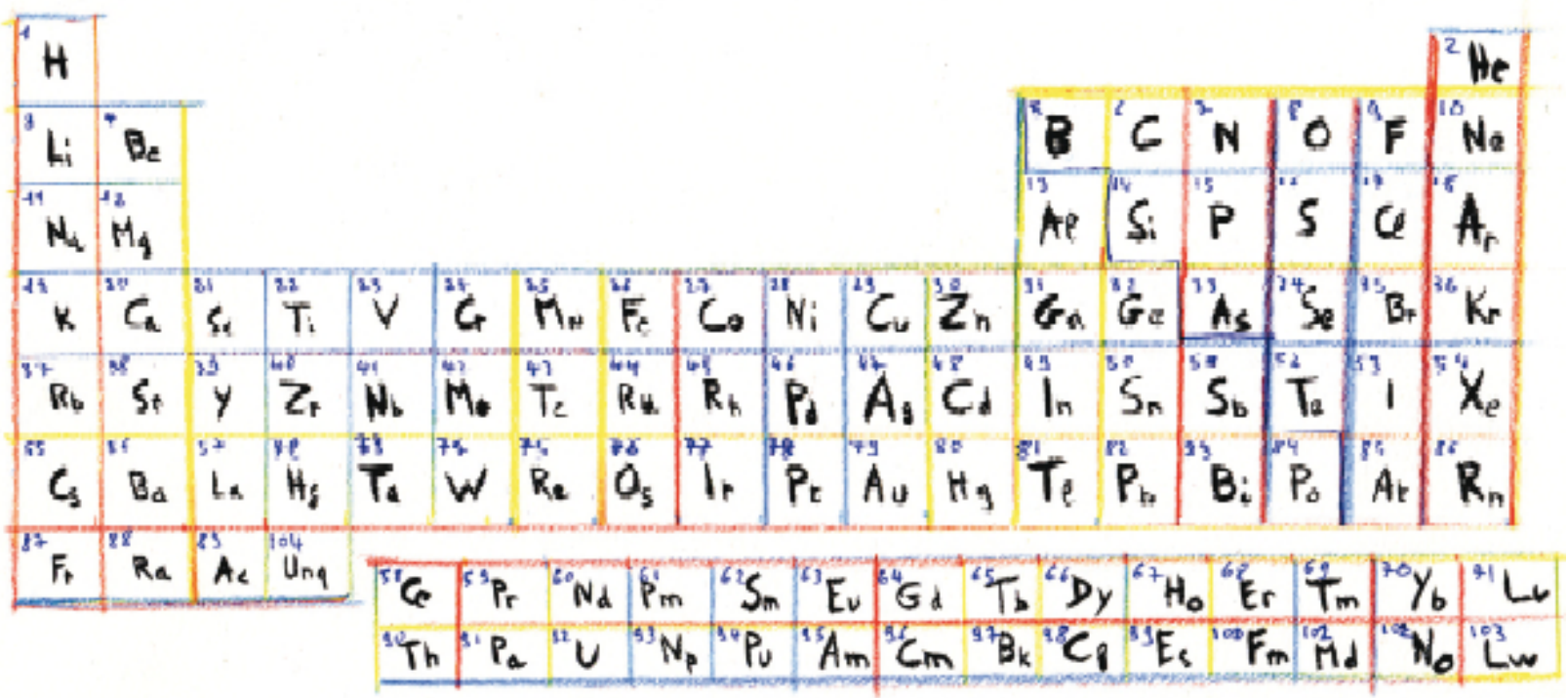
Comprendre l'infiniment petit (1)

Sébastien Descotes-Genon

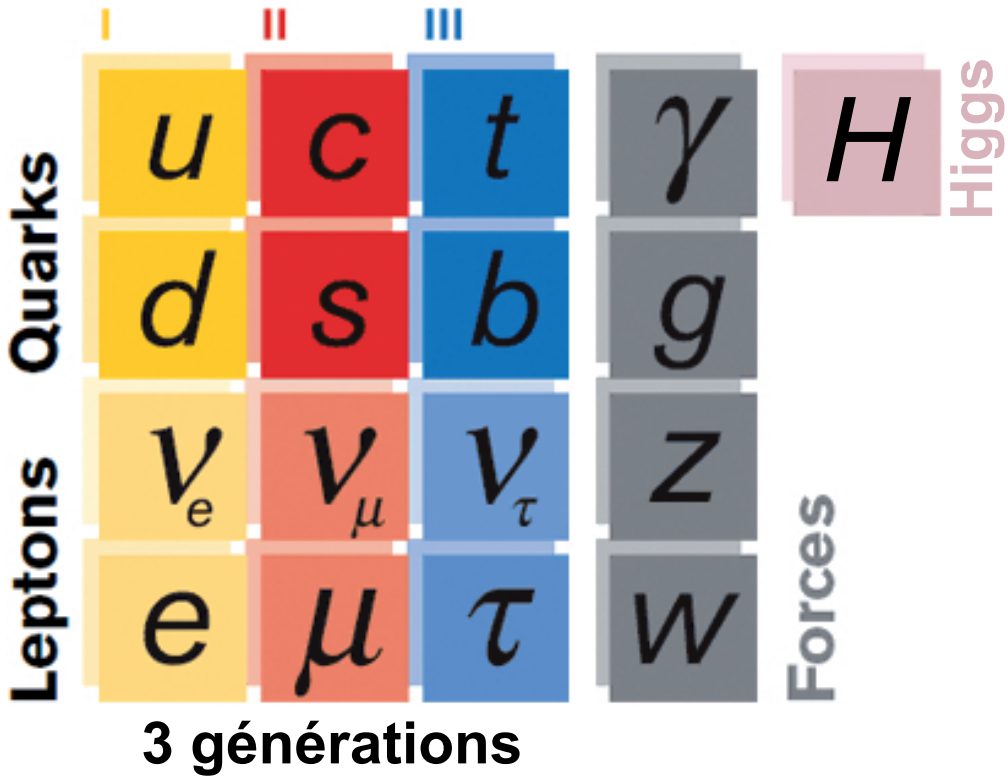
IJCLab, CNRS & Université Paris-Saclay, Orsay, France

Orsay, 12 juillet 2023

D'une démarche analytique…



. . . à une autre, un siècle plus tard



Comprendre l'infiniment petit

- 1er cours : Ce qu'est une particule, ce qu'est une interaction
- 2ème cours : Electromagnétisme et interaction forte
- 3ème cours : Interaction faible, Higgs et ce qui reste à trouver
- Cours de Samira Hassani sur les neutrinos

Comprendre l'infiniment petit

- 1er cours : Ce qu'est une particule, ce qu'est une interaction
- 2ème cours : Electromagnétisme et interaction forte
- 3ème cours : Interaction faible, Higgs et ce qui reste à trouver
- Cours de Samira Hassani sur les neutrinos

Cette théorie décrit la Nature d'une façon absurde si nous suivons notre bon sens. Et elle est en parfait accord avec l'expérience. Donc j'espère que vous allez accepter la Nature telle qu'elle est. Absurde.

Richard Feynman (1918-1988)

Physique des particules

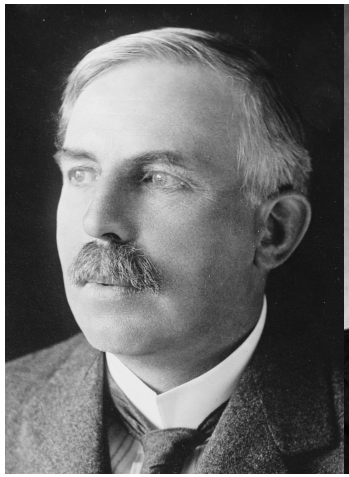
Au fond, de quoi la matière est-elle constituée ?

- Antiquité (philosophe grec)
  air, eau, terre, feu ou atomes ?
- 18-19ème siècle (chimiste)
  molécules faites d'atomes
- 19-20ème siècle
  (physicien(ne) atomique & nucléaire)
  électrons et noyaux atomiques
- 21ème siècle
  (physicien(ne) des particules)
  particules élémentaires

