Dualités gravitationnelles et supersymétries exotiques

Yannick Bertrand
Groupe Théorie

Journée des doctorants — 26 octobre 2021

Notre description de l'Univers fait intervenir quatre forces fondamentales:

- l'électromagnétisme,
- la force nucléaire forte,
- la force nucléaire faible,
- la gravité.

Les trois premières ont été regroupées dans un cadre théorique commun : le Modèle Standard. La gravité résiste encore et toujours à l'unification.

Pour essayer de résoudre le problème de la hiérarchie, une nouvelle symétrie a été proposée : la supersymétrie.

Pour essayer de résoudre le problème de la hiérarchie, une nouvelle symétrie a été proposée : la supersymétrie.

$$\boxed{\text{Fermions}} \qquad \qquad \boxed{\text{Bosons}}$$

- constituants de la matière
- spin demi-entier
- électron...

$$\overset{\text{SUSY}}{\longleftrightarrow}$$

- médiateurs des forces
- spin entier
- photon...

Chaque particule a un (ou plusieurs) superpartenaire(s) de même masse.

Pour essayer de résoudre le problème de la hiérarchie, une nouvelle symétrie a été proposée : la supersymétrie.

Fermions		Bosons
• constituants de la matière • spin demi-entier • électron...	$\overset{\text{SUSY}}{\longleftrightarrow}$	• médiateurs des forces • spin entier • photon...

Chaque particule a un (ou plusieurs) superpartenaire(s) de même masse.
La SUSY n'a pas encore été observée.

Plusieurs superpartenaires de même spin implique plusieurs supersymétries.

Si on suppose qu'il n'existe pas de particule de spin supérieur à 2, alors

- on peut ajouter au plus 8 supersymétries en dimension 4,
- on ne peut aller au-delà de 11 dimensions d'espace-temps.

Plusieurs superpartenaires de même spin implique plusieurs supersymétries.

Si on suppose qu'il n'existe pas de particule de spin supérieur à 2, alors

- on peut ajouter au plus 8 supersymétries en dimension 4,
- on ne peut aller au-delà de 11 dimensions d'espace-temps.

Pour faire de la supersymétrie une symétrie locale (où le paramètre dépend de l'espace-temps), il faut la gravité. On obtient donc une théorie supersymétrique de la gravité ou supergravité.

Il existe une seule théorie de supergravité à 11 dimensions.

Il existe une seule théorie de supergravité à 11 dimensions.

A 6 dimensions, il y a trois théories possibles :

- $(2,2)$ (compactification de la théorie 11D sur T^5)

Il existe une seule théorie de supergravité à 11 dimensions.

A 6 dimensions, il y a trois théories possibles :

- $(2, 2)$ (compactification de la théorie 11D sur T^5)
- $(3, 1)$
- $(4, 0)$

Les deux dernières sont exotiques : pas de graviton $h_{\mu\nu}$ mais des tenseurs $C_{\mu\nu,\rho}$ et $T_{\mu\nu,\rho\sigma}$ avec des symétries particulières régis par des équations de self-dualité pour lesquels il n'existe pas d'action.
C'est l'objet de mon travail.

Cependant, il n'existe qu'une seule théorie de supergravité à 5D.
On va essayer de trouver un cadre théorique commun à ces trois théories en faisant une réduction de Kaluza-Klein.

Cependant, il n'existe qu'une seule théorie de supergravité à 5D.
On va essayer de trouver un cadre théorique commun à ces trois théories en faisant une réduction de Kaluza-Klein.

On va réécrire ces trois théories en faisant une décomposition 5+1 et en mettant en évidence une partie commune, qui doit être la théorie de supergravité à 5D.

En 1921, Kaluza a publié un papier sur la relativité générale à 5 dimensions. En décomposant la métrique de cette manière

$$h_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} h_{mn} & A_m \\ A_n & A^m A_m + \frac{1}{\phi^2} \end{pmatrix},$$

on trouve une théorie unifiée de la gravitation et de l'électromagnétisme moyennant l'introduction d'un champ scalaire ϕ (dilaton).

Mon travail : appliquer cette idée à la supergravité D=6, $\{x_\mu\} \to \{x_m, y\}$.

- (2,2): $h_{\mu\nu} \to \begin{cases} h_{mn} \\ A_m = h_{m6} \\ \phi = h_{66} \end{cases}$

Mon travail : appliquer cette idée à la supergravité D=6, $\{x_\mu\} \rightarrow \{x_m, y\}$.

- (2,2): $h_{\mu\nu} \rightarrow \begin{cases} h_{mn} \\ A_m = h_{m6} \\ \phi = h_{66} \end{cases}$
- (3,1): $C_{\mu\nu,\rho} \rightarrow \begin{cases} C_{mn,p} \\ h_{mn} = C_{6(m,n)} \\ B_{mn} = C_{6[m,n]} \\ A_m = C_{m6,6} \end{cases}$

Mon travail : appliquer cette idée à la supergravité D=6, $\{x_\mu\} \to \{x_m, y\}$.

