

# Introduction à la Relativité

Nicolas **Morange**, *IJCLab*

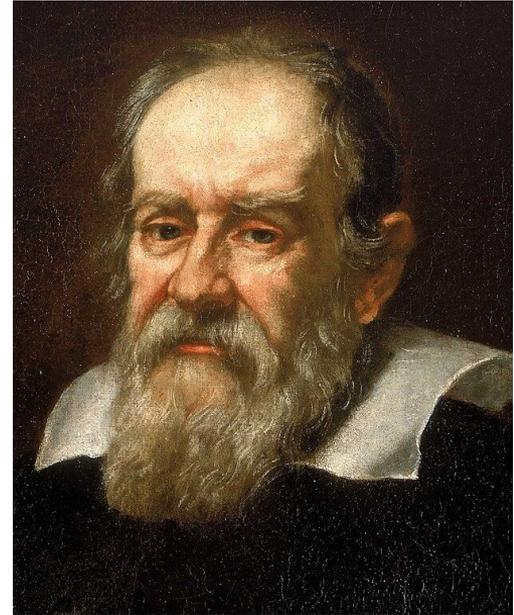
Ecole PHYSDET24, 25/11/2024



# Galilée et la naissance de la physique moderne

Physique == Comprendre les lois de la nature par la réalisation d'expériences et d'observations rigoureuses

- **Nombreuses expériences sur la chute des corps**
  - Chute libre, mouvement parabolique...
  - Fondation de la mécanique moderne
- **Lunette astronomique**
  - Observation des satellites de Jupiter
  - Héliocentrisme



Galilée (1564 – 1642)

# Relativité selon Galilée

- Les résultats d'une expérience (et donc les lois de la physique) sont les **mêmes** au repos ou dans un véhicule en mouvement à **vitesse constante**
- Il y a **relativité**, car il n'y a pas de **référentiel privilégié**



# Dialogue sur les deux grands systèmes du monde (1632)

Enfermez-vous avec un ami dans la plus grande cabine sous le pont d'un grand navire [...] **Quand le navire est immobile** observez soigneusement [...] ; si vous lancez quelque chose à votre ami vous n'avez pas besoin de le jeter plus fort dans une direction que dans une autre lorsque les distances sont égales ; si vous sautez à pieds joints, comme on dit, vous franchirez des espaces égaux dans toutes les directions. Quand vous aurez soigneusement observé cela [...], faites aller le navire **à la vitesse que vous voulez ;** **pourvu que le mouvement soit uniforme** [...], vous ne remarquerez **pas le moindre changement** dans tous les effets qu'on vient d'indiquer ; aucun ne vous permettra de vous rendre compte si le navire est en marche ou immobile ; en sautant, vous franchirez sur le plancher les mêmes distances qu'auparavant, et **ce n'est pas parce que le navire ira très vite que vous ferez de plus grands sauts vers la poupe que vers la proue.**

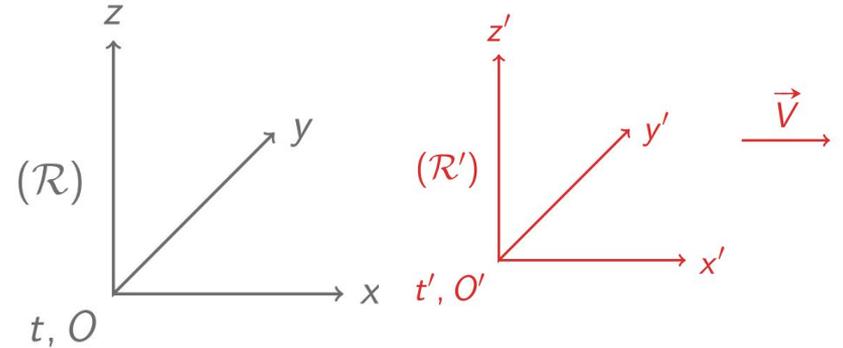
# Conséquences: la mécanique de Newton

- Lois de Newton s'appliquent dans les référentiels galiléens:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- Loi de composition des vitesses**  
pour passage d'un référentiel à un autre:  
Si le référentiel  $r'$  se déplace à la  
vitesse  $\vec{v}$  par rapport à  $r$ , alors:

