

ECOLE IN2P3 :
Techniques de base des
acquisitions multi-détecteurs
l'électronique du détecteur à la mesure
II – Traitement Numérique du signal

■ Le « dominant Design » de l'instrumentation

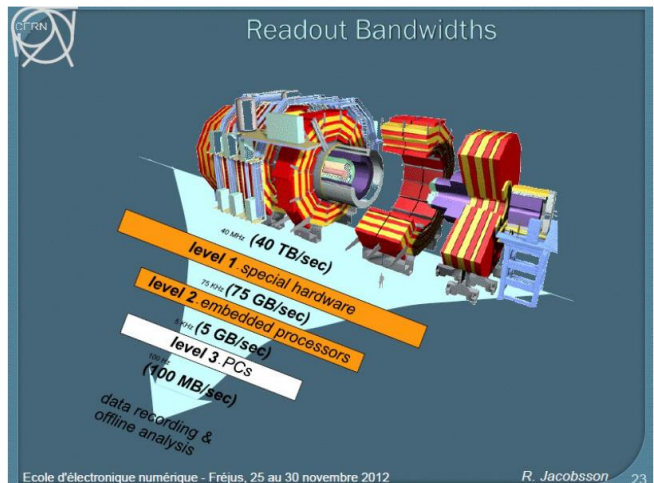
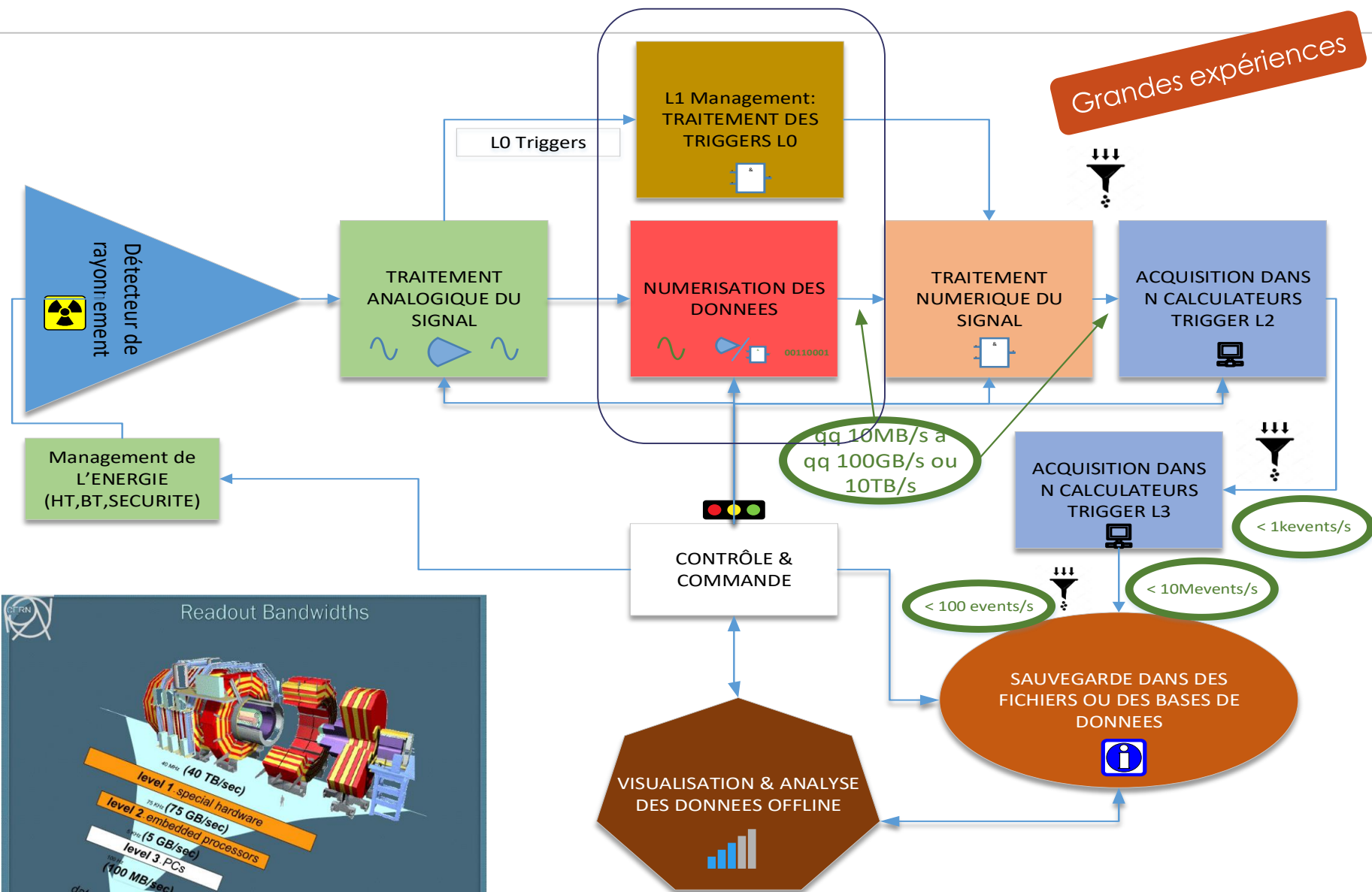
■ La Numerisation des signaux:

- Numérisation 1 bits → discriminateurs
- Principes
- Echantillonneur
 - ADC
 - QDC
 - TDC
- Les imperfections
- Modèle Mathématique

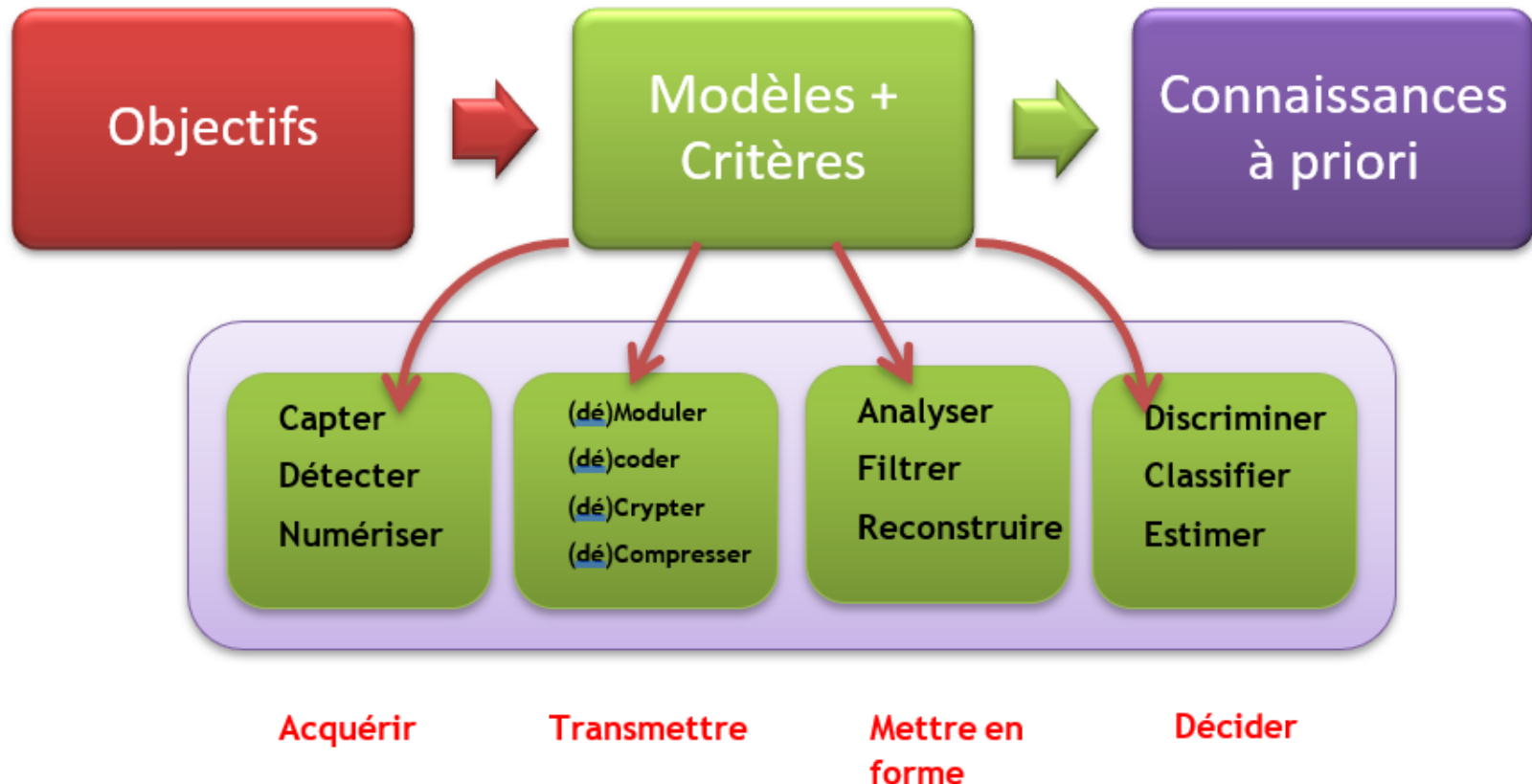
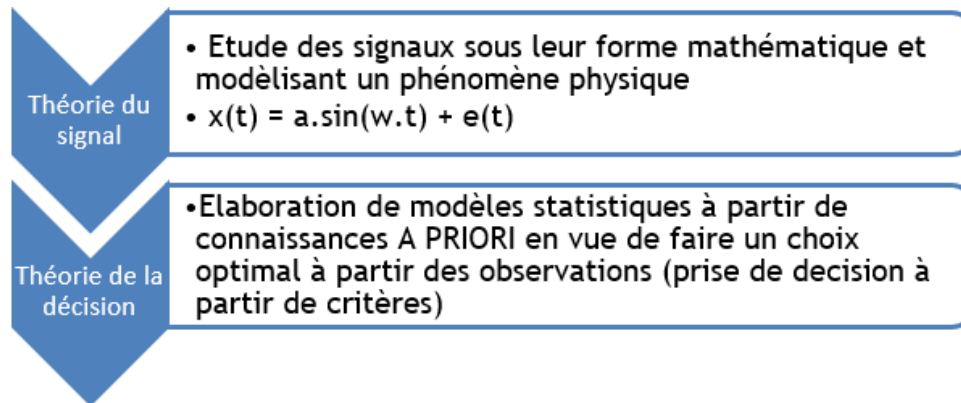
■ Le Traitement Numérique des Signaux:

- Les Filtres

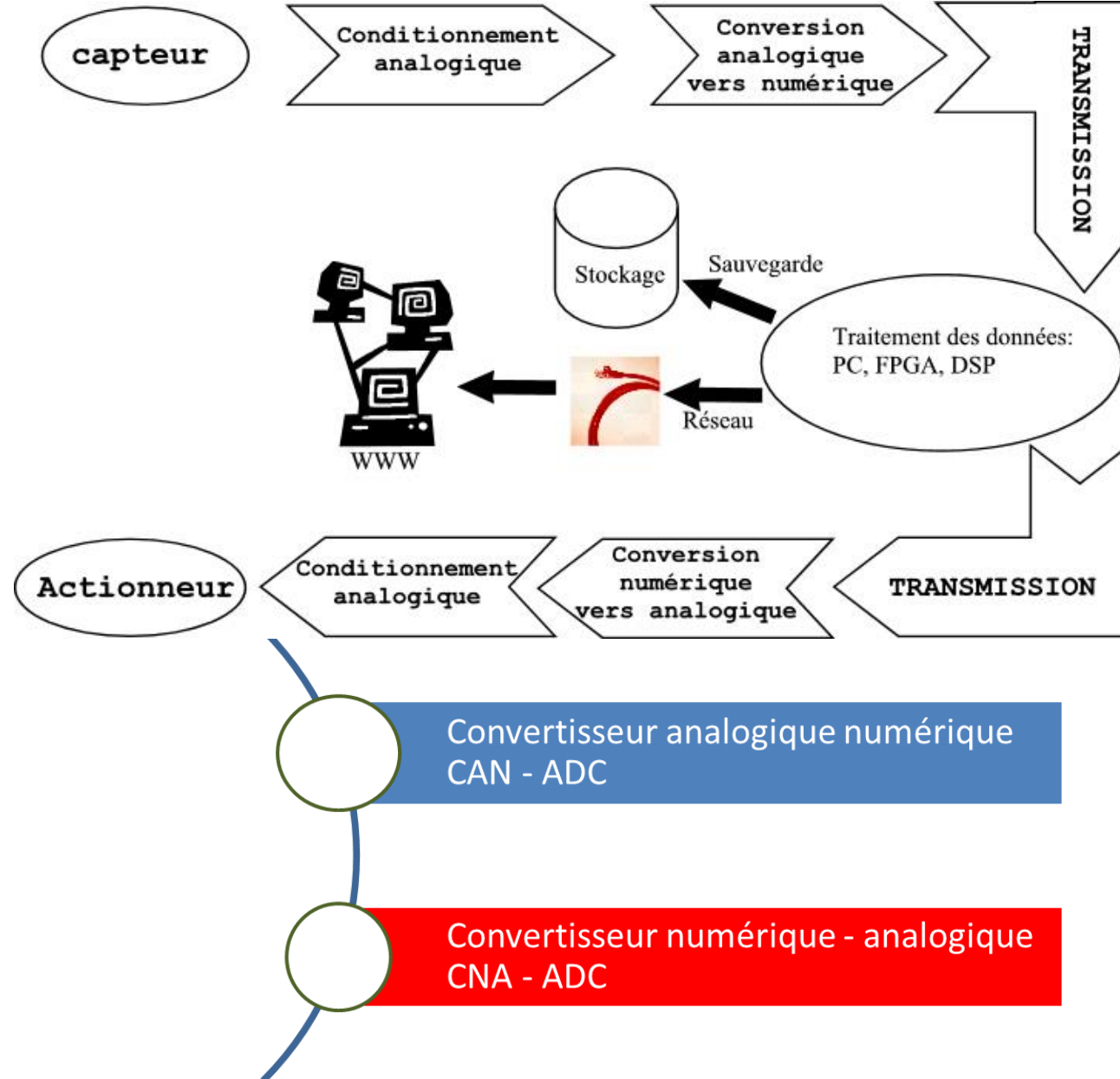
Un Système d'acquisition actuel multicanaux



Systemes Instrumentaux



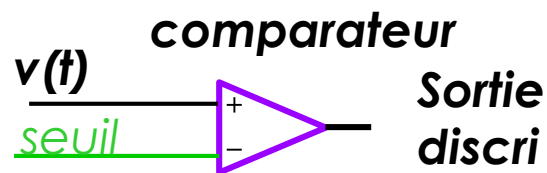
Les convertisseurs: monde réel vers monde numérique



Numeriseur 1bit: Discriminateurs

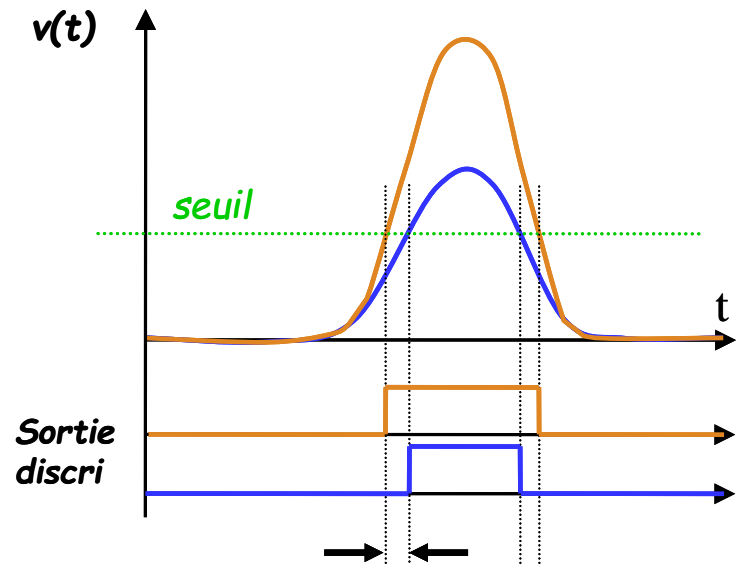
Discriminateur :

- Amplificateur à gain élevé, rapide, fonctionnant en grand signaux (saturation, rétroaction positive):
- Utilisation pour supprimer une partie du signal du détecteur (bruit de fond) ou pour détecter un temps de passage d'un événement.

