale complète ?

Problemes :

- Termes complexes oscillants très (trop!) rapidement  
→ **Il faut s'en débarrasser**

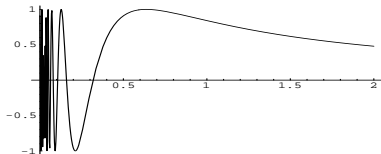


Figure:  $\sin(1/x)$



# La théorie des interactions fortes : QCD

1. Théorie de jauge **SU(3)** - Lagrangien  $\mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]$
2. Evaluation de  $\langle \pi | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D \rangle$ ;

$$\langle \pi(x) | \bar{d} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{i \int d^4x \mathcal{L}_{QCD}[x, \{\Phi\}]}$$



Tentative de résolution numérique de l'intégrale complète ?

Problèmes :

- Termes complexes oscillants très (trop!) rapidement  
→ **Il faut s'en débarrasser**
- Il faut discrétiser le lagrangien  
→ **Quel impact sur la théorie ??**



## QCD sur reseau

- Termes complexes oscillants très (trop!) rapidement:

On effectue une “rotation” vers l’espace euclidien :  $t \rightarrow it$

$$\langle \pi(x) | \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle^E = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{-\int d^4x \mathcal{L}_{QCD}^E[x, \{\Phi\}]}$$

- Il faut discrétiser le lagrangien  
→ **QCD sur reseau**





## QCD sur reseau

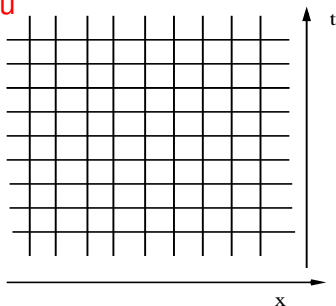
- Termes complexes oscillants très (trop!) rapidement:

On effectue une “rotation” vers l’espace euclidien :  $t \rightarrow it$

$$\langle \pi(x) | \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle^E = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{-\int d^4x \mathcal{L}_{QCD}^E[x, \{\Phi\}]}$$

- Il faut discrétiser le lagrangien

→ **QCD sur reseau**







## QCD sur reseau

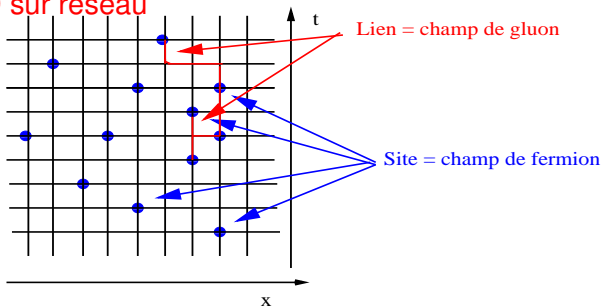
- Termes complexes oscillants très (trop!) rapidement:

On effectue une “rotation” vers l’espace euclidien :  $t \rightarrow it$

$$\langle \pi(x) | \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c | D(y) \rangle^E = \int \pi(x) \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) c D(y) e^{-\int d^4x \mathcal{L}_{QCD}^E[x, \{\Phi\}]}$$

- Il faut discrétiser le lagrangien

→ QCD sur reseau





## Resultats récents dans le secteur du charme

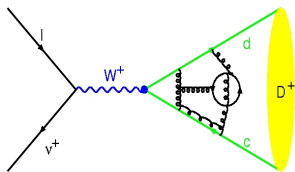
1. **Spectroscopie**: Observation de nouveaux états, dont certains états étranges étonnement étroits
  - $0^+$  :  $D_0^*(2400)$ ,  $\Gamma = 261 \pm 50 \text{ MeV}$ ;  $D_{s0}^*(2317)$ ,  $\Gamma < 4.6 \text{ MeV}$
  - $1^+$  :  $D_1(2420)$ ,  $\Gamma = 20.4 \pm 1.7 \text{ MeV}$ ;  $D_{s1}(2460)$ ,  $\Gamma < 5.5 \text{ MeV}$
2. Le mélange  $\mathbf{D} - \bar{\mathbf{D}}$
3. **BaBar and BELLE** sont des usines à mesons  $B$  qui produisent une grande statistique d'événements "charmés"
4. **Usines à  $c$** : Cleo- $c$  travaille sur la résonance  $\psi(3770)$ ; BESS-III devrait commencer en 2008



