

Astrophysique et Cosmologie I

Alberto Cappi

INAF - Osservatorio di Astrofisica e Scienza dello Spazio - Bologna - Italia

**Observatoire de la Côte d'Azur - CNRS - Laboratoire Lagrange - Université de
la Côte d'Azur - Nice**

Ecole IN2P3 De la physique au détecteur, Frejus 2021

Prix Nobel pour la Physique (1901-2000) : 6 en Astronomie

1993

Russell A. Hulse and Joseph H. Taylor Jr. "for the **discovery of a new type of pulsar**, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation" [preuve indirecte des ondes gravitationnelles]

1983

Subramanyan Chandrasekhar "for his theoretical studies of the physical processes of importance to the **structure and evolution of the stars**"

William Alfred Fowler "for his theoretical and experimental studies of the **nuclear reactions** of importance in the **formation of the chemical elements in the universe**" [**Fred Hoyle** oublié]

1978

Pyotr Leonidovich Kapitsa "for his basic inventions and discoveries in the area of low-temperature physics"

Arno Allan Penzias and Robert Woodrow Wilson "for their **discovery of cosmic microwave background radiation**"

1974

Sir Martin Ryle and Antony Hewish "for their pioneering research in radio astrophysics: Ryle for his observations and inventions, in particular of **the aperture synthesis technique**, and Hewish for his decisive role in **the discovery of pulsars**" [**Jocelyn Bell**]

1967

Hans Albrecht Bethe "for his contributions to the theory of nuclear reactions, especially his discoveries concerning **the energy production in stars**"

1936

Victor Franz Hess "for his **discovery of cosmic radiation**"

Carl David Anderson "for his discovery of the positron"

Prix Nobel pour la Physique (2000-2020) : 6 en Astronomie (3 + 3x2)

2020

Roger Penrose "for the discovery that **black hole formation is a robust prediction of the general theory of relativity**"

Reinhard Genzel and Andrea Ghez "for the discovery of **a supermassive compact object at the centre of our galaxy**"

2019

"for contributions to our understanding of the evolution of the universe and Earth's place in the cosmos

James Peebles "for theoretical discoveries in **physical cosmology**"

Michel Mayor and Didier Queloz "for the discovery of **an exoplanet orbiting a solar-type star**"

2017

Rainer Weiss, Barry C. Barish and Kip S. Thorne "for decisive contributions to the **LIGO detector** and the **observation of gravitational waves**" [VIRGO]

2011

Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt and Adam G. Riess "for **the discovery of the accelerating expansion of the Universe** through observations of distant supernovae"

2006

John C. Mather and George F. Smoot "for their **discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation**"

2002

Raymond Davis Jr. and Masatoshi Koshiba "for pioneering contributions to astrophysics, in particular for **the detection of cosmic neutrinos**"

Riccardo Giacconi for pioneering contributions to astrophysics, which have led to **the discovery of cosmic X-ray sources**"



- **Astrophysique / Cosmologie**
(cosmologie scientifique)
- **Histoire de la cosmologie**
(le sujet "univers" change avec le temps)

La Cosmologie dans l'Antiquité

Naissance de la philosophie et de la science

VI^e siècle av. J.C.

Anaximandre

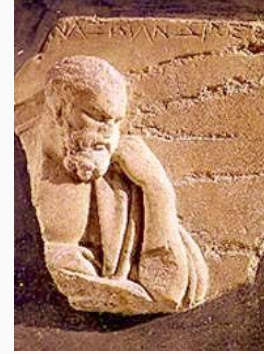
Apeiron

Terre suspendue dans le vide

Evolution des espèces vivantes

Pythagore

Le monde est mathématique



Ve siècle av. J.C.

Anaxagore de Clazomènes

"Rien ne naît ni ne périt, mais des choses déjà existantes se combinent, puis se séparent de nouveau"

"Toutes les choses étaient ensemble. Ensuite vint un Intellect qui les mit en ordre"

Il disait que le soleil est une masse de feu plus grande que tout le Péloponnèse.

