

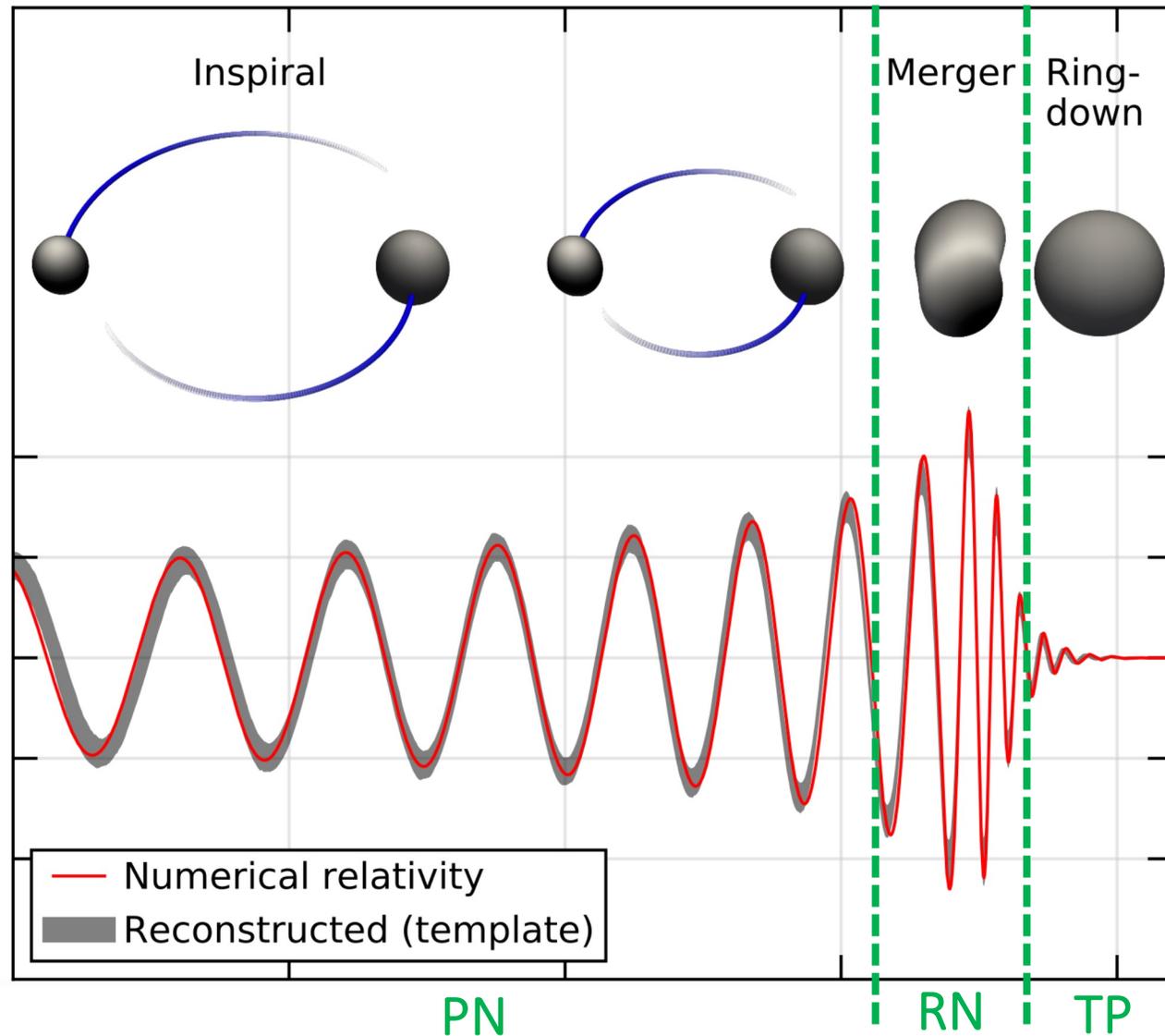
Etudes de simulations des formes d'ondes gravitationnelles provenant des coalescences d'objets compacts

Réunion de groupe

Rémi Tolleret

vendredi 3 juin

Etudes de simulations des formes d'ondes gravitationnelles provenant des coalescences d'objets compacts



Développement post-newtonien (développement multipolaire) :
 Pour les OG : développement en $\frac{v}{c}$.