Un meilleur contrôle des erreurs théoriques est nécessaire



$$D^+ \rightarrow l^+ \nu_l$$



$$\Gamma(D^+ \rightarrow l^+ \nu_l) = |V_{cd}|^2 \frac{G_F^2}{8\pi} f_{D^+}^2 m_{D^+} m_l^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_{D^+}^2}\right)$$

$$i p_\mu f_{D^+} = \langle 0 | \bar{c} \gamma_\mu \gamma_5 q | D^+(p) \rangle$$

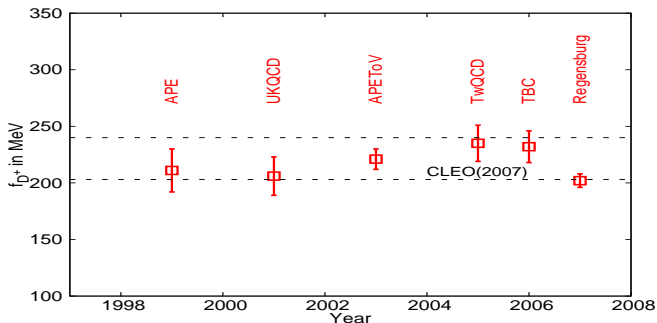


Figure: Resultats “quenched” (boucles de quarks negligés))

# $D^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$ : notre de calcul de $f_D^+$ [Becirevic, Haas, Mescia]

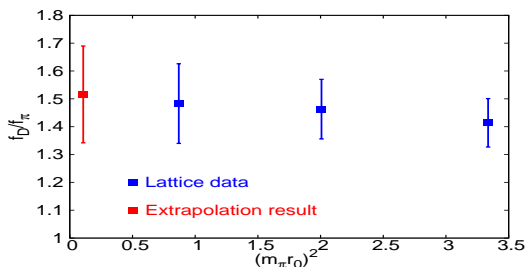
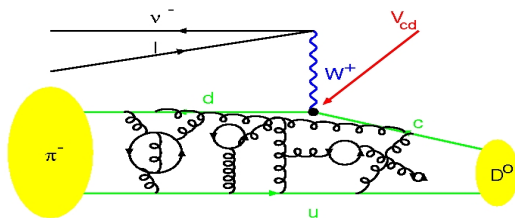


Figure:  $f_D/f_\pi$  en fonction de la masse du pion

1. Impossibilité de simuler à la valeur physique de la masse des quarks légers (ou du pion)  
→ **Extrapolation (*chirale*) vers le pion physique**
2. Impossibilité de simuler dans le continu:
  - “Amélioration de l’action” pour une convergence plus rapide
  - Extrapolation vers le continu



$$\frac{d\Gamma}{dq^2}(D \rightarrow \pi l \nu_l) = |V_{cd}|^2 \frac{G_F^2}{192\pi^2 m_D^3} \lambda^{3/2}(q^2) |F_+(q^2)|^2$$

$$\langle \pi(\vec{k}) | V_\mu^{qc} | D(\vec{p}) \rangle = (p + k - q \frac{m_D^2 + m_P^2}{q^2})_\mu F_+(q^2) + q_\mu \frac{m_D^2 + m_P^2}{q^2} F_0(q^2)$$

Probleme (supplémentaire)

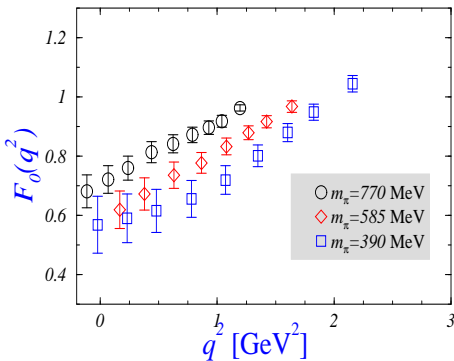
- Déterminer une fonction plutôt qu'une valeur  
→ Une plage de  $q^2$  "physique" est nécessaire



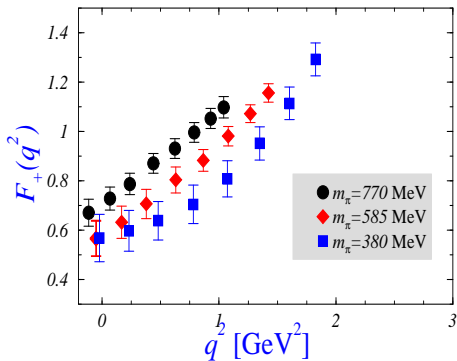
# $D \rightarrow \pi \ell \nu_\ell$ : notre calcul de $F_+(q^2)$

[Becirevic, Haas, Mescia]

physical  $q^2$ 's for  $D \rightarrow \pi \ell \nu$  decay



physical  $q^2$ 's for  $D \rightarrow \pi \ell \nu$  decay







## Conclusion

- Il reste encore beaucoup à faire dans le secteur du charme
- Nous avons développé une nouvelle stratégie pour extraire les facteurs de forme
- **Nos résultats :**

$$f_D = 200(22) \text{ MeV}$$

$$\frac{F_+(1\text{GeV}^2)}{f_D} = 3.76(54) \text{ GeV}^{-1} \quad \text{LinearFit}$$

$$4.32(56) \text{ GeV}^{-1} \quad \text{HM}\chi\text{PT}$$

- En projet : l'étude de la forme des facteurs de forme, ou aue peut-on apprendre sur QCD?
- Travail sur les problèmes des artefacts dus à la discrétisation (potentiellement important pour le charme)