Parménide?

Découverte de la sphéricité de la Terre

V-IV^e siècle av. J.C.

Leucippe, Démocrite

Idées d'espace infini, de vide, d'atomes

Pluralité des mondes

Développement du système géocentrique

Platon (428/427-348-347 av.J.-C.) : sauver les phénomènes

Eudoxe de Cnide (408-355 av.J.-C.) : sphères homocentriques

Aristote (384-322 av.J.-C.)

4 éléments, 4 qualités

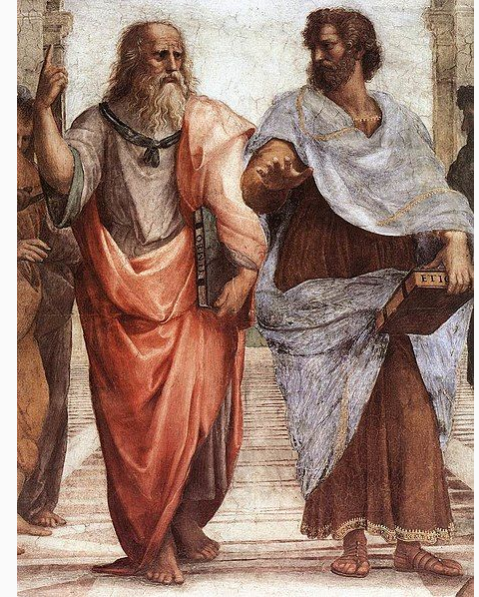
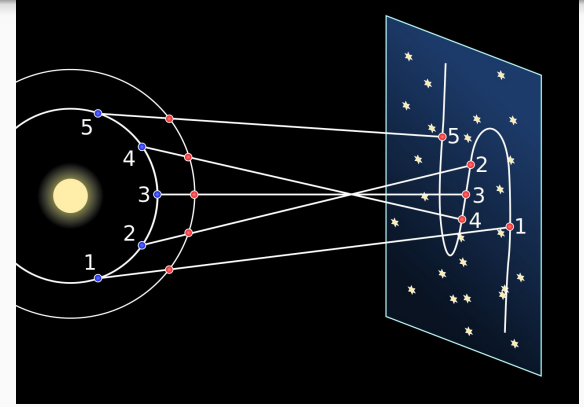
Monde sublunaire imparfait, monde céleste parfait

La Terre, sphérique, est au centre de l'univers.

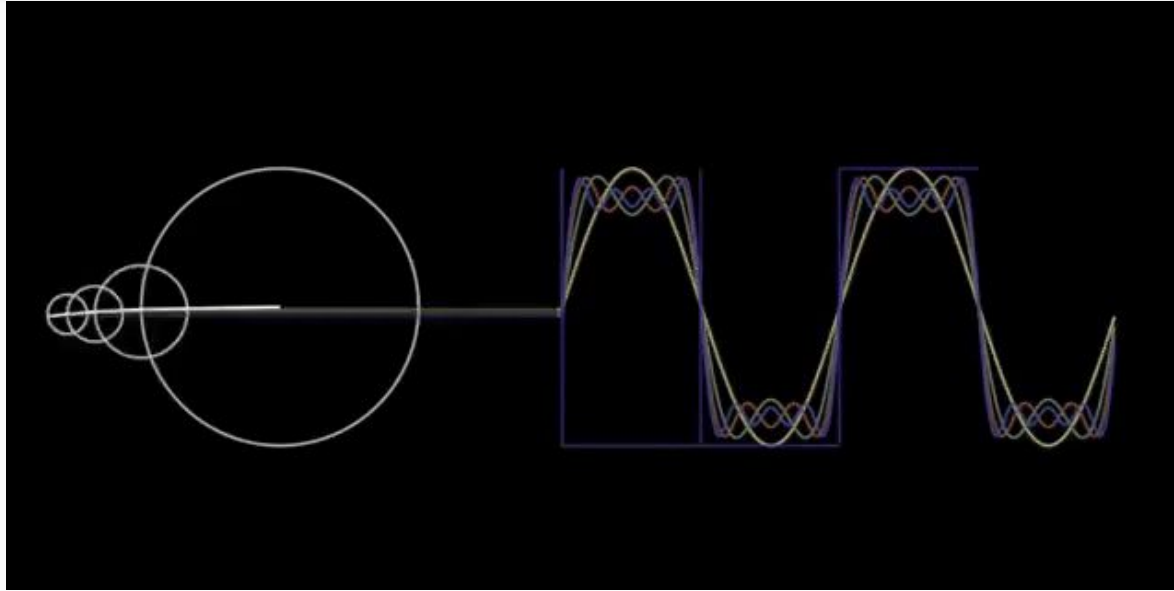
L'Univers d'Aristote est **éternel**, **sphérique**, et il **n'existe rien dehors**

