

Astrophysique et Cosmologie II

Alberto Cappi

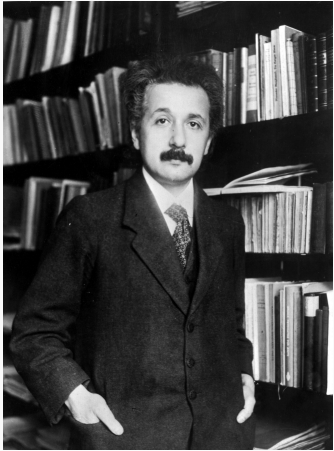
INAF - Osservatorio di Astrofisica e Scienza dello Spazio - Bologna - Italia

**Observatoire de la Côte d'Azur - CNRS - Laboratoire Lagrange - Université de
la Côte d'Azur - Nice**

Ecole IN2P3 De la physique au détecteur, Frejus 2021

Le modèle d'Einstein (1917)

Le premier modèle cosmologique est celui d'Einstein (1917)



Distribution homogène et isotrope d'étoiles
(pas de galaxies !)

Statique

Généralement on dit que la constante cosmologique :

- a été introduite *ad hoc* par Einstein en 1917
- pour sauver la staticité de son modèle cosmologique

Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie.

Von A. EINSTEIN.

Es ist wohlbekannt, daß die Poisson'sche Differentialgleichung

$$\Delta \varphi = 4\pi E \quad (1)$$

in Verbindung mit der Bewegungsgleichung des materiellen Punktes die Newton'sche Eravitations-theorie noch nicht vollständig ersetzt. Es muß noch die Bedingung hinzutreten, daß in räumlich Unendlichen das Potential φ einem festen Grenzwerte zustrebt. Analog verhält es sich bei der Gravitationstheorie der allgemeinen Relativität; auch hier müssen zu den Differentialgleichungen Grenzbedingungen hinzutreten für das räumlich Unendliche, falls man die Welt wirklich als räumlich unendlich ausgedehnt annehmen will.

Bei der Behandlung des Planetenproblems habe ich diese Grenzbedingungen in Gestalt folgender Annahme gewählt: Es ist möglich, ein Bezugssystem so zu wählen, daß sämtliche Gravitationspotentiale φ , in räumlich Unendlichen konstant werden. Es ist aber *a priori* durchaus nicht evident, daß man dieselben Grenzbedingungen ansetzen darf, wenn man größere Partien der Körperwelt ins Auge fassen will. Im folgenden sollen die Überlegungen angedeutet werden, welche ich bisher über diese prinzipiell wichtige Frage angestellt habe.

§ 1. Die Newton'sche Theorie.

Es ist wohlbekannt, daß die Newton'sche Grenzbedingung des konstanten Limes für φ in räumlich Unendlichen zu der Auffassung führt, daß die Dichte der Materie im Unendlichen zu null wird. Wir denken uns nämlich, es lasse sich ein Ort im Weltraum finden, von dem herum das Gravitationsfeld der Materie im großen betrachtet, Kugelsymmetrie besitzt (Mittelpunkt). Dann folgt aus der Poisson'schen Gleichung, daß die mittlere Dichte $\bar{\rho}$ rascher als $\frac{1}{r^2}$ mit wachsender Entfernung r vom Mittelpunkt zu null herabsinken muß. Damit φ in

Pourquoi Einstein a-t-il introduit la constante cosmologique ?

Einstein essaye de résoudre les équations de champ (sans constante cosmologique), en supposant un univers d'étoiles statique, homogène et isotrope, mais il a de problèmes pour définir les conditions à l'infini.

Il considère alors un espace fermé et illimité (version 3D d'une surface sphérique).

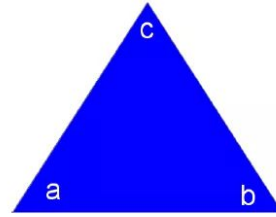
Même dans ce cas, il n'y a pas de solution.

Nous savons pourquoi : il a imposé de coordonnées fixes (staticité) à un univers qui ne peut que s'effondrer.

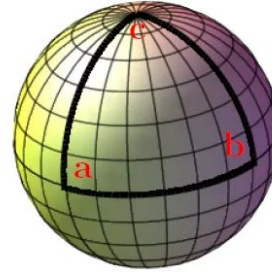
Mais Einstein observe :

"Si nous étions sûrs que les équations de champ utilisées jusqu'ici étaient les seules compatibles avec le postulat de la relativité générale, nous devrions alors conclure que la théorie de la relativité n'admet pas l'hypothèse d'un univers spatialement fermé."

Il va donc récupérer la constante cosmologique Λ (qu'il écrit en minuscule λ et qu'il avait posé égale à 0 dans son article de 1916) et de cette façon il pense de sauver l'univers fermé (pas la staticité).



$$a + b + c = 180 \text{ degrees}$$



$$a + b + c = 270 \text{ degrees!}$$

La constante cosmologique (Einstein 1916)

1916.

N^o 7.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie; von A. Einstein.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als „Relativitätstheorie“ bezeichneten Theorie; die letztere nenne ich im folgenden zur Unterscheidung von der ersteren „spezielle Relativitätstheorie“ und setze sie als bekannt voraus. Die Verallgemeinerung der Relativitätstheorie wurde sehr erleichtert durch die Gestalt, welche der speziellen Relativitätstheorie durch Minkowski gegeben wurde, welcher Mathematiker zuerst die formale Gleichwertigkeit der räumlichen Koordinaten und der Zeitkoordinate klar erkannte und für den Aufbau der Theorie nutzbar machte. Die für die allgemeine Relativitätstheorie nötigen mathematischen Hilfsmittel lagen fertig bereit in dem „absoluten Differentialkalkül“, welcher auf den Forschungen von Gauss, Riemann und Christoffel über nichteuklidische Mannigfaltigkeiten ruht und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht und bereits auf Probleme der theoretischen Physik angewendet wurde. Ich habe im Abschnitt B der vorliegenden Abhandlung alle für uns nötigen, bei dem Physiker nicht als bekannt vorauszusetzenden mathematischen Hilfsmittel in möglichst einfacher und durchsichtiger Weise entwickelt, so daß ein Studium mathematischer Literatur für das Verständnis der vorliegenden Abhandlung nicht erforderlich ist. Endlich sei an dieser Stelle dankbar meines Freundes, des Mathematikers Grossmann, gedacht, der mir durch seine Hilfe nicht nur das Studium der einschlägigen mathematischen Literatur ersparte, sondern mich auch beim Suchen nach den Feldgleichungen der Gravitation unterstützte.

Es muß darauf hingewiesen werden, daß der Wahl dieser Gleichungen ein Minimum von Willkür anhaftet. Denn es gibt außer $B_{\mu\nu}$ keinen Tensor zweiten Ranges, der aus den

52*

804

A. Einstein.

$g_{\mu\nu}$ und deren Ableitungen gebildet ist, keine höheren als zweite Ableitungen enthält und in letzteren linear ist.¹⁾

1) Eigentlich läßt sich dies nur von dem Tensor $B_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu}$ ($g^{\alpha\beta} B_{\alpha\beta}$) behaupten, wobei λ eine Konstante ist. Setzt man jedoch diesen = 0, so kommt man wieder zu den Gleichungen $B_{\mu\nu} = 0$.

L'univers de De Sitter (1917), version moderne

Univers plat ($k = 0$)

Constante cosmologique $\Lambda > 0$ sans matière ($P = \rho = 0$)

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \longrightarrow \quad H = \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}$$
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P/c^2) + \Lambda c^2/3 \quad \longrightarrow \quad \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$a = e^{\sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}}t} = e^{Ht} \quad \text{Expansion exponentielle}$$



Willem de Sitter
(1872-1934)

Ce modèle a été le premier à prédire un redshift systématique.

Il pourrait décrire les premiers instants et le futur de l'évolution dynamique de l'univers.

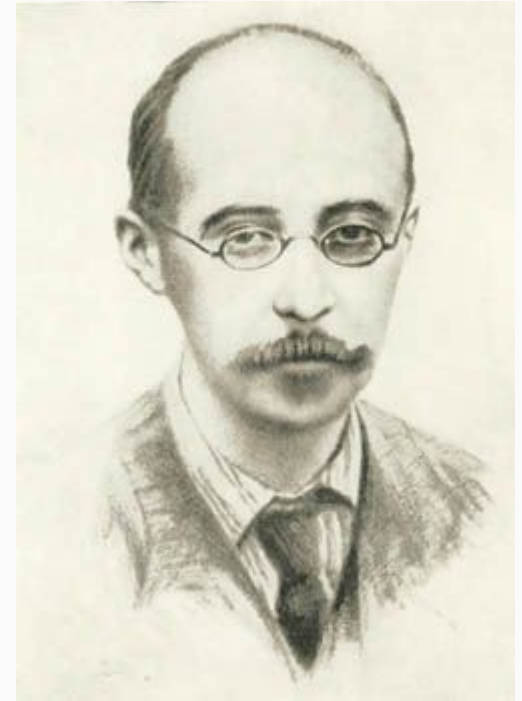
Alexander Friedmann (1888-1925)

1922 : Sur la courbure de l'espace

1924 : Sur la possibilité d'un univers à courbure négative constante

Solutions des équations de la relativité pour des univers homogènes et isotropes.

Il découvre les modèles d'univers non statiques mais en évolution.



Georges Lemaître (1894-1966)

1927:

"Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extragalactiques".

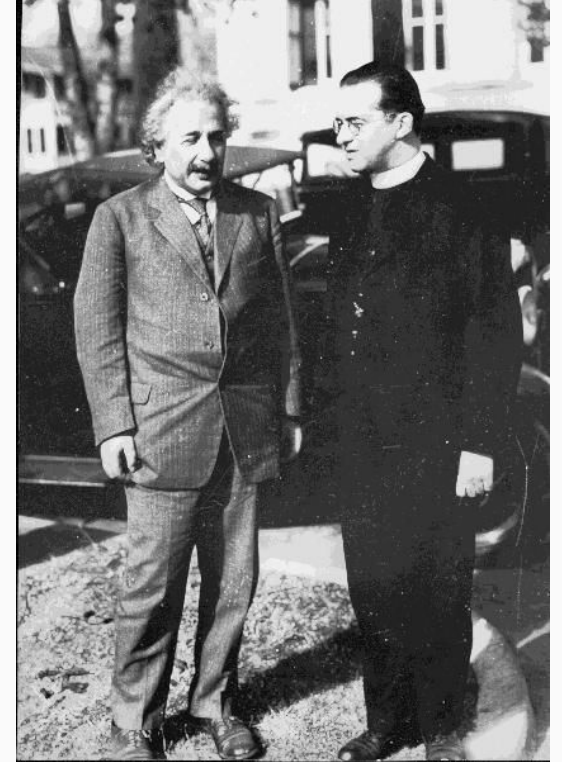
Lemaître redécouvre les équations de Friedmann.

Il lie le redshift observé des galaxies aux modèles relativistes en expansion

$$\lambda_{\text{obs}} / \lambda_{\text{emi}} = 1/a(t_{\text{emi}}) \rightarrow 1 + z = 1/a(t_{\text{emi}})$$

Il prédit la linéarité de la relation redshift-distance à bas redshift.

Il vérifie la compatibilité avec les observations et donne la valeur de la constante "d'Hubble"



Einstein à Lemaître:
"Vos calculs sont corrects, mais
votre physique est abominable !"

La densité critique ρ_c

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\rho = \rho_{DM} + \rho_b + \rho_r + \rho_v \dots$$

$k = 0$ Univers "plat"

↓

$$\frac{3H^2}{8\pi G} = \rho + \frac{\Lambda c^2}{8\pi G} = \rho + \rho_\Lambda$$

$$\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$$

Lemaître :

La constante cosmologique est équivalente à une énergie du vide avec équation d'état $P = -\rho c^2$

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Densité critique

Le paramètre Ω

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

on divise par H^2

$$\frac{8\pi G}{3H^2}\rho - \frac{kc^2}{a^2 H^2} + \frac{\Lambda c^2}{3H^2} = 1$$

$$\frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} = 1 - \frac{kc^2}{a^2 H^2}$$

$$\sum_i \Omega_i + \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_k$$

Définitions

$$\rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$$\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}$$