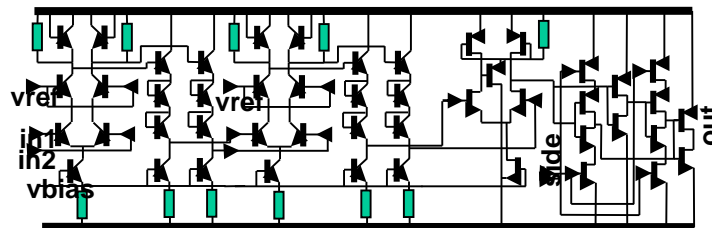
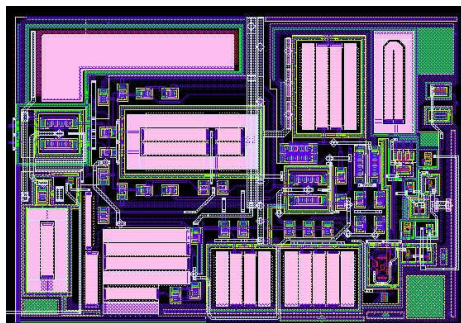


si $v(t) < \text{seuil} \Rightarrow$ Sortie discri = « 0 »
logique

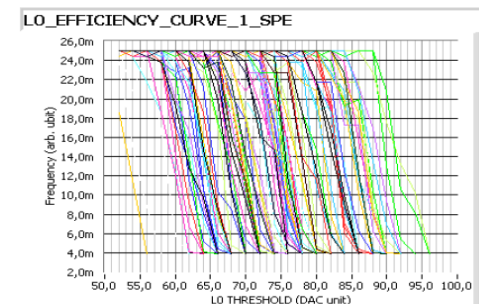
si $v(t) > \text{seuil} \Rightarrow$ Sortie discri = « 1 »
logique



**Erreur temporelle
appelée « walk »**



Dispersion des seuils

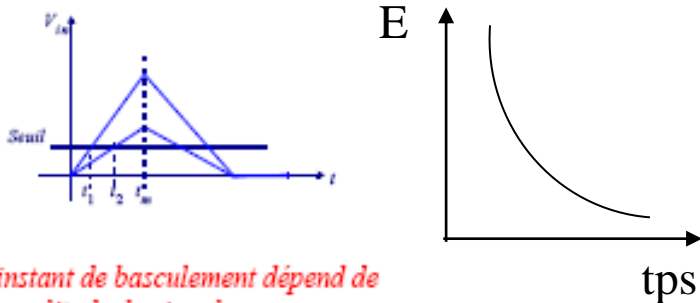


Numeriseur 1bit : Discriminateurs

- **Inconvénient du discriminateur commandé par front (leading edge) :**
 - Précision de passage dépend de la hauteur du signal
 - Sensible aux jitters sur le signal (bruit)
 - Nécessite une pente infinie (consommation)

• *Time walk:*

On a une corrélation entre amplitude (énergie et temps de passage) → correction soft possible



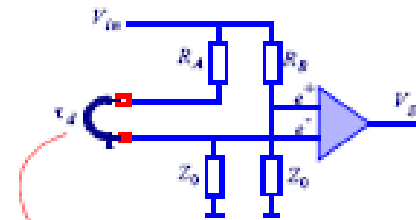
$$V_s = A_o \cdot F \cdot [V_{in}(t) - V_{in}(t-\tau)]$$

A_o : amplitude de V_{in}

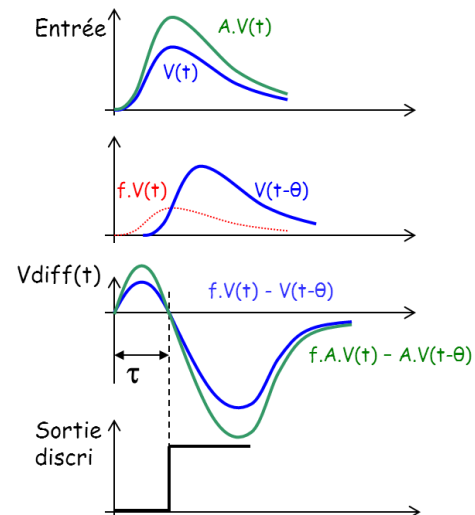
F : fraction prise < 1

τ : retard de V_{in}

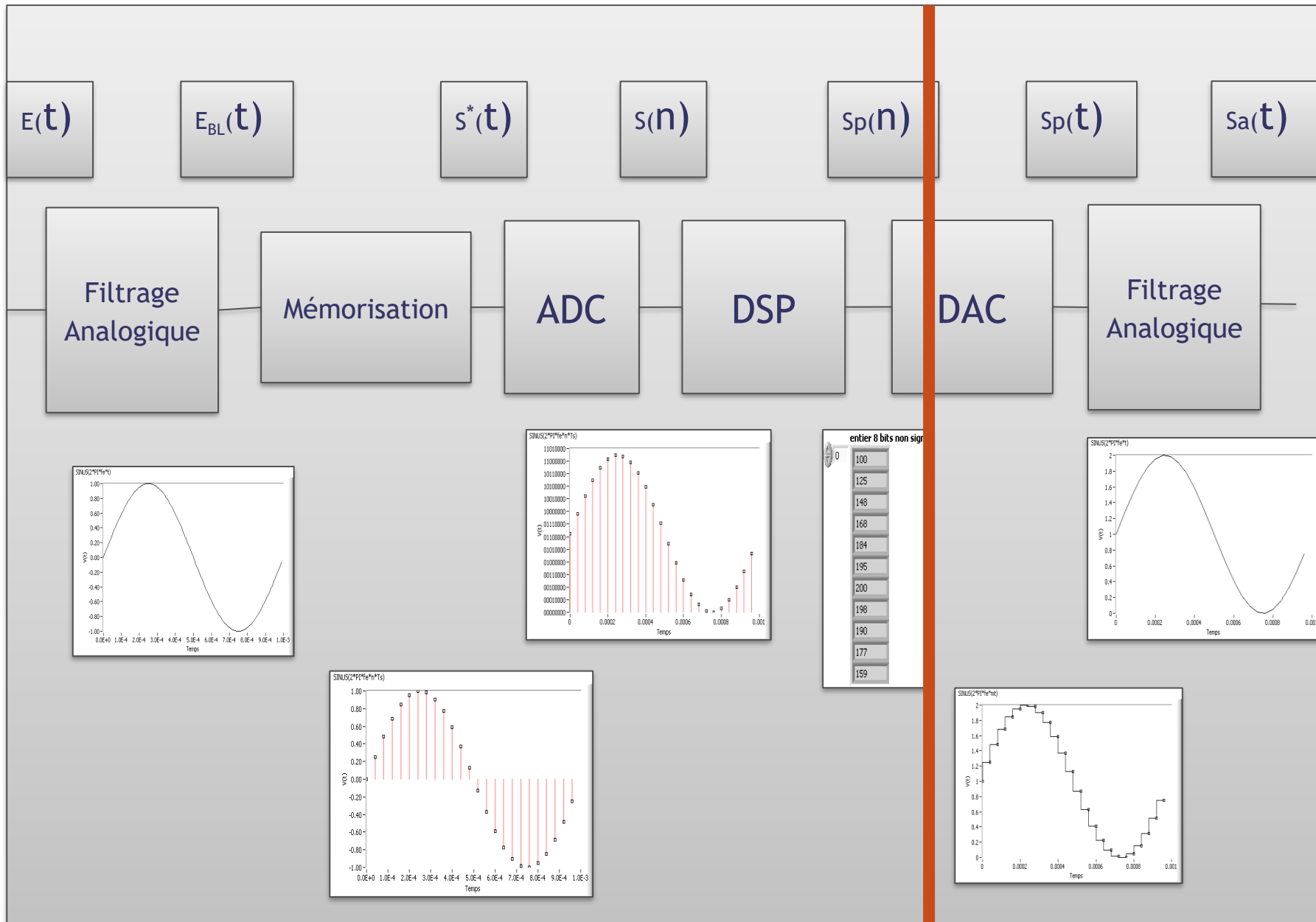
• Discriminateur à fraction constante:



τ de l'ordre de quelques nanosecondes si $f \ll 1$



Traitement de l'Information



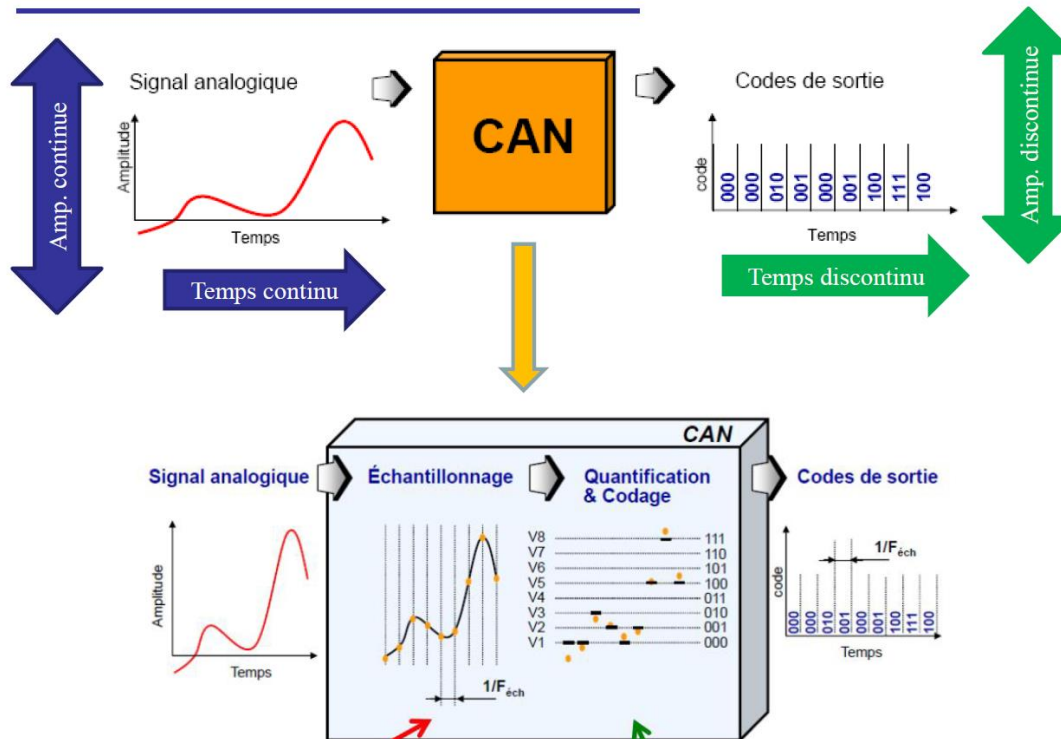
Les étapes ADC

Échantillonnage à temps discret :
quantification

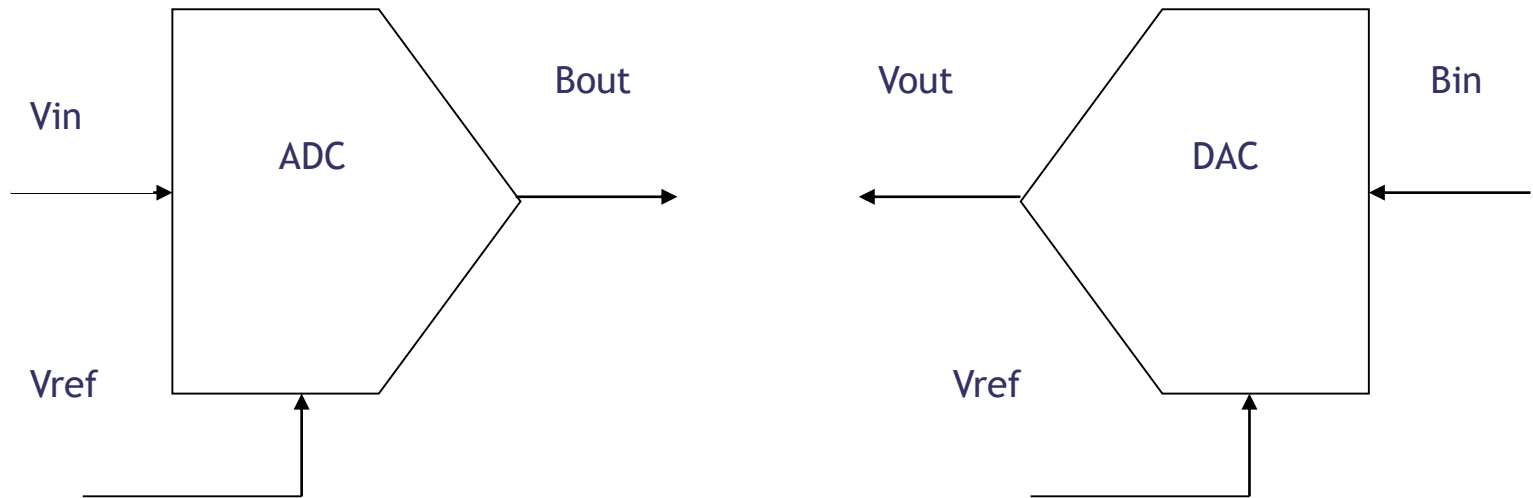
La résolution d'amplitudes finies :
Bruit & Précision

Le codage de l'information

Le principe de la conversion



La fonction de transfert



$$V_{ref}(b_1 \cdot 2^{-1} + b_2 \cdot 2^{-2} + \dots + b_N \cdot 2^{-N}) = V_{in} \pm V_x$$

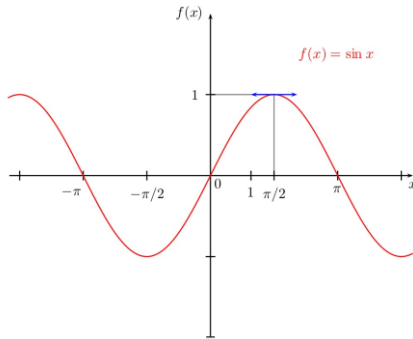
$$V_{LSB} = \frac{V_{ref}}{2^N}$$

$$V_{quantifié} = V_{in} + V_Q$$

$$V_{out} = V_{ref}(b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + \dots + b_N 2^{-N}) = V_{ref} \times B_{in}$$

Pourquoi y a-t-il besoin d'un échantillonnage ?