$$\vec{V}' = \vec{V} - \vec{v}$$

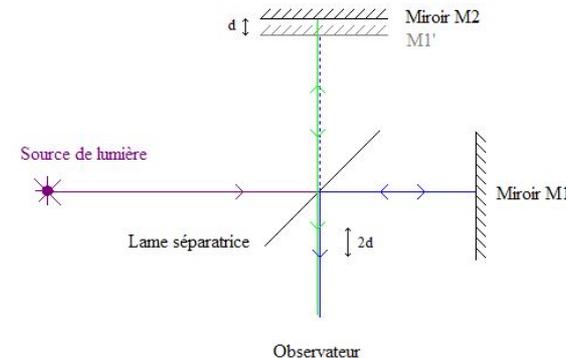
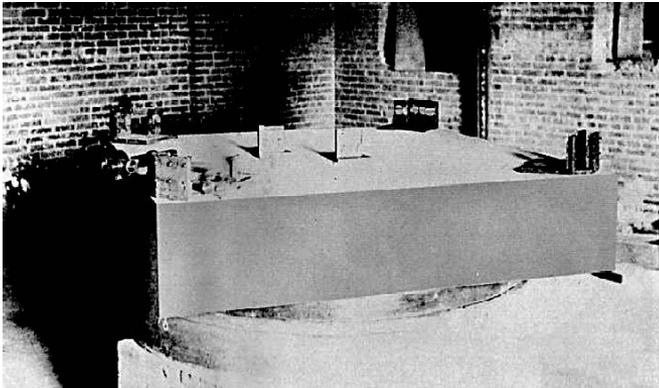
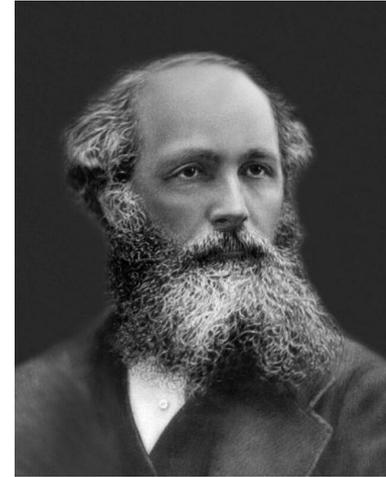


- Un changement de référentiel n'affecte **que les positions**: en mécanique newtonienne **le temps est absolu**, le même dans tous les référentiels

Le temps absolu, vrai & mathématique, sans relation à rien d'extérieur coule uniformément (Newton, Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle)

# 19ème siècle: électromagnétisme et difficultés

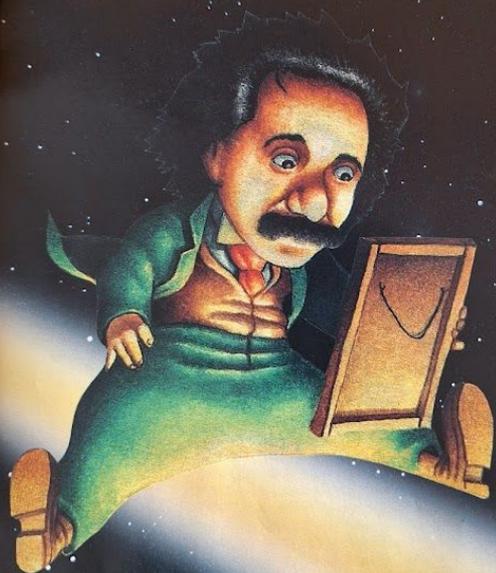
- Maxwell (1865): lois de l'électromagnétisme
- Pas invariantes par transformations de Galilée !
- Hypothèse de l'éther comme milieu où se propagent les ondes électromagnétiques
  - Donc existence d'un référentiel privilégié
- Michelson et Morley (1887): invalidation de l'hypothèse de l'éther