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}$$

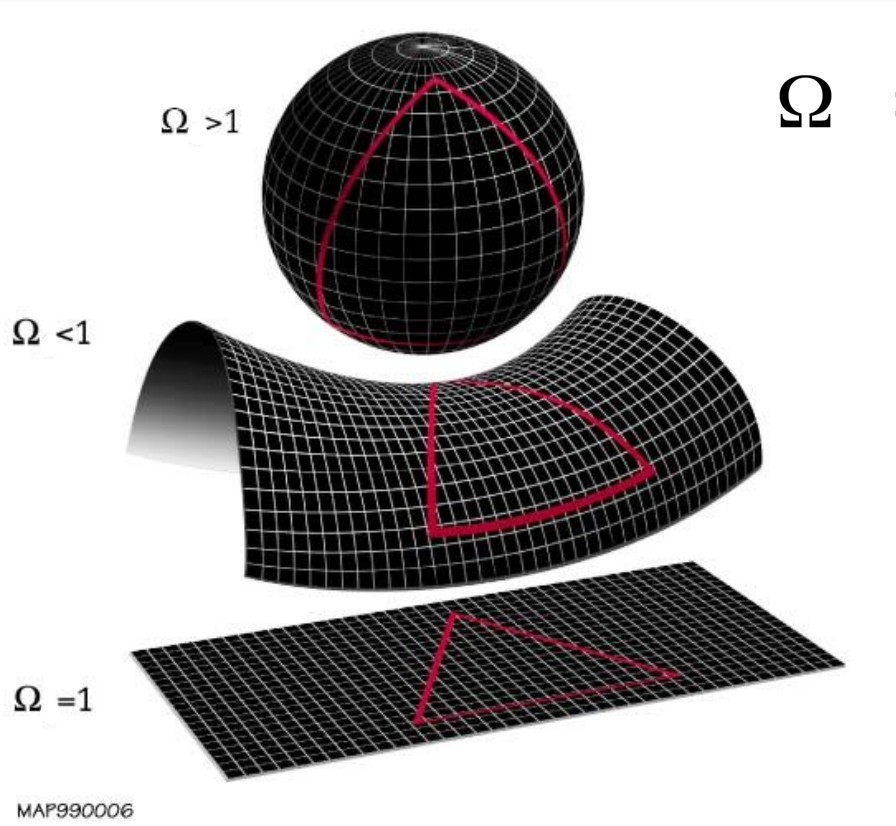
$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c}$$

$$\Omega_k \equiv -\frac{kc^2}{a^2 H^2}$$

$$q \equiv -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}$$

Paramètre de
"deceleration"

$$q = \frac{1}{2} \sum_i \Omega_i (1 + 3w_i)$$



$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$$

ρ est la densité moyenne de l'univers

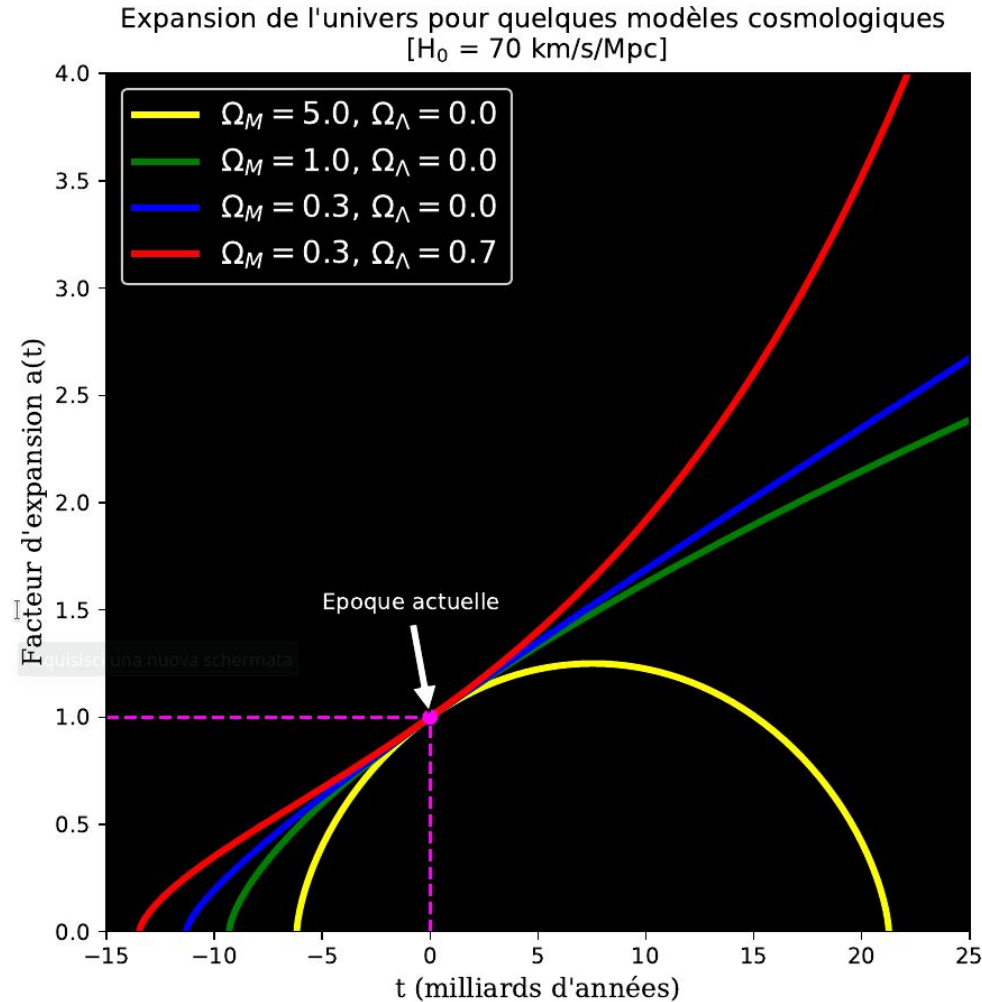
$$\rho = \rho_M + \rho_r + \rho_\Lambda + \dots$$

et ρ_c la densité critique :

$$\rho_c = 3H^2 / 8\pi G$$

Le Big Bang

Evolution dynamique de l'univers



L'atome primitif de Lemaître

A.S. Eddington,
The End of the World from the standpoint of mathematical physics,
Nature, 21 mars 1931

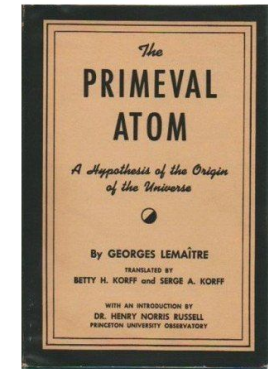
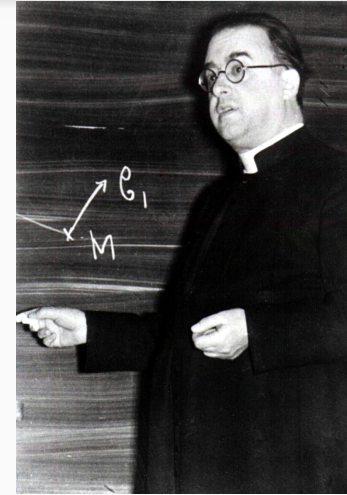
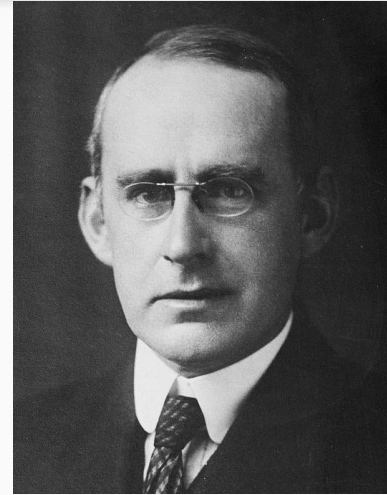
"Philosophiquement, la notion de commencement de l'ordre présent de la Nature me répugne."

G. Lemaître,
L'origine du monde du point de vue de la théorie quantique,
Nature, 9 mai 1931

Hypothèse de l'atome primitif

Le monde a procédé du condensé au diffus. [...]
L'atome-univers s'est brisé en fragments [...]
Nous pouvons concevoir que l'espace a commencé avec l'atome primitif et que le commencement de l'espace a marqué le commencement du temps.

Lemaître, *L'expansion de l'espace*, novembre 1931

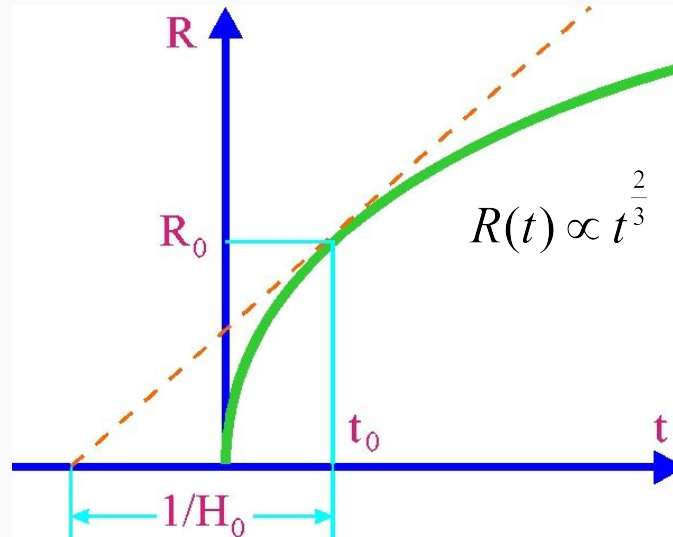


$$L_H = \frac{c}{H_0}$$

Rayon d'Hubble : échelle de l'univers visible
 $L_H \sim 4.3 \text{ Gpc}$ si $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$

$$t_H \equiv 1/H_0$$

Temps de Hubble : âge de l'univers si la vitesse d'expansion
avait été constante. $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc} \rightarrow t_H = 13.95 \text{ Gyr}$



Modèle d'Einstein- de Sitter (1932)
($\Omega_M = 1, \Omega_\Lambda = 0$)

$$t = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}$$

Nucléosynthèse Primordiale

L'origine chaude de l'Univers

Expanding Universe and the Origin of Elements

G. GAMOW

The George Washington University, Washington, D. C.

September 13, 1946

IT is generally agreed at present that the relative abundances of various chemical elements were determined by physical conditions existing in the universe during the early stages of its expansion, when the temperature and density were sufficiently high to secure appreciable reaction-rates for the light as well as for the heavy nuclei.

Expansion de l'univers dans le passé : haute densité.

S'il y avait aussi une haute température : réactions de fusion nucléaires.

Avec l'expansion, densité et température diminuent, et les réactions nucléaires se terminent.

Dans l'Univers, les éléments les plus abondants sont l'hydrogène et l'hélium.

Evolution de la densité et de la température

$$\rho_M = \rho_{0M}/a^3 = \rho_{0M}(1+z)^3$$

$$\rho_r = \rho_{0r}/a^4 = \rho_{0r}(1+z)^4$$

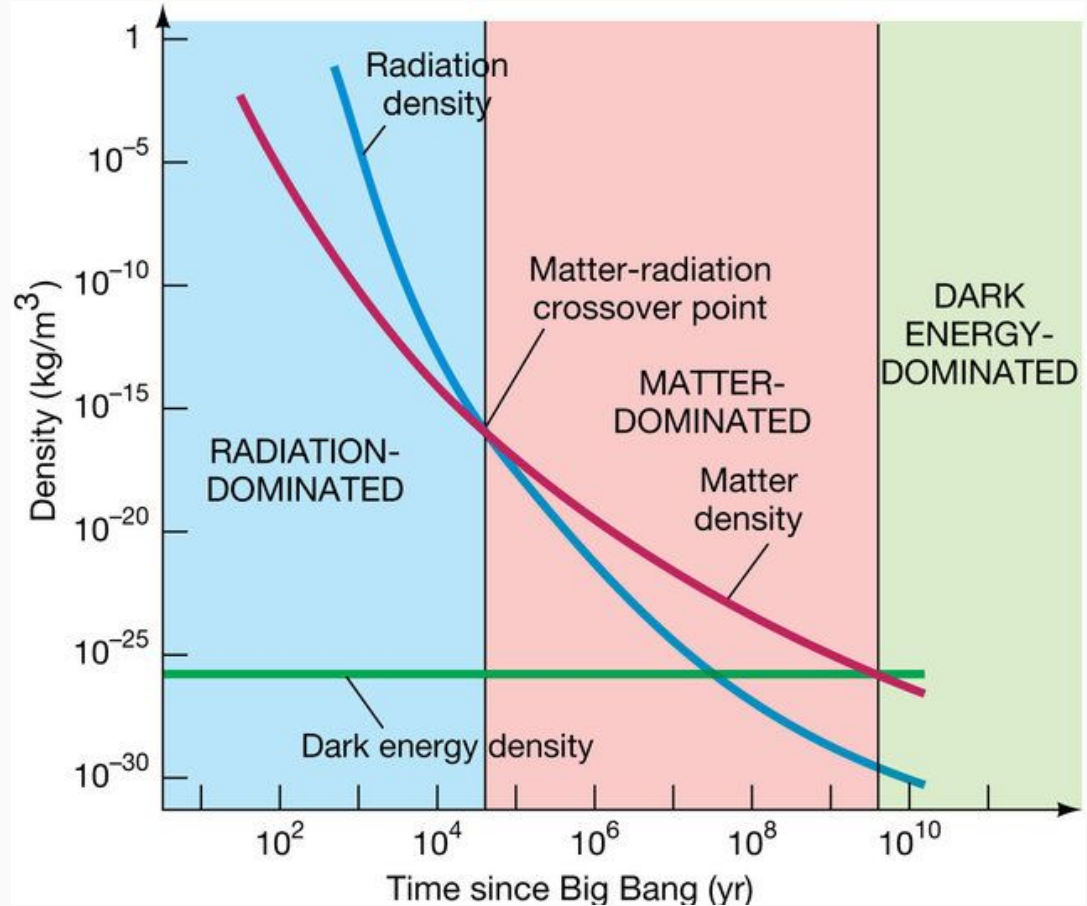
$$T = T_0/a = T_0(1+z)$$

L'énergie de la matière est aujourd'hui
~10000 fois celle du rayonnement.
Dans le passé, quand $T > 10000K$, le
rayonnement dominait la densité d'énergie.

Pendant l'ère radiative : $a(t) \propto t^{1/2}$

$$T(K) \sim 10^{10}/t(\text{sec})^{1/2}$$

$$t(\text{sec}) \sim (10^{10}/T)^2 \text{ K} \sim 1/(kT)^2 \text{ MeV}$$



L'origine des éléments

Smithsonian National Air and Space Museum

PHYSICAL REVIEW VOLUME 73, NUMBER 7 APRIL 1, 1948

Letters to the Editor

PUBLICATION of brief reports of important discoveries in physics may be secured by addressing them to this department. The closing date for this department is five weeks prior to the date of issue. No proof will be sent to the authors. The Board of Editors does not hold itself responsible for the opinions expressed by the correspondents. Communications should not exceed 600 words in length.