Regardons quelle fréquence maximum d'échantillonnage est admissible sans commettre d'erreur sur le codage de l'information.



$$v(t) = \frac{q2^N}{2} \cdot \sin(2 \times \pi \times f \times t)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{q2^N}{2} \times 2\pi f \times \cos(2\pi f t)$$

ADC 12-bit

100 kHz

$$\frac{\Delta V}{\Delta T} |_{max} = \frac{q2^N}{2} \times 2\pi f_{max} \Rightarrow f_{max} = \frac{\frac{\Delta V}{\Delta T} |_{max}}{q\pi \cdot 2^N}$$

Application numérique :

$$\Delta T = 8\mu s \text{ et } \Delta V = 1 \text{ LSB} = q$$

N = 12 bits

$$f_{max} = \frac{1}{\pi \times 8 \cdot 10^{-6} \times 4096} = 9,7 \text{ Hz}$$

Conclusion: Sans maintien (track and hold), même avec un codeur rapide, la fréquence du signal d'entrée reste très faible pour ne pas commettre d'erreur.

Rôle : assurer le traitement analogique du signal et la conversion analogique-numérique

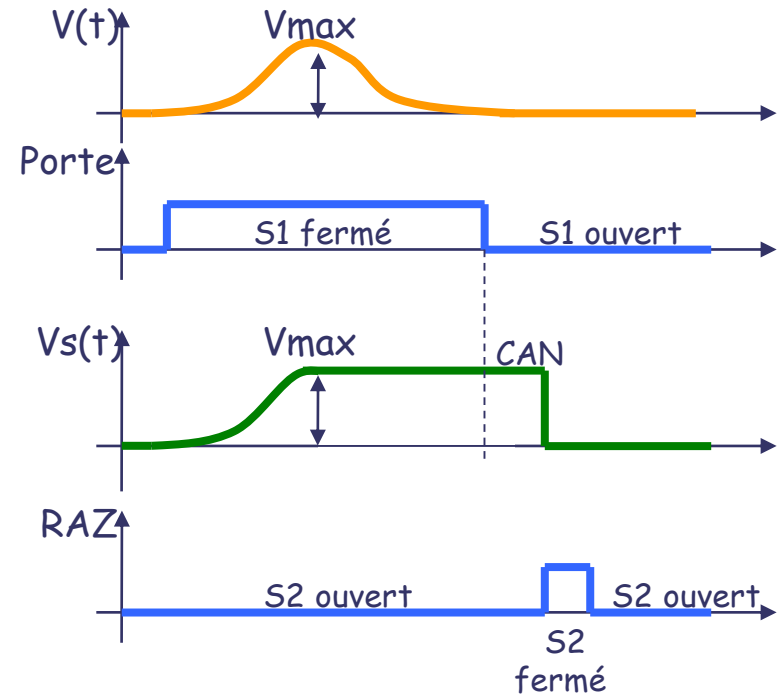
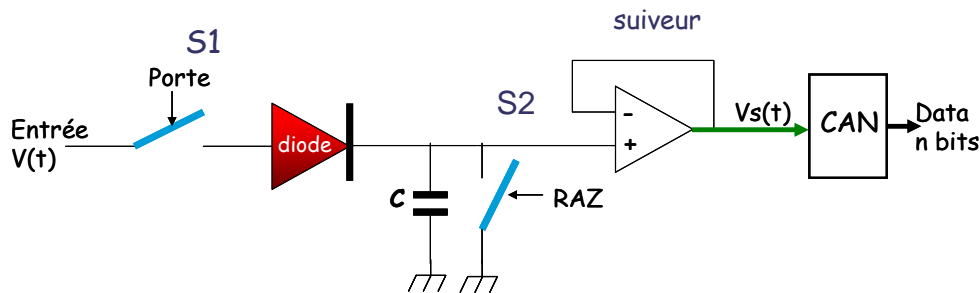
Le codage numérique du signal analogique :

- ↪ **Le codeur d'amplitude ADC :**
mesure l'amplitude du signal
- ↪ **Le codeur de charge QDC :**
mesure l'intégrale du signal
- ↪ **Le codeur de temps TDC :**
mesure un intervalle de temps



Le codeur d'amplitude ADC (pour la mesure d'énergie)

Schéma de principe:



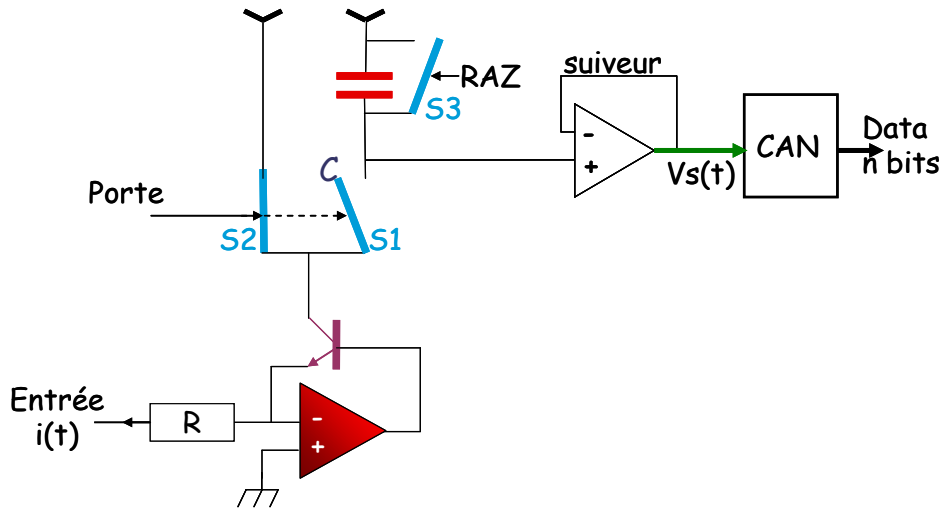
Le codeur d'amplitude capture l'amplitude max du signal analogique provenant du shaper.

Le schéma de principe présenté ici est celui d'un détecteur de crête.

La durée de la porte est généralement comprise entre qqs 10 ns à qqs 10 μ s.

Le codeur de charge QDC (pour la mesure d'énergie)

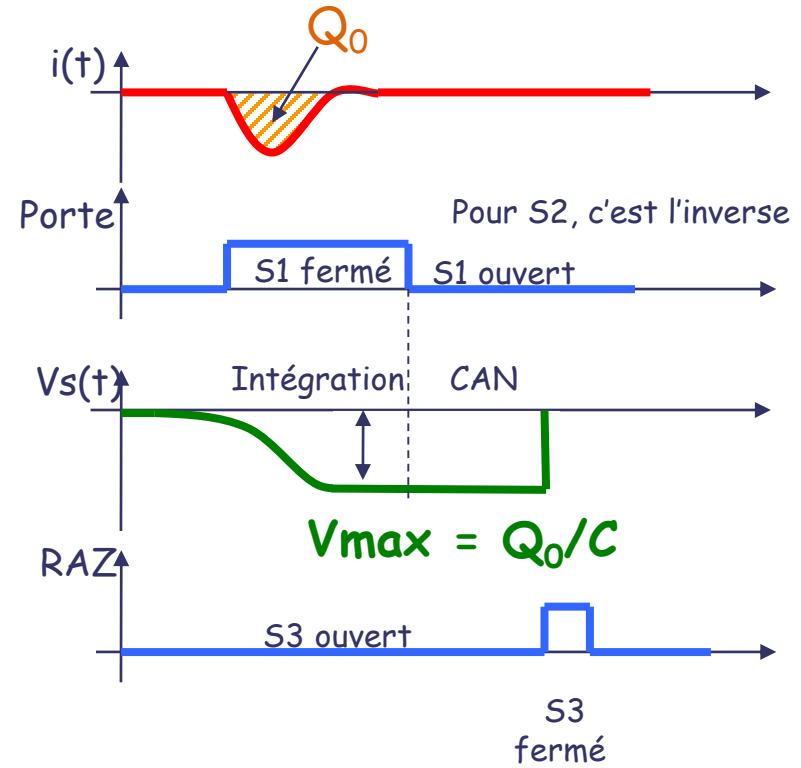
Schéma de principe:



On intègre le courant d'entrée pendant la durée de la porte (interrupteur S1 fermé)

$$V_s(t) = \frac{1}{C} \int_{Porte} i(t) dt$$

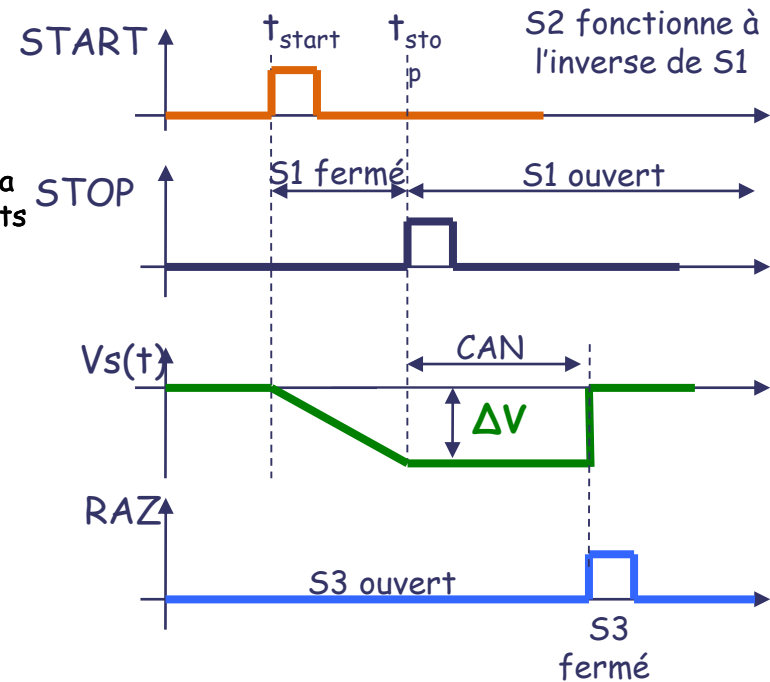
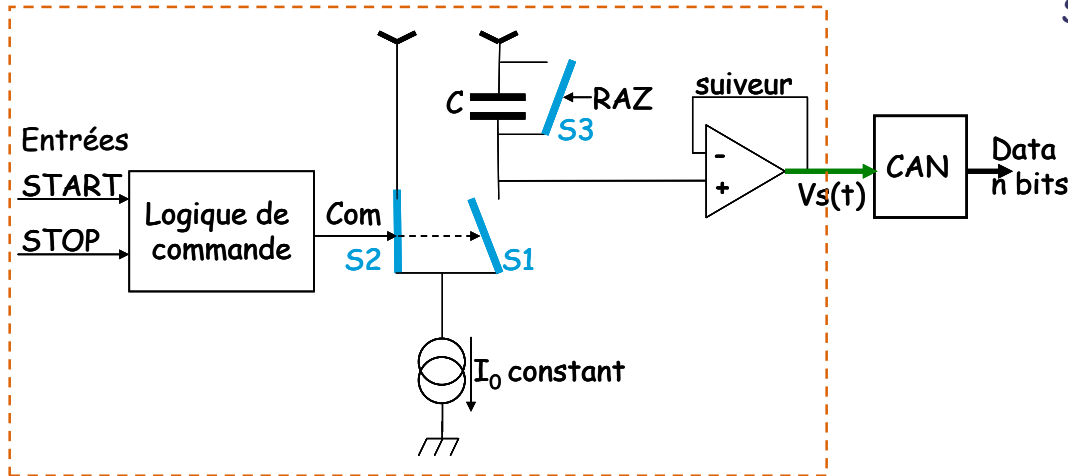
Intégrer = calculer l'aire entre la courbe et l'axe du temps pendant la durée de la porte = à la charge Q_0



Par exemple, on utilisera un QDC si le signal en courant du détecteur est suffisamment élevé (PM), ou pour les forts taux de comptage, ou...