- (2,2): $h_{\mu\nu} \to \begin{cases} h_{mn} \\ A_m = h_{m6} \\ \phi = h_{66} \end{cases}$
- (3,1): $C_{\mu\nu,\rho} \to \begin{cases} C_{mn,p} \\ h_{mn} = C_{6(m,n)} \\ B_{mn} = C_{6[m,n]} \\ A_m = C_{m6,6} \end{cases}$
- (4,0): $T_{\mu\nu,\rho\sigma} \to \begin{cases} T_{mn,pq} \\ C_{mn,p} = T_{mn,p6} \\ h_{mn} = T_{m6,n6} \end{cases}$

Equations du mouvement:

- (2,2):

$$R_{\mu\nu} = 0,$$

avec $R^{\mu\nu}{}_{\rho\sigma} = 4\partial^{[\mu}\partial_{[\rho} h^{\nu]}{}_{\sigma]}$.

Equations du mouvement:

- (2,2):
$$R_{\mu\nu} = 0,$$
avec $R^{\mu\nu}{}_{\rho\sigma} = 4\partial^{[\mu}\partial_{[\rho}h^{\nu]}{}_{\sigma]}$.
- (3,1):
$$S_{\mu\nu\rho,\sigma\tau} = \frac{1}{6}\epsilon_{\mu\nu\rho\alpha\beta\gamma}S^{\alpha\beta\gamma}{}_{\rho\sigma}$$
avec $S^{\mu\nu\rho}{}_{\sigma\tau} = 6\,\partial^{[\mu}\partial_{[\sigma}C^{\nu\rho]}{}_{\tau]}$.
- (4,0):
$$G_{\mu\nu\rho,\sigma\tau\lambda} = \frac{1}{6}\epsilon_{\mu\nu\rho\alpha\beta\gamma}G^{\alpha\beta\gamma}{}_{\rho\sigma\lambda}$$
avec $G^{\mu\nu\rho}{}_{\sigma\tau\lambda} = 9\,\partial^{[\mu}\partial_{[\sigma}T^{\nu\rho]}{}_{\tau\lambda]}$.

Il n'existe pas de Lagrangien pour des champs self-duaux: l'ajout de la condition de self-dualité est incompatible avec la méthode BRST.

On a réussi à construire des actions pour la partie bosonique (plus facile), sans interactions (encore plus facile...)

On a réussi à construire des actions pour la partie bosonique (plus facile), sans interactions (encore plus facile...)
Dans le cas (2,2):

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{(2,2)} = &- \frac{1}{4}\,\Omega^{\mu\nu\rho}\Omega_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{2}\,\Omega^{\mu\nu\rho}\Omega_{\nu\rho\mu} + \Omega^{\mu}\Omega_{\mu} \\
&- \frac{1}{3}\,(\partial^{\mu}\phi - 2\,\partial_y A^{\mu})(\partial_{\mu}\phi - 2\,\partial_y A_{\mu}) - \frac{1}{4}\,F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \\
&+ \frac{5}{9}\,\partial_y\phi\partial_y\phi - \frac{2}{3}\,\partial_y h_{\sigma}{}^{\sigma}\partial_y\phi + \frac{1}{4}\,\partial_y h_{\sigma}{}^{\sigma}\partial_y h_{\rho}{}^{\rho} - \frac{1}{4}\,\partial_y h^{\mu\nu}\partial_y h_{\mu\nu}\ ,
\end{aligned}
$$

avec $\Omega_{\mu\nu\rho} \equiv \partial_{[\mu}h_{\nu]\rho} - \frac{2}{3}\,\partial_y A_{[\mu}\eta_{\nu]\rho}$

Phys.Rev.D 103 (2021) 4, 046002 [YB, Hohenegger, Hohm, Samtleben]

Dans le cas (3,1):

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{(3,1)} \;=\; & -\frac{1}{4}\,\widehat{\Omega}^{\mu\nu\rho}\widehat{\Omega}_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{2}\,\widehat{\Omega}^{\mu\nu\rho}\widehat{\Omega}_{\nu\rho\mu} + \widehat{\Omega}^{\mu}\widehat{\Omega}_{\mu} \\ & -\frac{3}{4}\,\mathcal{F}^{\mu\nu}\mathcal{F}_{\mu\nu} - \frac{3}{16}\,\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma\tau}\,\partial_y B_{\mu\nu}\,\partial_y\,\widehat{C}_{\rho\sigma,\tau} \\ & -\frac{1}{16}\,\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma\tau}\partial_y\,\widehat{C}_{\mu\nu,}{}^{\lambda}\partial_\rho\,\widehat{C}_{\sigma\tau,\lambda} - \frac{9}{16}\,\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma\tau}\partial_y B_{\mu\nu}\partial_\rho B_{\sigma\tau}\ ,\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}\widehat{\Omega}_{\mu\nu\rho} &\equiv \partial_{[\mu}h_{\nu]\rho} - \partial_y A_{[\mu}\eta_{\nu]\rho} + \frac{1}{2}\,\partial_y\,\widehat{C}_{\mu\nu,\rho}\ , \\ \widehat{C}_{\mu\nu,\rho} &\equiv C_{\mu\nu,\rho} + \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma\tau}\,u^{\sigma\tau}\ , \\ \mathcal{F}_{\mu\nu} &\equiv 2\,\partial_{[\mu}A_{\nu]} + \frac{3}{2}\,\partial_y B_{\mu\nu}\ .\end{aligned}$$

Dans le futur (plus ou moins proche):

- ajouter les fermions,
- utiliser le formalisme de la théorie exceptionnelle des champs (un Lagrangien pour les contrôler tous !),
- étudier les interactions des modèles exotiques.

Merci !