The Origin of Chemical Elements

R. A. ALPHER*
Applied Physics Laboratory, The Johns Hopkins University,
Silver Spring, Maryland
AND
H. HERMAN
Cornell University, Ithaca, New York
AND
G. GAMOW
The George Washington University, Washington, D. C.
February 18, 1948

As pointed out by one of us,¹ various nuclear species must have originated not as the result of an equilibrium corresponding to a certain temperature and density, but rather as a consequence of a continuous building-up process arrested by a rapid expansion and cooling of the primordial matter. According to this picture, we must imagine the early stage of matter as a highly compressed neutron gas (overheated neutral nuclear fluid) which started decaying into protons and electrons when the gas pressure fell down as the result of universal expansion. The radiative capture of the still remaining neutrons by the newly formed protons must have led first to the formation of deuterium nuclei, and the subsequent neutron captures resulted in the building up of heavier and heavier nuclei. It must be remembered that, due to the comparatively short time allowed for this process,² the building up of heavier nuclei must have proceeded just above the upper fringe of the stable elements (short-lived Fermi elements), and the present frequency distribution of various atomic species was attained only somewhat later as the result of adjustment of their electric charges by β -decay.

Thus the observed slope of the abundance curve must not be related to the temperature of the original neutron gas, but rather to the time period permitted by the expansion process. Also, the individual abundances of various nuclear species must depend not so much on their intrinsic stabilities (mass defects) as on the values of their neutron capture cross sections. The equations governing such a building-up process apparently can be written in the form:

$$\frac{dn_i}{dt} = f_i(t)(\sigma_{i-1}n_{i-1} - \sigma_i n_i) \quad i = 1, 2, \dots, 238, \quad (1)$$

where n_i and σ_i are the relative numbers and capture cross sections for the nuclei of atomic weight i , and where $f_i(t)$ is a factor characterizing the decrease of the density with time.

We may remark at first that the building-up process was apparently completed when the temperature of the neutron gas was still rather high, since otherwise the observed abundances would have been strongly affected by the resonances in the region of the slow neutrons. According to Hughes,³ the neutron capture cross sections of various elements (for neutron energies of about 1 Mev) increase exponentially with atomic number halfway up the periodic system, remaining approximately constant for heavier elements.

Using these cross sections, one finds by integrating Eqs. (1) as shown in Fig. 1 that the relative abundances of various nuclear species decrease rapidly for the lighter elements and remain approximately constant for the elements heavier than silver. In order to fit the calculated curve with the observed abundances⁴ it is necessary to assume the integral of ρdt during the building-up period is equal to 5×10^4 g sec./cm².

On the other hand, according to the relativistic theory of the expanding universe⁵ the density dependence on time is given by $\rho \propto 1/t^3$. Since the integral of this expression diverges at $t = 0$, it is necessary to assume that the building-up process began at a certain time t_0 , satisfying the relation:

$$\int_{t_0}^{\infty} (10^9/\rho) dt \leq 5 \times 10^4, \quad (2)$$

which gives us $t_0 \leq 20$ sec. and $\rho_0 \leq 2.5 \times 10^9$ g sec./cm². This result may have two meanings: (a) for the higher densities existing prior to that time the temperature of the neutron gas was so high that no aggregation was taking place, (b) the density of the universe never exceeded the value 2.5×10^9 g sec./cm² which can possibly be understood if we

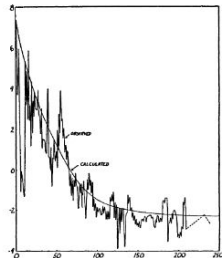


FIG. 1.
Log of relative abundance
Atomic weight

1948: papier $\alpha\beta$
Alpher, Bethe & Gamow, 1er Avril 1948

Alpher & Herman 1948 :
il existe aujourd'hui un rayonnement
cosmique à une température de $\sim 5^\circ \text{K}$



George Gamow

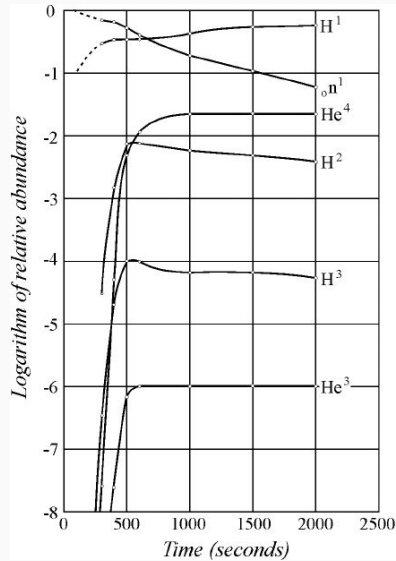
Ralph Alpher

Robert Herman



"Photomontage of R. A. Alpher, G. Gamow, and R. Herman, 1949" from Genesis of the Big Bang, copyright 2001, Oxford University Press.

Le problème des éléments lourds



Abondance des éléments légers calculées par Enrico Fermi et Anthony Turkevich en 1950.

Pas des noyaux stables avec 5 ou 8 nucléons.

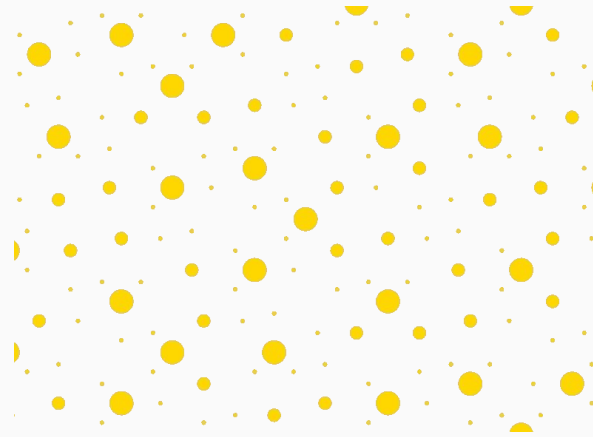
Impossible de former des noyaux lourdes.

La chaîne des réactions s'arrête au Lithium avec 7 nucléons (7Li).

La théorie de l'État Stationnaire

1948 : selon Hoyle, Bondi et Gold l'univers doit conserver les mêmes propriétés dans l'espace et dans le temps: c'est le Principe Cosmologique Parfait.

L'expansion implique alors la création continue de matière.



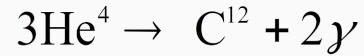
Dans ce cas, même les éléments légers doivent être produits dans les étoiles.

Note : en 1949 Hoyle invente le nom de Big Bang.

Les réactions à l'intérieur des étoiles

Il existe un noyau meta-stable avec 8 nucléons, le Béryllium (${}^8\text{B}^*$).

Si ce noyau entre en collision avec l'Hélium, ${}^4\text{He}$, on produit le carbonium ${}^{12}\text{C}$ et ensuite les autres éléments plus lourds.



Mais la réaction est trop lente pour produire les abondances observées.

En 1952 Hoyle prédit alors une résonance avec un niveau d'énergie du carbone-12 à 7.65 MeV, qui est alors cherché et effectivement découvert en 1953.

1957: papier B2FH (Burbidge, Burbidge, Fowler, Hoyle).

Les étoiles produisent les éléments plus lourds que l'hélium.

OK pour le Big Bang, qui ne peut produire essentiellement que de l'hélium

1967: Wagoner, Fowler, Hoyle

Ils calculent les éléments produits dans la nucléosynthèse primordiale.

"Ce fut cet article qui fit accepter par un grand nombre de physiciens la cosmologie du Big Bang chaud comme une science quantitative sérieuse", William McCrea

Ère leptonique ($10^{-4} < t < 10$ s, $10^{12} \text{K} > kT > 5 \times 10^9 \text{K}$)

Le rayonnement est en équilibre thermique avec les leptons (électrons, muons, neutrinos).

$$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrow e^+ + e^- \leftrightarrow \gamma + \gamma$$

$$n + \nu_e \leftrightarrow p + e^-$$

$$n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e$$

$$n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$m_p c^2 = 938.3 \text{ MeV} \quad m_n c^2 = 939.6 \text{ MeV}$$

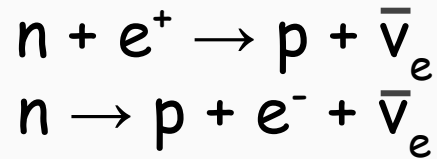
$$m_n c^2 - m_p c^2 = 1.293 \text{ MeV}$$

$$n_n/n_p = (m_n/m_p)^{3/2} \exp [-(m_n - m_p)c^2/kT] \quad \text{Abondance relative neutrons/protons}$$

Le découplage des neutrinos ($T \sim 10^{10} \text{K}$, $E \sim 1 \text{ MeV}$, $t \sim 1 \text{ s}$)

Quand $kT < 1 \text{ MeV}$, le temps d'interaction (qui dépend de la section efficace des interactions faibles) des neutrinos devient plus petit du temps d'expansion.

Les neutrinos n'ont plus assez d'énergie pour combler la différence de masse neutron-proton.



Aujourd'hui : rayonnement fossile de neutrinos à $1,9 \text{ }^\circ\text{K}$.

A $t \sim 10 \text{ s}$, $T < 10^{10} \text{ K}$, annihilation électrons-positrons

La nucléosynthèse primordiale

à $kT \sim 0.8 \text{ MeV}$ ($T \sim 10^{10} \text{ K}$, 156 s) les réactions p-n ne sont plus efficaces

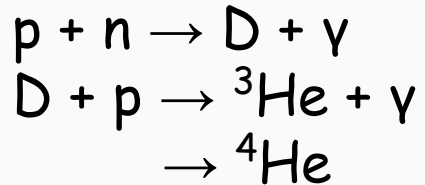
$$n_n/n_p = (m_n/m_p)^{3/2} \exp [-(m_n - m_p)c^2/kT] \sim \exp(-1.3/0.8) \sim 1/5$$

Les neutrons isolés se transforment en protons avec un temps caractéristique $t_{1/2} \sim 614 \text{ sec}$.

pour $kT \gtrsim 0.1 \text{ MeV}$ $p + n \leftrightarrow D + \gamma$

L'abondance en masse de l'Hélium-4 primordial

$kT \sim 0.06 \text{ MeV}$ ($T \sim 10^9 \text{ K}$) : les réactions de fusion nucléaire deviennent efficaces. A ce moment : $n_n/n_p \sim 1/7$

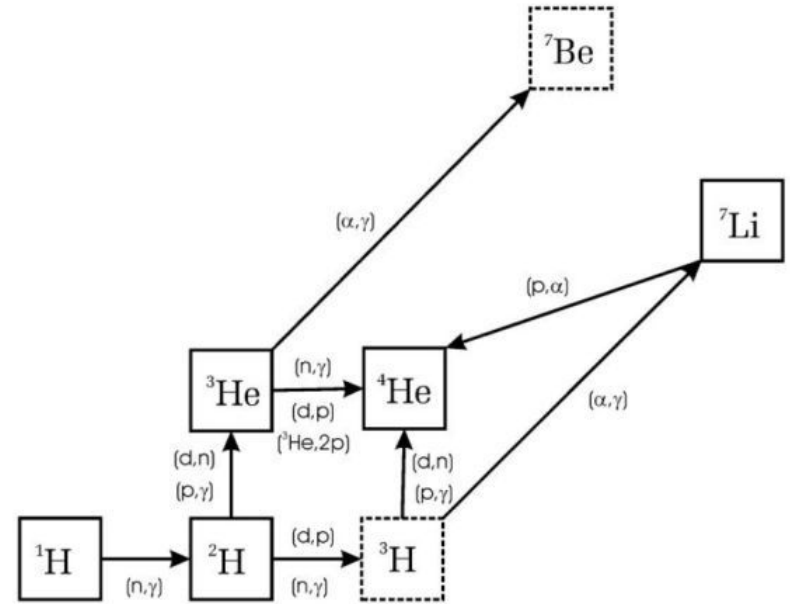


$$n_n / n_p \sim 1/7$$

$n_{\text{He}} = n_n / 2$ Le nombre de noyaux d'hélium est la moitié du nombre de neutrons

En masse, l'He-4 est 4 fois plus massif qu'un nucléon

$$Y = 4n_{\text{He}} / (n_n + n_p) = 2n_n / (n_n + n_p) = (2n_n / n_p) / (1 + n_n / n_p) \sim \mathbf{0.25}$$



Abondances et densité baryonique

Abondances des éléments observées

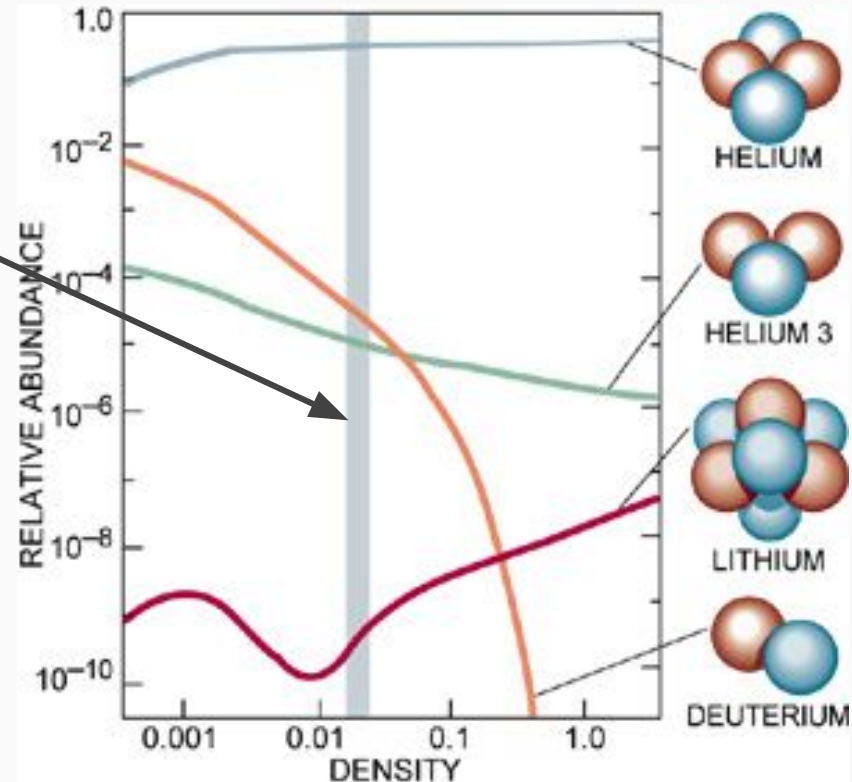
Les abondances dépendent de la densité de l'univers