Le codeur de temps TDC (pour la mesure du temps de vol)

Schéma de principe:



TAC (Codeur Temps Amplitude)

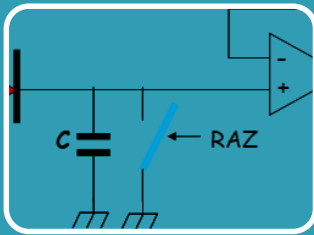
Lorsque S1 est fermé, on décharge la capacité à courant I_0 constant. La tension aux bornes de la capacité évolue comme une rampe ce qui donne:

$$\Delta V_s(t) = \frac{I_0}{C} \cdot \Delta t$$

$$\Delta V = (I_0/C) \cdot (t_{stop} - t_{start})$$

Rq : Les signaux logiques START et STOP viennent généralement de discriminateur

- Principe
- Caractéristiques fondamentales (statique)
- Principe d'échantillonnage (théorie de l'information)



L'échantillonnage à temps discret

- Quantification
- capacité commutée

$$\int_{-T/2}^{T/2} V_Q^2 dt \Big]^{1/2} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_{LSB}^2 \right]$$

$$\left(\frac{t^3}{3} \Big|_{-T/2}^{T/2} \right)^{1/2} = \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{T^3}{12} \right) \right]^{1/2}$$

La résolution d'amplitudes finies dû à la quantification

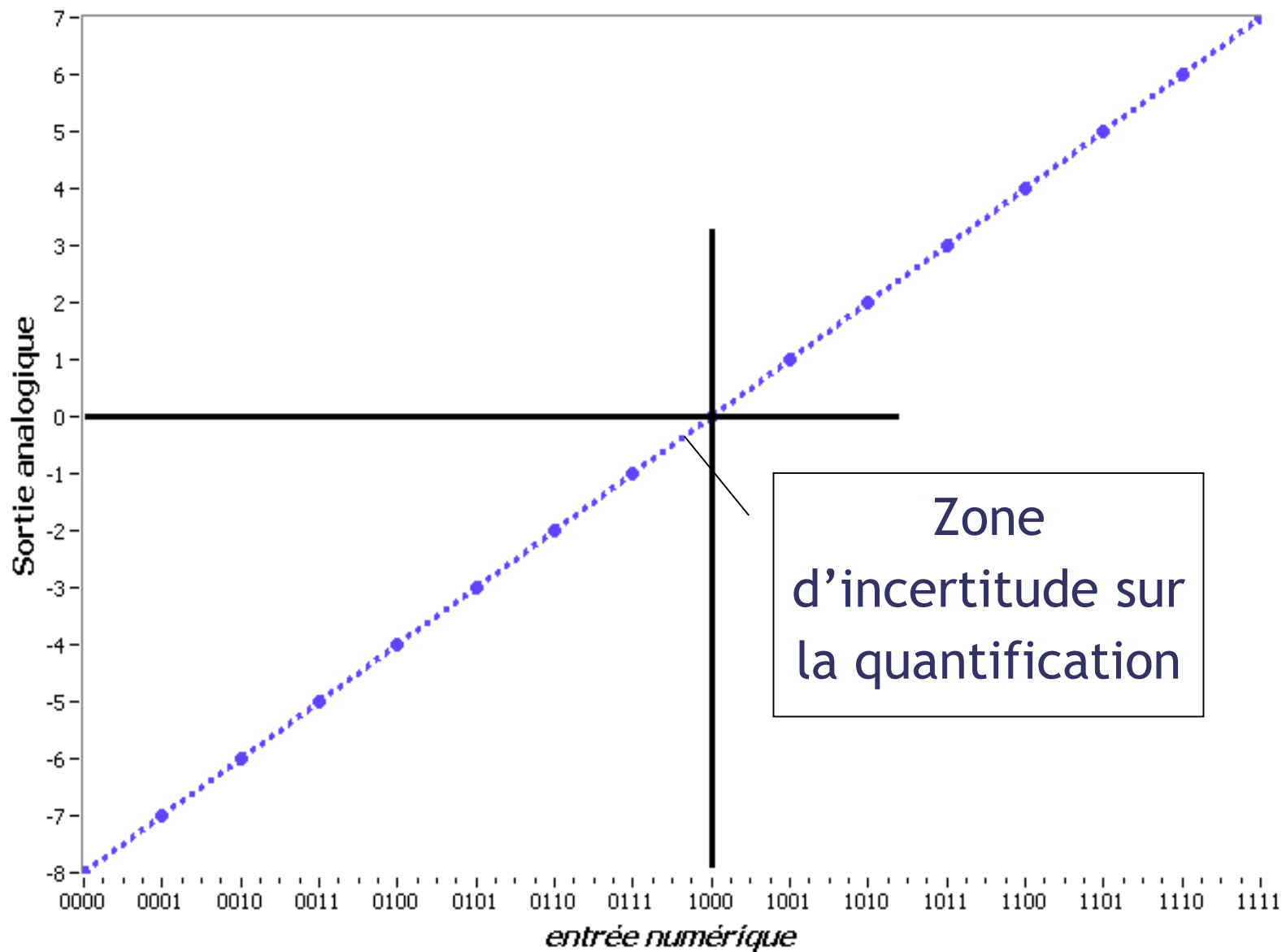
- Bruit
- Précision

Nombre normalisé	Nombre signé	Complément à 1	Nombre binaire à décalage	Complément à 2
FE (LSB = +7/8 PE)	0111	0111	1111	0111
+4/8 PE	0110	0110	1110	0110
+5/8 PE	0101	0101	1101	0101
+4/8 PE	0100	0100	1100	0100
+3/8 PE	0011	0011	1011	0011
+2/8 PE	0010	0010	1010	0010
+1/8 PE	0001	0001	1001	0001
+0/8 PE	0000	0000	1000	0000
-0/8 PE	(1000)	(1111)		
-1/8 PE	1001	1110	0111	1111
-2/8 PE	1010	1101	0110	1110
-3/8 PE	1011	1100	0101	1101
-4/8 PE	1100	1011	0100	1100
-5/8 PE	1101	1010	0011	1011
-6/8 PE	1110	1001	0010	1010
-FE (LSB = -7/8 PE)	1111	1000	0001	1001
-8/8 PE			0000	1000

Le Codage de l'information

- code binaire
- complément à 2

fonction de transfert d'un DAC bipolaire 4 bits



CNA ou DAC

Nombre	Nombre normalisé	Nombre signé	Complément à 1	Nombre binaire à décalage	Complément à 2
+7	PE-1LSB = +7/8.PE	0111	0111	1111	0111
+6	+6/8.PE	0110	0110	1110	0110
+5	+5/8.PE	0101	0101	1101	0101
+4	+4/8.PE	0100	0100	1100	0100
+3	+3/8.PE	0011	0011	1011	0011
+2	+2/8.PE	0010	0010	1010	0010
+1	+1/8.PE	0001	0001	1001	0001
+0	+0/8.PE	0000	0000	1000	0000
(-0)	(-0) /8.PE	(1000)	(1111)		
-1	-1/8.PE	1001	1110	0111	1111
-2	-2/8.PE	1010	1101	0110	1110
-3	-3/8.PE	1011	1100	0101	1101
-4	-4/8.PE	1100	1011	0100	1100
-5	-5/8.PE	1101	1010	0011	1011
-6	-6/8.PE	1110	1001	0010	1010
-7	-PE+1LSB =-7/8.PE	1111	1000	0001	1001
-8	-8/8.PE			0000	1000

CNA ou DAC: encodage

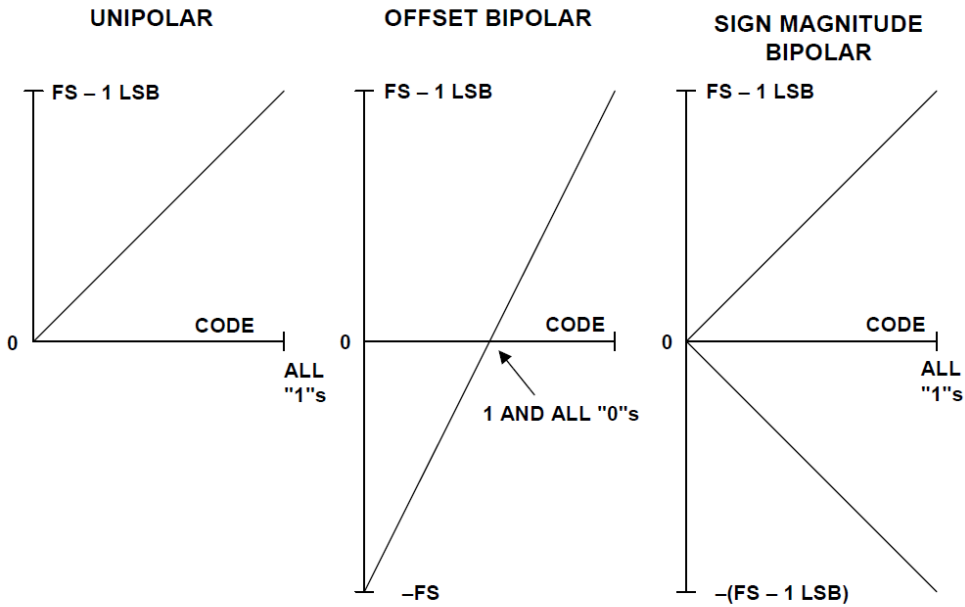
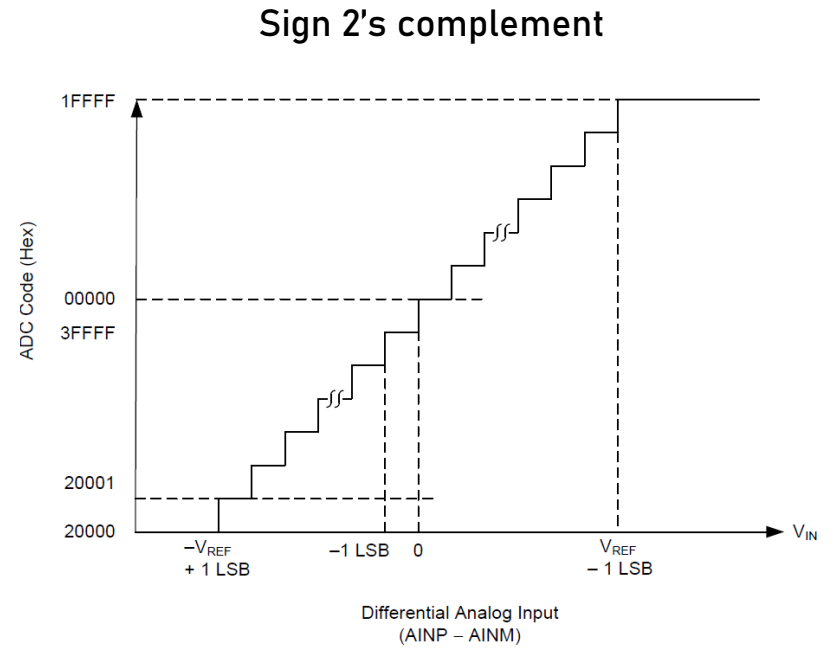
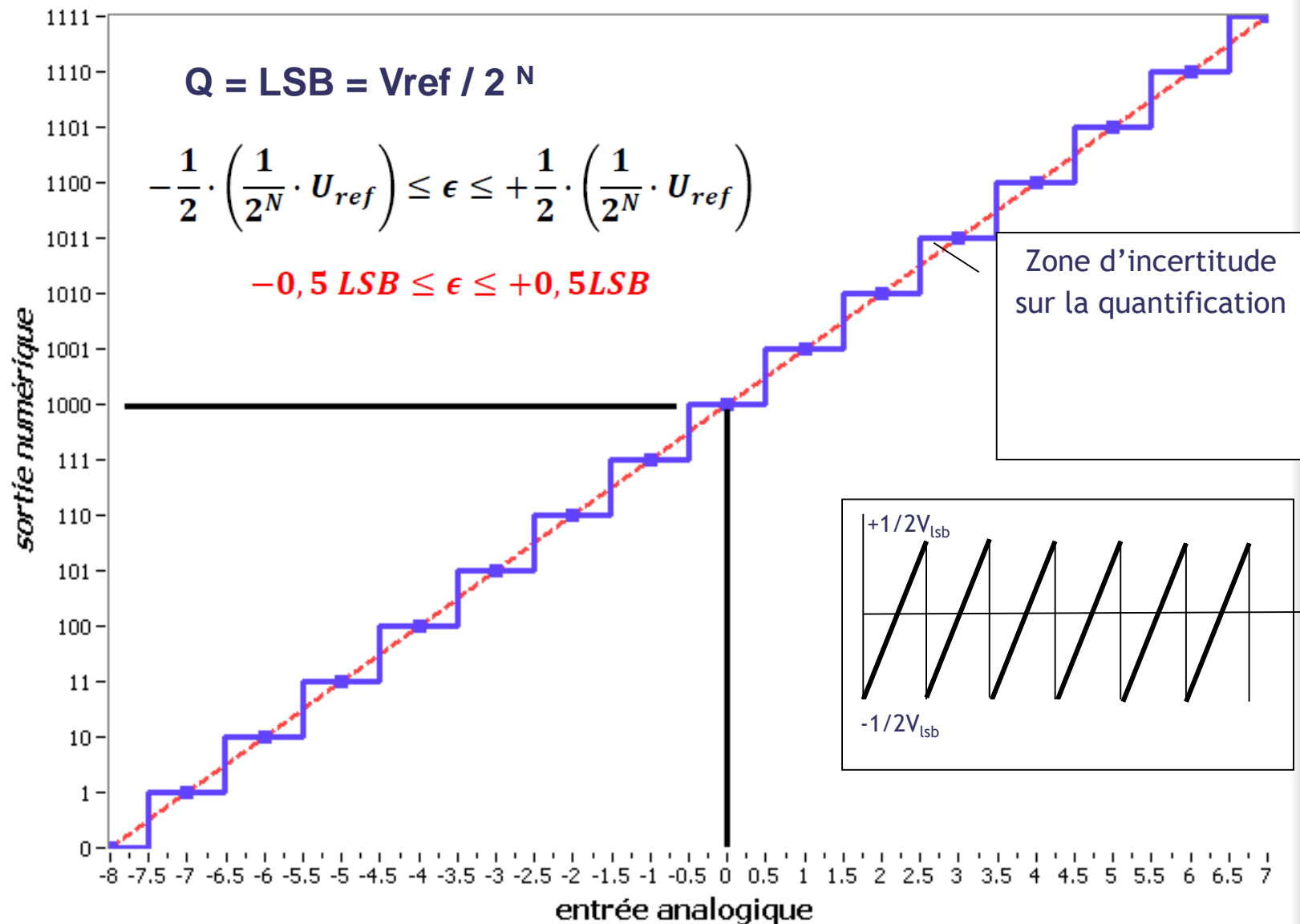


Figure 2.16: Unipolar and Bipolar Converters



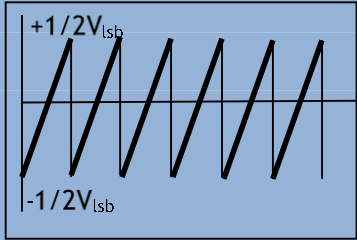
fonction de transfert d'un ADC bipolaire 4 bits



Résolution d'un ADC / erreur de quantification

Approche déterministe :

Si V_{in} est une rampe en fonction du temps, V_Q est un signal périodique de période T (temps d'échantillonnage) limité en amplitude à $\pm \frac{1}{2} V_{LSB}$. En effet, V_Q est la différence entre V_{in} et $V_{quantifié}$, signal en marche d'escalier (cf courbe ci-dessous).