Ptolémée (90-168 ap.J.C.) : auteur de la Grande Synthèse (Megale Syntaxis, Al Megiste)

Système avec excentriques, épicycles



Épicycles et série de Fourier



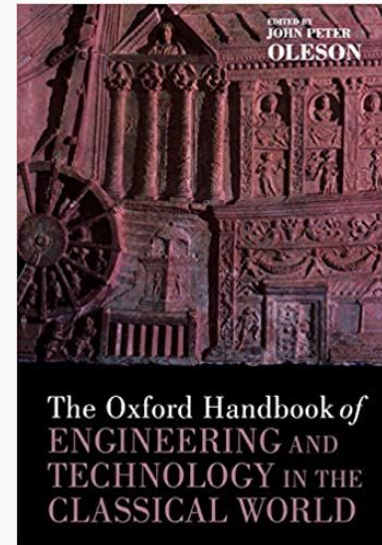
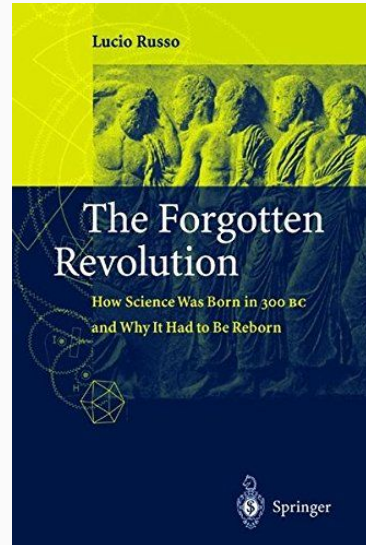
Et l'on comprendra encore la nécessité et la raison de cette grande multiplicité de sphères [...] Elle paraissait une chose digne de rire et de compassion à notre époque, qui, sans le savoir, dans les théories planétaires se sert des épicycles par dizaines et par centaines, les cachant sous le nom de termes périodiques de séries infinies.

Giovanni Schiaparelli, 1874, Le sfere omocentriche di Eudosso, di Callippo e di Aristotele

La révolution scientifique hellénistique (III^e-II^e siècle av.J-C.)

La première révolution scientifique (progrès dans les mathématiques, la médecine, la physique, la technologie...)

Euclide, Aristarque, Archimède, Eratosthène, Ctésibios, Hipparque...



Le mécanisme d'Anticythère



Modèle mécanique de l'univers

"Le premier ordinateur"



Courtesy Tony Freeth, 2013

Le système héliocentrique

Héraclide le Pontique (388-310 av.J.-C.) propose un système mixte Terre en rotation au centre, Mercure et Vénus en orbite autour du Soleil

Cité par Chalcidius, connu par Vitruve, Ciceron et Martianus Capella (Ve siècle ap.J.-C.)

IIIe siècle av. J.C.

Aristarque de Samos élève de Straton (directeur du Lycée, l'école d'Aristote, après Théophraste) propose le système héliocentrique (cité par Archimède, Plutarque).