**A quoi rêviez-vous quand vous étiez ado ?**



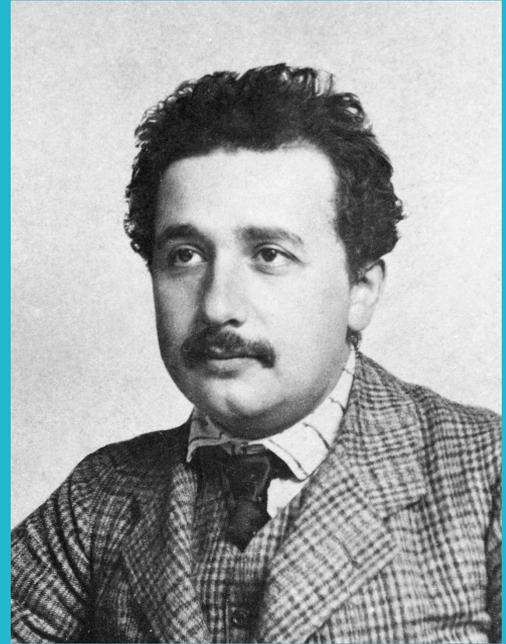
# RESTREINTE



Quel sens donner à la rêverie du jeune Albert ? Il se voit chevauchant un gros rayon de lumière. Sa vitesse de passage est celle de la lumière, c'est-à-dire 300 000 km/s dans le vide.

Admettons que son image se forme sur le miroir : pourra-t-il la voir ? Réponse pas évidente pour les scientifiques de cette fin du XIX<sup>e</sup> siècle. En effet, l'image d'Einstein est elle-même transportée par un petit rayon de lumière. Ce rayon se déplaçant aussi à 300 000 km/s, pourra-t-il jamais rattraper les rétines d'Albert qui filent devant à 300 000 km/s ? Réponse page 28.