Suivant V_Q , on constate que la moyenne du signal est nulle. Sa valeur RMS est donnée par :

$$V_{Q(rms)} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_Q^2 \cdot dt \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_{LSB}^2 \left(\frac{-t}{T} \right)^2 \cdot dt \right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{t^3}{3} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{T^3}{12} \right) \right]^{1/2} = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

Approche stochastique :

A partir de la densité de probabilité ci-dessous, calculons la moyenne et l'écart type :

$$V_{Q(AVG)} = \int_{-\infty}^{\infty} X \cdot f_Q(X) \cdot dX = \frac{1}{V_{LSB}} \int_{-\frac{V_{LSB}}{2}}^{\frac{V_{LSB}}{2}} X \cdot dX = 0$$

$$V_{Q(rms)} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} X^2 \cdot f_Q(X) \cdot dX \right]^{1/2} = \frac{1}{V_{LSB}} \int_{-\frac{V_{LSB}}{2}}^{\frac{V_{LSB}}{2}} X^2 \cdot dX = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

$$E_q = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

$$B_{Th} = \sqrt{4kTR}$$

Nbre bit	Vref	E_q	BruitTh	Flash ADC
4	5	9,021E-02	4,07E-09	6,51E-08
8	5	5,638E-03	4,07E-09	1,04E-06
10	5	1,410E-03	4,07E-09	4,17E-06
12	5	3,524E-04	4,07E-09	1,67E-05
14	5	8,810E-05	4,07E-09	6,67E-05
16	5	2,202E-05	4,07E-09	2,67E-04
18	5	5,506E-06	4,07E-09	1,07E-03
20	5	1,377E-06	4,07E-09	4,27E-03

$$V_{Q(rms)} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_Q^2 \cdot dt \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} V_{LSB}^2 \left(\frac{-t}{T} \right)^2 \cdot dt \right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{t^3}{3} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \right) \right]^{1/2} = \left[\frac{V_{LSB}^2}{T^3} \left(\frac{T^3}{12} \right) \right]^{1/2} = \frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}$$

$$SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{ref}}{\sqrt{12}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 20 \cdot \log(2^N) = 6.02 N \text{ dB}$$

Signaux dent de scie

$$SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{ref}}{2\sqrt{2}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 20 \cdot \log \left(\sqrt{\frac{3}{2}} 2^N \right) = 6.02 N + 1.76 \text{ dB}$$

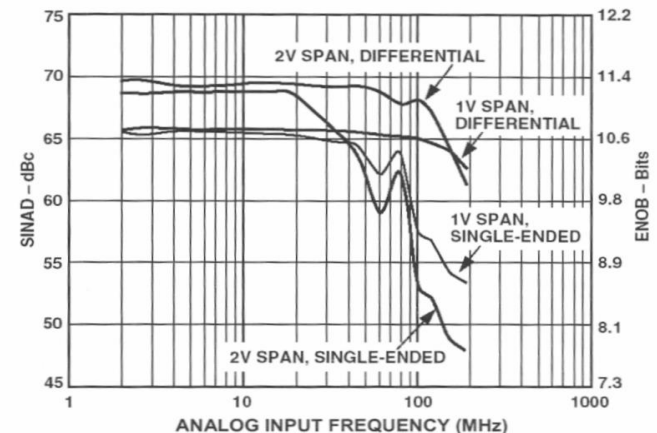
Sinusoïde à Vmax

$$SNR = 20 \cdot \log \frac{\frac{V_{sin}}{2\sqrt{2}}}{\frac{V_{LSB}}{\sqrt{12}}} = 6.02 N + 1.76 \text{ dB} + 20 \cdot \log \left(\frac{V_{sin}}{V_{ref}} \right)$$

Sinusoïde Vamp

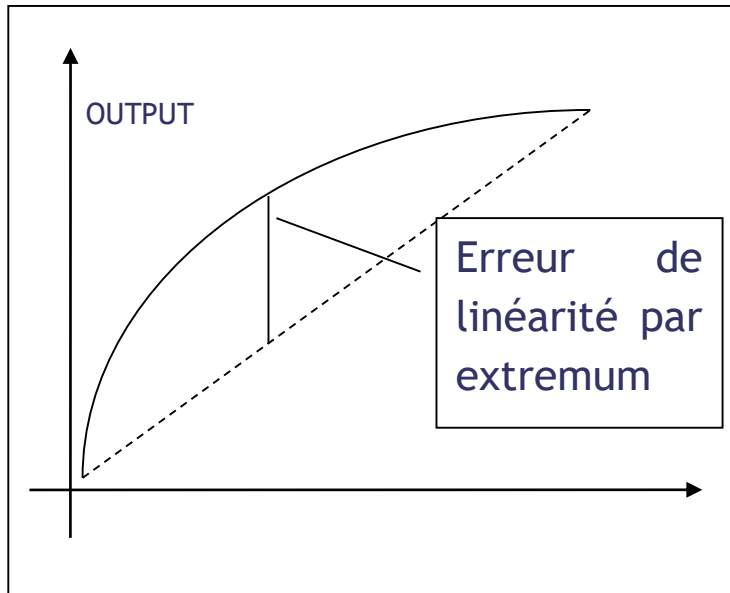
$$N_{effectif} = \frac{(SNR - 1.76 \text{ dB})}{6.02}$$

SINAD, ENOB, and SNR

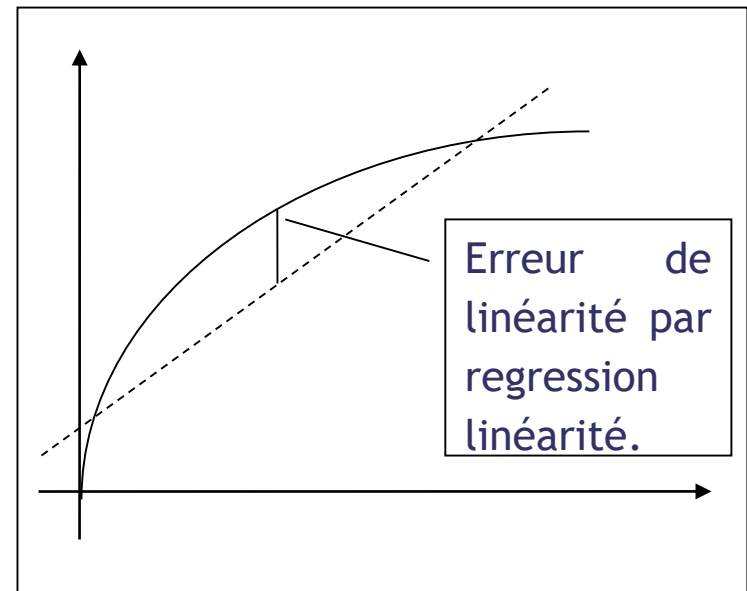


RESOLUTION N	2 ^N	VOLTAGE (10V PE)	ppm PE	% PE	dB PE
2-Bit	4	2.5 V	250000	25	-12
4-Bit	16	625 mV	62500	6.25	-24
6-Bit	64	156 mV	15625	1.56	-36
8-Bit	256	39.1 mV	3906	0.39	-48
10-Bit	1024	9.77 mV	977	0.098	-60
12-Bit	4096	2.44 mV	244	0.024	-72
14-Bit	16384	610 μV	61	0.0061	-84
16-Bit	65536	153 μV	15	0.0015	-96
18-Bit	262144	38 μV	4	0.0004	-108
20-Bit	1048576	9.54 μV	1	0.0001	-120
22-Bit	4194304	2.38 μV	0.24	0.000024	-132
24-Bit	16777216	596 nV	0.06	0.000006	-144

Linearité intégrale

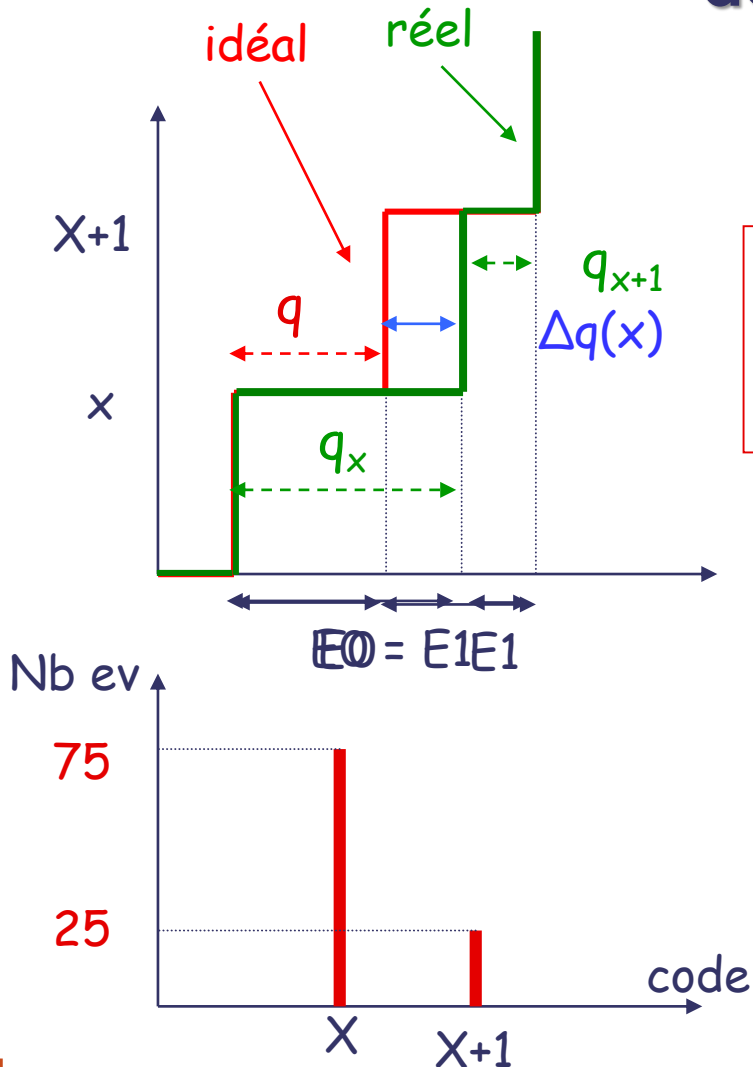


$$\text{LinInt}(i) = \sum_{j \leq i} \frac{q_j - q}{q} \rightarrow \text{Max}[\text{linInt}(i)]$$



DNL : Non Linéarité Différentielle

Définition : écart maximal de la largeur de 2 marches successives en LSB



$$\text{DNL} = \Delta q(x)_{\text{max}} / q$$

Cas idéal : DNL = 0

Un bon ADC : DNL < ± 1 LSB sinon code manquant

Exemple :

si DNL = $\pm 0,5$ LSB
alors $0,5 \text{ LSB} < q_i < 1,5 \text{ LSB}$
 q_i : largeur de la marche i

Pour 100 évènements statistiquement répartis entre E_0 et E_1

Pour une DNL nulle on aurait 2 pics de 50 coups chacun

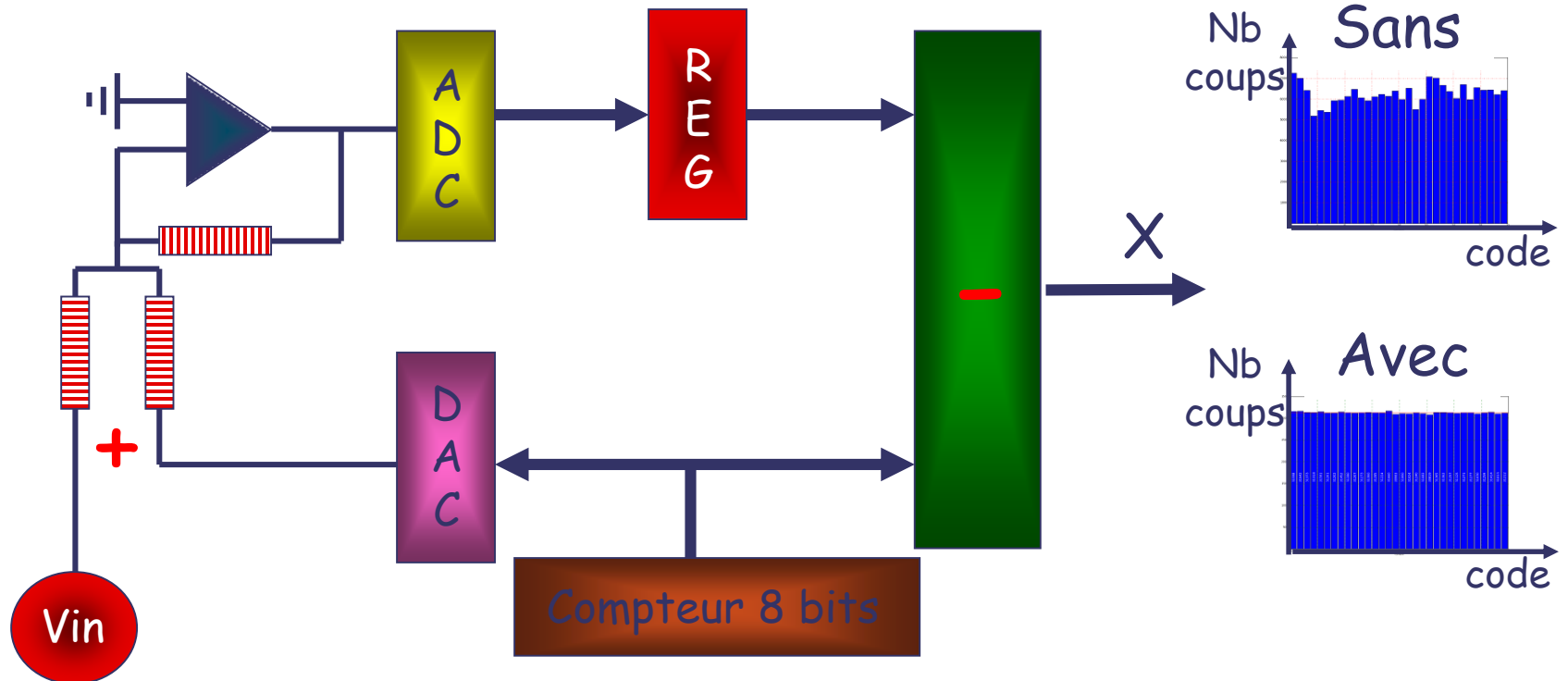
Correction par Échelle Glissante

Remarque :