Plus précisément :

- ordre 0PN - gravité newtonienne
- ordre n^{ieme} PN - correction d'ordre $\left(\frac{v}{c}\right)^{2n} \sim \left(\frac{Gm}{rc^2}\right)^n$ de la gravité newtonienne.

Forme d'onde étudiée

$$h_{+}(t) = -\frac{1 + \cos^2(\alpha)}{2} \left(\frac{G\mathcal{M}_c}{c^2 D} \right) \left(\frac{c^3(t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right)^{-1/4} \cos [2\phi_c + 2\phi(t)]$$

- α : angle formé par la direction à l'observateur et l'axe du moment angulaire orbital de la binaire
- \mathcal{M}_c : chirp mass
- ϕ_c : phase de l'onde gravitationnelle à la coalescence
- t_c : instant auquel a lieu la coalescence
- D : distance à la source

Phase analytique développée jusqu'à 2PN

arXiv:gr-qc/9602024v1 (1996)

$$\phi(t) = \phi_c - \frac{1}{\eta} \theta^{5/8} - \left(\frac{3715}{8064} + \frac{55}{96} \eta \right) \frac{\theta^{3/8}}{\eta} + \frac{3\pi}{4} \frac{\theta^{1/4}}{\eta} - \left(\frac{9275495}{14450688} + \frac{284875}{258048} \eta + \frac{1855}{2048} \eta^2 \right) \frac{\theta^{1/8}}{\eta}$$

$$\text{Avec : } \eta = \frac{q}{(q+1)^2}, \quad q = \frac{m_1}{m_2} \quad \text{et} \quad \theta = \frac{c^3 \eta}{5GM} (t_c - t) = \frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \left[\frac{q}{(1+q)^2} \right]^{8/5} \quad \text{car } M = \mathcal{M}_c \eta^{-3/5}$$

Phase analytique développée jusqu'à 2PN

arXiv:gr-qc/9602024v1 (1996)

$$\phi(t) = \phi_c - \underbrace{\frac{1}{\eta} \theta^{5/8}}_A - \underbrace{\left(\frac{3715}{8064} + \frac{55}{96} \eta \right) \frac{\theta^{3/8}}{\eta}}_B + \underbrace{\frac{3\pi}{4} \frac{\theta^{1/4}}{\eta}}_C - \underbrace{\left(\frac{9275495}{14450688} + \frac{284875}{258048} \eta + \frac{1855}{2048} \eta^2 \right) \frac{\theta^{1/8}}{\eta}}_D$$

Avec : $\eta = \frac{q}{(q+1)^2}$, $q = \frac{m_1}{m_2}$ et $\theta = \frac{c^3 \eta}{5GM} (t_c - t) = \frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \left[\frac{q}{(1+q)^2} \right]^{8/5}$ car $M = \mathcal{M}_c \eta^{-3/5}$

On trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} \textcircled{A} = \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{5/8} \leftarrow \text{0PN} \\ \textcircled{B} = \left[\frac{3715}{8064} + \frac{55}{96} \frac{q}{(q+1)^2} \right] \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{2/5} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{3/8} \leftarrow \text{1PN} \\ \textcircled{C} = \frac{3\pi}{4} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{3/5} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{1/4} \leftarrow \text{1.5PN} \\ \textcircled{D} = \left[\frac{9275495}{14450688} + \frac{284875}{258048} \frac{q}{(q+1)^2} + \frac{1855}{2048} \frac{q^2}{(q+1)^4} \right] \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{4/5} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{1/8} \leftarrow \text{2PN} \end{array} \right.$$

Ordre 0PN

$$\phi(t) = \phi_c - \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{5/8}$$

Ordre 1PN

$$\phi(t) = \underbrace{\phi_c - \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{5/8}}_{\text{0PN}} - \underbrace{\left[\frac{3715}{8064} + \frac{55}{96} \frac{q}{(q+1)^2} \right] \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{3/8} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{2/5}}_{\text{1PN}}$$