Démocrite

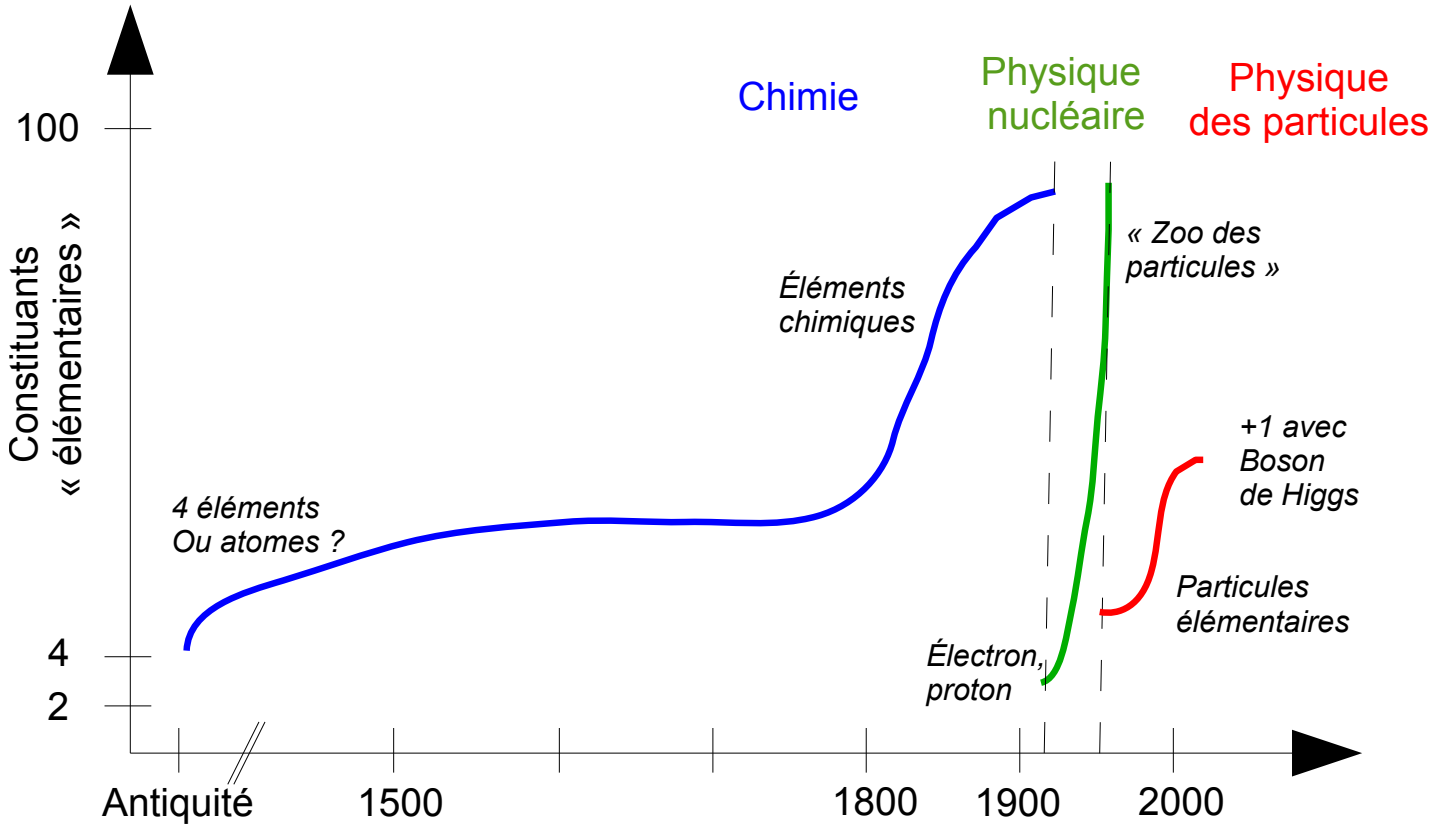
Lavoisier

Rutherford



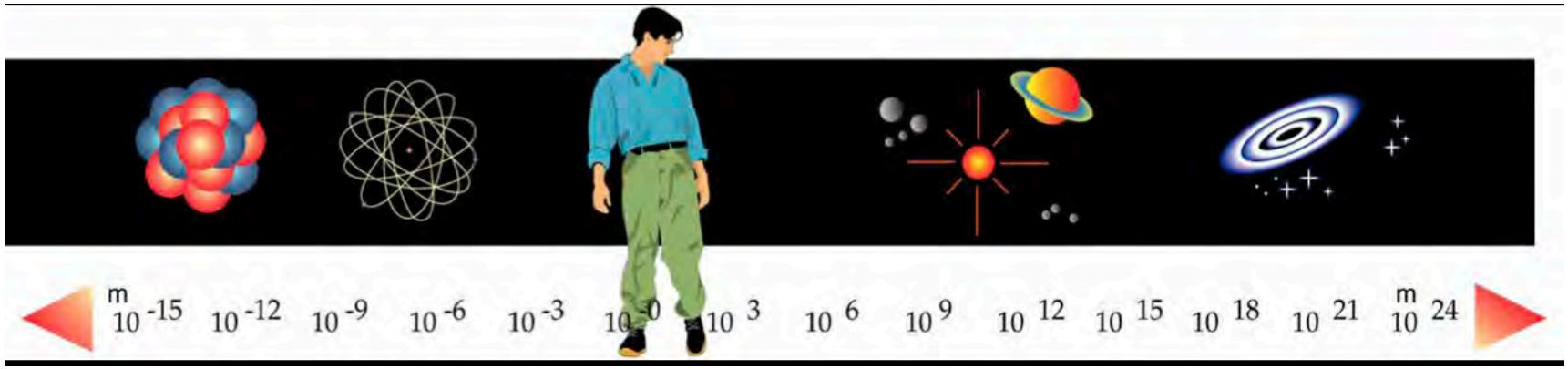
Weinberg

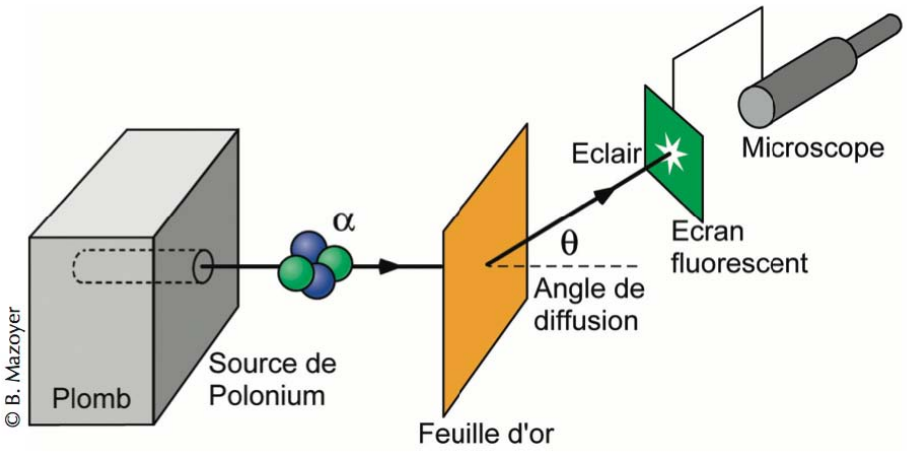
A la bourse des particules élémentaires



- les ”krachs” ne sont pas rares. . .
- . . . du fait de changements de paradigmes (évolution de la notion de constituants élémentaires)

Monter en énergie, diminuer en taille





- sonder sur des distances plus petites
- c'est sonder avec des particules d'énergie de plus en plus élevée
- photons de plus en plus énergétiques (UV, X, γ)

- ou d'autres projectiles déviés par constituants
  - 1909: Geiger, Marsden, Rutherford "voient" le noyau avec α sur atome d'or
  - 1968: SLAC (Stanford) "voit" les quarks avec *e* sur protons et neutrons

Quelques ordres de grandeur

E: accélération d'un électron soumis à 1 volt de différence de potentiel

1 electron-volt: 1 eV=$1.6 \cdot 10^{-19} J$

Energie thermique d'une molécule	0.04 eV
Lumière visible	1.5-3.5 eV
Energie de dissociation NaCl en ions	4.2 eV
Energie d'ionisation d'un atome d'hydrogène	13.6 eV
Energie d'un électron frappant un écran cathodique	20 keV
Rayons X pour la médecine	0.2 MeV
Rayonnements nucléaires (α, β, γ)	1-10 MeV
Energie de masse d'un proton	1 GeV
Énergie de collision au LHC	7-14 TeV
Rayons cosmiques	1 MeV à 1000 TeV

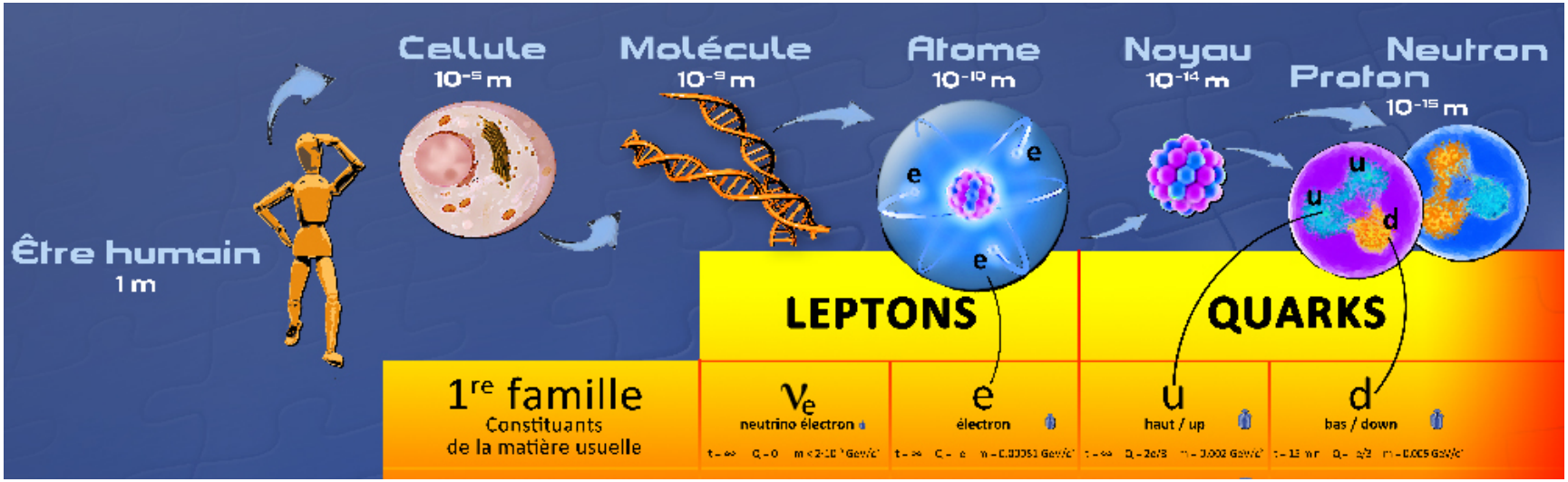
1 MeV = 10^6 eV, 1 GeV = 10^9 eV, 1 TeV = 10^{12} eV

Unités "naturelles": Cte de Planck $\hbar =$ vitesse de la lumière $c = 1$:

$\Longrightarrow$1 eV=$1/(0.2\ \mu m) = 10^{-36} kg = 1/(0.7\ fs)$

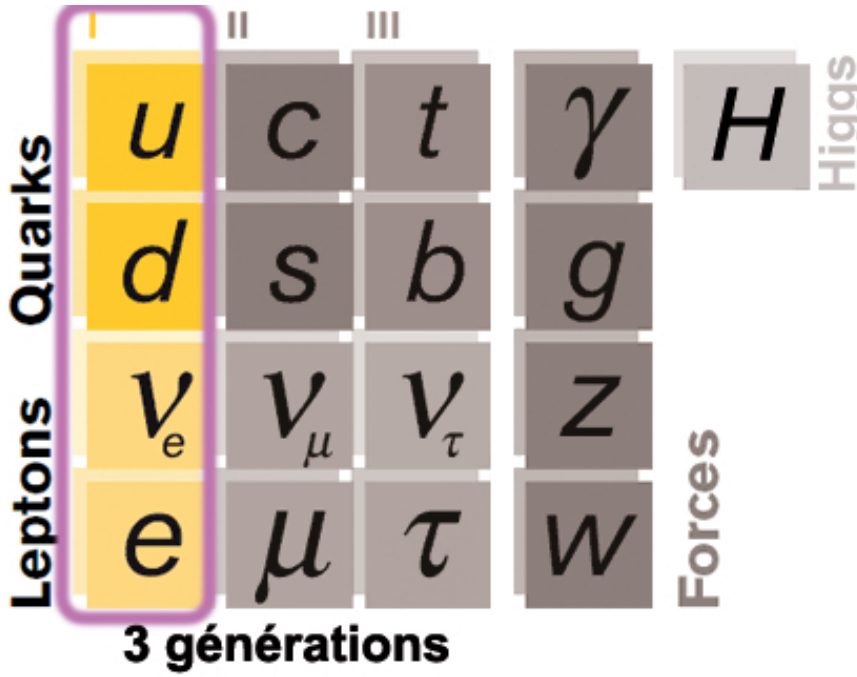
La matière

La matière ordinaire



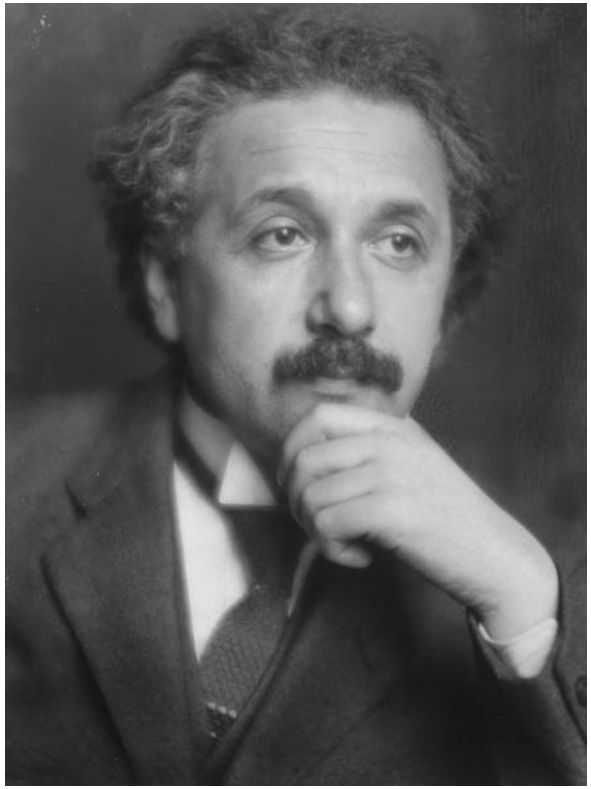
- Quarks: constituants des protons (uud) et neutrons (udd)
- Électrons: liaisons chimiques, électricité
- Neutrino: désintégrations radioactives: $n \to pe^- \bar{\nu}_e$ (15 min)