**Einstein (1905)**  
**Sur l'électrodynamique des  
corps en mouvement**

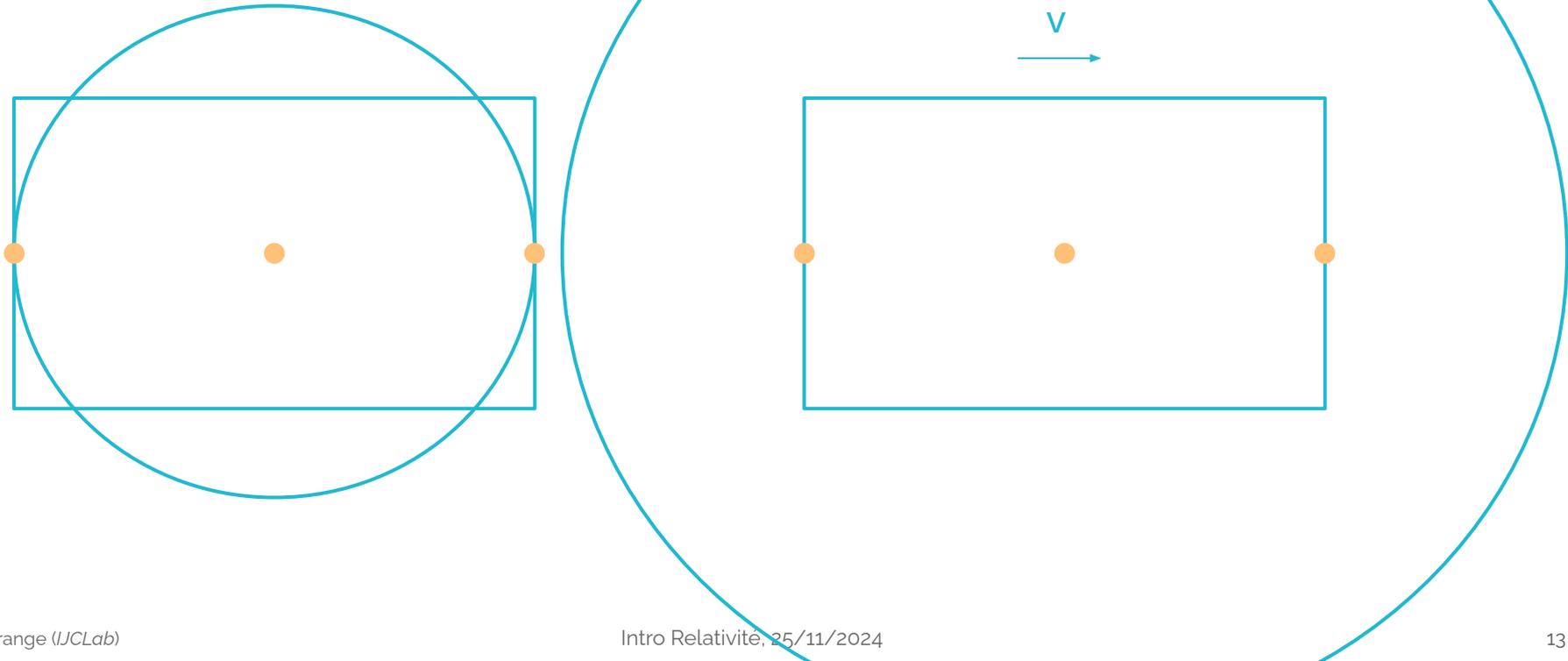


1. Hypothèses: l'espace est **homogène** et **isotrope**
2. Postulat: il existe une infinité de référentiels, dits Galiléens (ou inertiels), en **mouvement uniforme** les uns par rapport aux autres.  
**Toutes les lois de la nature sont les mêmes** dans ces référentiels.
3. Postulat: **la vitesse de la lumière dans le vide ( $c$ ) est la même** dans tous les référentiels Galiléens

**Les conséquences sont laissées en  
exercice au lecteur**

# Le temps est relatif !

La simultanéité de deux événements dépend du référentiel



# Dilatation des temps

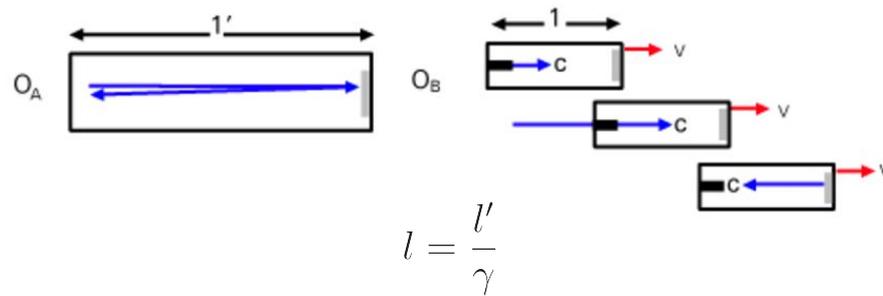


- Calcul de la transformation par Pythagore: 
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma \Delta t'$$
- “Augmentation” du temps de vie des particules ! Muons:  $\tau_0 = 2.2 \mu\text{s}$

# Contraction des longueurs

Mesure d'une longueur ==  $c$  / Mesure du temps de propagation de la lumière

- Mesure de la longueur d'une règle par un photon faisant l'aller-retour:



# Illusions relativistes

Ce qu'on imagine...



# Illusions relativistes

Animations Alain Riazuelo, <https://www2.iap.fr/users/riazuelo/interstellar/index.php>



# Changements de coordonnées

## Transformations de Lorentz

- Modification des formules de changement de coordonnées:

$$\begin{cases} ct' &= \gamma(ct - \beta x) \\ x' &= \gamma(x - \beta ct) \\ y' &= y \\ z' &= z \end{cases} \quad \text{où } \beta = \frac{V}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \text{Facteur de Lorentz}$$

$$\text{et } v = \frac{v' + V}{1 + v' \frac{V}{c^2}}$$

**Espace et temps sont liés !**

- Exemples
  - Au repos,  $V=0$ :  $\beta=0$  et  $\gamma=1$
  - $V \rightarrow c$ :  $\beta \rightarrow 1$  et  $\gamma \rightarrow \infty$
  - Train à  $V = 200 \text{ km/h}$ :  $\beta=2.10^{-7}$  et  $\gamma=1.00000000000000173$
  - Proton dans le LHC:  $V \sim c$ ,  $\beta=0.9999999796$  et  $\gamma=7000$

## Espace-temps de Minkowski: formulation géométrique de la relativité restreinte

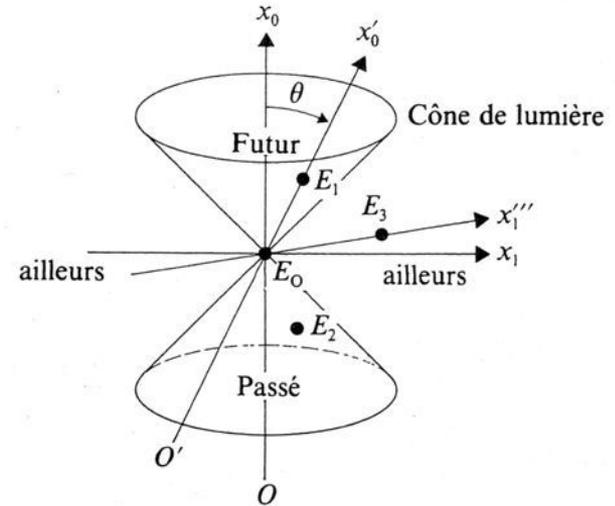
- Notion de distance d'espace-temps:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