Ordre 1 - match = 0.32026357351578416

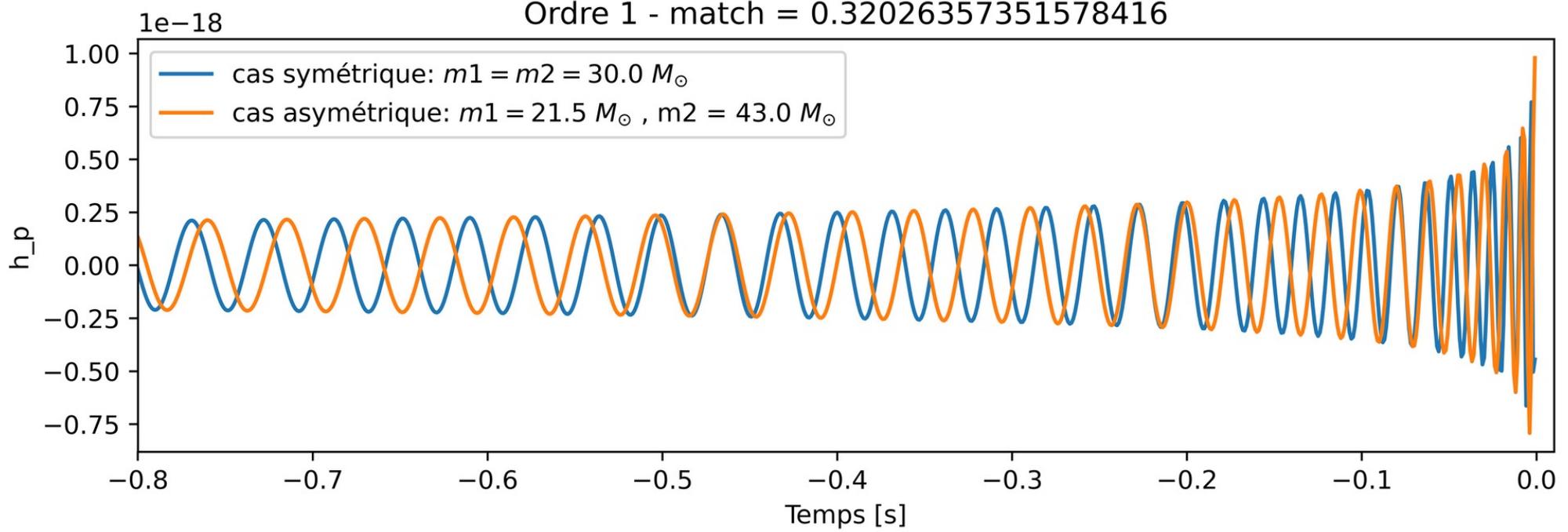
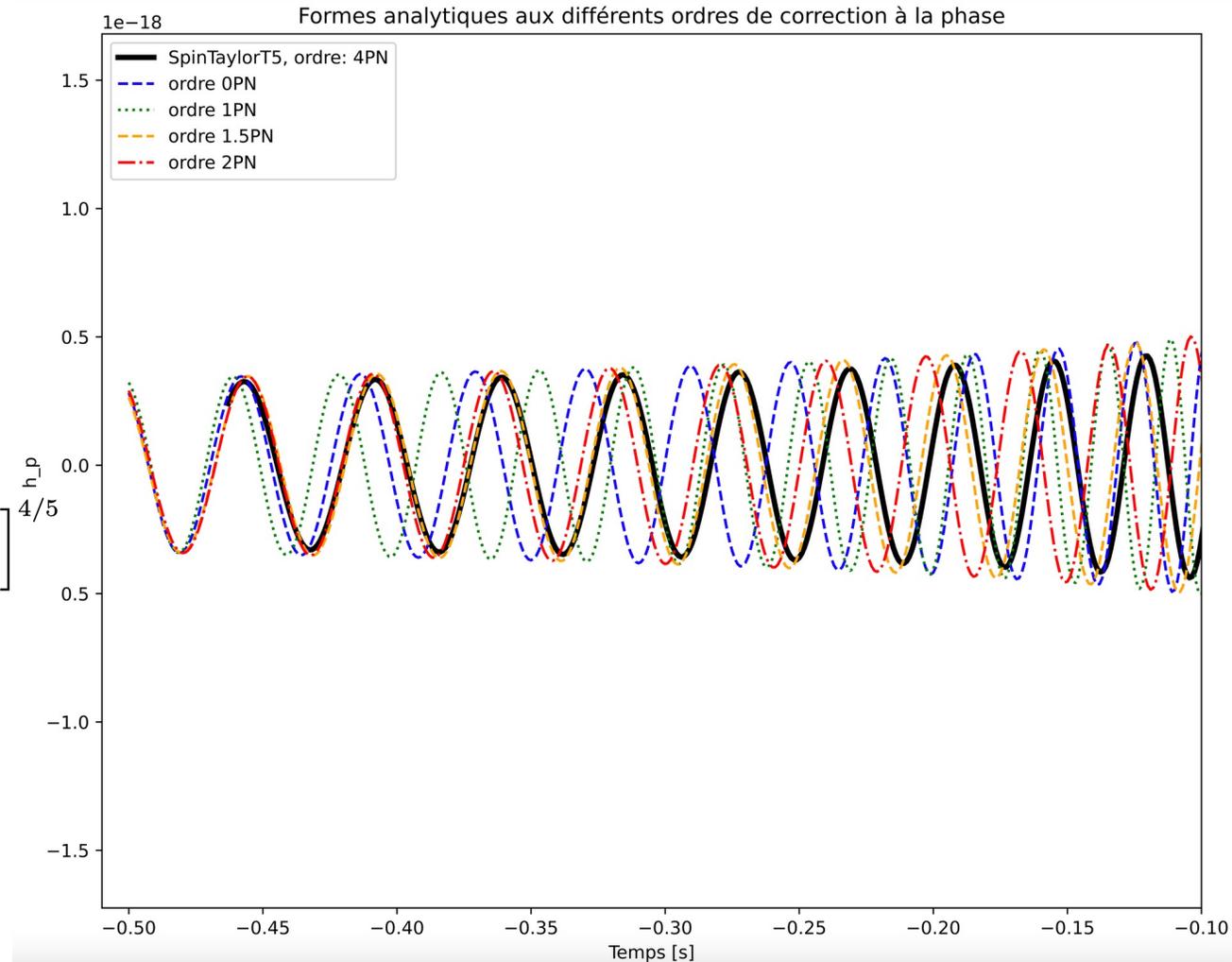