Mais E augmentant, des surprises avec cette approche analytique…



Réconcilier deux célèbres adversaires

Albert Einstein



Relativité restreinte

(Poincaré, Lorentz. . .)

c vitesse de la lumière (v max)

objets rapides

Niels Bohr

Mécanique quantique

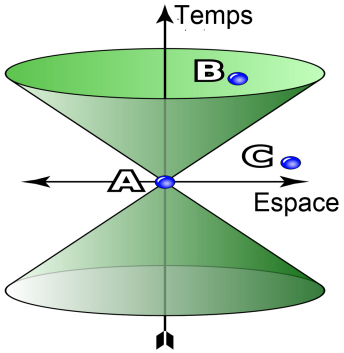
(Schrödinger, Heisenberg. . .)

h quantum d'action ($E \cdot t$ min)

tps brefs et/ou petites énergies

. . . défiant le sens commun

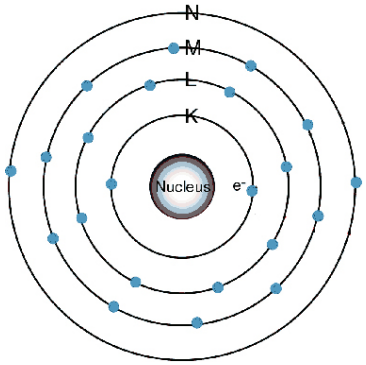
Relativité restreinte



- Espace et temps reliés
- Loi de composition des vitesses modifiée
- Simultanéité dépendant du référentiel, notion de causalité à modifier
- Equivalence entre énergie et matière $E = mc^2$

Plus de temps, d'espace absolus

Mécanique quantique



- Processus discontinus (ΔE niveaux atomiques)
- Etats qu'on peut superposer (chat de Schrödinger)
- Probabilités (être dans un état, changer d'état)
- Principe d'incertitude d'Heisenberg

Plus de déterminisme classique

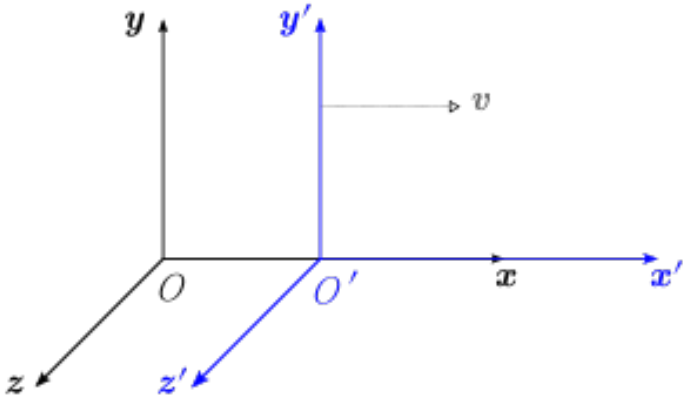
ABC de relativité restreinte (1)

- Lois de la nature identiques dans tous refs. en déplacement uniforme les uns par rapport aux autres (référentiels galiléens)
- Vitesse de la lumière identique dans tous les référentiels galiléens

ABC de relativité restreinte (1)

- Lois de la nature identiques dans tous refs. en déplacement uniforme les uns par rapport aux autres (référentiels galiléens)
- Vitesse de la lumière identique dans tous les référentiels galiléens

- En plus des rotations, boosts
  reliant deux référentiels galiléens avec vitesse relative v



$$x' = \gamma[x - \beta c \cdot t], \qquad ct' = \gamma[c \cdot t - \beta x]$$
$$y' = y, \qquad z' = z$$

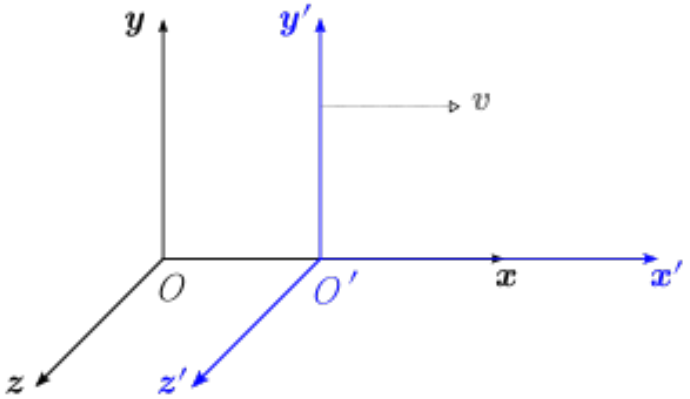
avec $\beta = v/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

[Unité “naturelle”: $c = 1$]

ABC de relativité restreinte (1)

- Lois de la nature identiques dans tous refs. en déplacement uniforme les uns par rapport aux autres (référentiels galiléens)
- Vitesse de la lumière identique dans tous les référentiels galiléens

- En plus des rotations, boosts
  reliant deux référentiels galiléens avec vitesse relative v



$$x' = \gamma[x - \beta c \cdot t], \qquad ct' = \gamma[c \cdot t - \beta x]$$
$$y' = y, \qquad z' = z$$

avec $\beta = v/c$ et $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$
[Unité “naturelle”: $c = 1$]

- boosts et rotations : transformations de Lorentz
- plus de temps et d’espace indépendants
- dilatation des temps, contraction des longueurs
- notion de référentiel propre (au repos) de la particule

ABC de relativité restreinte (2)

Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot \mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ $\quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$

- Transformations de Lorentz $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ $\quad (\sum$ sur indices répétés)

ABC de relativité restreinte (2)

Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot \mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ $\quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$

- Transformations de Lorentz $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$ $\quad (\sum$ sur indices répétés)
  - Sous un boost

$$(c{\cdot}\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (\gamma[c{\cdot}\mathrm{t} - \beta\mathrm{x}])^2 - (\gamma[\mathrm{x} - \beta c{\cdot}\mathrm{t}])^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 = (c{\cdot}\mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

ABC de relativité restreinte (2)

Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot \mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ $\quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$

- Transformations de Lorentz $x'^\mu = \Lambda^\mu_{\ \nu} x^\nu$ $\quad (\sum$ sur indices répétés)
  - Sous un boost

$$(c\cdot \mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (\gamma[c\cdot \mathrm{t} - \beta \mathrm{x}])^2 - (\gamma[\mathrm{x} - \beta c\cdot \mathrm{t}])^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 = (c\cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

  - Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2$ et t

$$(c\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (c \cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

ABC de relativité restreinte (2)

Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot \mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})$ $\quad (\mu = 0, 1, 2, 3)$

- Transformations de Lorentz $x'^\mu = \Lambda^\mu_{\ \nu} x^\nu$ $\quad (\sum$ sur indices répétés)
  - Sous un boost

$$(c{\cdot}\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (\gamma[c{\cdot}\mathrm{t} - \beta\mathrm{x}])^2 - (\gamma[\mathrm{x} - \beta c{\cdot}\mathrm{t}])^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 = (c{\cdot}\mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

  - Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2$ et t

$$(c\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (c \cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

- Tfs de Lorentz laissent invariant l'intervalle d'espace-temps

$$\begin{aligned} x^2 &= (c \cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 \qquad g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1) \\ &= x^\mu x_\mu = x^\mu x^\nu g_{\mu\nu} \qquad x_\mu = g_{\mu\nu} x^\nu = (c \cdot \mathrm{t}, -\mathrm{x}, -\mathrm{y}, -\mathrm{z}) \end{aligned}$$

ABC de relativité restreinte (2)

Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot \mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}) \qquad (\mu = 0, 1, 2, 3)$

- Transformations de Lorentz $x'^\mu = \Lambda^\mu_{\ \nu} x^\nu$ ($\sum$ sur indices répétés)
  - Sous un boost

$$(c{\cdot}\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (\gamma[c{\cdot}\mathrm{t} - \beta\mathrm{x}])^2 - (\gamma[\mathrm{x} - \beta c{\cdot}\mathrm{t}])^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 = (c{\cdot}\mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

  - Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = \mathrm{x}^2 + \mathrm{y}^2 + \mathrm{z}^2$ et t

$$(c\mathrm{t}')^2 - \mathrm{x}'^2 - \mathrm{y}'^2 - \mathrm{z}'^2 = (c \cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2$$

- Tfs de Lorentz laissent invariant l'intervalle d'espace-temps

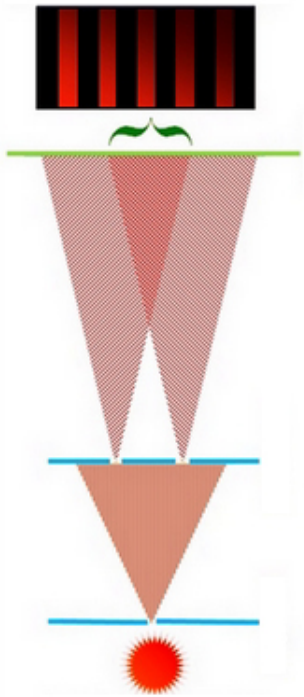
$$\begin{aligned} x^2 &= (c \cdot \mathrm{t})^2 - \mathrm{x}^2 - \mathrm{y}^2 - \mathrm{z}^2 \qquad & g_{\mu\nu} &= \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1) \\ &= x^\mu x_\mu = x^\mu x^\nu g_{\mu\nu} & x_\mu &= g_{\mu\nu} x^\nu = (c \cdot \mathrm{t}, -\mathrm{x}, -\mathrm{y}, -\mathrm{z}) \end{aligned}$$

Quadrivecteur impulsion $p^\mu = (E/c, p_x, p_y, p_z)$

- Nouvel invariant: $p^2 = p^\mu p_\mu = E^2/c^2 - \vec{p}^2 = m^2 c^2$ ... la masse !
- Equivalence entre masse et énergie (conversion matière/énergie)

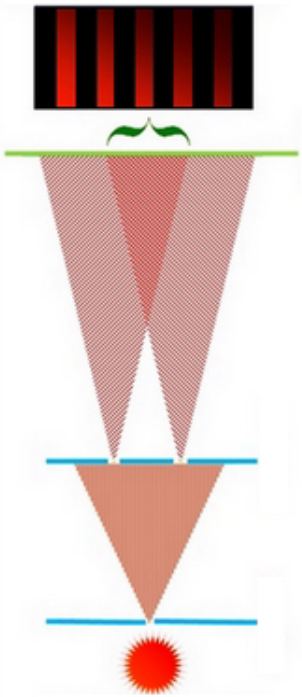
ABC de mécanique quantique (1)

- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young
  - Particule: explication de l'effet photoélectrique



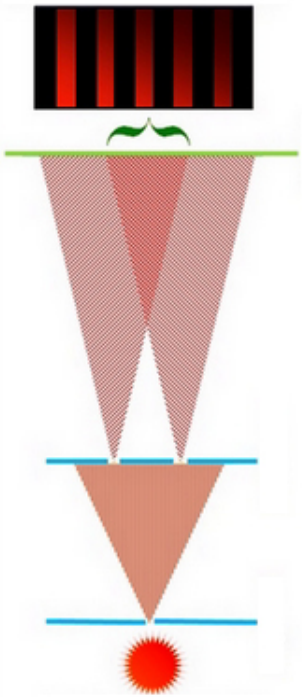
ABC de mécanique quantique (1)