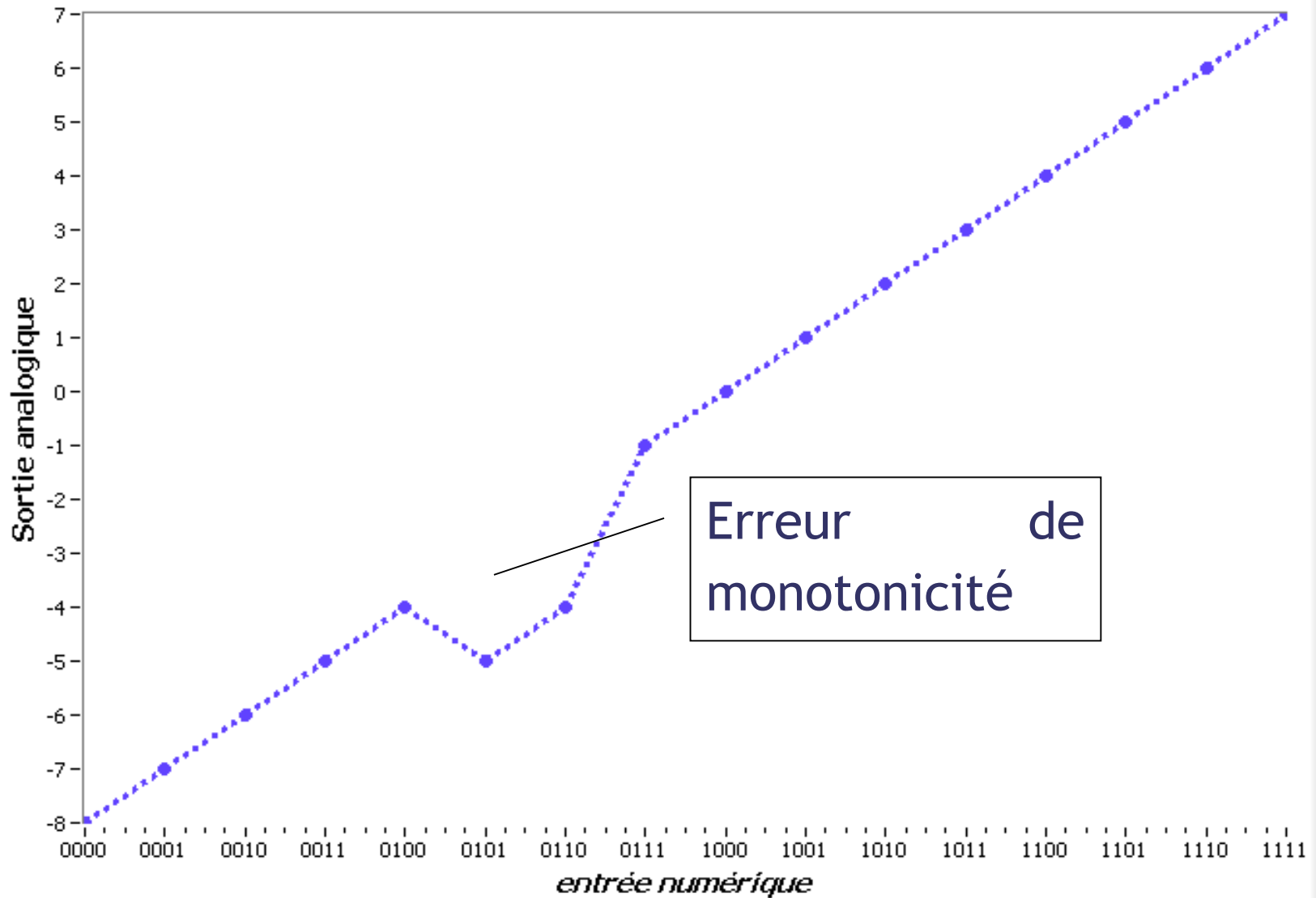
Cette Non Linéarité Différentielle est très néfaste dans notre domaine :

Comme on utilise des histogrammes représentant le nombre de fois où l'énergie a été numérisée pour une voie.

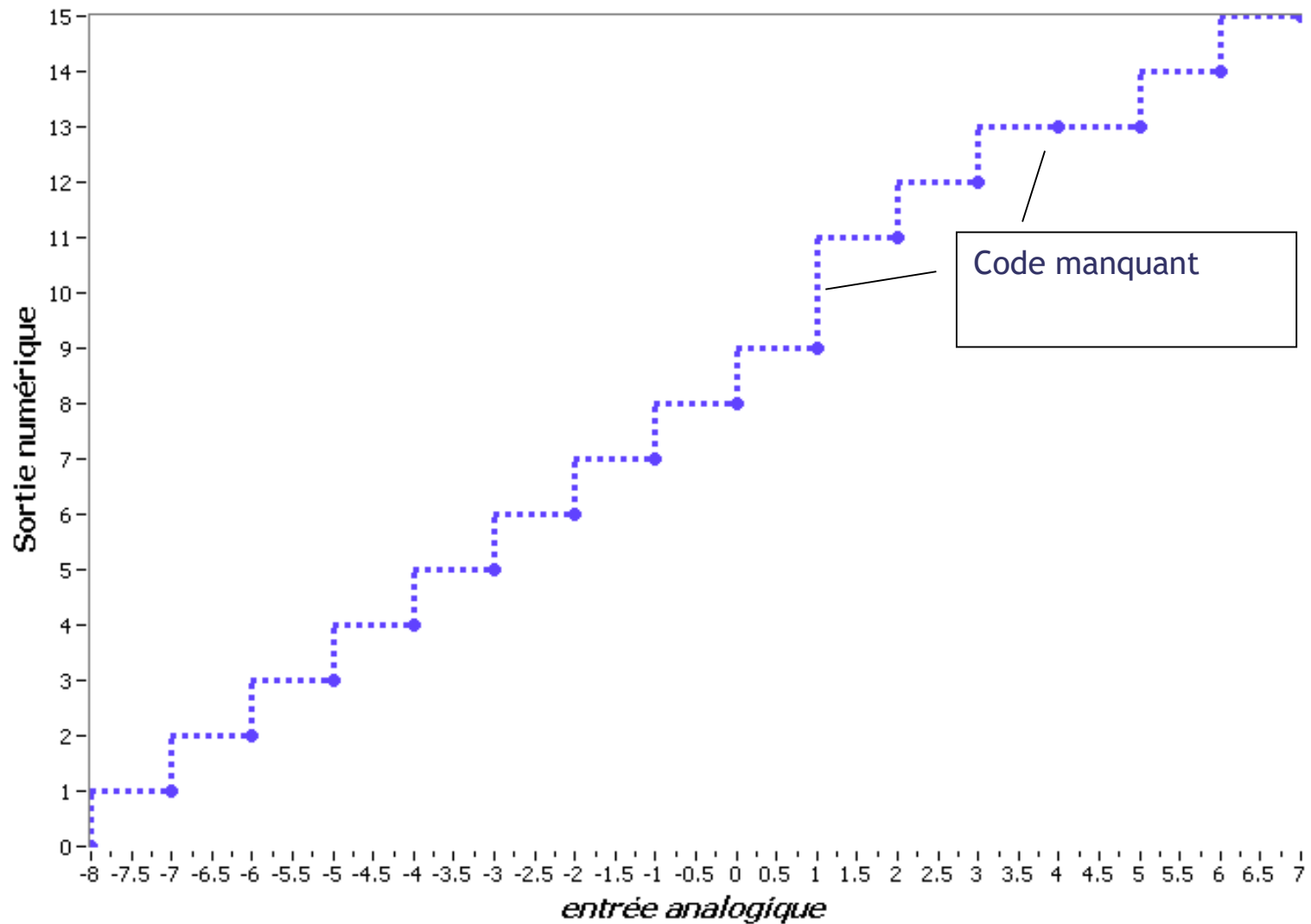
Une mauvaise DNL peut créer des pics parasites ou masquer des pics caractéristiques



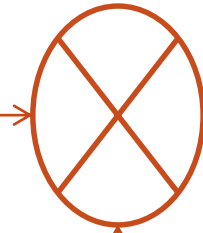
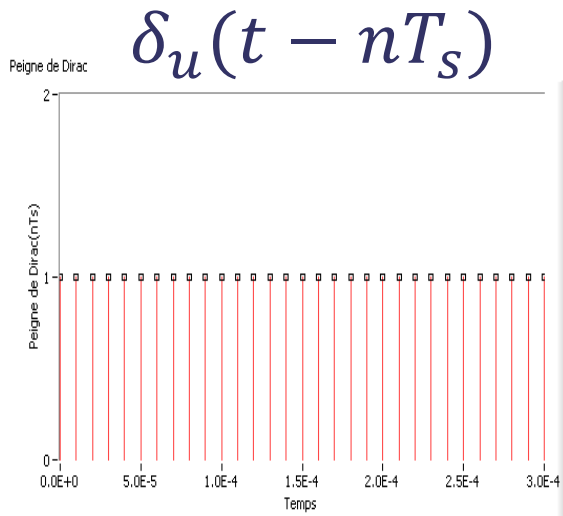
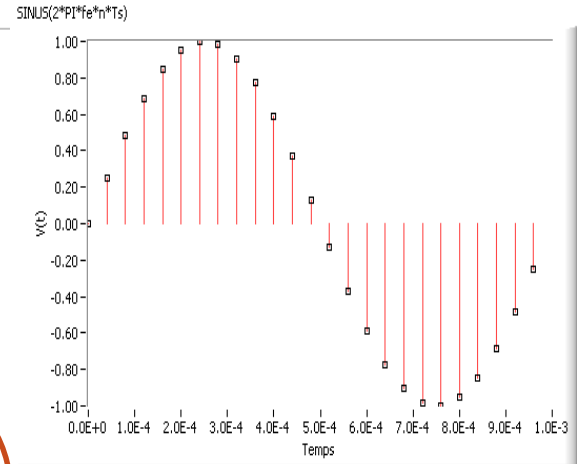
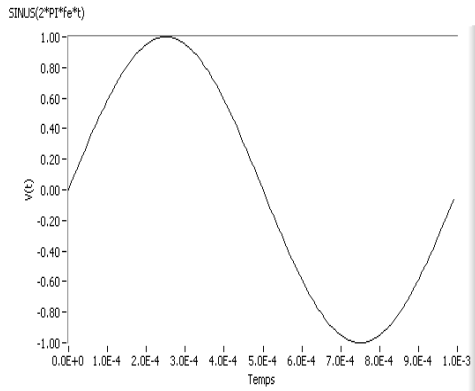
fonction de transfert d'un DAC bipolaire 4 bits non monotonic



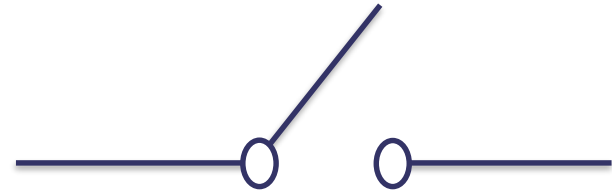
fonction de transfert d'un ADC bipolaire 4 bits avec code manquant



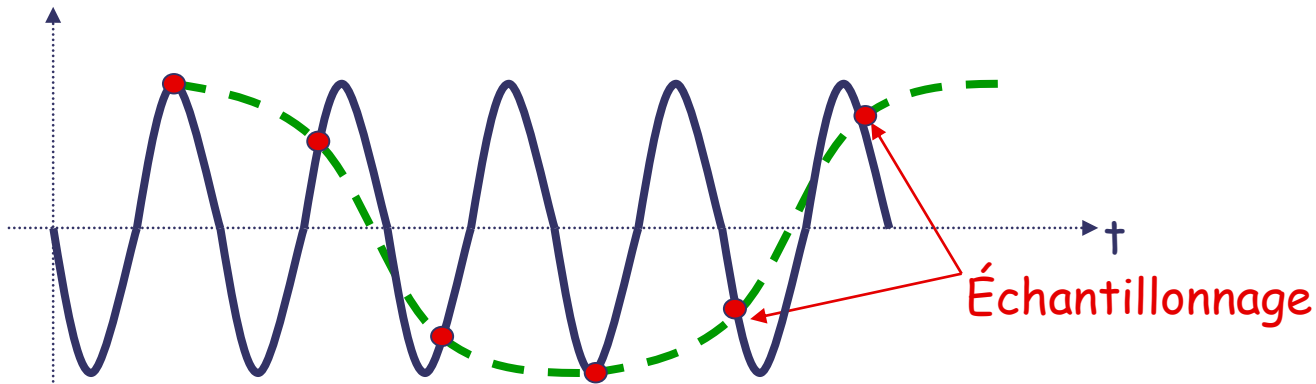
$$E_{BP}(t) = A \cdot \sin(2\pi f_e \cdot t)$$



$$S^*(t) = \sum_n E_{BP}(t) \cdot \delta_u(t - nT_s)$$



Critère de Nyquist / Théorème de Shannon



Quel est le nombre d'échantillons minimaux à prendre (quelle est la fréquence d'échantillonnage maximum) pour permettre une bonne restitution du signal d'entrée ?

- $F_s > 2 * B_{\text{analogique}}$ → on utilise Fourier, Laplace, la transformée en Z pour étudier le système.
- $F_s < 2 * B_{\text{analogique}}$ → on a du **repliement** en fréquence. On l'utilise dans les communications et les radars.

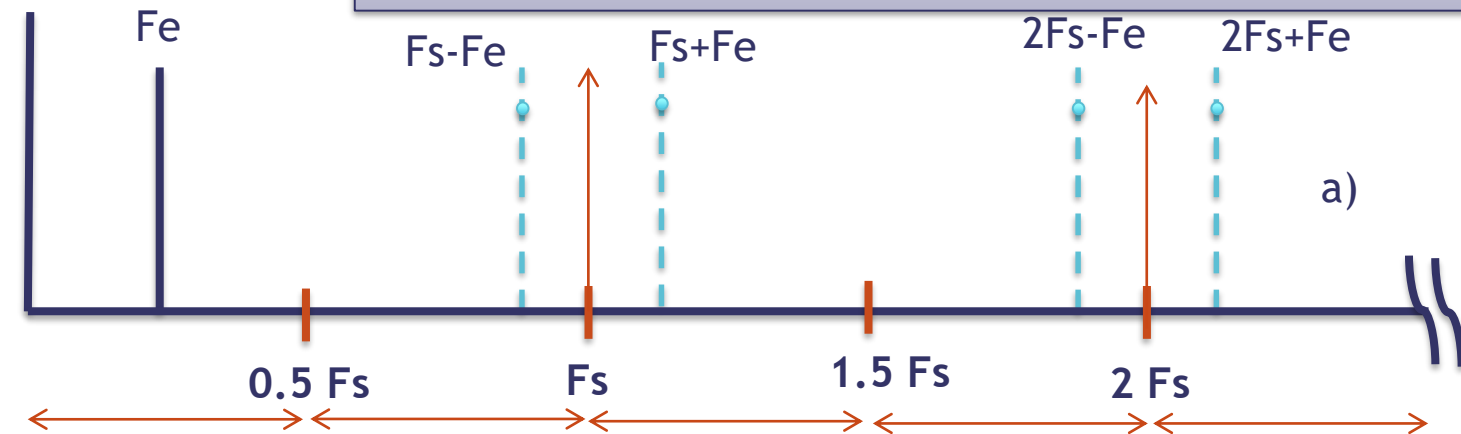
Corollaire : Si un signal a des composantes fréquentielles comprises entre f_b et f_a , alors $F_s > 2 * (f_b - f_a)$ pour prévenir le chevauchement des composantes fréquentielles pour le signal numérisé.