- **Quadrivecteur**: point d'espace-temps

$$X = (ct, x, y, z)$$

- $X^2 > 0$ : quadrivecteur de genre temps
- $X^2 = 0$ : quadrivecteur de genre lumière
- $X^2 < 0$ : quadrivecteur de genre espace



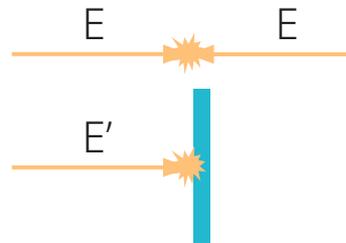
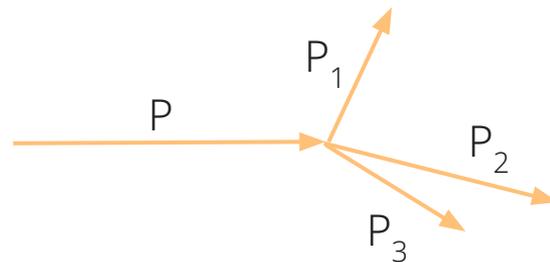
- On peut ensuite définir les transformations de Lorentz sur les quadrivecteurs

# Mécanique relativiste

- Mécanique classique: conservation dans une interaction de:
  - L'énergie totale:  $\sum_i E_i$
  - La quantité de mouvement:  $\sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i$
  - Mais la conservation de  $\sum_i m_i \vec{v}_i$  n'est pas invariante par transformation de Lorentz
- Solution relativiste: **quadrivecteur énergie-impulsion** d'une particule
  - $P = (E/c, \vec{p}) = (\gamma mc, \gamma m\vec{v})$
  - **$\sum_i P_i$  est conservée** dans une interaction, et correspond à la conservation de l'énergie et de l'impulsion
  - La conservation de  $\sum_i P_i$  est valable dans tous les référentiels
  - Norme du quadrivecteur:  $P^2 = (E/c)^2 - p^2 = m^2 c^2$
  - Accélérer proche de la vitesse de la lumière:  $c \rightarrow c: \beta \rightarrow 1, \gamma \rightarrow \infty$  donc  $E \rightarrow \infty$
- Relation avec la mécanique classique:  $v \ll c$  donc  $\gamma \approx 1 - \frac{1}{2} v^2/c^2$ 
  - $\vec{p} \approx m\vec{v}$
  - $E \approx mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 =$  énergie au repos + énergie cinétique
  - Pour une particule au repos,  **$E = mc^2$**

# Quelques remarques et conséquences

- Les équations de Maxwell sont invariantes dans tous les référentiels inertiels
  - Ouf !
- Notion de “**masse invariante**”:
  - Une particule se désintègre en plusieurs
  - $P = \sum_i P_i \Rightarrow M^2 = 1/c^2 |\sum_i P_i|^2$
  - **Mesure de la masse de la particule mère à partir des énergies et impulsions des particules filles !**
- Collisionneurs de particules
  - Collisionneurs vs cible fixe:
  - Pour obtenir la même énergie dans le centre de masse de la collision:  
 **$E' = 2\gamma E$**
  - LHC:  $E = 7 \text{ TeV}$  ; il faudrait  $E' = 98 \text{ PeV}$  !!!