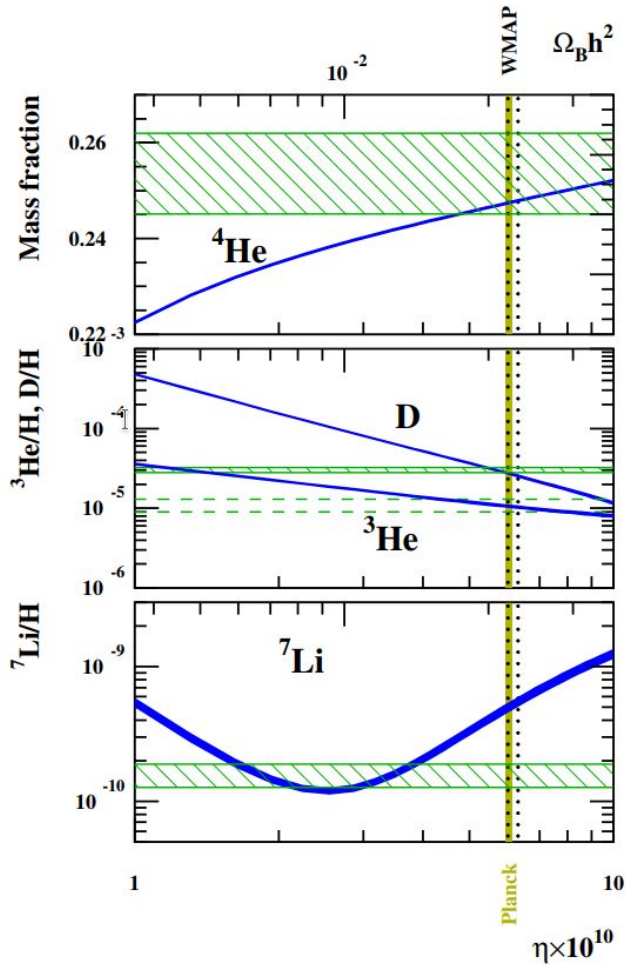
Limites à la densité baryonique (Wagoner 1973):

$$\rho_B = 1-3 \times 10^{-31}$$

Limites au nombre de familles de neutrinos (Yang et al. 1979)

$$N_\nu \leq 3$$





Deuterium :
 détruit dans les étoiles
 On obtient une limite inférieure à son abondance
 et une limite supérieure à η_{10} .
 $\text{D}/\text{H} \sim 2.5 \times 10^{-5}$ (DLA)

L'hélium ^{4}He :
 $Y = 0.245 \pm 0.0035$ (régions HII metal-poor)

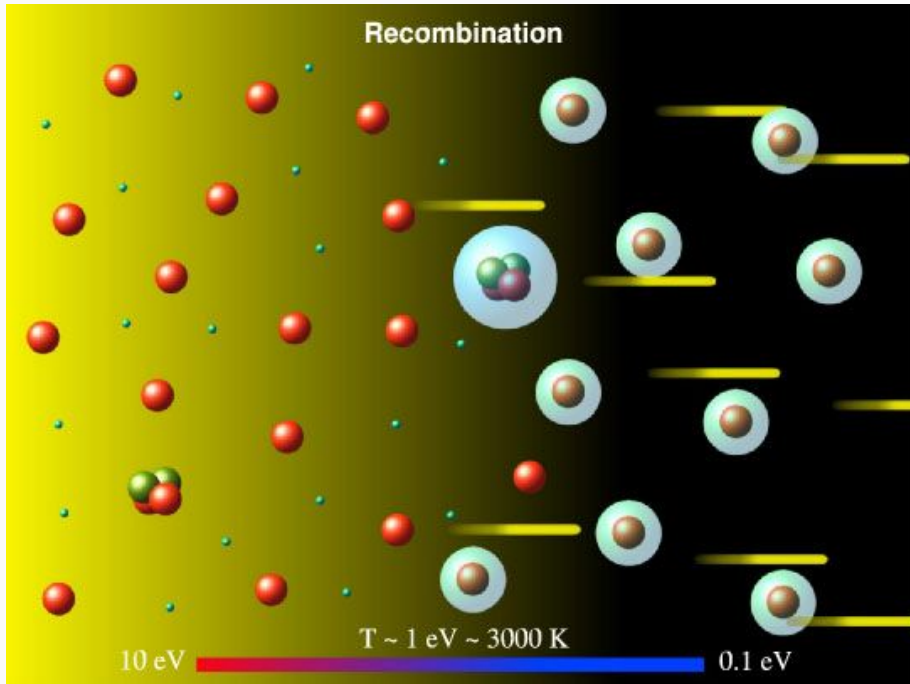
^{7}Li :
 $\text{Li}/\text{H} = (1.6 \pm 0.003) \times 10^{-10}$
 (Étoiles pauvres en métaux de Population II)

Coc 2016

$$\eta_{10} \equiv 10^{10}(n_B/n_\gamma).$$

Le fonds diffus cosmologique

Recombinaison et découplage



Le rayonnement pendant les réactions nucléaires était à très haute température (un milliard de degrés). Avec l'expansion, sa température diminue.

La matière est ionisée (plasma) ; protons et électrons ne peuvent pas se lier sans être séparés par un photon à haute énergie.

Le rayonnement ne peut pas se propager librement dans le plasma : il y a diffusion Thomson.

Avec l'expansion la température diminue et protons et électrons commencent à se lier (recombinaison) ; le libre parcours moyen des photons augmente.

375 000 ans après le Big Bang, électrons et protons sont liés, la matière est neutre et l'univers devient "transparent" (à $z = 1090$). Le rayonnement se propage librement.

La température du rayonnement, alors de ~ 3000 K, est aujourd'hui de 2,725 K.

Propriétés du rayonnement fossile

Deux prédictions fondamentales

Isotropie

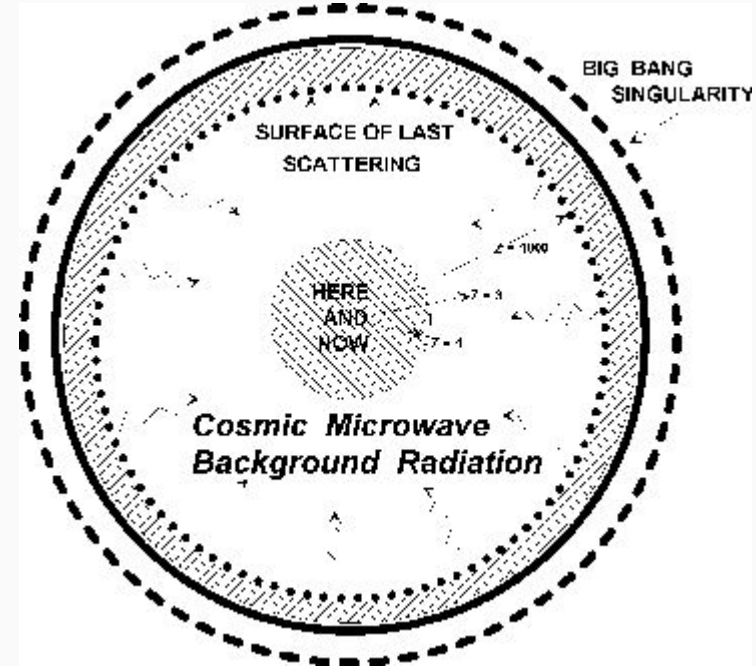
Si le principe cosmologique est valable, le rayonnement doit avoir la même température dans toutes les directions du ciel.

Spectre de Planck

Son intensité en fonction de la longueur d'onde doit correspondre au spectre de corps noir

Les régions qui ont émis les photons du CMB se trouvent aujourd'hui à une distance de 46 milliards d'années-lumière.

$\sim 400 \text{ photons/cm}^3$



Les découvertes manquées du CMB

- 1941** Andrew McKellar mesure une température $T = 2,3\text{K}$ dans l'espace interstellaire.
- 1955** Émile Le Roux trouve un rayonnement à 33cm, d'origine extragalactique ($T = 3 \pm 2 \text{ °K}$). Il le publie dans sa thèse de doctorat.
- 1957** Tigran A. Shmaonov détecte un rayonnement à $T = 3\text{K}$ (résultat publié dans un journal technique soviétique).
- 1961** E. Ohm publie un rapport qui décrit ses observations avec la même antenne qui sera utilisée par Penzias & Wilson. Il donne $T = 2.3\text{K}$ pour la contribution de l'atmosphère.
- 1962** William Rose ($T = 3 \text{ °K}$, non publié).
- 1964** Doroshkevich et Novikov prédisent la forme du spectre du rayonnement cosmique. Ils lisent Ohm et font la liaison avec les prédictions de Gamow et al., mais ils interprètent mal la mesure.
- 1964** Le groupe de Dicke à Princeton construit une antenne pour détecter le rayonnement cosmique.

La découverte finale du CMB (1965)

A MEASUREMENT OF EXCESS ANTENNA TEMPERATURE AT 4080 Mc/s

Measurements of the effective zenith noise temperature of the 20-foot horn-reflector antenna (Crawford, Hogg, and Hunt 1961) at the Crawford Hill Laboratory, Holmdel, New Jersey, at 4080 Mc/s have yielded a value about 3.5° K higher than expected. This excess temperature is, within the limits of our observations, isotropic, unpolarized, and

Chercheurs des laboratoires Bell, ils utilisent une antenne pour mesurer l'émission radio de la Voie Lactée. Ils découvrent en 1964 un bruit de fond qu'ils n'arrivent pas à éliminer, dont le groupe de Princeton leur explique la nature.

Prix Nobel pour la physique en 1978.



COSMIC BLACK-BODY RADIATION*

One of the basic problems of cosmology is the singularity characteristic of the familiar cosmological solutions of Einstein's field equations. Also puzzling is the presence of matter in excess over antimatter in the universe, for baryons and leptons are thought to be conserved. Thus, in the framework of conventional theory we cannot understand the origin of matter or of the universe. We can distinguish three main attempts to deal with these problems.

1. The assumption of continuous creation (Bondi and Gold 1948; Hoyle 1948), which avoids the singularity by postulating a universe expanding for all time and a continuous but slow creation of new matter in the universe.

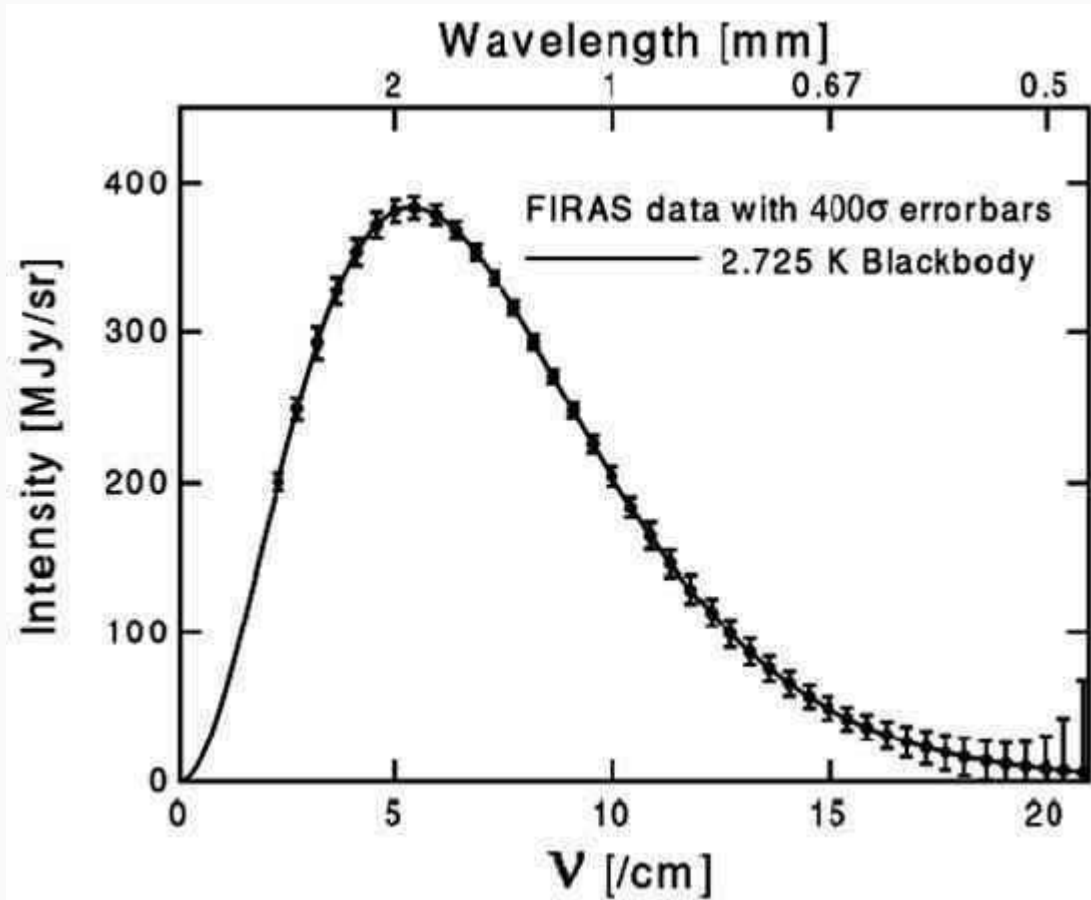
2. The assumption (Wheeler 1964) that the creation of new matter is intimately related to the existence of the singularity, and that the resolution of both paradoxes may be found in a proper quantum mechanical treatment of Einstein's field equations.