→ Filtrage anti-repliement limitant la bande passante du signal

$$S^*(f) = \frac{1}{T_e} \sum_n E_{BP}(f - nT_s) \quad | \quad f = v \cdot f_s$$

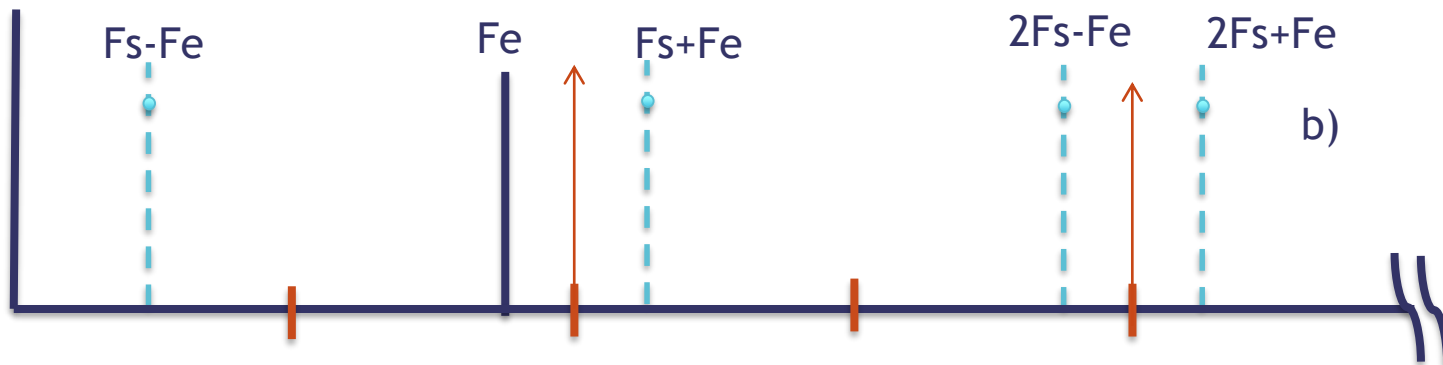
Pour un signal sinusoïdal

$$S^*(f) = \frac{A}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\delta(f - f_e + k \cdot f_s) + \delta(f + f_e + k \cdot f_s)]$$

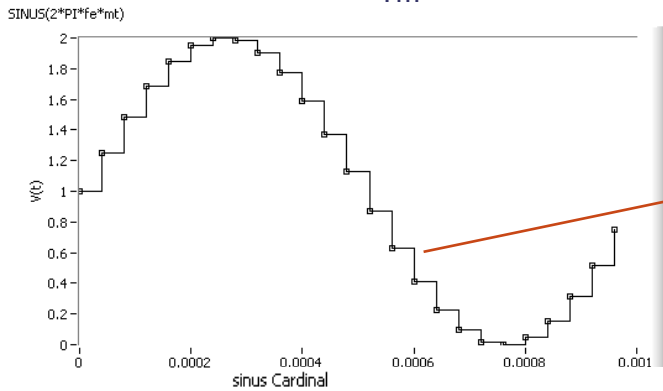
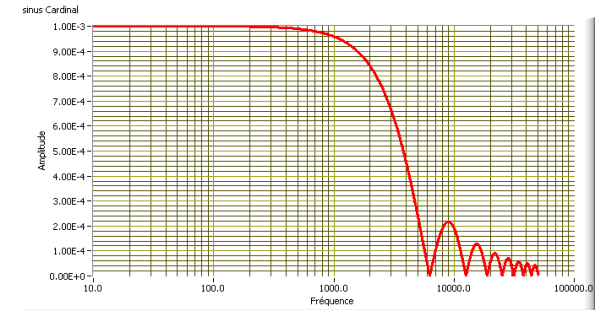
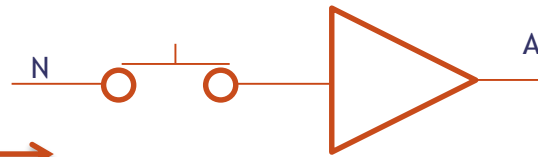
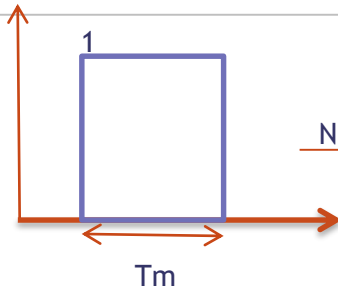


1^{er} zone de Nyquist
(shannon)

3^{em} zone de Nyquist
(shannon)

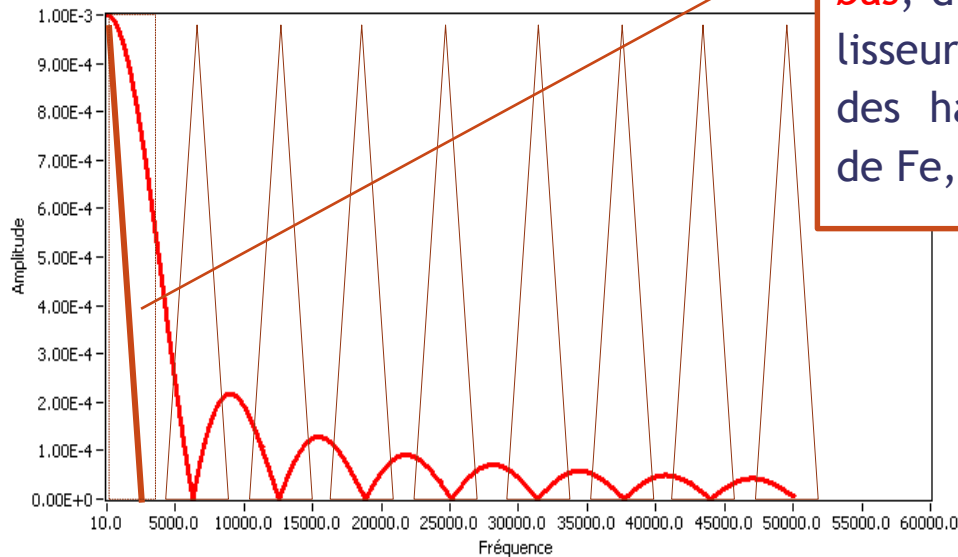


$$M(f) = \frac{1}{T_m} \cdot \text{sinc}(\pi \cdot T_m \cdot f)$$



$$G(t-kT_e) = \text{rect}[0, T_e]$$

Utilisation d'un *filtre passe-bas*, d'un interpolateur ou d'un lisseur pour réduire l'influence des hautes fréquences autour de f_e , $2f_e$



20 bits

Résolution

Sigma-Delta

Intégration double rampe

Approximation successive

Subbranching - Pipeline

Flash

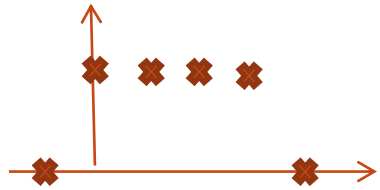
8 bits

kHz

GHz

Analyse de données

Troncature :



$x_N[k] = x_\infty[k] \cdot w_T[k]$ avec w_T la fonction de Dirichlet :

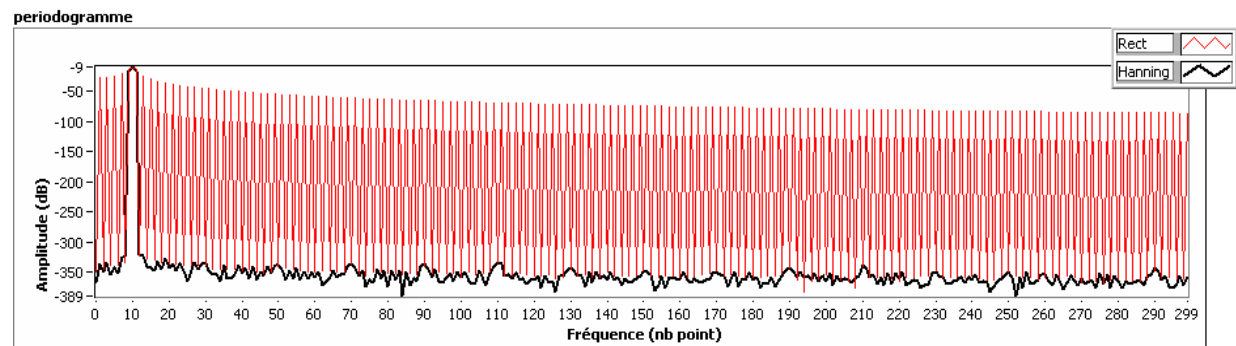
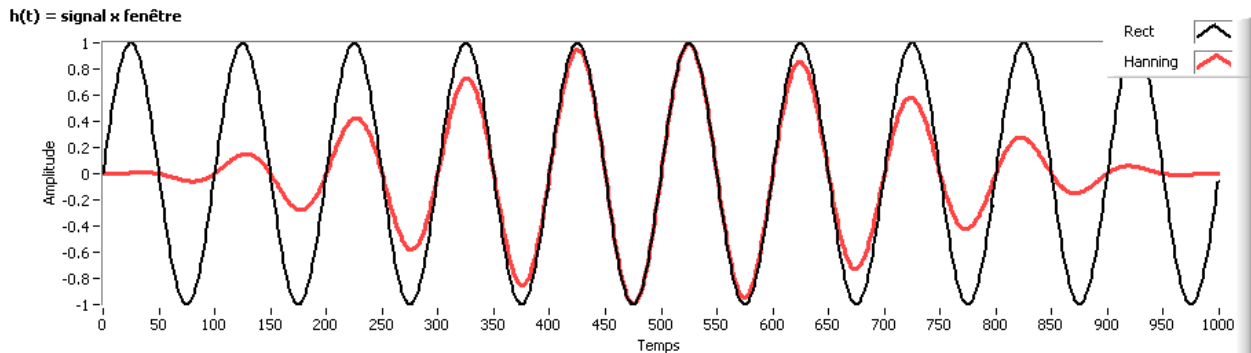
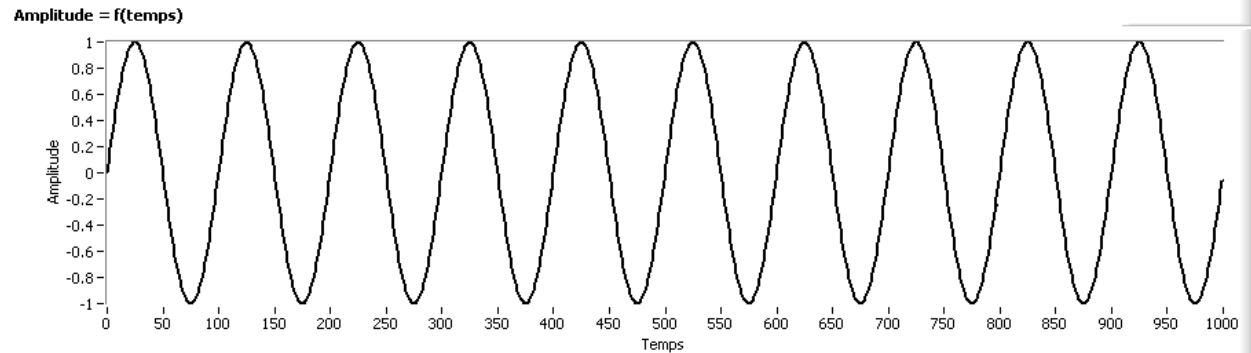
En fréquence, on obtient un produit de convolution :

$X_N(\nu) = (X_\infty * W_N)(\nu)$
avec

$$W_N(\nu) = N \cdot \frac{\sin(\pi N \nu)}{N \cdot \sin(\pi \nu)} e^{-i2\pi \nu \frac{N-1}{2}}$$

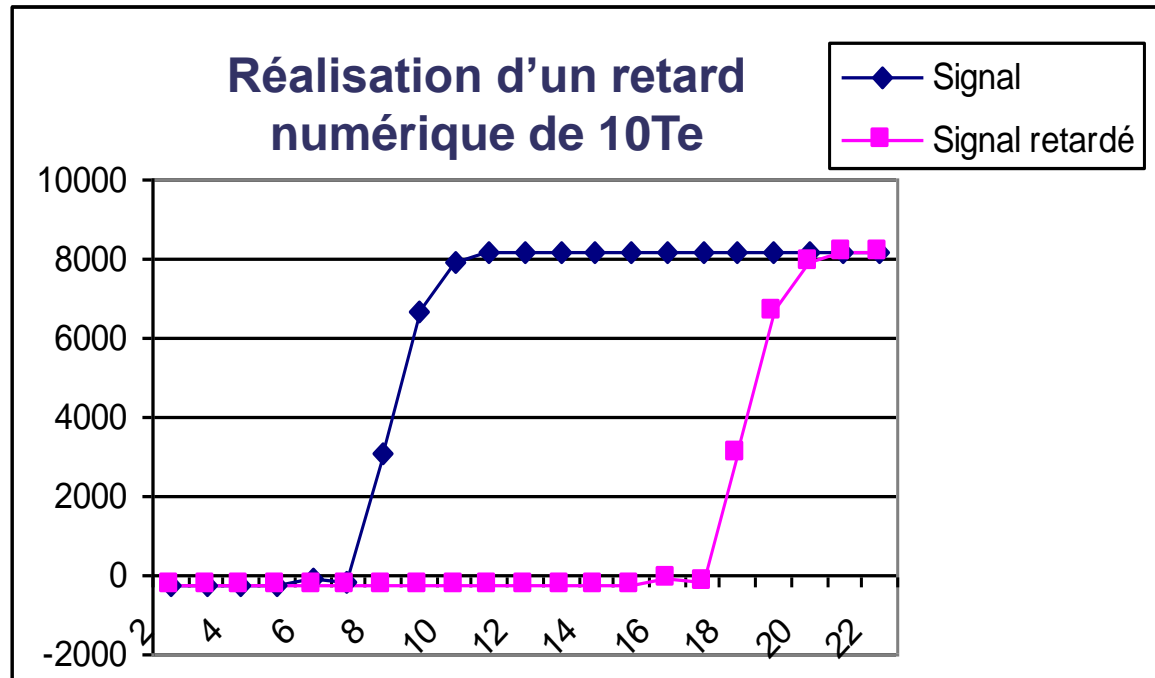
→ **Principe de Gabor** : On ne peut être localisé en temps si on est localisé en fréquence :

$$\Delta t^2 \cdot \Delta f^2 \geq \frac{1}{16\pi^2}$$



Une fois que l'on a numérisé le signal,
« on fait ce que l'on en veut ou presque... »

Exemple de traitement numérique du signal: Le plus simple et en plus très utile...