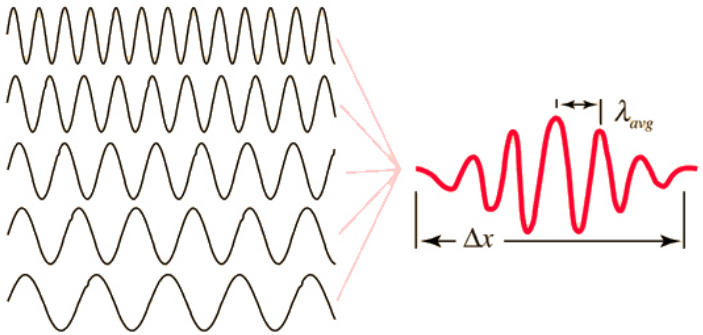
- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young
  - Particule: explication de l'effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité A complexe
  - Proba de présence ($\equiv$ intensité) donnée par $|A|^2$
  - $P(X \to Y) = |\sum_{\mathcal{C}\ \text{chemin X}\to\text{Y}} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes $\langle Y|X\rangle_{\mathcal{C}}$
  - Principe d'incertitude d'Heisenberg $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$



ABC de mécanique quantique (1)

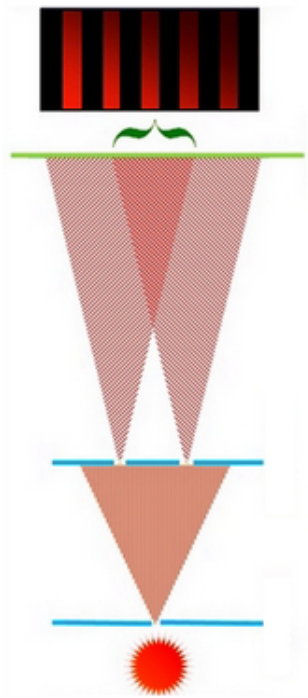
- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young
  - Particule: explication de l'effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité A complexe
  - Proba de présence ($\equiv$ intensité) donnée par $|A|^2$
  - $P(X \to Y) = |\sum_{\mathcal{C}\ \text{chemin}\ X \to Y} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes $\langle Y|X\rangle_{\mathcal{C}}$
  - Principe d'incertitude d'Heisenberg $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$
- Toute particule décrite par une superposition d'ondes planes $e^{i(Et-\vec{p}\cdot\vec{x})}$ avec $p = h/\lambda, E = h\nu$





ABC de mécanique quantique (2)

- Dualité onde/particule (particule = paquet d'onde)

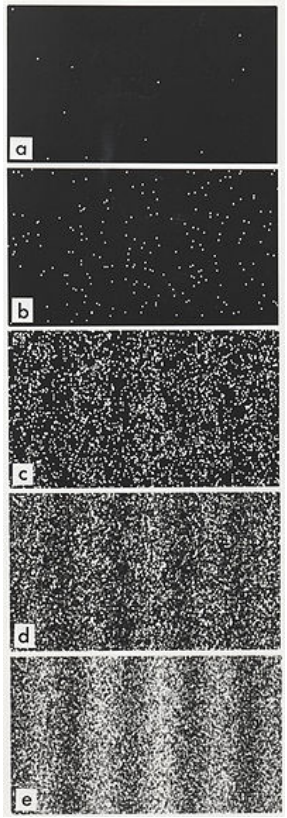


ABC de mécanique quantique (2)

- Dualité onde/particule (particule = paquet d'onde)
- Etat décrit par un vecteur $|\psi\rangle$
- Probabilité de présence $|\psi(\vec{r})|^2$ avec amplitude de probabilité $\psi(\vec{r}) = \langle r|\psi\rangle$
- Observables: opérateurs sur ce vecteur d'état

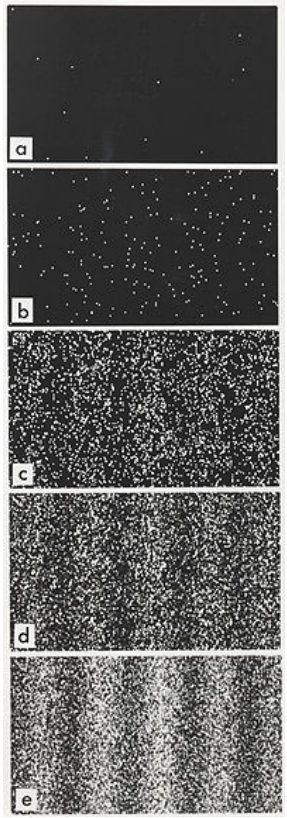
$$\hat{H} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad \hat{p} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = -i\hbar\vec{\nabla}$$

[Unité "naturelle" $\hbar = 1$]



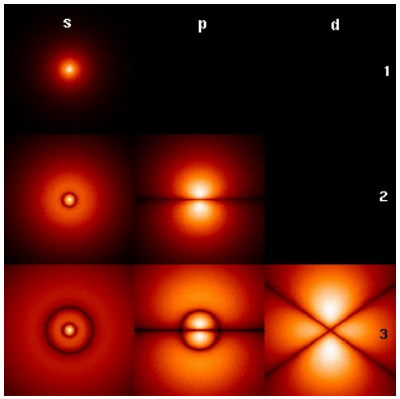
ABC de mécanique quantique (2)

- Dualité onde/particule (particule = paquet d'onde)
- Etat décrit par un vecteur $|\psi\rangle$
- Probabilité de présence $|\psi(\vec{r})|^2$ avec amplitude de probabilité $\psi(\vec{r}) = \langle r|\psi\rangle$
- Observables: opérateurs sur ce vecteur d'état



$$\hat{H} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad \hat{p} = -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = -i\hbar\vec{\nabla}$$

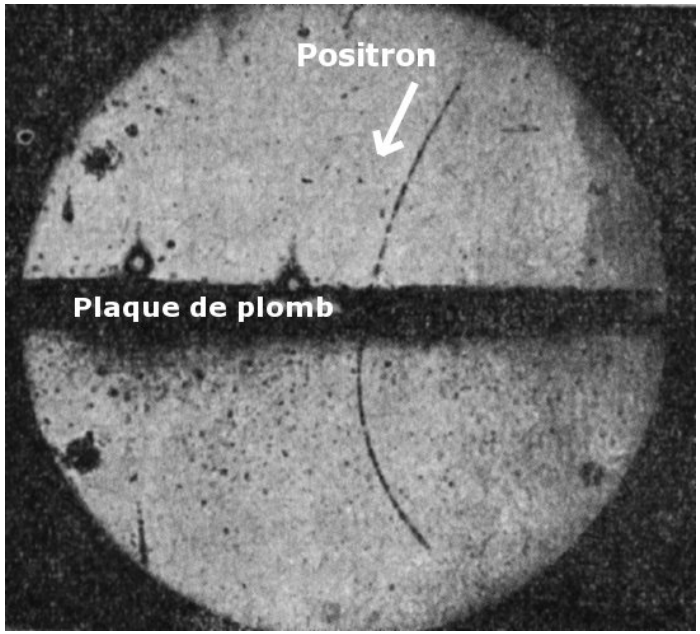
[Unité "naturelle" $\hbar = 1$]



Equation de Schrödinger

$$\frac{\vec{p}^2}{2m} + V(r) = E \longrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi + V(r)\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi$$

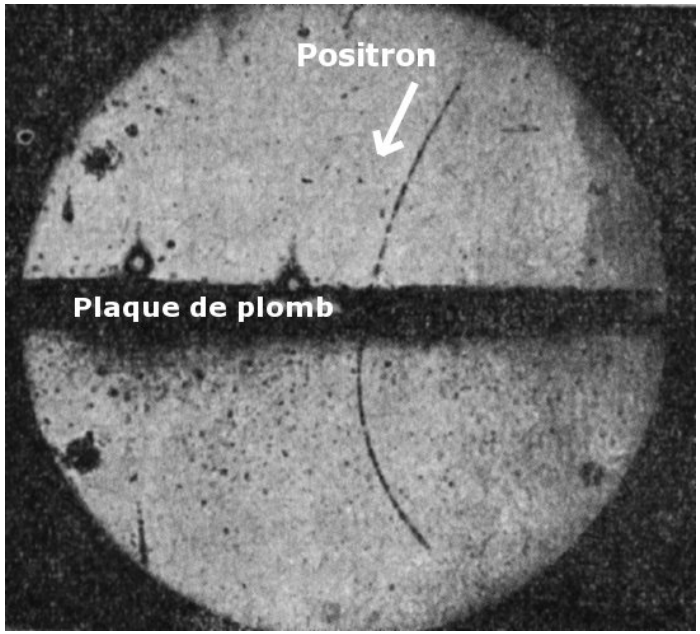
Les antiparticules



Anderson (1932): rayons cosmiques

- Chambre de Wilson remplie de vapeur d'eau avec $\vec{B}$
- Des gouttes d'eau se forment sur le passage des particules chargées
- Même masse qu'un électron, mais charge opposée : positron

Les antiparticules

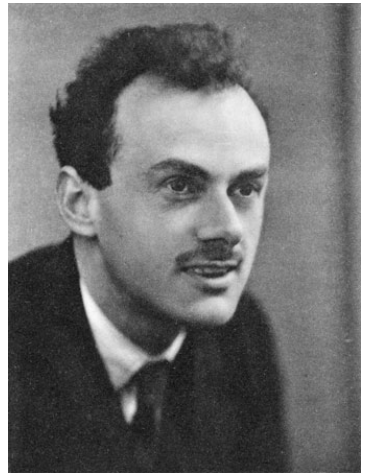


Anderson (1932): rayons cosmiques

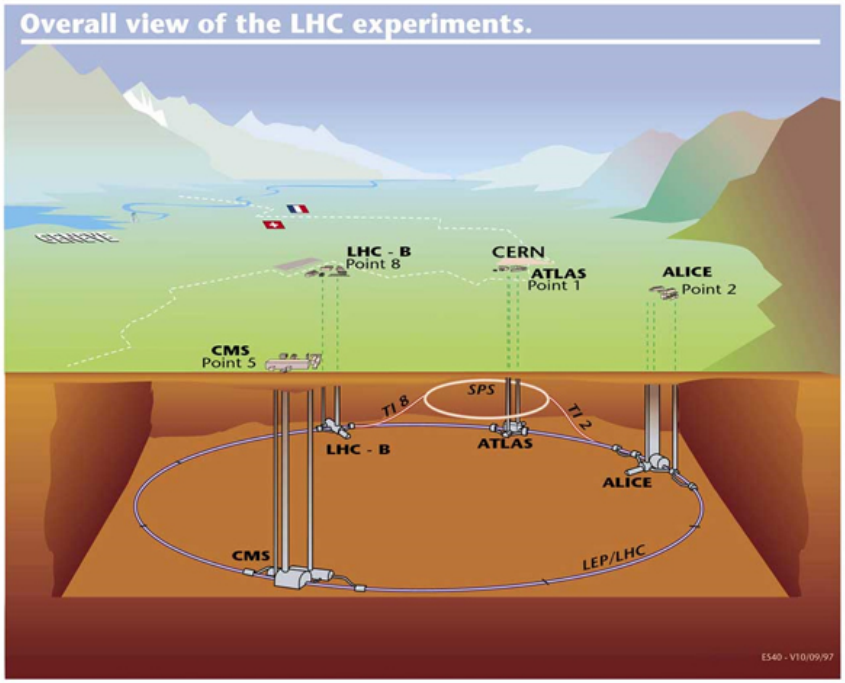
- Chambre de Wilson remplie de vapeur d'eau avec $\vec{B}$
- Des gouttes d'eau se forment sur le passage des particules chargées
- Même masse qu'un électron, mais charge opposée : positron

Dirac (1928): équation pour décrire l'électron

- Mécanique Quantique + Relativité restreinte
  $$E = p^2/(2m_e) \rightarrow E^2 = p^2c^2 + m_e^2c^4$$
- Solution $E < 0$ vue comme anti-particule
- Permet l'équivalence Énergie ($E = 2m_ec^2$)
  $\leftrightarrow$ Masse (paire particule/antiparticule)
- De nouvelles particules dans des collisions ?