3. The assumption that the singularity results from a mathematical over-idealization,

* This research was supported in part by the National Science Foundation and the Office of Naval Research of the U.S. Navy.

R. H. DICKE
P. J. E. PEEBLES
P. G. ROLL
D. T. WILKINSON

L'isotropie du CMB : les observations de COBE (COsmic Background Explorer)



$T = 2.725 \pm 0.002$ K

La matière noire

La relation vitesse-rayon de l'orbite

$$a = -GM(R)/R^2 = -v^2/R \text{ (orbite circulaire)}$$

$$v^2 = GM(R)/R$$

$$M = \text{constante} \rightarrow v \propto 1/\sqrt{R} \text{ (système solaire)}$$

$$M \propto R^3 \rightarrow v \propto R \text{ (densité } \rho \text{ constante)}$$

$$M \propto R \rightarrow v = \text{constante}$$

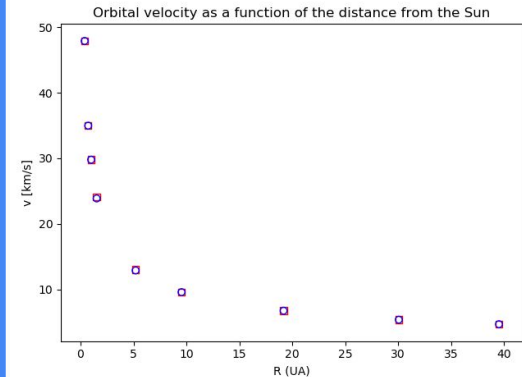
3ème loi de Kepler :

$$T^2 \propto R^3$$

$$T = 2\pi R/v$$

$$\rightarrow R^2/v^2 \propto R^3$$

$$v \propto 1/\sqrt{R}$$

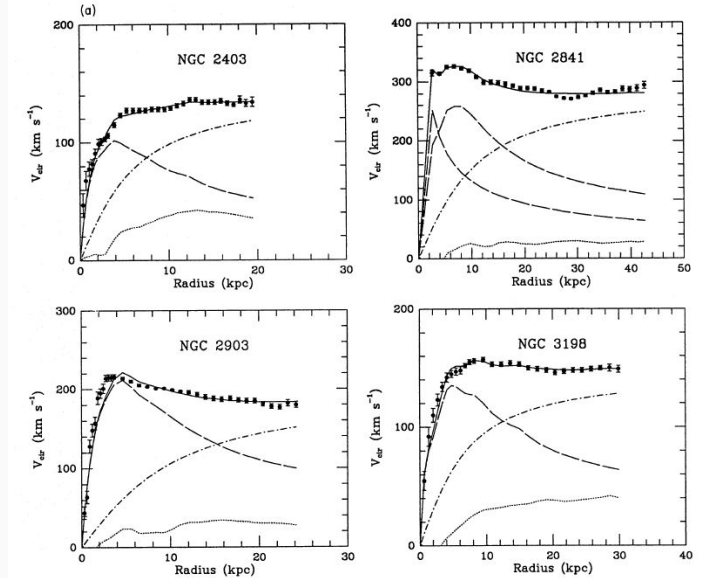


Courbes de rotation des spirales

$$M/L \sim 10 (M_{\odot}/L_{\odot}) \quad r \lesssim 20 \text{ kpc}$$

(augmente avec la distance du centre)

Années '70
Évidence d'un halo de matière non visible
("missing mass")



Begeman et al. (1991)



Vera C. Rubin (1928-2016)

Les amas de galaxies

Les plus grandes structures gravitationnellement liées dans l'univers

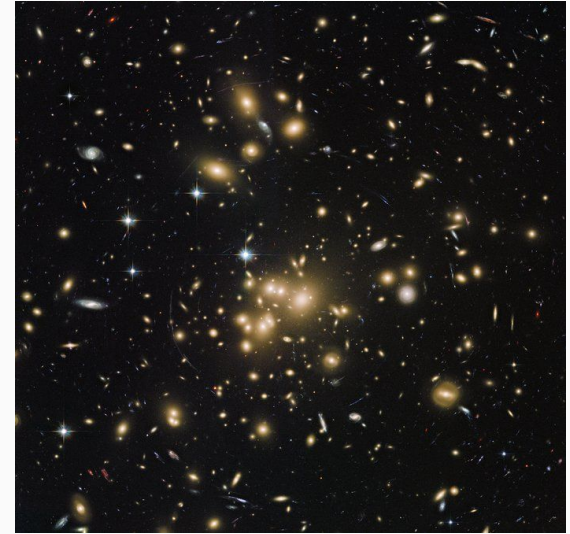
Méthodes de mesure de la masse des amas :

optique (dynamique)

X (émission du gaz chaud)

gravitational lensing

Masse des galaxies < masse du gaz < masse totale



Abell 1689

NASA, ESA, the Hubble Heritage Team (STScI / AURA), J. Blakeslee (NRC Herzberg Astrophysics Program, Dominion Astrophysical Observatory), and H. Ford (JHU)

Amas de galaxies : masse optique

$$2T + V = 0 \quad (\text{Théorème du viriel})$$

$$T = \frac{1}{2} M \langle v^2 \rangle \quad V = -GM^2/r$$

$$M \langle v^2 \rangle = GM^2/r \rightarrow M = r \langle v^2 \rangle / G$$

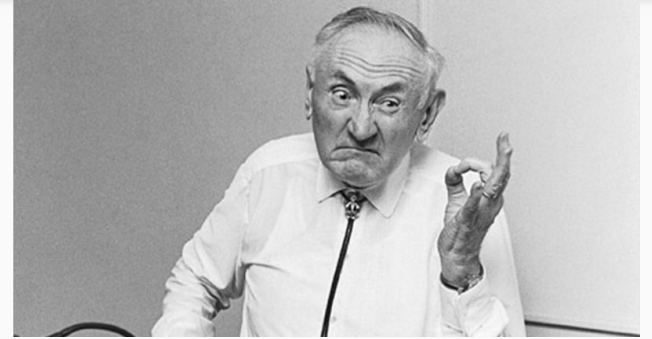
$$\langle v^2 \rangle = 3\sigma^2 \quad r = R \pi/2 \quad (R : \text{rayon projeté})$$

$$\sigma^2 \sim 1000 \text{ km/s}, R \sim 1 \text{ Mpc} \rightarrow$$

$$M \sim 10^{15} M_{\odot}$$

$$L \sim 10^{12} - 10^{13}$$

$$M/L \sim 300 h (M_{\odot}/L_{\odot})$$



Fritz Zwicky (1898-1974)



Abell 2163 ESA/Hubble

Amas de galaxies : masse X

Hypothèse : équilibre hydrostatique

Résultat :

~3% étoiles (et gaz) dans les galaxies

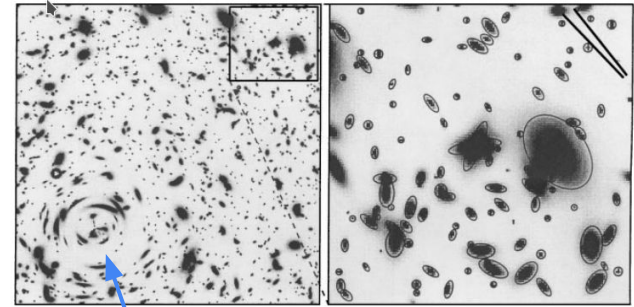
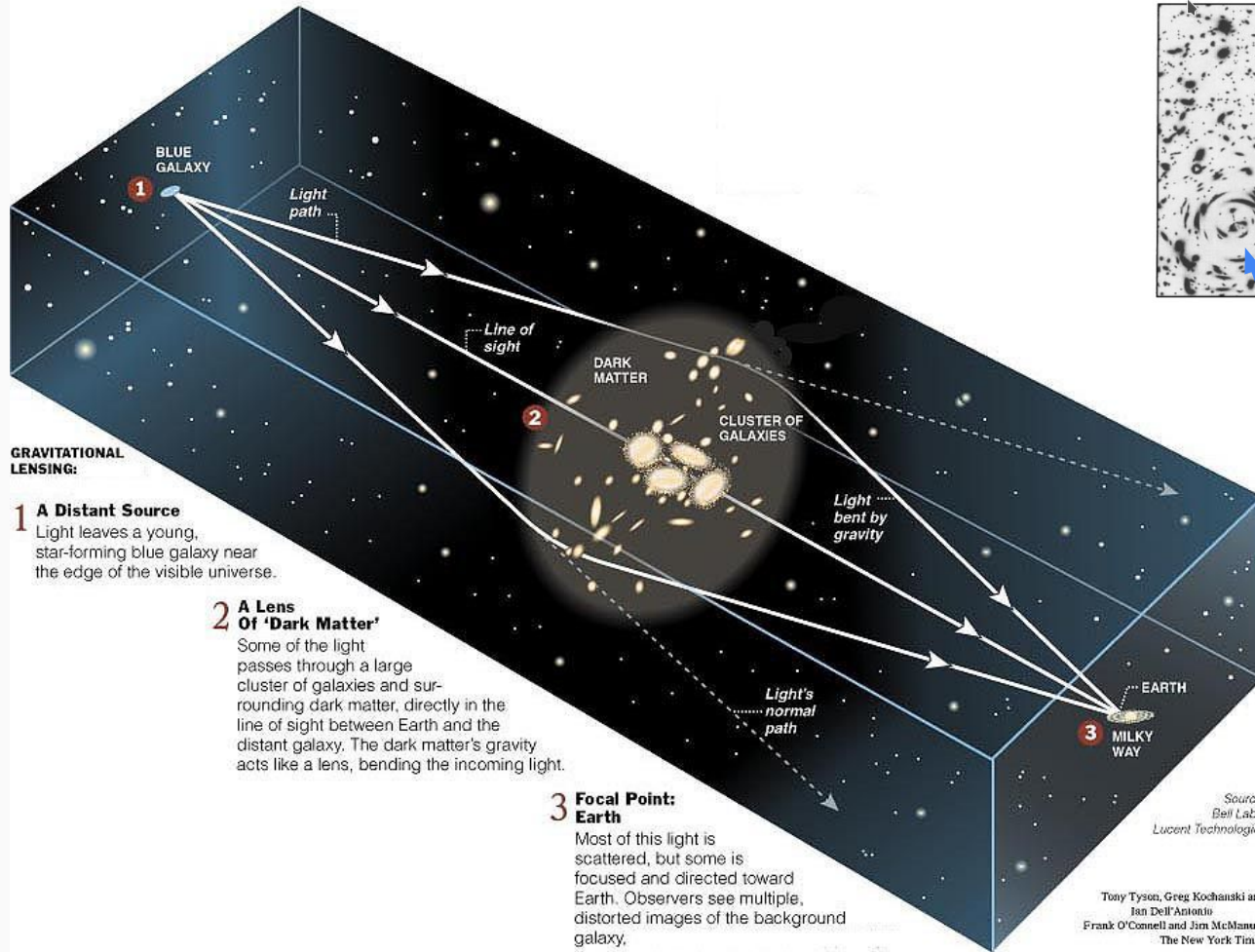
~15% gaz intergalactique