Illustration de la levée de dégénérescence de masses grâce aux termes de ratio de masses
Chirp mass fixée à 26,12

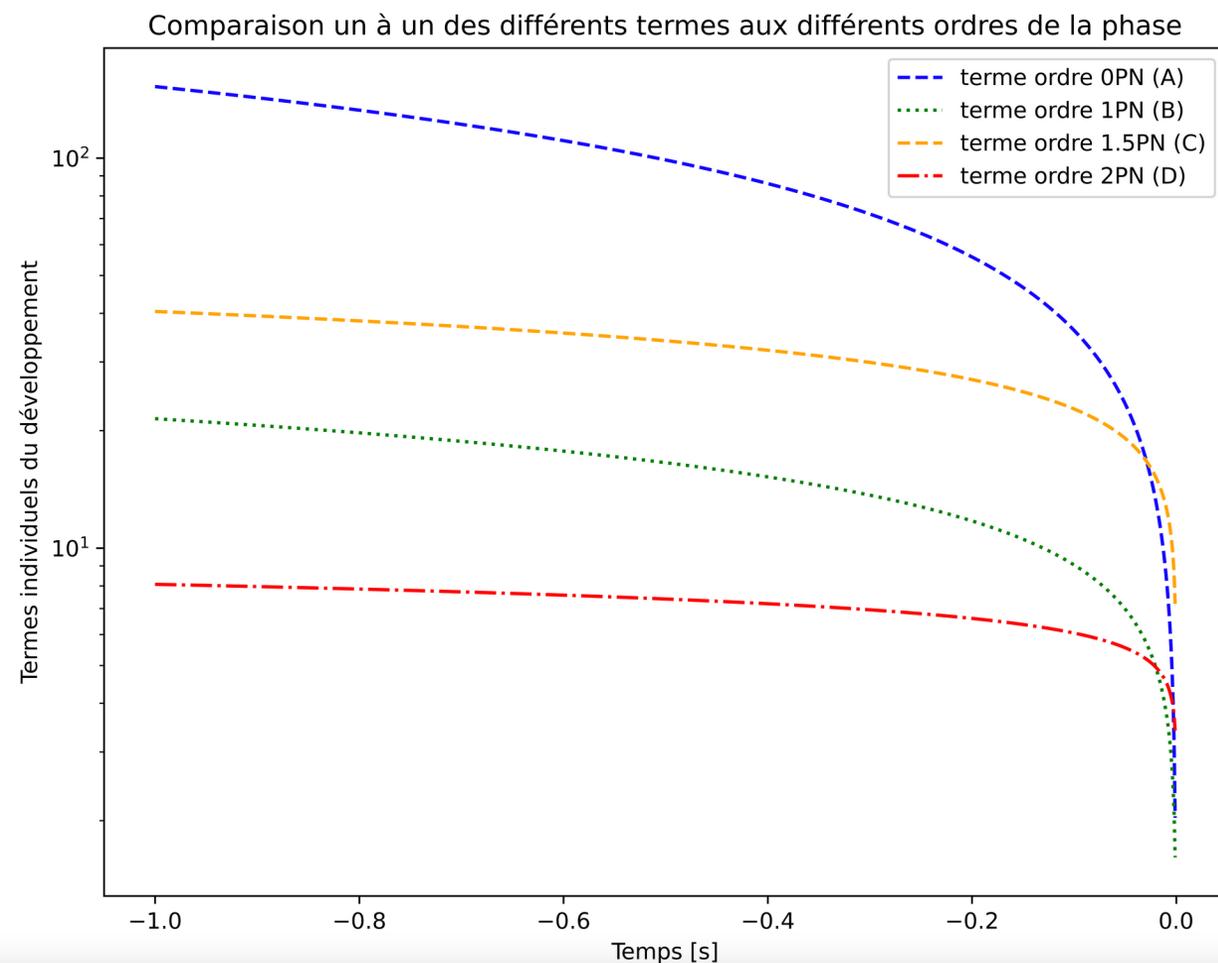
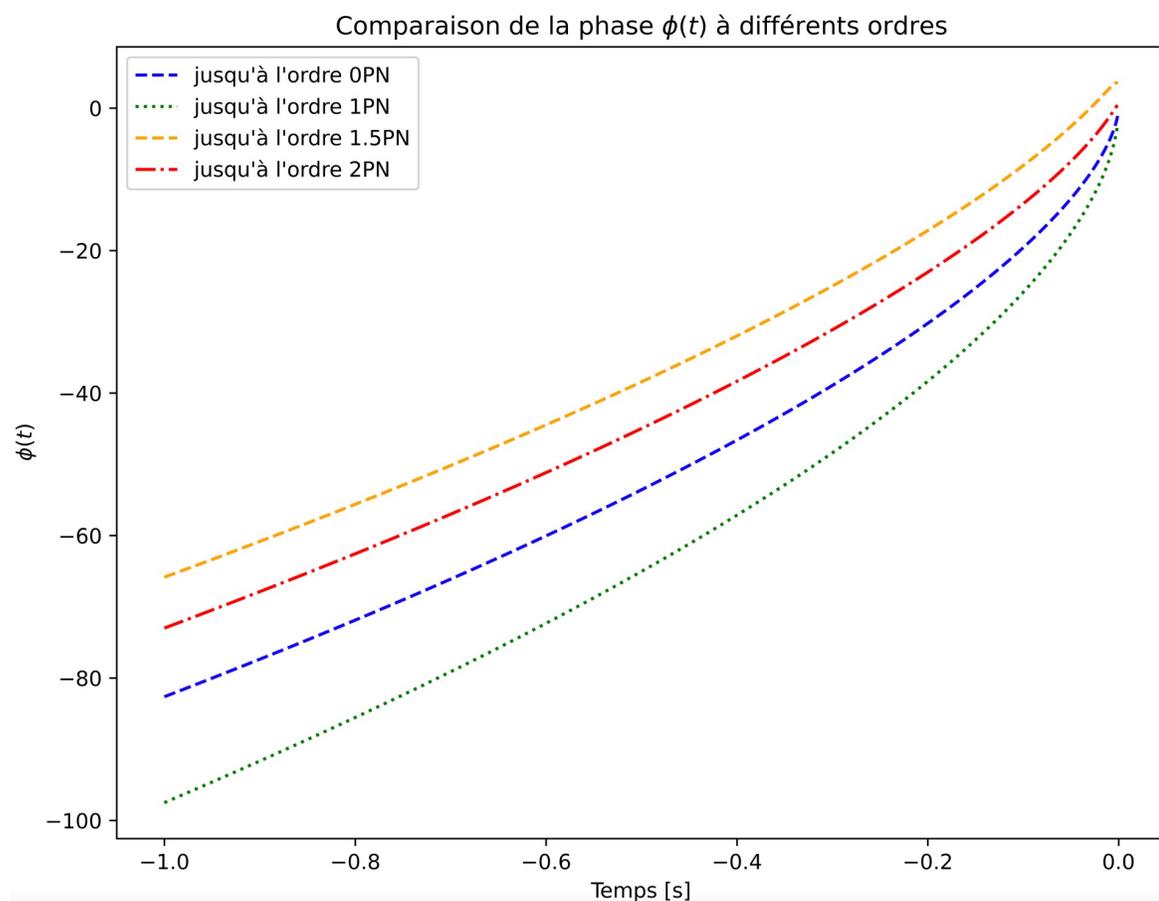
Ordre 2PN