On ne casse plus, on crée

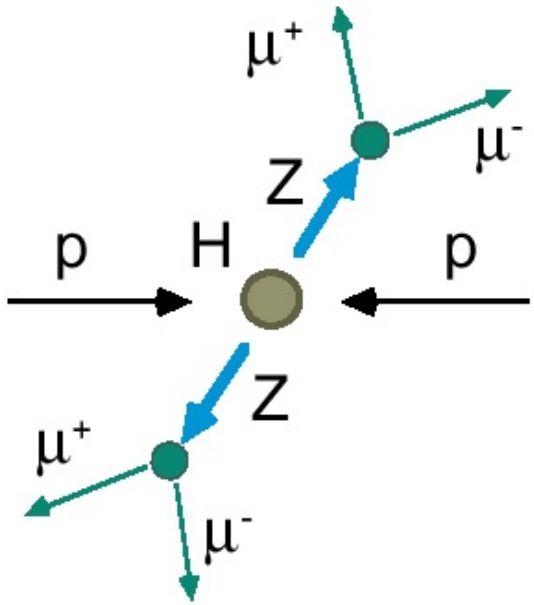


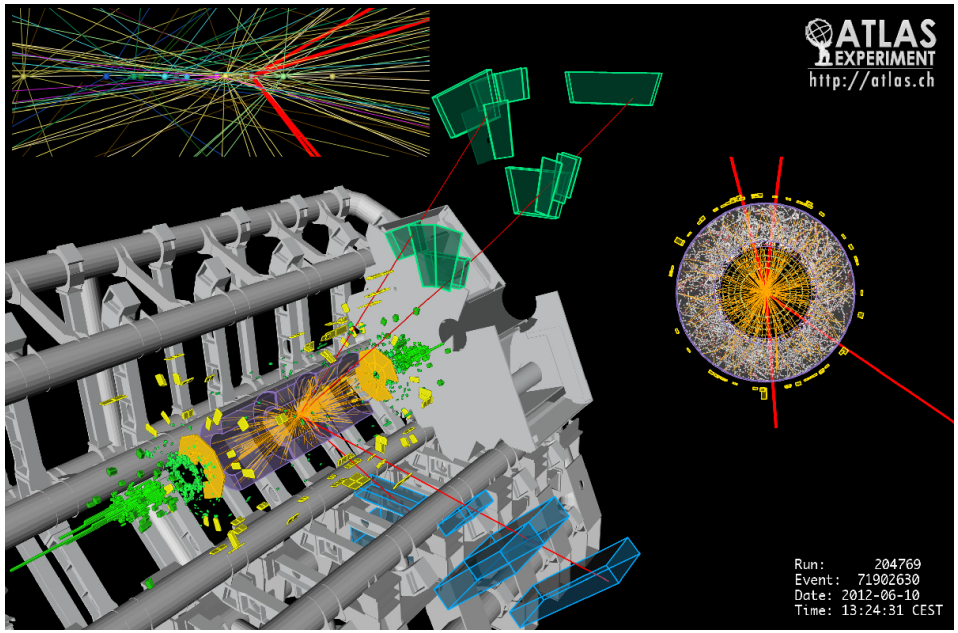
- Relativité: équiv.masse/énergie, création et annihilation matière
  $\Longrightarrow$Création de particules lors de collisions, et désintégration
- Mécanique quantique : probabilités comme modules d'amplitudes complexes, principe de superposition, interférences
  $\Longrightarrow$Accumulation de nombreux évenènements nécessaire

Illustration avec ATLAS

Analyser et interpréter

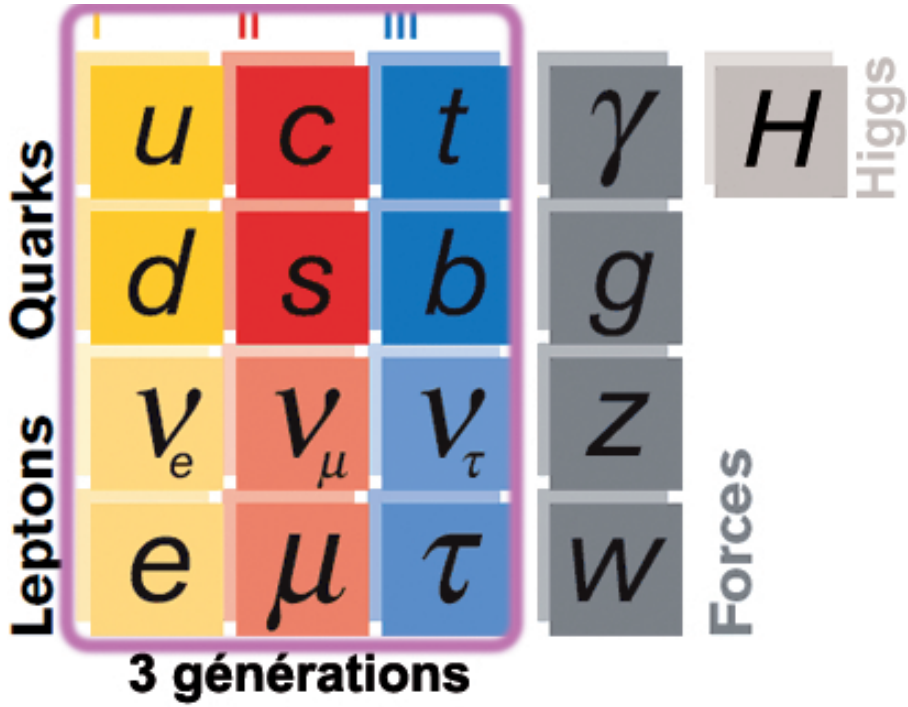
- Particules créées étudiées via une cascade de désintégrations
- Reconstruction en suivant les trajectoires
- Lois de conservations (énergie-impulsion, charge électrique...)
- Certaines particules ne sont pas détectées (neutrinos...)





- Sélection des évènements pour éliminer bruits de fond
- Reste à interpréter en s'appuyant sur la théorie

Les trois générations



- Dans les rayons cosmiques (’30), puis accélérateurs de particules
- Copies de la première famille (charge électrique…) sauf masses !
  top t 60 000 fois plus lourd que up u ($\simeq$ atome d’or)
- Créées en paires particule-antipart. dans collisions $E > 2m_q c^2$
- Instables (sauf ν’s): t se désintègre en quelques 10^{-25} secondes
  $t \to be^+\nu$ (99.8%), $t \to se^+\nu$ (0.15%), $t \to de^+\nu$ (6×10^{-5})…

Carte d'identité d'une particule

- Masse
- Spin (moment angulaire intrinsèque)
- Charge(s)
- Temps de vie et modes de désintégration

Citation: J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), PR **D86**, 010001 (2012) (URL: http://pdg.lbl.gov)

τ

$J = \frac{1}{2}$

τ discovery paper was PERL 75. $e^+e^- \to \tau^+\tau^-$ cross-section threshold behavior and magnitude are consistent with pointlike spin-1/2 Dirac particle. BRANDELIK 78 ruled out pointlike spin-0 or spin-1 particle. FELDMAN 78 ruled out $J = 3/2$. KIRKBY 79 also ruled out J=integer, $J = 3/2$.

τ MASS

VALUE (MeV)	*EVTS*	*DOCUMENT ID*		*TECN*	*COMMENT*
1776.82±0.16 OUR AVERAGE					
$1776.68 \pm 0.12 \pm 0.41$	682k	[1] AUBERT	09AK	BABR	423 fb^{-1}, E^{ee}_{cm}=10.6 GeV
$1776.81^{+0.25}_{-0.23} \pm 0.15$	81	ANASHIN	07	KEDR	6.7 pb^{-1}, E^{ee}_{cm}= 3.54–3.78 GeV
$1776.61 \pm 0.13 \pm 0.35$		[1] BELOUS	07	BELL	414 fb^{-1} E^{ee}_{cm}=10.6 GeV
$1775.1 \pm 1.6 \pm 1.0$	13.3k	[2] ABBIENDI	00A	OPAL	1990–1995 LEP runs
$1778.2 \pm 0.8 \pm 1.2$		ANASTASSOV	97	CLEO	E^{ee}_{cm}= 10.6 GeV
$1776.96^{+0.18}_{-0.21} \pm^{0.25}_{0.17}$	65	[3] BAI	96	BES	E^{ee}_{cm}= 3.54–3.57 GeV
$1776.3 \pm 2.4 \pm 1.4$	11k	[4] ALBRECHT	92M	ARG	E^{ee}_{cm}= 9.4–10.6 GeV
$1783 \pm^{3}_{4}$	692	[5] BACINO	78B	DLCO	E^{ee}_{cm}= 3.1–7.4 GeV
• • • We do not use the following data for averages, fits, limits, etc. • • •					
$1777.8 \pm 0.7 \pm 1.7$	35k	[6] BALEST	93	CLEO	Repl. by ANASTASSOV 97
$1776.9 \pm^{0.4}_{0.5} \pm 0.2$	14	[7] BAI	92	BES	Repl. by BAI 96

Citation: J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), PR **D86**, 010001 (2012) (URL: http://pdg.lbl.gov)

Modes with one charged particle

Γ_1	particle$^- \geq 0$ neutrals $\geq 0 K^0 \nu_\tau$ ("1-prong")		(85.35 ±0.07) %	S=1.3
Γ_2	particle$^- \geq 0$ neutrals $\geq 0 K^0_L \nu_\tau$		(84.71 ±0.08) %	S=1.3
Γ_3	$\mu^- \overline{\nu}_\mu \nu_\tau$	[a]	(17.41 ±0.04) %	S=1.1
Γ_4	$\mu^- \overline{\nu}_\mu \nu_\tau \gamma$	[b]	(3.6 ±0.4) $\times 10^{-3}$	
Γ_5	$e^- \overline{\nu}_e \nu_\tau$	[a]	(17.83 ±0.04) %	
Γ_6	$e^- \overline{\nu}_e \nu_\tau \gamma$	[b]	(1.75 ±0.18) %	
Γ_7	$h^- \geq 0 K^0_L \nu_\tau$		(12.06 ±0.06) %	S=1.2
Γ_8	$h^- \nu_\tau$		(11.53 ±0.06) %	S=1.2
Γ_9	$\pi^- \nu_\tau$	[a]	(10.83 ±0.06) %	S=1.2
Γ_{10}	$K^- \nu_\tau$	[a]	(7.00 ±0.10) $\times 10^{-3}$	S=1.1
Γ_{11}	$h^- \geq 1$ neutrals ν_τ		(37.10 ±0.10) %	S=1.2
Γ_{12}	$h^- \geq 1 \pi^0 \nu_\tau$ (ex.K^0)		(36.57 ±0.10) %	S=1.2
Γ_{13}	$h^- \pi^0 \nu_\tau$		(25.95 ±0.09) %	S=1.1
Γ_{14}	$\pi^- \pi^0 \nu_\tau$	[a]	(25.52 ±0.09) %	S=1.1
Γ_{15}	$\pi^- \pi^0$ non-$\rho(770) \nu_\tau$		(3.0 ±3.2) $\times 10^{-3}$	
Γ_{16}	$K^- \pi^0 \nu_\tau$	[a]	(4.29 ±0.15) $\times 10^{-3}$	
Γ_{17}	$h^- \geq 2 \pi^0 \nu_\tau$		(10.87 ±0.11) %	S=1.2
Γ_{18}	$h^- 2\pi^0 \nu_\tau$		(9.52 ±0.11) %	S=1.1
Γ_{19}	$h^- 2\pi^0 \nu_\tau$ (ex.K^0)		(9.36 ±0.11) %	S=1.2
Γ_{20}	$\pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$ (ex.K^0)	[a]	(9.30 ±0.11) %	S=1.2