~80% matière noire



Amas de Coma - ESA/XMM-Newton/SDSS/J. Sanders et al. 2019

Lentilles gravitationnelles

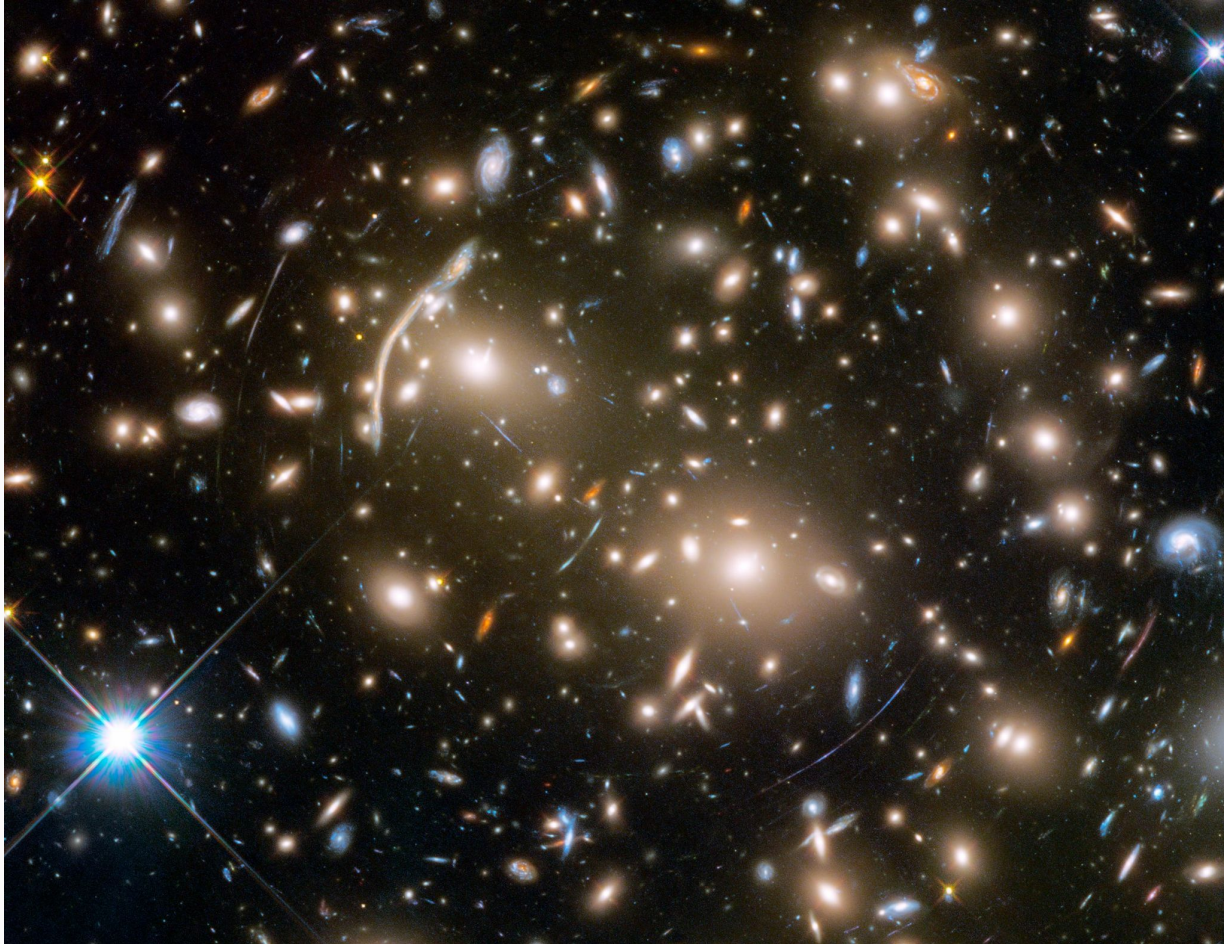


Mellier 1999

Strong lensing

Weak lensing

Gravitational Lensing des amas de galaxies

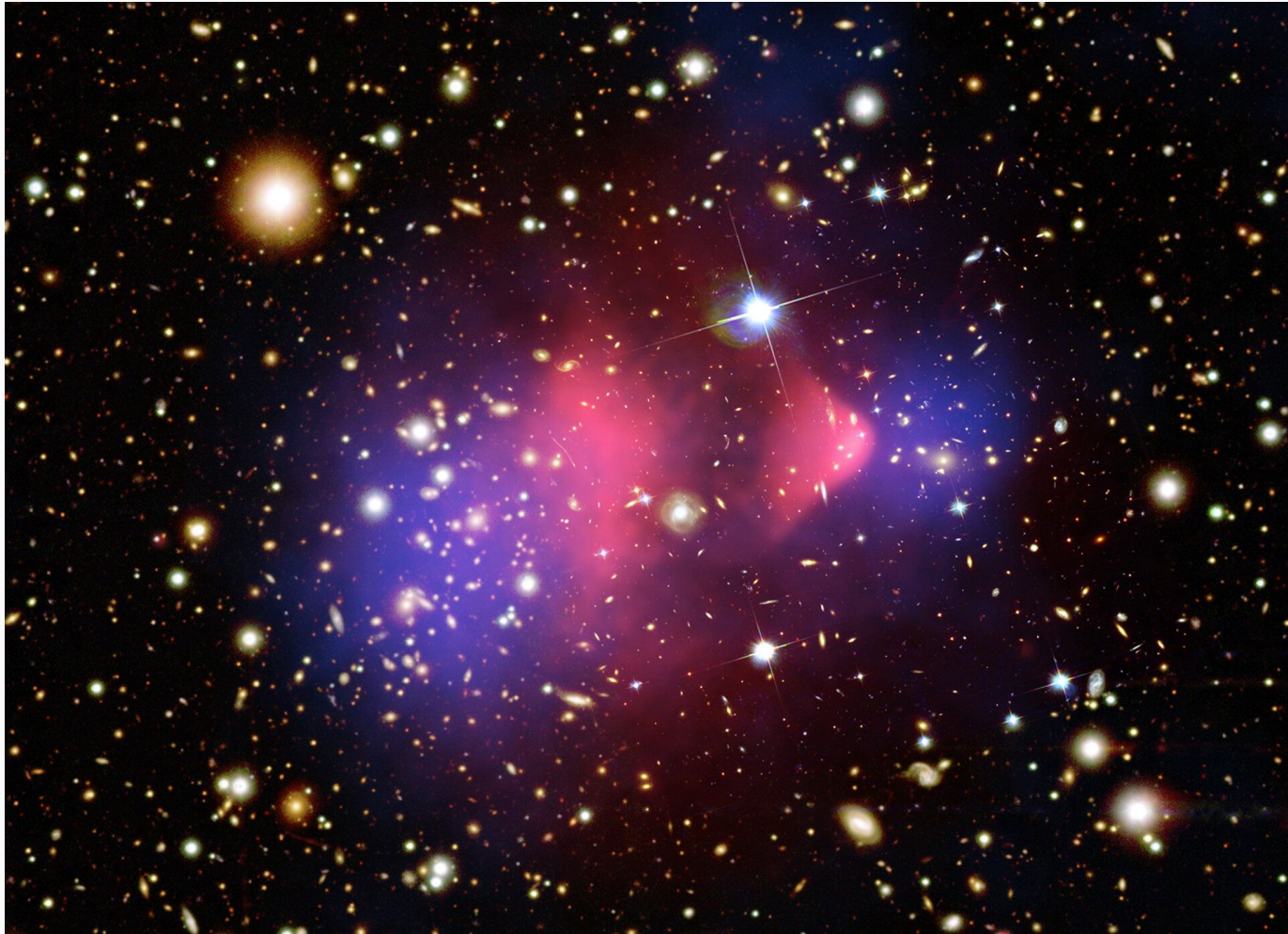


A370

Arcs : strong lensing

Distribution de la
masse en projection

Le Bullet Cluster



Rose : gaz (X)

Bleu : matière noire
(lentilles gravitationnelles)

X-ray: NASA/CXC/CfA/M.Markevitch,
Optical and lensing map: NASA/STScI,
Magellan/U.Arizona/D.Clowe, Lensing
map: ESO WFI

L'accélération de l'expansion

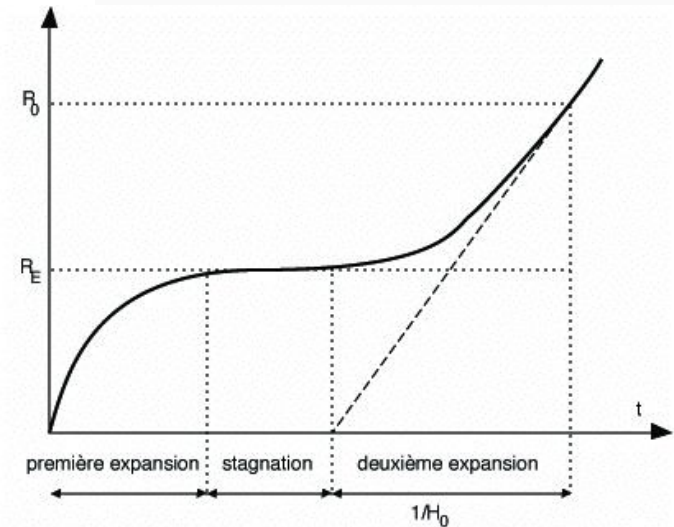
Modèle standard des années '80 :

Einstein-de Sitter $\Omega_M=1$, $\Omega_\Lambda=0$

Space Telescope : observation des Céphéïdes in Virgo $\rightarrow H_0 = 73$ km/s/Mpc

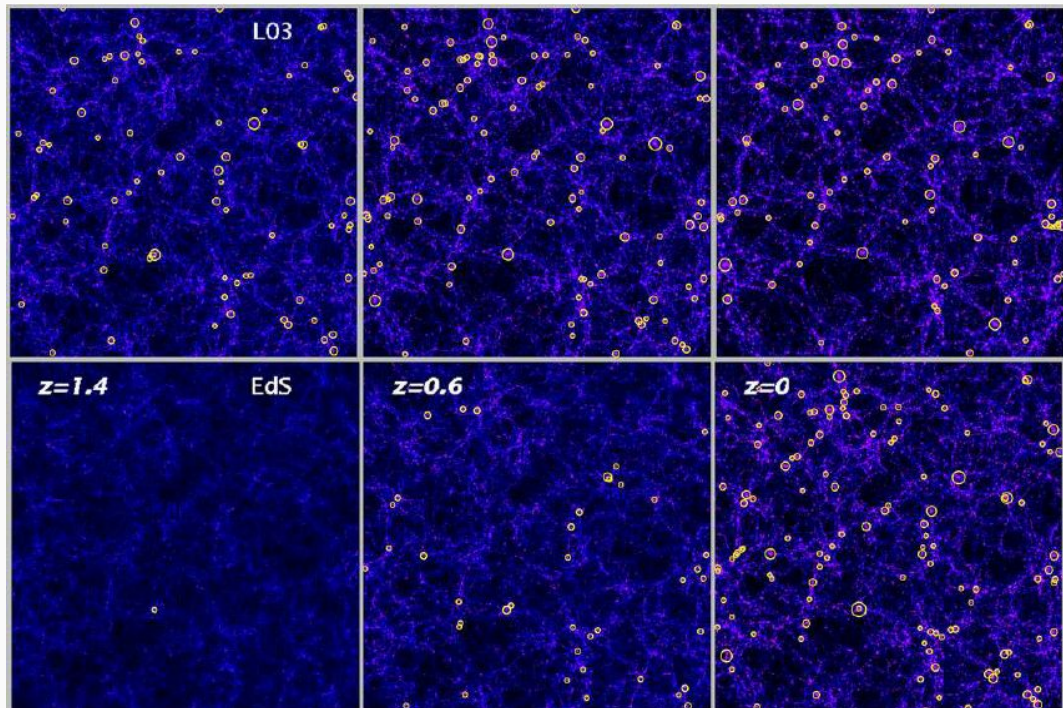
Age de l'univers incompatible avec l'âge des amas globulaires

$H_0 = 70$	Ω_m	Ω_Λ	t_0 (Gyr)
Open	0.2	0	12 ± 1
Open	0.3	0	11 ± 1
Flat	0.2	0.8	15 ± 1.5
Flat	0.3	0.7	13.5 ± 1.5
Flat	1.0	0	9 ± 1

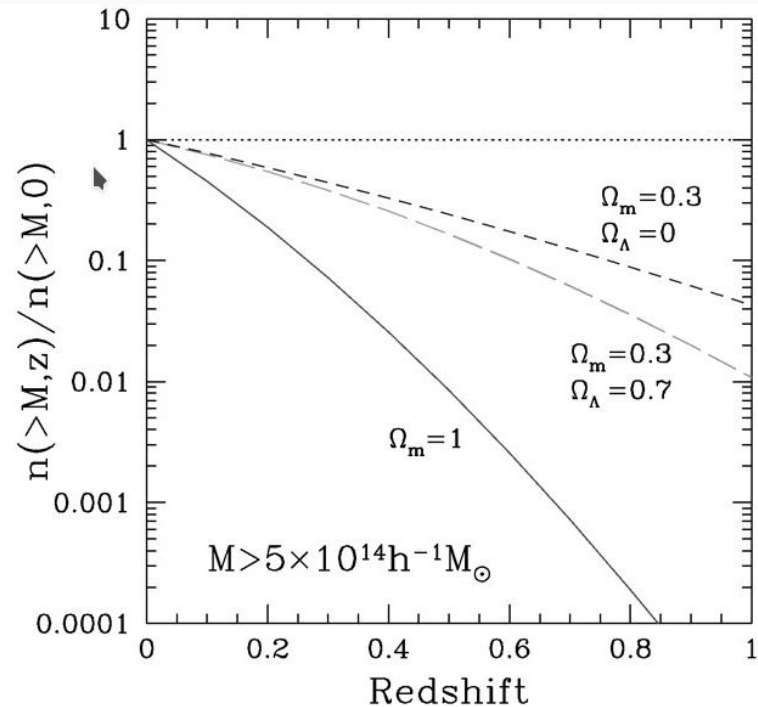


Modèle de Lemaitre avec constante cosmologique

Formation des amas de galaxies et cosmologie



Borgani & Guzzo 2001, Nature



Rosati et al. 2002

Letter

The cosmological constant and cold dark matter

G. Efsthathiou, W. J. Sutherland & S. J. Maddox

Nature **348**, 705–707 (27 December 1990)

doi:10.1038/348705a0

[Download Citation](#)

Received: 30 August 1990

Accepted: 31 October 1990

Published online: 27 December 1990

Abstract

THE cold dark matter (CDM) model^{1–4} for the formation and distribution of galaxies in a universe with exactly the critical density is theoretically appealing and has proved to be durable, but recent work^{5–8} suggests that there is more cosmological structure on very large scales ($> 10 h^{-1}$ Mpc, where h is the Hubble constant H_0 in units of $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$) than simple versions of the CDM theory predict. We argue here that the successes of the CDM theory can be retained and the new observations accommodated in a spatially flat cosmology in which as much as 80% of the critical density is provided by a positive cosmological constant, which is dynamically equivalent to endowing the vacuum with a non-zero energy density. In such a universe, expansion was dominated by CDM until a recent epoch, but is now governed by the cosmological constant. As well as explaining large-scale structure, a cosmological constant can account for the lack of fluctuations in the microwave background and the large number of certain kinds of object found at high redshift.