Plus facile que de mettre du câble pour retarder le signal !

Petit calcul : si $T_e = 10 \text{ ns}$ ($F_e = 100 \text{ MHz}$) $\Rightarrow 10T_e = 100 \text{ ns}$

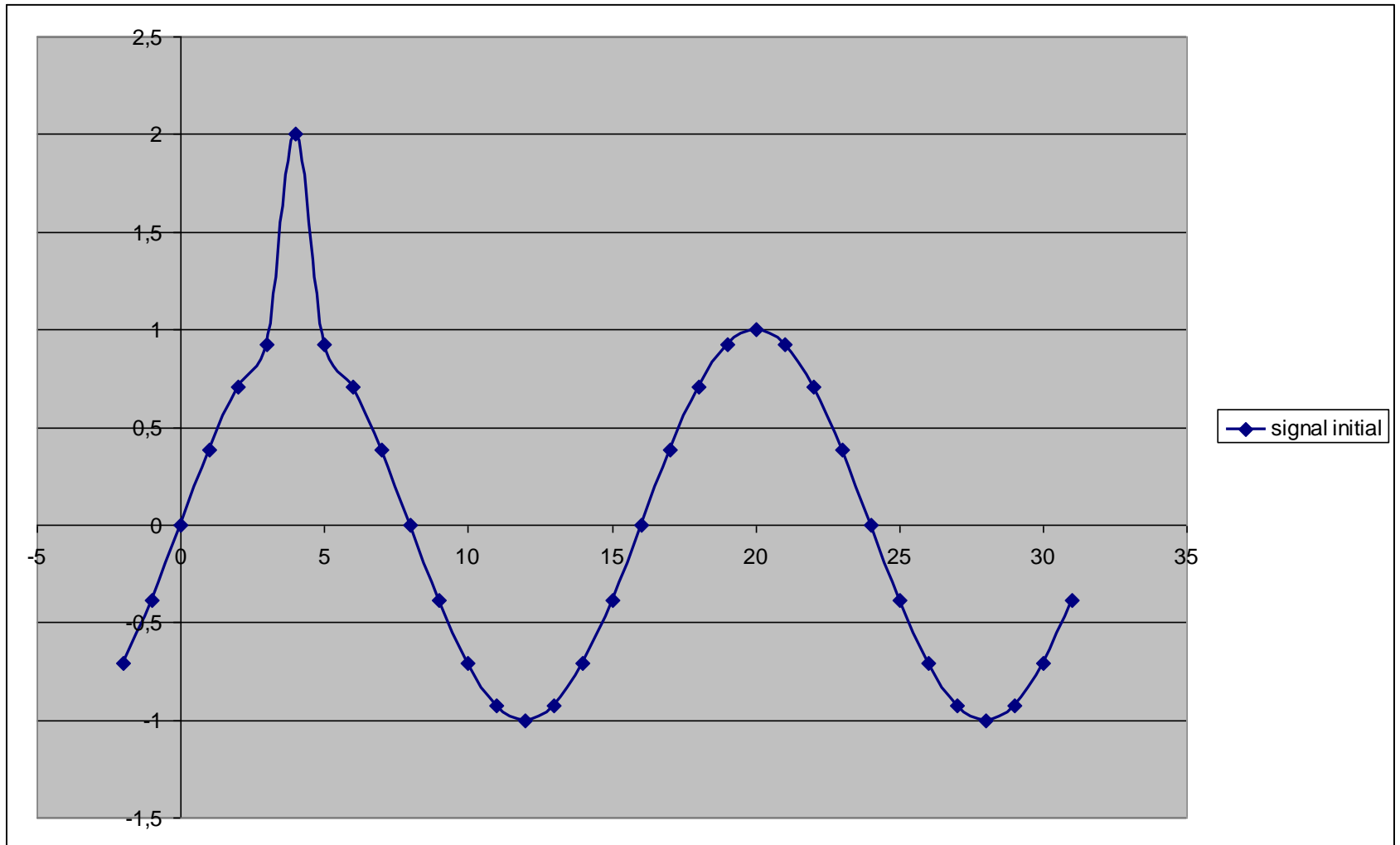
= 20 m de câble!!!



Autre exemple: un filtre numérique

(En numérique, on peut faire du filtrage comme en analogique).

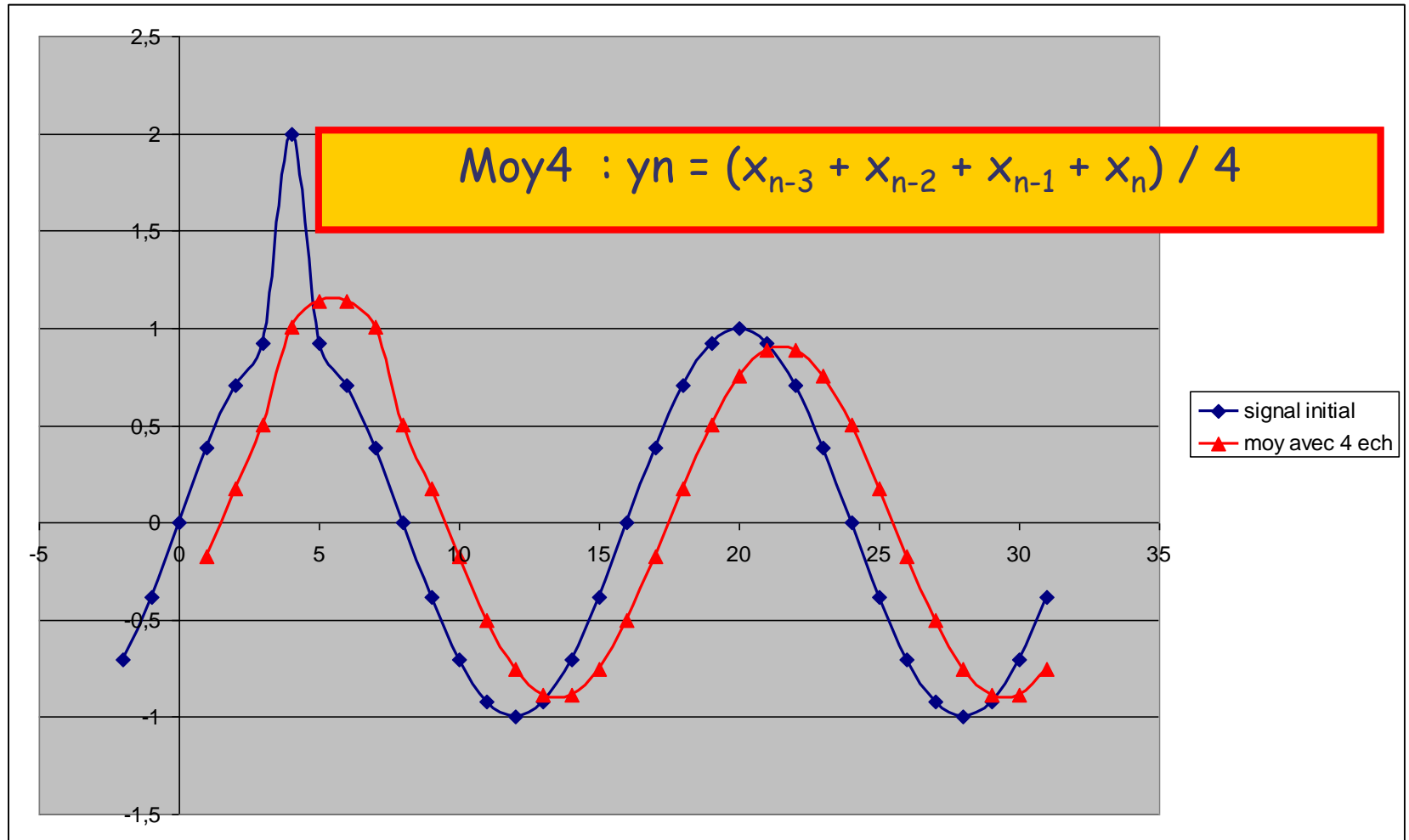
Le Filtre à moyenne mobile (filtre MA, Moving Average) Filtre passe bas



Autre exemple: un filtre numérique

(En numérique, on peut faire du filtrage comme en analogique).

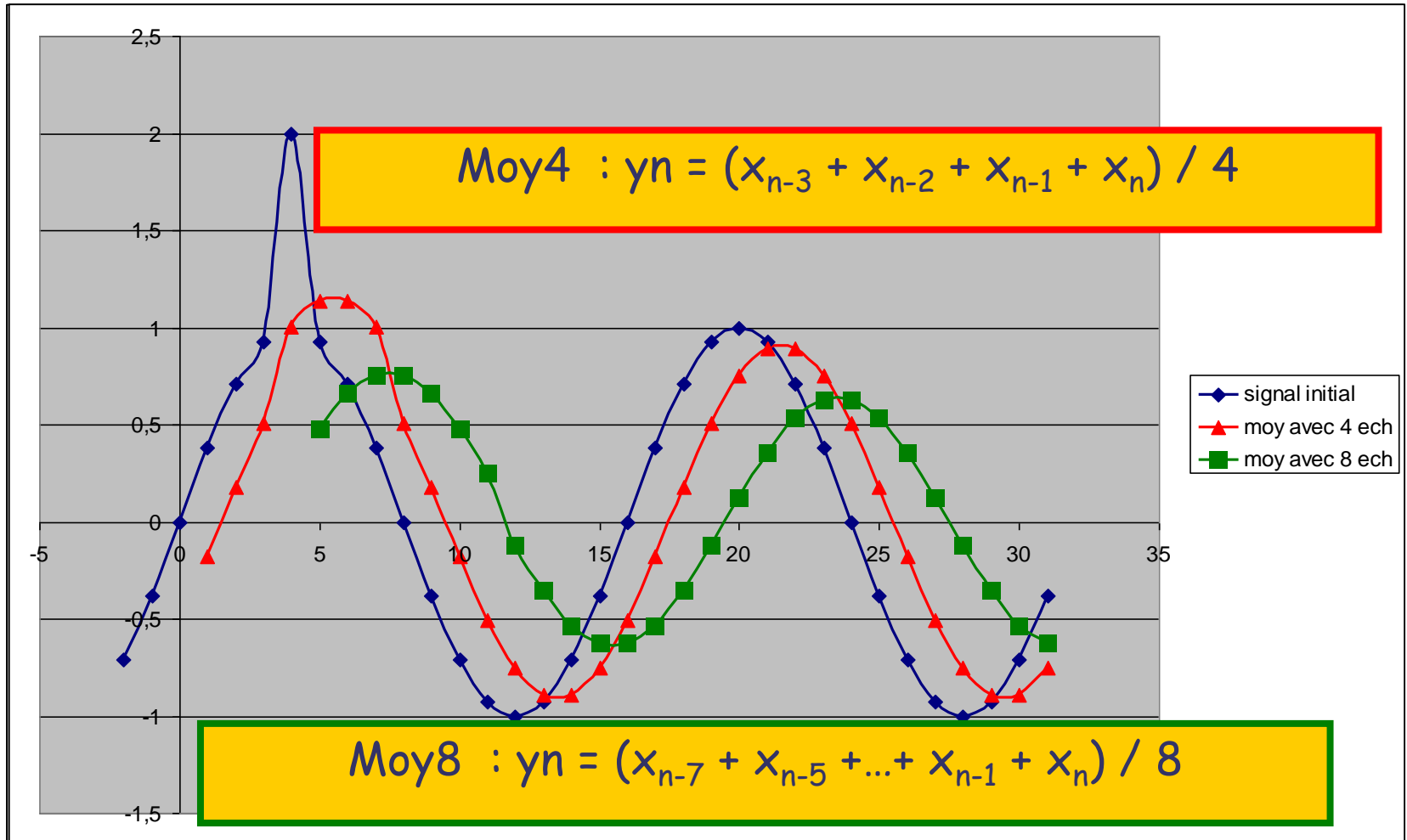
Le Filtre à moyenne mobile (filtre MA, Moving Average) Filtre passe bas



Autre exemple: un filtre numérique

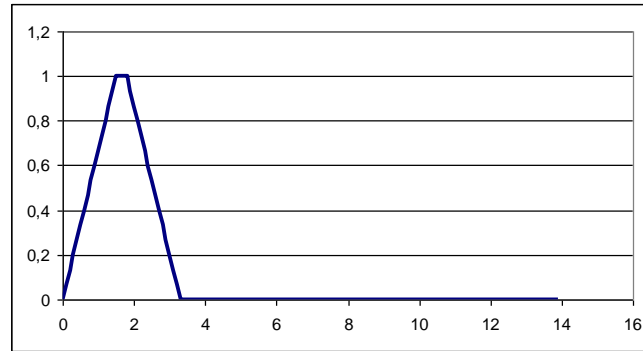
(En numérique, on peut faire du filtrage comme en analogique).

Le Filtre à moyenne mobile (filtre MA, Moving Average) Filtre passe bas



Autre exemple: Le filtre trapézoïdale (Gated integrator)

Ce type de filtre est très utilisé dans la mesure d'énergie.



Bruit :

presque optimal, dépend de la largeur du plateau


Empilements :

excellentes performances

Déficit balistique :

rigoureusement insensible (durée de plateau > variation balistique)

Commentaires :

Filtre de réalisation très aisée en numérique. Il représente, en numérique, l'équivalent du $CR(RC)^4$ analogique. 

$$CEB = 1,075 \rightarrow 1,15 \cdot CEB_{\infty}$$

Suivant largeur du plateau

Conclusion