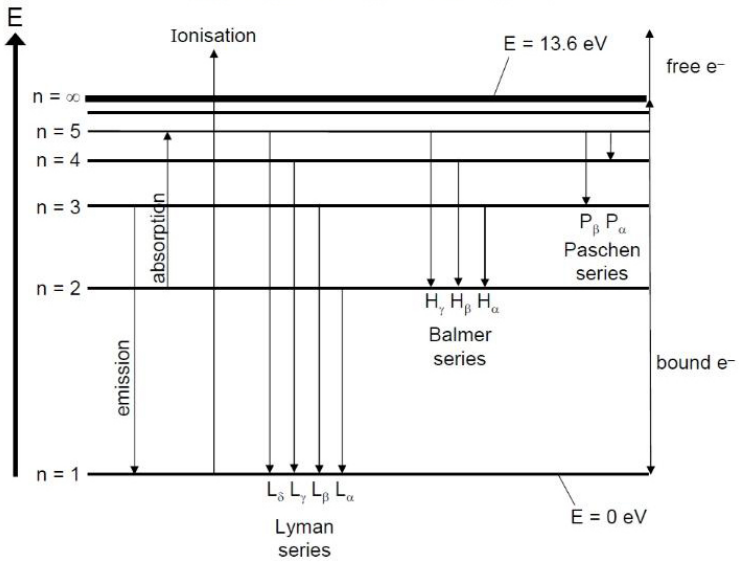
Comment décrire les particules

Champ classique (champ électromagnétique)

- Fonction de l'espace et du temps $\vec{E}(t, \vec{x})$, $\vec{B}(t, \vec{x})$
- Evolution de ce champ et de son interaction avec la matière

Mécanique quantique (oscillateur harmonique, atome d'hydrogène)

- Nombre de particules fixé
- Différentes excitations (niveaux d'E)
- Opérateurs de création et d'annihilation



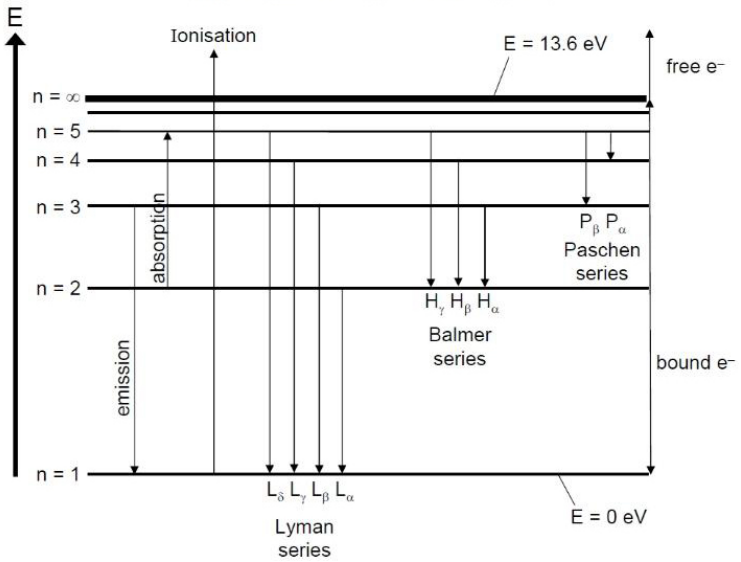
Comment décrire les particules

Champ classique (champ électromagnétique)

- Fonction de l'espace et du temps $\vec{E}(t, \vec{x})$, $\vec{B}(t, \vec{x})$
- Evolution de ce champ et de son interaction avec la matière

Mécanique quantique (oscillateur harmonique, atome d'hydrogène)

- Nombre de particules fixé
- Différentes excitations (niveaux d'E)
- Opérateurs de création et d'annihilation



Champ quantique (relativité + mécanique quantique)

- Somme d'opérateurs capable de créer ou d'annihiler une particule
- . . . avec une impulsion ou une position donnée
- . . . à partir d'un état donné (par exemple état fondamental)

$$\phi(x) = \int [d^4p][a_p e^{-ip\cdot x} + a_p^\dagger e^{ip\cdot x}] \qquad a_p^\dagger |0\rangle = |H(p)\rangle$$

Théorie quantique des champs

- description relativiste et quantique des particules élémentaires
- particule = excitation du champ (quantique) associé
- . . . qui se propage comme une vague se déplaçant sur la mer

- l'énergie d'une excitation utilisable pour exciter d'autres champs
- décrit les processus à nombre de particules variable

désintégration d'une particule en plusieurs plus légères,
annihilation et création de paires particules/antiparticules. . .

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 \Longrightarrow (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 \Longrightarrow (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

- Pour spin 1/2, équation de Dirac: $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$

  γ^μ pour être compatible avec $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$?

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 \Longrightarrow (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

- Pour spin 1/2, équation de Dirac: $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$

  γ^μ pour être compatible avec $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$?

$$(i\gamma^\nu\partial_\nu - m)\psi = 0$$

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 \Longrightarrow (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

- Pour spin 1/2, équation de Dirac: $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$

  γ^μ pour être compatible avec $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$?

  $(-i\gamma^\mu\partial_\mu - m)(i\gamma^\nu\partial_\nu - m)\psi = 0$ aboutit à $(\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\psi = 0$

Particules sans interactions

- En mécanique quantique $[\hbar = c = 1]$

$$\vec{p} \equiv -i\vec{\nabla} \quad E \equiv i\frac{\partial}{\partial t} \qquad E = \frac{\vec{p}^2}{2m} \Longrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}\Psi = -\frac{\vec{\nabla}^2}{2m}\Psi$$

- Généralisation relativiste? $[g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)]$

$$x^\mu = (t, \vec{x}) \qquad x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu = (t, -\vec{x})$$

$$p^\mu = (E, \vec{p}) \equiv i\frac{\partial}{\partial x_\mu} = i\partial^\mu \qquad -p^2 = g_{\mu\nu}\partial^\mu\partial^\nu = \partial^\mu\partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$p^2 = E^2 - \vec{p}^2 = m^2 \Longrightarrow (\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

- Pour spin 1/2, équation de Dirac: $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$

γ^μ pour être compatible avec $E^2 - \vec{p}^2 = m^2$?

$(-i\gamma^\mu\partial_\mu - m)(i\gamma^\nu\partial_\nu - m)\psi = 0$ aboutit à $(\partial^\mu\partial_\mu + m^2)\psi = 0$

…pourvu que $\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$

Equation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$$

Equation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbf{I}_4$$

De tels γ^μ forcément des matrices 4×4 de Dirac

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^{i=1,2,3} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

avec l'identité et les matrices de Pauli

$$\mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Equation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbf{I}_4$$

De tels γ^μ forcément des matrices 4×4 de Dirac

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^{i=1,2,3} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

avec l'identité et les matrices de Pauli

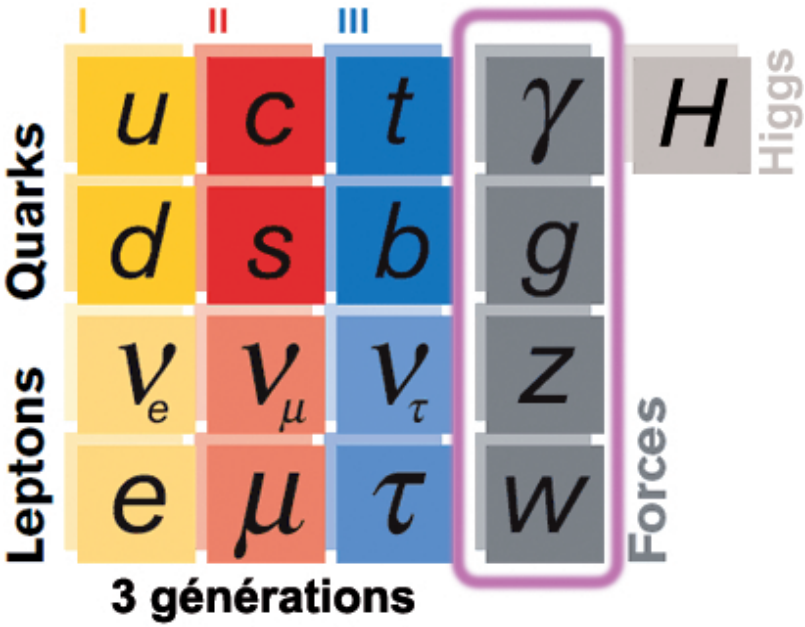
$$\mathbf{I}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Pourquoi des matrices 4×4 ? Fermion ψ a 4 degrés de liberté

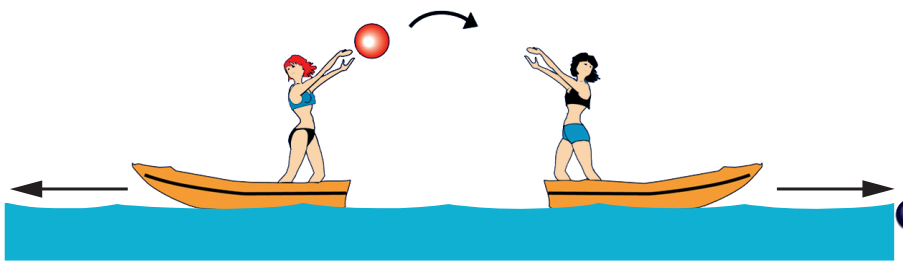
- 2 : Orientation du spin 1/2 (up et down)
- 2 : Particule et antiparticule