1990

Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1992. 30: 499–542
Copyright © 1992 by Annual Reviews Inc. All rights reserved

1992

THE COSMOLOGICAL CONSTANT

Sean M. Carroll and William H. Press

Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, Massachusetts 02138

Edwin L. Turner

Princeton University Observatory, Princeton, New Jersey 08544

KEY WORDS: general relativity, vacuum energy, age of universe, galaxy counts, gravitational lenses

1. INTRODUCTION

Astronomy and physics bring different perspectives to the “cosmological constant problem.” Originally introduced by Einstein as a new term in his gravitational field equations [and later regretted by him as “the biggest blunder of my life” (quoted in Gamow 1970)], the cosmological constant, Λ , confronts observational astronomers as a possible additional term in the equation that, according to general relativity, governs the expansion factor of the universe $R(t)$,

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_M + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2}. \quad 1.$$

Here ρ_M is the mass density; $k = -1, 0, +1$ for a Universe that is respectively open, “flat,” and closed; and H is the Hubble constant, whose observable value at the present epoch t_0 is denoted H_0 .

Equation 1 says that three competing terms drive the universal expansion: a matter term, a cosmological constant term, and a curvature term. It is convenient to assign symbols to their respective fractional contributions at the present epoch. We define

$$\Omega_M \equiv \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{M0}, \quad \Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{3H_0^2}, \quad \Omega_k \equiv -\frac{k}{R_0^2 H_0^2}, \quad 2.$$

General Relativity and Gravitation, Vol. 27, No. 11, 1995

1995

The Cosmological Constant Is Back[†]

Lawrence M. Krauss¹ and Michael S. Turner^{2,3}

A diverse set of observations now compellingly suggest that the universe possesses a nonzero cosmological constant. In the context of quantum-field theory a cosmological constant corresponds to the energy density of the vacuum, and the favored value for the cosmological constant corresponds to a very tiny vacuum energy density. We discuss future observational tests for a cosmological constant as well as the fundamental theoretical challenges — and opportunities — that this poses for particle physics and for extending our understanding of the evolution of the universe back to the earliest moments.

In the early history of modern cosmology the cosmological constant was invoked twice, first by Einstein to obtain static models of the universe⁴ and next by Bondi and Gold and by Hoyle to resolve an age crisis and to construct a universe that satisfied the “Perfect Cosmological Principle,” i.e., one that appears the same at all times and places. In both instances the motivating crisis passed and the cosmological constant was put aside.

While Einstein called the cosmological constant his biggest blunder and attempted to put the genie back in the bottle, he failed. The cosmological constant remains a focal point of cosmology (in the past decade

[†] This essay received the fifth award from the Gravity Research Foundation, 1995—Ed.

¹ Departments of Physics and of Astronomy, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio 44106-7079, USA

² Departments of Physics and of Astronomy and Astrophysics, Enrico Fermi Institute, The University of Chicago, Chicago, Illinois 60637-1433, USA

³ NASA/Fermilab Astrophysics Center, Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia, Illinois 60510-0500, USA

⁴ Einstein’s motivation went beyond obtaining a static solution; it was also to insure that an empty universe satisfied Mach’s principle (see Ref. 1, Ch.1).

Les Supernovae Ia

Classification en 1985:

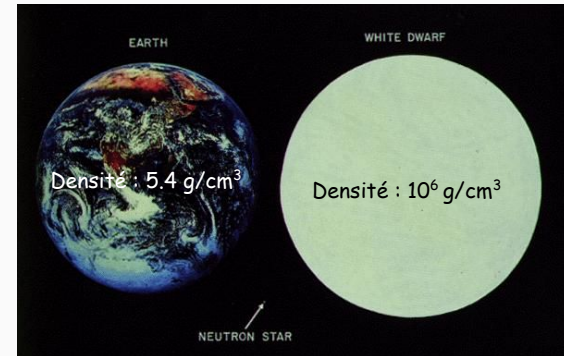
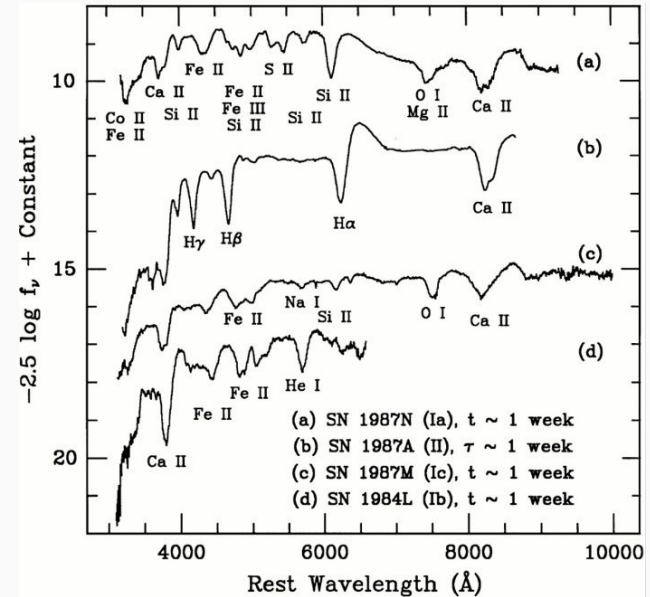
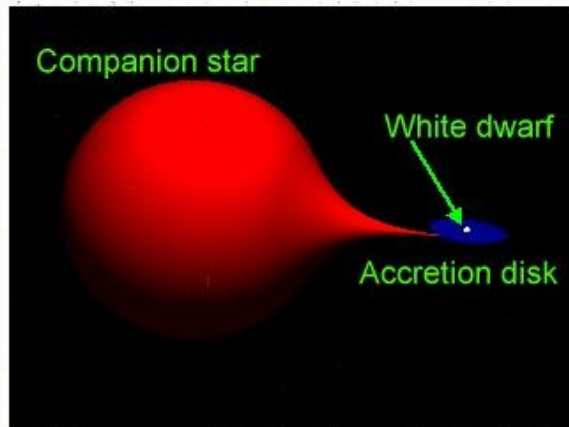
Type I : sans raies de l'hydrogène

Type II : avec raies de l'hydrogène

Découverte en 1985:

Type Ia:

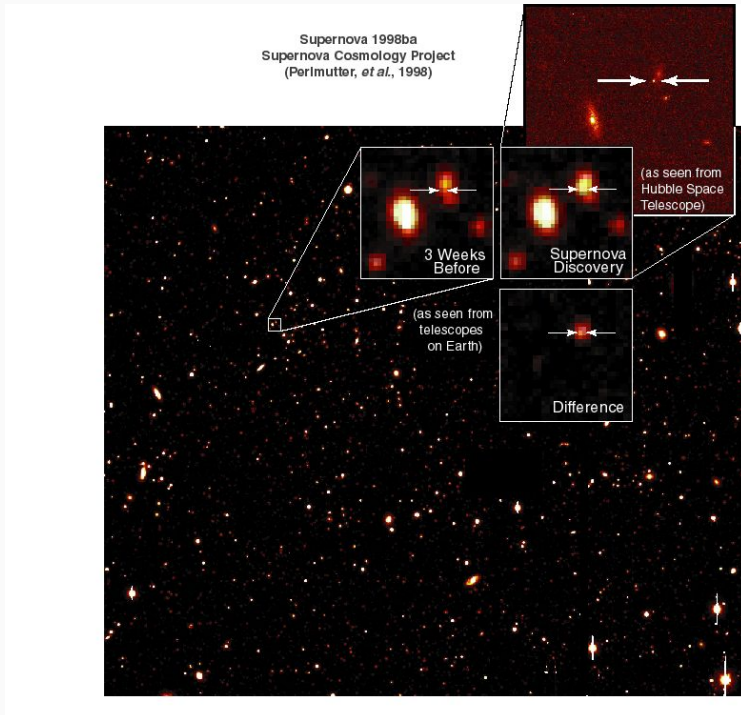
naines blanches en systèmes binaires qui dépassent la limite de Chandrasekhar ($\sim 1.4 M_{\odot}$)



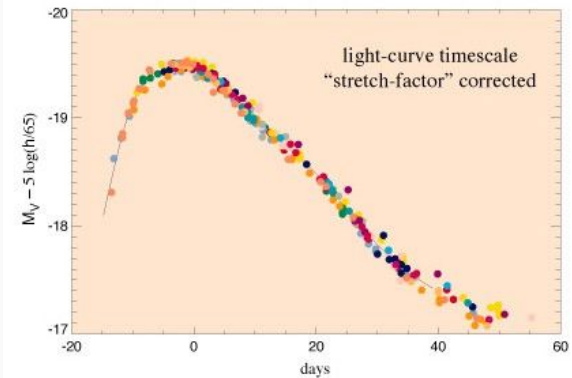
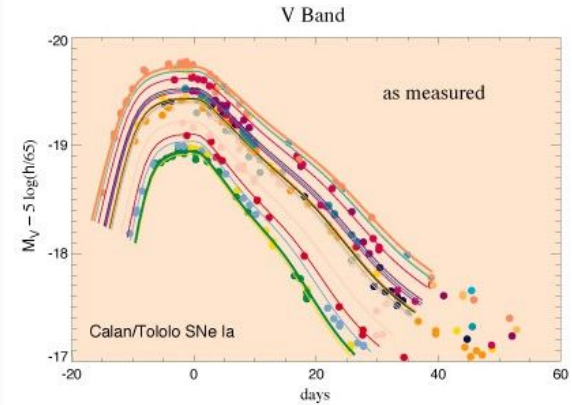
Les Supernovae comme indicateurs de distance

$M \sim -19.5$

40% de dispersion de luminosité au maximum : mais il y a une corrélation avec la courbe de lumière.



Low Redshift Type Ia Template Lightcurves

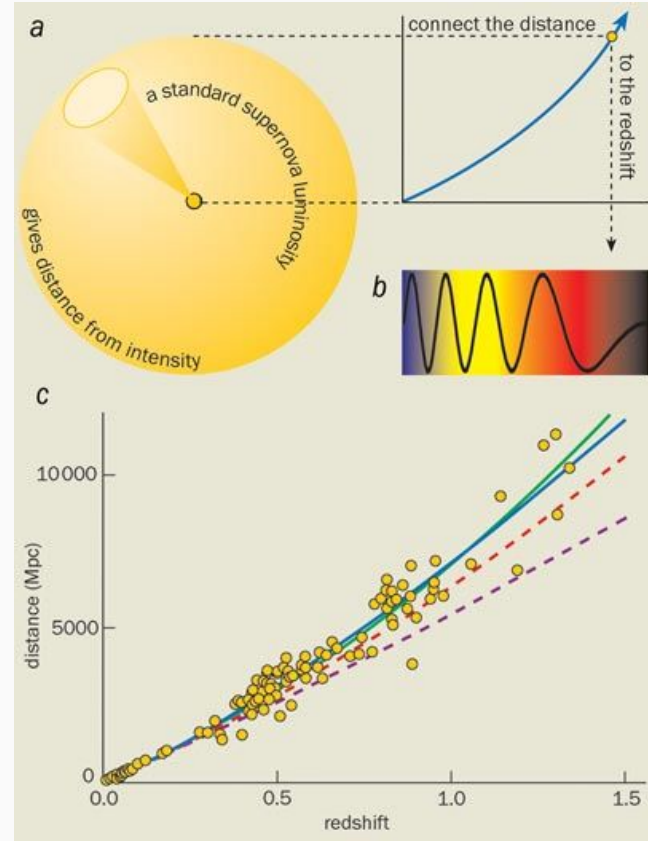


La méthode (idéale)

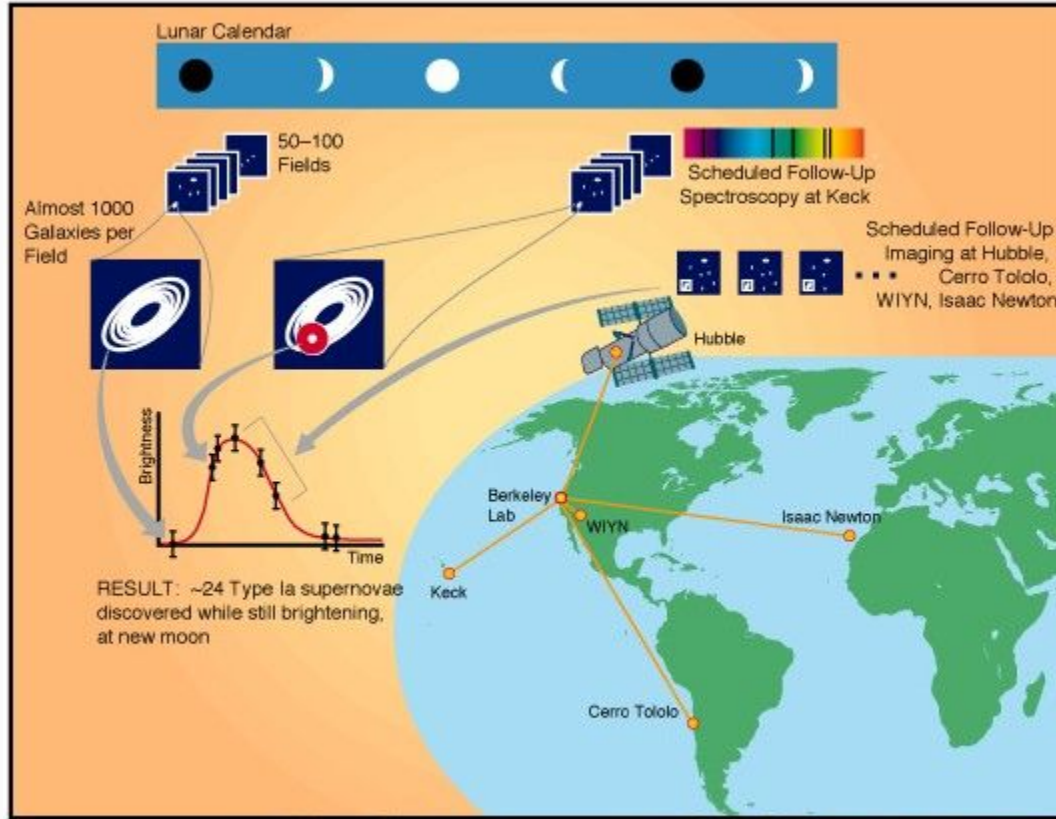
Pour chaque modèle cosmologique, on calcule quelle est la magnitude apparente prévue pour chaque Supernova au maximum en fonction du redshift, et on vérifie la différence avec la magnitude mesurée.