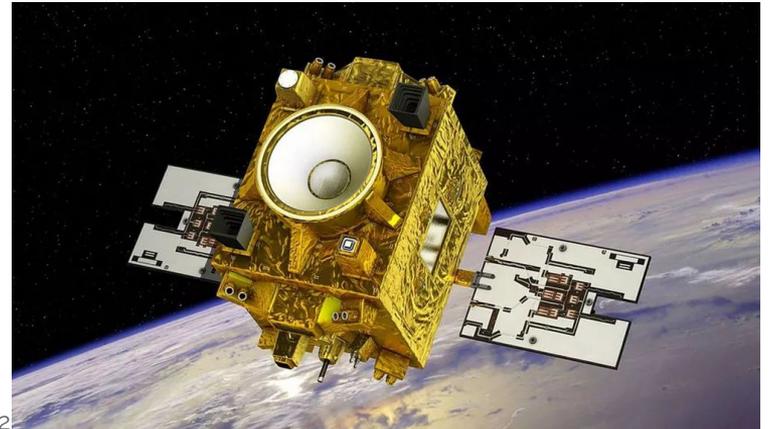
# Le principe d'équivalence

- Principe d'équivalence en mécanique newtonienne:

- Masse inertielle:  $\vec{F} = m_I \vec{a}$
- Masse grave:  $\vec{P} = m_G \vec{g}$
- Expérimentalement:  $\vec{a} = m_G/m_I \vec{g}$  est indépendante de l'objet
- Donc  $m_I = m_G$

- Preuves expérimentales:

- Chute des corps de Galilée, puis Newton: précision  $10^{-3}$
- Satellite MICROSCOPE, 2022: précision  $10^{-15}$



# Expérience de pensée: l'ascenseur en chute libre

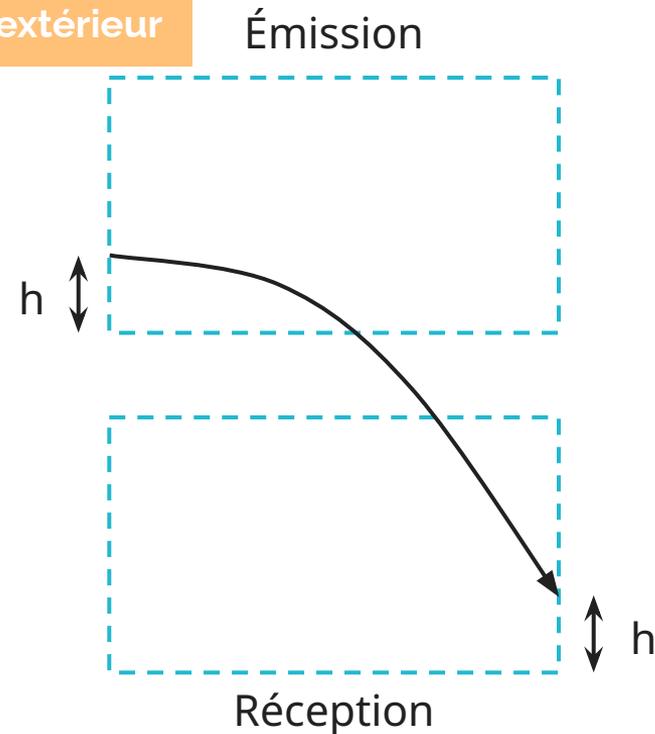
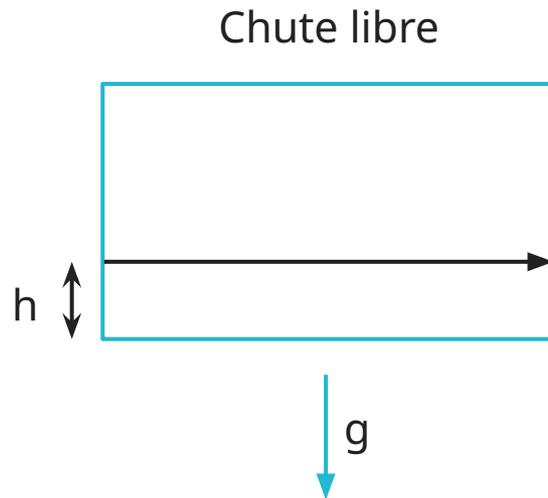


# Principe d'équivalence

Dans un laboratoire en chute libre, occupant une région suffisamment petite de l'espace-temps, **toutes** les lois de la physique sont celles de la relativité restreinte