$$\begin{aligned} \phi(t) = \phi_c &- \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{5/8} \\ &- \left[\frac{3715}{8064} + \frac{55}{96} \frac{q}{(q+1)^2} \right] \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{3/8} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{2/5} \\ &+ \frac{3\pi}{4} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{1/4} \left[\frac{q}{(q+1)^2} \right]^{3/5} \\ &- \left[\frac{9275495}{14450688} + \frac{284875}{258048} \frac{q}{(q+1)^2} + \frac{1855}{2048} \frac{q^2}{(q+1)^4} \right] \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5GM_c} \right]^{1/8} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{4/5} \end{aligned}$$

Comportement inattendu des ordres 1PN, 1.5PN et 2PN



Comparaison des termes du développement perturbatif



Inclusion du spin

$$\phi(t) = \phi_c - \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{5/8} - \frac{1}{4} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{2/5} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{3/8} \left[\frac{55}{12} \frac{q}{(q+1)^2} + \frac{3715}{1008} \right]$$

$$- \frac{1}{8} \left[\frac{(q+1)^2}{q} \right]^{3/5} \left[\frac{c^3 (t_c - t)}{5G\mathcal{M}_c} \right]^{1/4} \left[\frac{565}{24} \left(\left(1 - \frac{76}{113} \frac{q}{(q+1)^2} \right) \chi_S \cdot \hat{\mathbf{L}}_N + \delta \chi_a \cdot \hat{\mathbf{L}}_N \right) - 10\pi \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_S = \frac{\chi_1 + \chi_2}{2} \\ \delta = \frac{m_1 + m_2}{M} : \text{ratio de masses asymétrique} \\ \chi_a = \frac{\chi_1 - \chi_2}{2} \\ \hat{\mathbf{L}}_N : \text{vecteur unitaire du moment angulaire orbital} \end{array} \right.$$

Fonction *match*

$$\langle g_1 | g_2 \rangle = 4\Re \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{\tilde{g}_1(f) \tilde{g}_2^*(f)}{S(f)} df,$$