$$D_L = f(z, H_0, \Omega_M, \Omega_\Lambda)$$

$$m = M + 25 + 5\log(D_L/\text{Mpc})$$



La chasse aux Supernovae Ia

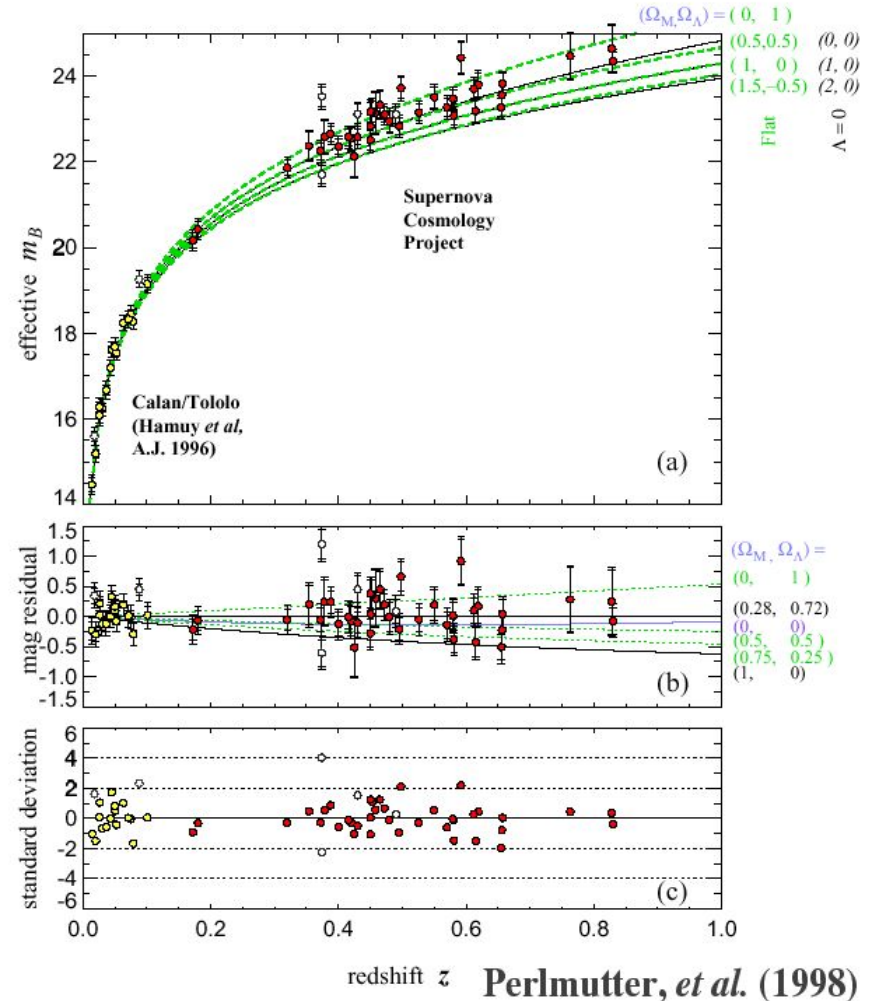
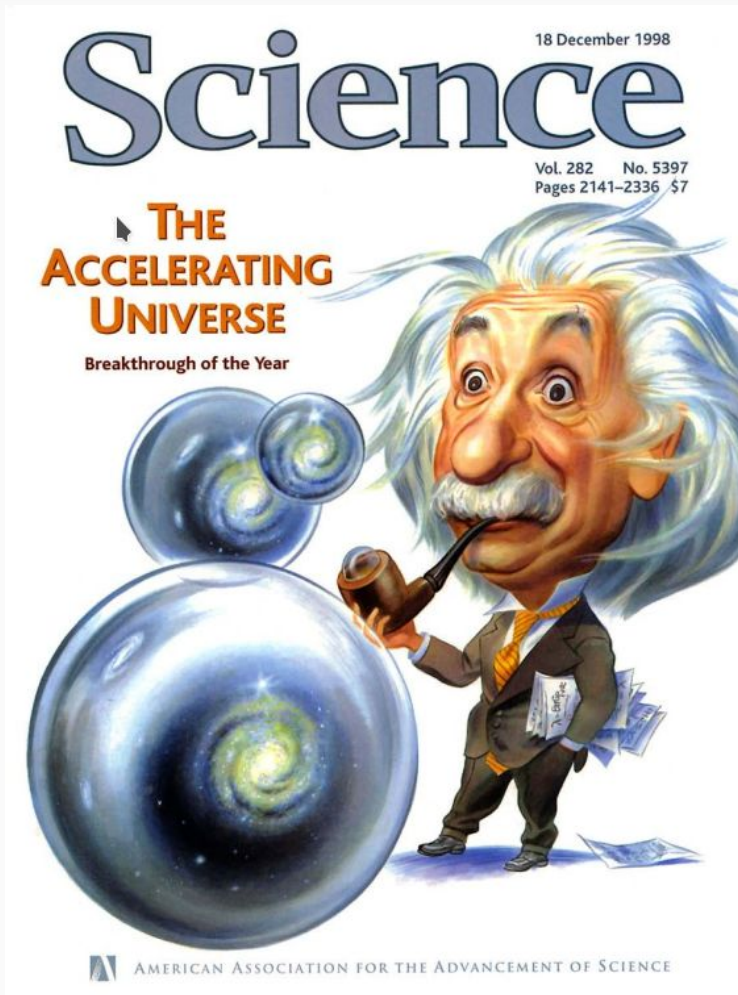


Perlmutter, et al., in Thermonuclear Supernovae, NATO ASI, v. 486 (1997)

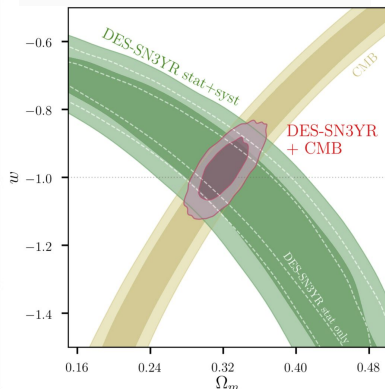
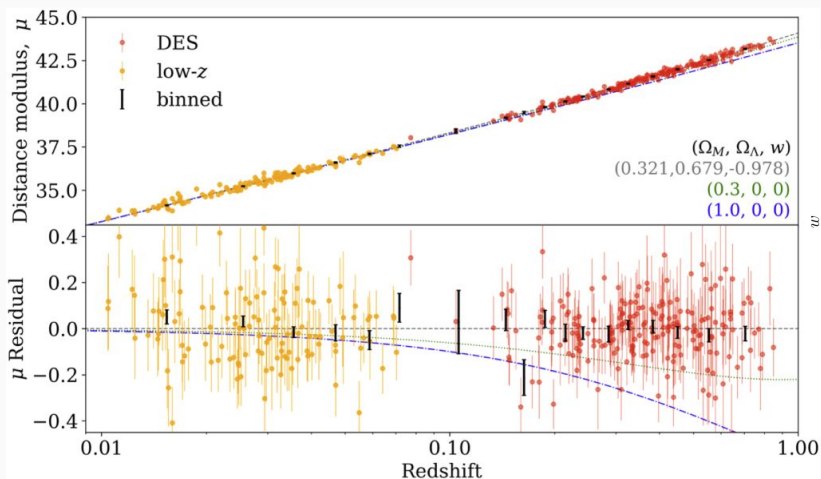
Norgaard-Nielsen et al., 1989: 1 SN Ia en deux ans d'observations

Perlmutter et al. 1997 (7 SN Ia) :
 $\Omega_M = 1, \Omega_\Lambda = 0$

L'univers accélère : le signe d'une constante cosmologique positive



La méthode dans la réalité



Supernova cosmology relies on measuring the luminosity distance (d_L) versus redshift for many SNe Ia and comparing this relation to the prediction of cosmological models. The distance modulus (μ) is defined as

$$\mu = 5 \log[d_L/10 \text{ pc}]. \quad (1)$$

For a flat universe with cold dark matter density Ω_m , dark energy density Ω_Λ , and speed of light c , the luminosity distance to a source at redshift z is given by

$$d_L = (1+z)c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \quad (2)$$

with

$$H(z) = H_0[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda(1+z)^{3(1+w)}]^{1/2}. \quad (3)$$

Observationally, the distance modulus of a supernova is given by

$$\mu = m_B + \alpha x_1 - \beta C + M_0 + \gamma G_{\text{host}} + \Delta\mu_{\text{bias}}. \quad (4)$$

For each SN Ia, the set of $griz$ light curves are fit (Section 3.4) to determine an amplitude (x_0 , with $m_B \equiv -2.5 \log(x_0)$), light curve width (x_1), and color (C). γ describes the dependence on host-galaxy stellar mass (M_{host} , Section 3.5), where $G_{\text{host}} = +1/2$ if $M_{\text{host}} > 10^{10} M_\odot$, and $G_{\text{host}} = -1/2$ if $M_{\text{host}} < 10^{10} M_\odot$. A correction for selection biases ($\Delta\mu_{\text{bias}}$) is determined from simulations (Section 3.6).

All SNe Ia are assumed to be characterized by α , β , γ , and M_0 . The first three parameters describe how the SN Ia luminosity is correlated with the light curve width (αx_1), color (βC), and host-galaxy stellar mass (γG_{host}). M_0 accounts for both the absolute magnitude of SNe Ia and the Hubble constant. In the rest of this section we describe the main

Abbott et al. (2019)
Dark Energy Survey

Table 2
Cosmological Results^a

Row	SN Sample + Prior (Λ CDM)	Ω_m	Ω_Λ	
1	DES-SN3YR^b+flatness	0.331 ± 0.038	0.669 ± 0.038	
2	DES-SN3YR	0.332 ± 0.122	0.671 ± 0.163	
3	DES-SN3YR+CMB ^c	0.335 ± 0.042	0.670 ± 0.032	
4	DES-SN3YR+CMB+BAO ^d	0.308 ± 0.007	0.690 ± 0.008	
Row	SN Sample + Prior (Flat w CDM)	Ω_m	w	
5	DES-SN3YR+CMB R	0.321 ± 0.018	-0.978 ± 0.059	
6	DES-SN ^e +CMB	0.341 ± 0.027	-0.911 ± 0.087	
7	DES-SN3YR+CMB+BAO	0.311 ± 0.009	-0.977 ± 0.047	
8	DES-SN+CMB+BAO	0.315 ± 0.010	-0.959 ± 0.054	
9	CMB+BAO	0.310 ± 0.013	-0.988 ± 0.072	
Row	SN Sample + Prior (Flat w_0 w_a CDM)	Ω_m	w_0	w_a
10	DES-SN3YR+CMB+BAOR	0.316 ± 0.011	-0.885 ± 0.114	-0.387 ± 0.430
11	CMB+BAO	0.332 ± 0.022	-0.714 ± 0.232	-0.714 ± 0.692

Notes.

^a Samples in bold font are primary results given in the abstract.

^b DES-SN3YR: DES-SN + low- z samples.

^c CMB: Planck TT + lowP likelihood (Planck Collaboration et al. 2016).

^d BAO: SDSS DR12 (Alam et al. 2017); SDSS MGS (Ross et al. 2015); 6dFGS (Beutler et al. 2011).

^e DES-SN alone (no low- z).

$$w = w_0 + w_a(1-a) \quad a = 1/(1+z)$$

L'époque de l'accélération

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P/c^2)$$

$$P_M = 0 \quad \ddot{a}_M = -\frac{4\pi G}{3} a \rho_M$$

$$P_\Lambda = -\rho_\Lambda \quad \ddot{a}_\Lambda = +\frac{8\pi G}{3} a \rho_\Lambda$$

$$\ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3} a (\rho_M - 2\rho_\Lambda)$$

$$\rho_M = \rho_{0M} / a^3 = \rho_{0M} (1+z)^3$$

On a accélération de l'expansion quand la densité de la matière descend au dessous de deux fois la densité du vide.

$$\rho_\Lambda = \rho_M(z_{acc})/2 = \rho_{0M} (1+z_{acc})^3/2$$

Avec $\Omega_\Lambda = 0.7$ et $\Omega_M = 0.3$: $z_{acc} = 0.67$.

Avec $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$:

Age de l'univers = 13.5 Gyr

$z_{acc} = 0.67 \rightarrow$ Lookback time = 6.1 Gyr.

$$1+z_{acc} = \left(2 \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{0M}}\right)^{1/3} = \left(2 \frac{\rho_\Lambda / \rho_{0c}}{\rho_{0M} / \rho_{0c}}\right)^{1/3} = \left(2 \frac{\Omega_{0\Lambda}}{\Omega_{0M}}\right)^{1/3}$$