# Déviation des rayons lumineux

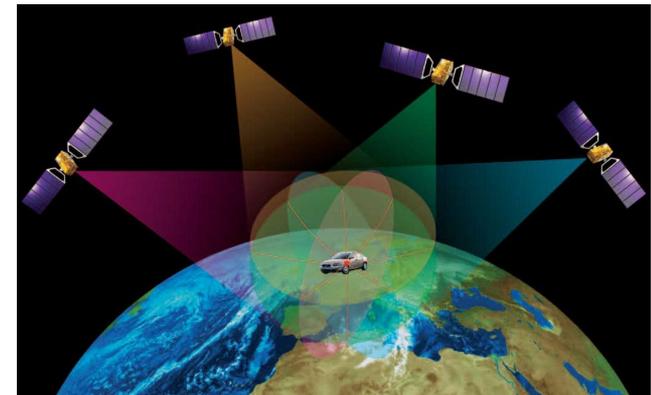
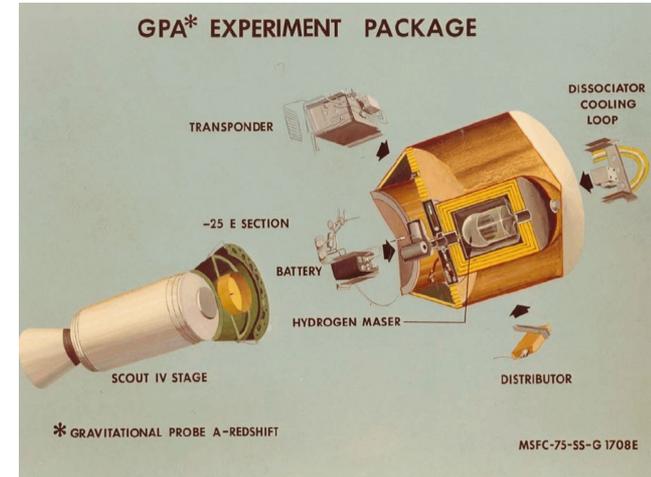
La gravitation dévie la lumière pour un observateur extérieur



- Confirmation expérimentale: Eddington, 1919
  - Observation d'une dizaine d'étoiles situées proche de soleil lors d'une éclipse totale
  - Précision: 20%