Les interactions

Les forces fondamentales

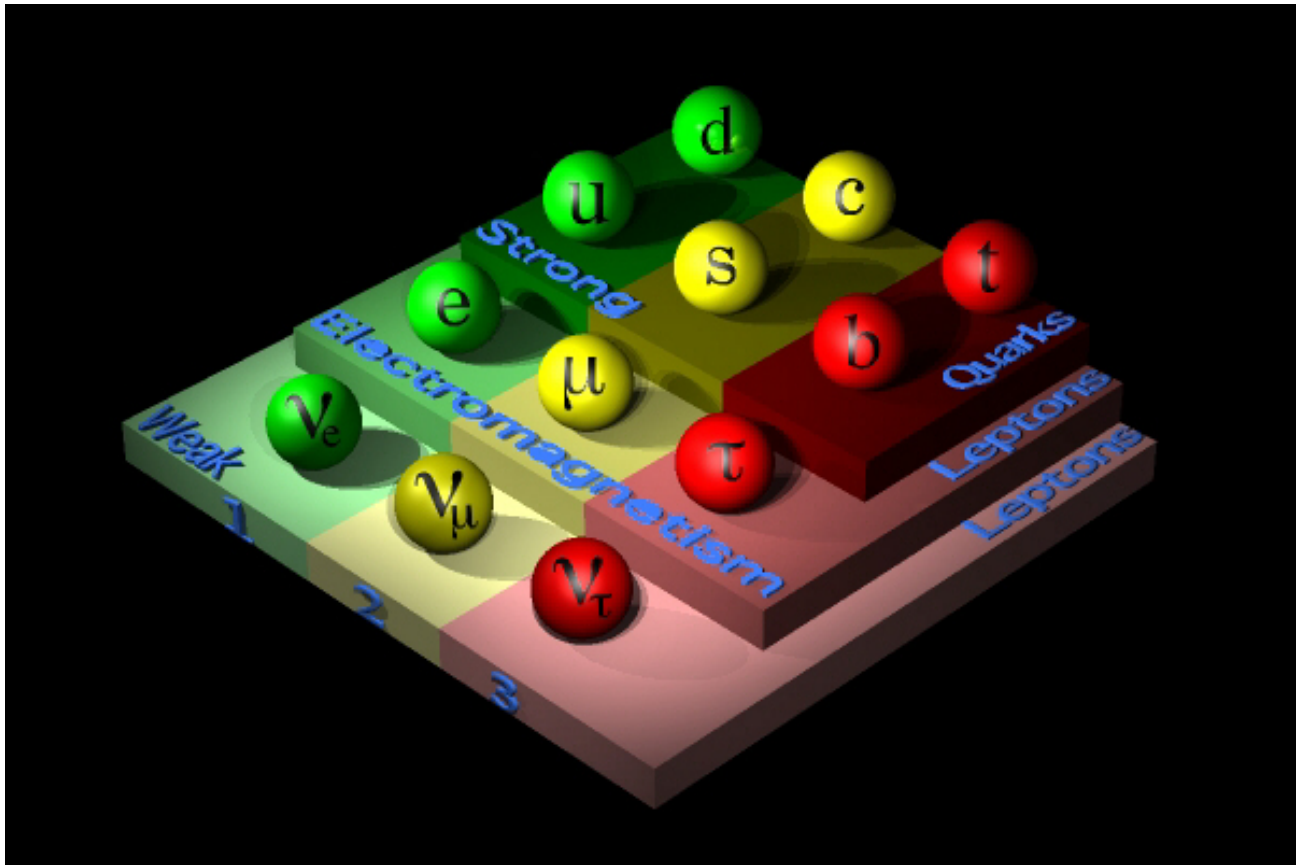


- Gravitation
  étoiles, galaxies... $[10^{-40}]$
- Force faible (bosons W, Z)
  radioactivité β $[10^{-8}]$
- Electromagnétisme (photon γ)
  éléctricité, chimie... $[10^{-2}]$
- Force forte (gluons g)
  cohésion des noyaux $[1]$



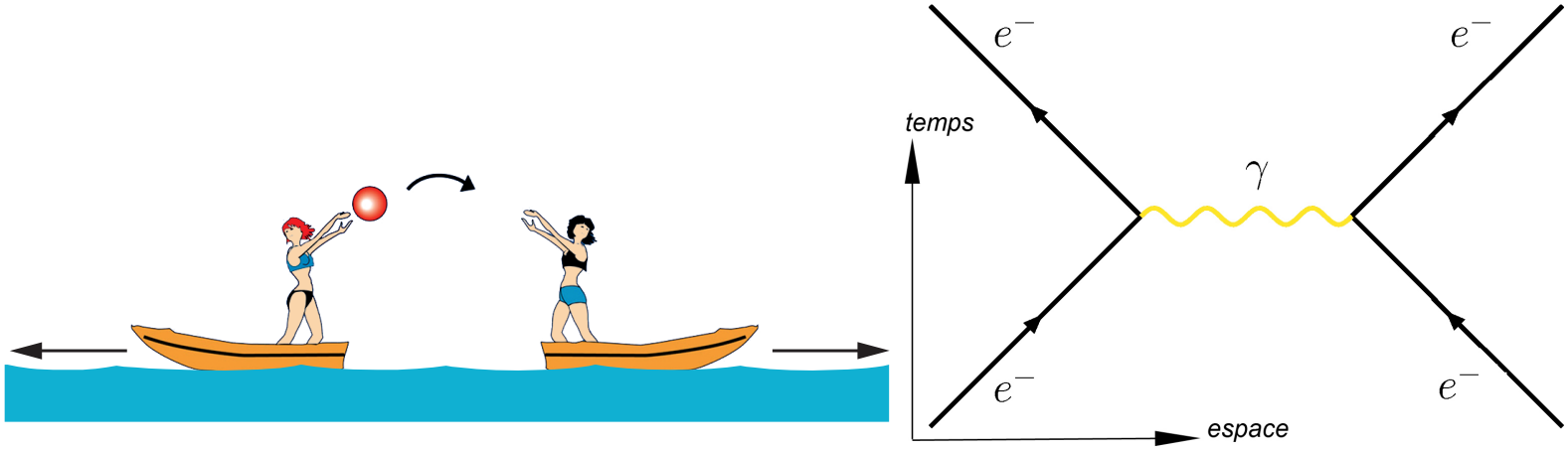
- 3 interactions sur 4 en termes d'échanges de particules (boson médiateurs)
- gravitation négligeable [intensité relative au niveau subatomique]

Des différences de sensibilités



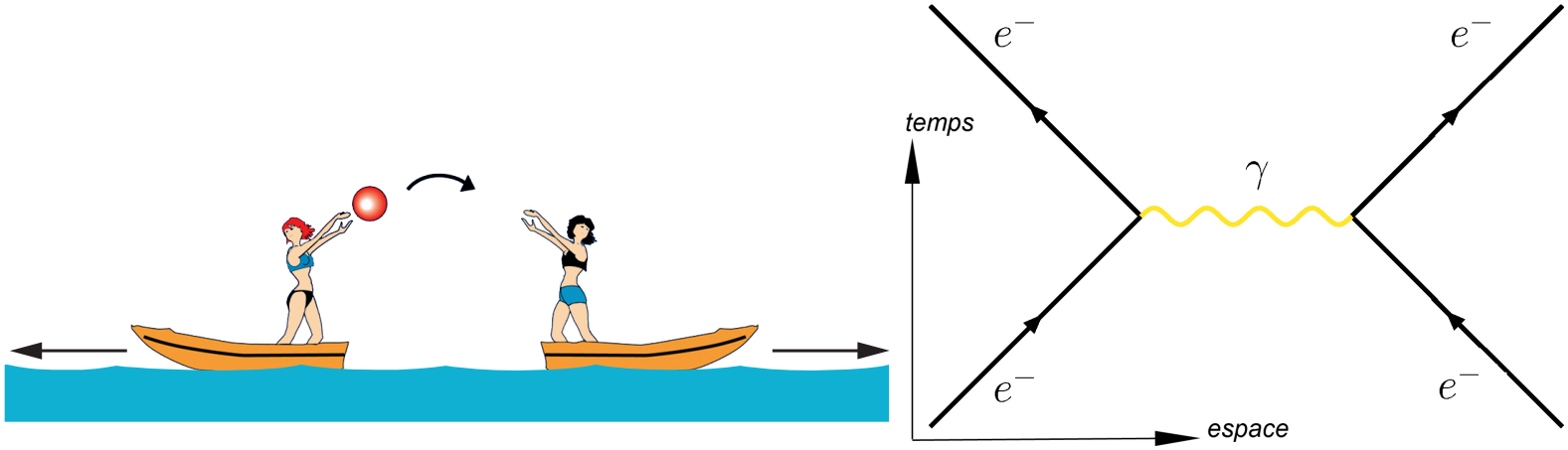
- Faible : tout le monde
- Electromagnétique : tout le monde sauf les neutrinos
- Forte : seulement les quarks

Forces fondamentales et bosons médiateurs



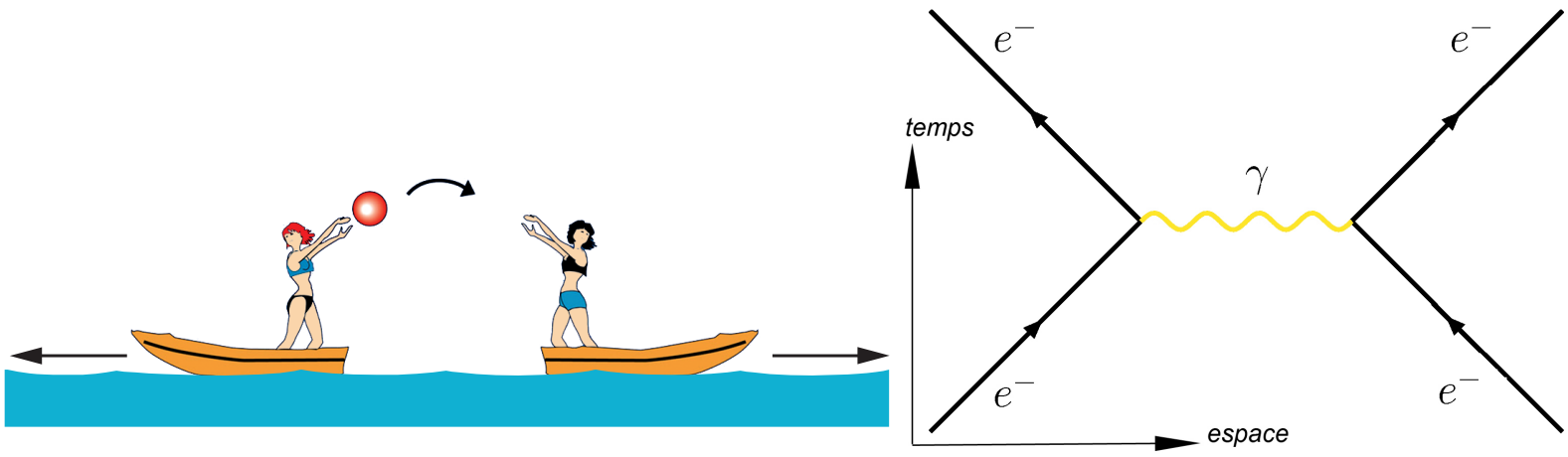
- Echange ponctuel de particules = action à distance

Forces fondamentales et bosons médiateurs



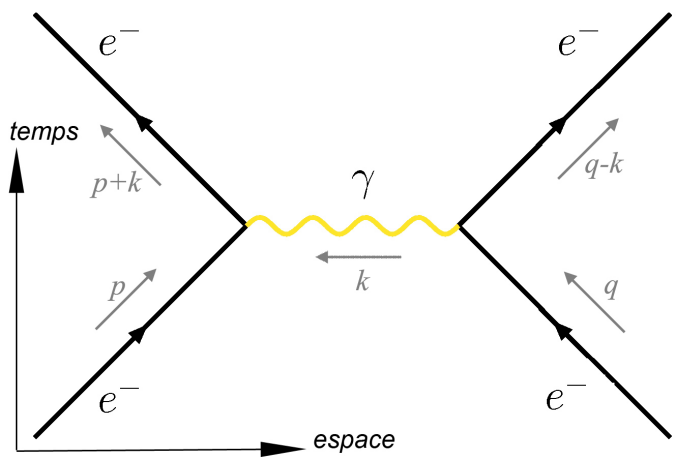
- Echange ponctuel de particules = action à distance
- Représenté par diagramme de Feynman
  - Ligne = propagation d'un point d'espace-temps à un autre
  - Flèche = indentification particule/antiparticule
  - Vertex = interaction (création/annhilation de particules)

Forces fondamentales et bosons médiateurs



- Echange ponctuel de particules = action à distance
- Représenté par diagramme de Feynman
  - Ligne = propagation d'un point d'espace-temps à un autre
  - Flèche = indentification particule/antiparticule
  - Vertex = interaction (création/annhilation de particules)
- Echange de particules de masse M: potentiel $U(r) \propto e^{-Mr}/r$
  - Electromag. ($M_\gamma = 0$): Potentiel de Coulomb $1/r$ avec portée ∞
  - Faible ($M_{W,Z} \simeq 80$ GeV): Suppression exponentielle avec r portée subatomique ($r_0 = \hbar c/M = 2 \cdot 10^{-18} m$)