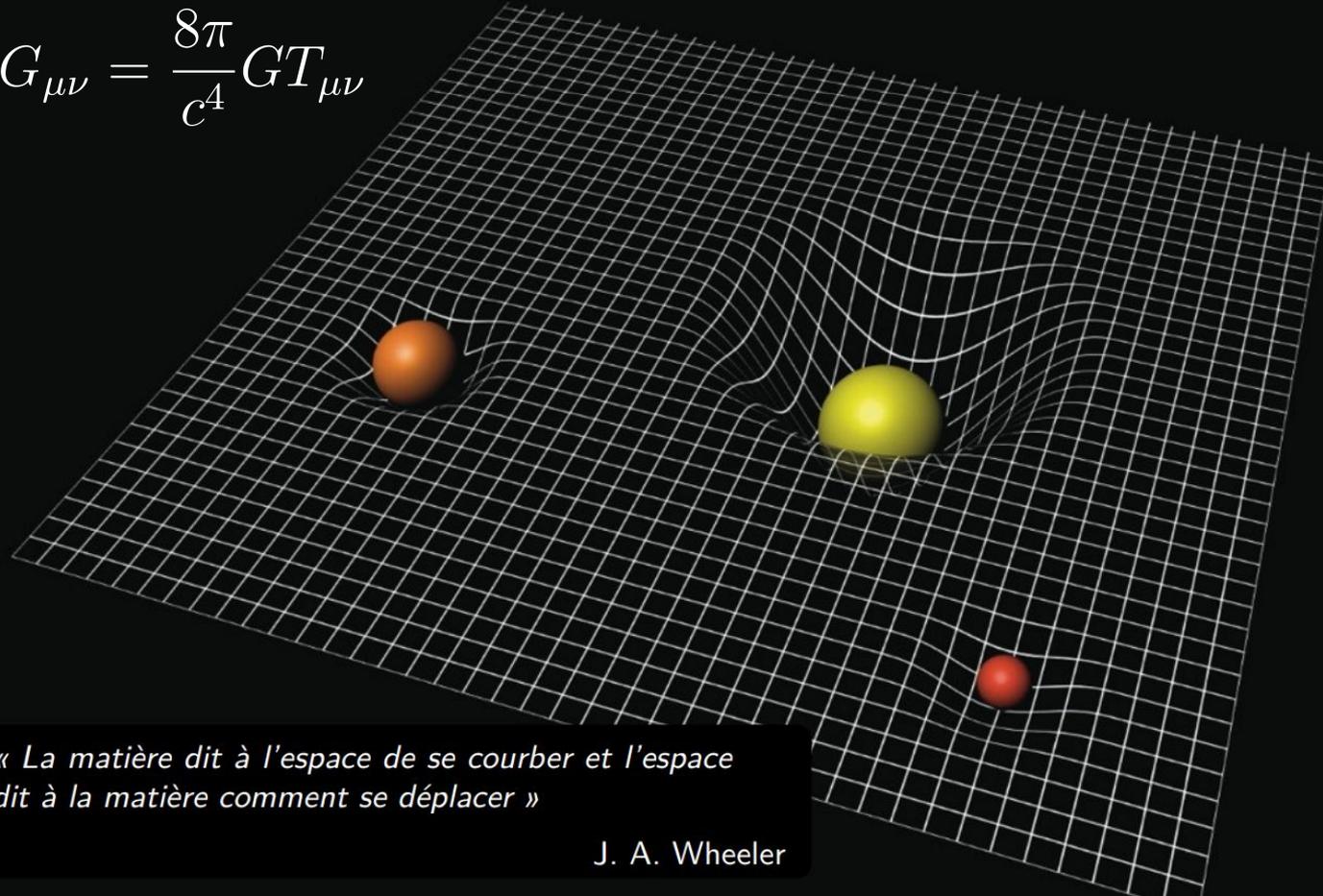
# Écoulement du temps

- Conséquence: **effet Doppler dans un champ de pesanteur**
  - Rayon émis vers le haut devient plus rouge
  - Rayon émis vers le bas devient plus bleu
- Conséquence: désynchronisation des horloges  
**Le temps s'écoule plus vite dans un satellite que sur Terre**
- Expérience de Vessot et Levine (1976)
  - Horloge dans une fusée envoyée à 10000 km d'altitude
  - Précision:  $7 \cdot 10^{-5}$
- Dans la vie de tous les jours: le GPS
  - Correction de la relativité:  $40 \mu\text{s}$  par jour
  - Correspond à une **dérive de position de 12 km !!!**



# Relativité générale (1916)

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{c^4} GT_{\mu\nu}$$

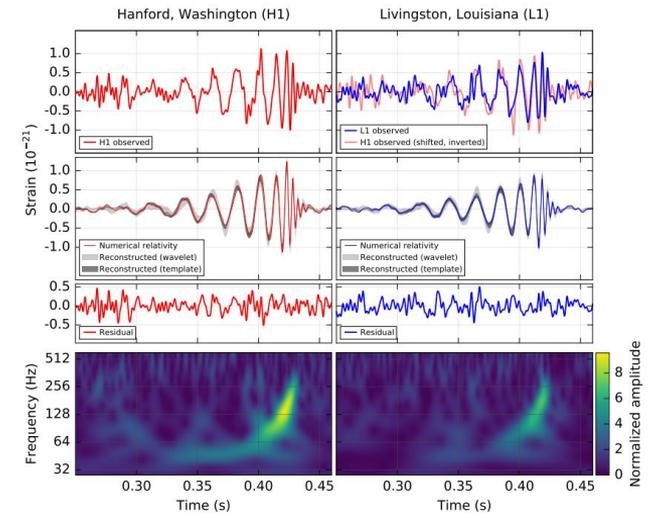


*« La matière dit à l'espace de se courber et l'espace dit à la matière comment se déplacer »*

J. A. Wheeler

# Innombrables confirmations

- Calcul de l'avance du périhélie de Mercure
- Déviation des rayons lumineux au voisinage des objets célestes
  - Lentilles gravitationnelles
  - Mirages gravitationnels
- Trous noirs
- Ondes gravitationnelles
  - Première détection: 2016 LIGO-VIRGO



# Conclusions

- La relativité restreinte est l'un des piliers de la physique moderne avec la mécanique quantique
  - Pas de référentiel privilégié
  - Constante de la vitesse de la lumière
- Mise en commun des deux: théories quantiques des champs, base de la physique des particules
- Relativité + principe d'équivalence  $\Rightarrow$  Relativité générale
  - Perspective complètement différente sur la gravitation