Particules virtuelles, particules réelles

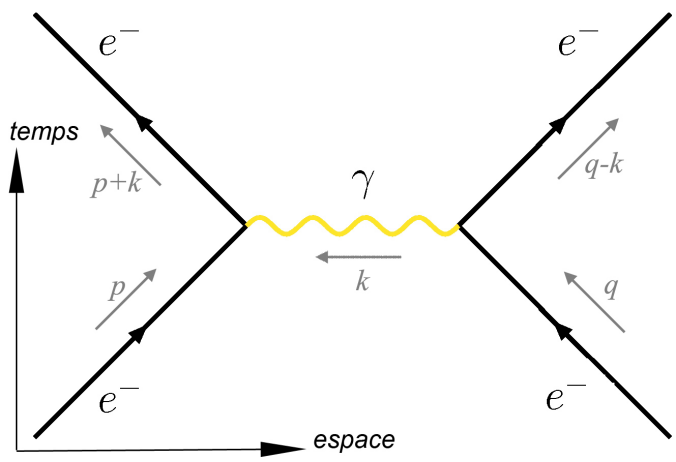


Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur de la force électromagnétique ?

$$e^-(p)+e^-(q) \rightarrow e^-(p+k)+e^-(q-k)$$

via photon d'énergie-impulsion k

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur de la force électromagnétique ?

$$e^-(p)+e^-(q) \to e^-(p+k)+e^-(q-k)$$

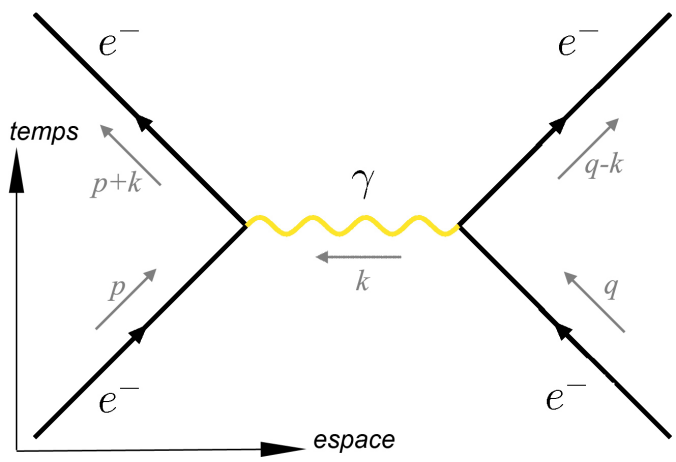
via photon d'énergie-impulsion k

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)

$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \qquad k^2 = 0$$

donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0$, d'où $2k(p+q) = 0$

Particules virtuelles, particules réelles



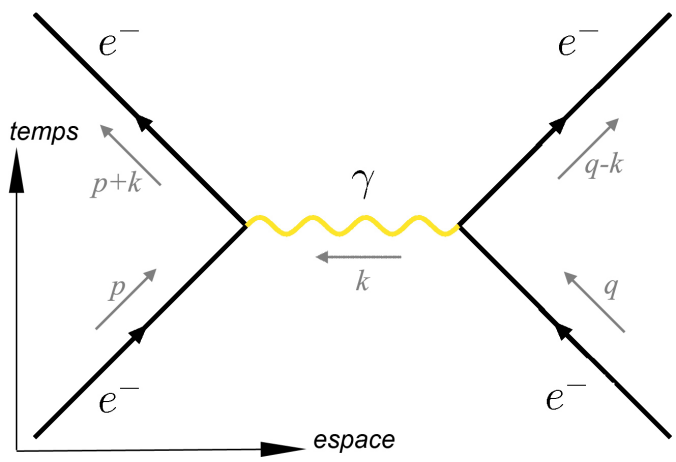
Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur de la force électromagnétique ?

$$e^-(p)+e^-(q) \to e^-(p+k)+e^-(q-k)$$

via photon d'énergie-impulsion k

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)
$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \qquad k^2 = 0$$
donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0$, d'où $2k(p+q) = 0$
- Ref du centre de masse des 2 e^- : $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$, $k^\mu = (E_\gamma, \vec{k})$
$2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???

Particules virtuelles, particules réelles



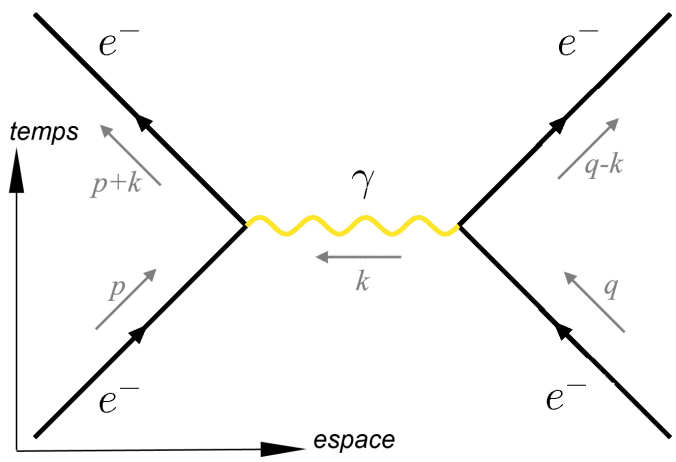
Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur de la force électromagnétique ?

$$e^-(p)+e^-(q) \to e^-(p+k)+e^-(q-k)$$

via photon d'énergie-impulsion k

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)
$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \qquad k^2 = 0$$
donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0$, d'où $2k(p+q) = 0$
- Ref du centre de masse des 2 e^-: $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$, $k^\mu = (E_\gamma, \vec{k})$
$2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???
- Par l'absurde: photon ne satisfait pas relation d'Einstein : $k^2 \neq 0$!

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur de la force électromagnétique ?

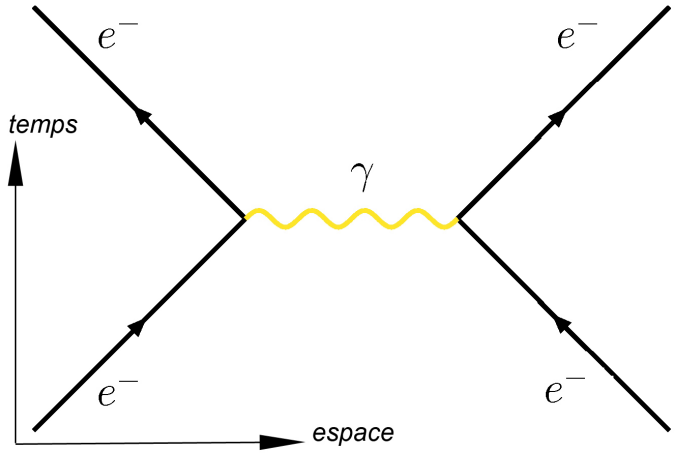
$$e^-(p)+e^-(q) \to e^-(p+k)+e^-(q-k)$$

via photon d'énergie-impulsion k

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)
$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \qquad k^2 = 0$$
donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0$, d'où $2k(p+q) = 0$
- Ref du centre de masse des 2 e^-: $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$, $k^\mu = (E_\gamma, \vec{k})$
$2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???
- Par l'absurde: photon ne satisfait pas relation d'Einstein : $k^2 \neq 0$!

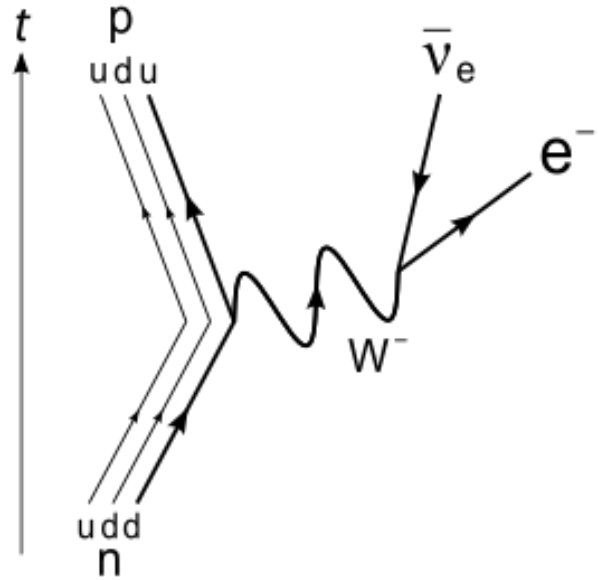
Particule virtuelle (intermédiaire, hors couche de masse)
$\neq$ particule réelle (état initial/final, sur couche)

Un même cadre, des interactions très différentes

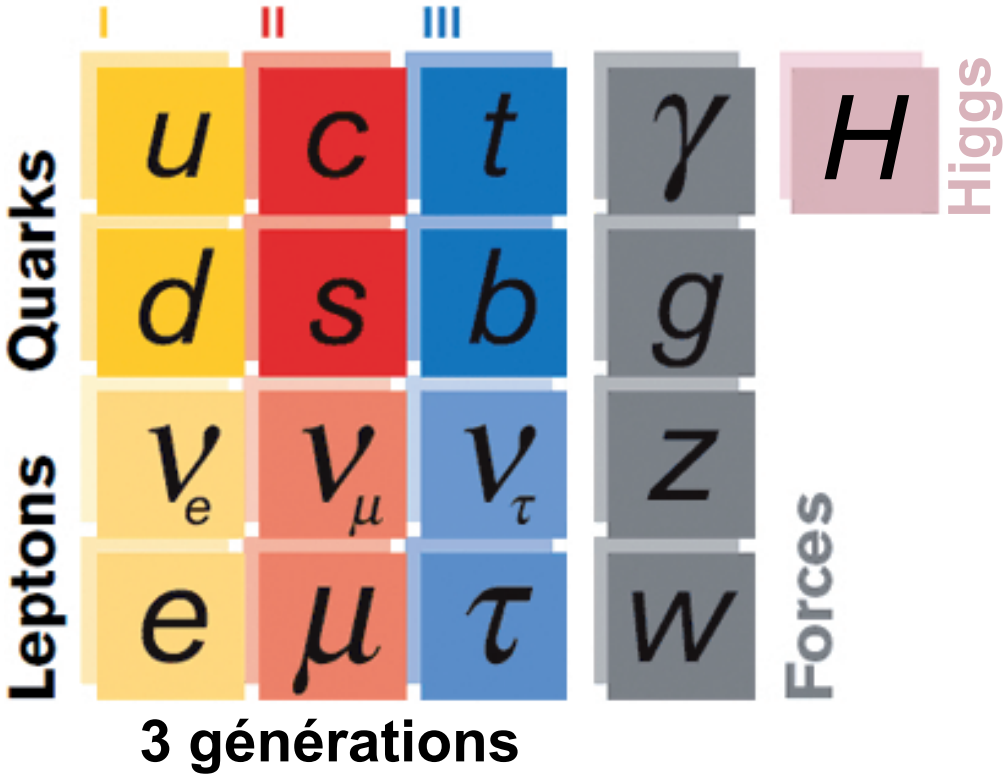


Electromagnétisme

- Portée infinie
- Interaction à distance, capable de créer états liés
- . . . via un photon virtuel
- Médiateur de masse nulle (stable), neutre électr.



Force faible

- Portée très courte
- Désintégration, en particulier désintégration β
- . . . via un boson $W^{\pm}$ virtuel
- Médiateur lourd (instable), chargé électriquement

Fin de la première partie