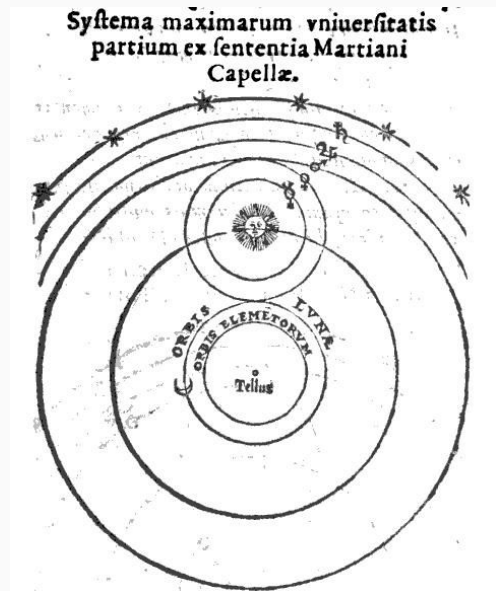
Aristarque mesure les distances et les dimensions relatives de la Lune et du Soleil.

Éléments hypothétiques qui pourraient avoir inspiré Aristarque

Le Soleil est beaucoup plus grand que la Terre

Mercure et Vénus suivent le Soleil

Explication du mouvement rétrograde des planètes



Le système héliocentrique est incompatible avec la physique d'Aristote.

L'attraction

Et assurément **ce qui aide la Lune à ne pas tomber, c'est son mouvement même et la précipitation sifflante de sa révolution, comme tous les projectiles placés dans les frondes sont empêchés de tomber à terre par leur révolution circulaire** : en effet, c'est le mouvement conforme à la nature qui mène chaque chose, à moins qu'il ne soit détourné par quelque autre chose. C'est pourquoi la Lune n'est pas entraînée par son poids [...]

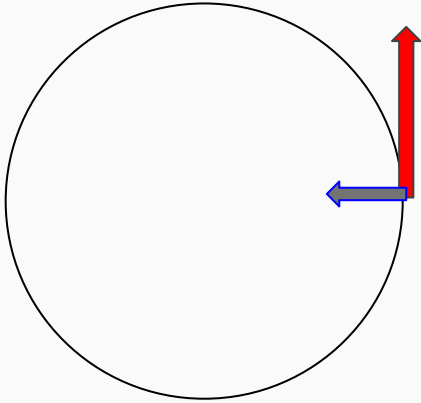
Et en effet il n'est pas prouvé que la Terre soit le centre de l'univers, et le fait que les choses ici-bas se pressent et s'agrègent à la Terre suggère la manière dont probablement les choses là-haut tombent sur la Lune et se maintiennent là. [...]

Ensuite, **rien de ce qui a été dit, cher Théon, ne montre qu'il est impossible d'habiter sur la Lune.** [...]

Plutarque (46-125 ap.J.C.), **LE VISAGE QUI APPARAÎT DANS LE DISQUE DE LA LUNE**

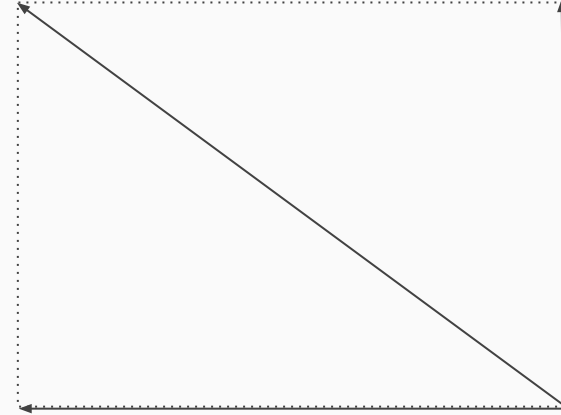
(traduit par Kepler, lu par Galilée et Newton)

Mechanica Problemata (pseudo-Aristote)



Mouvement circulaire composé d'un mouvement tangentiel et d'un mouvement vers le centre.

Lu par Galilée (entre autres)



Composition des vitesses
règle du parallélogramme

Théorie polycentrique de la gravitation

Chaque corps céleste attire la matière du même type.
(Copernic reprend cette idée)

La Terre et la Lune sont de la même matière; donc la Terre attire la Lune.

La Lune a de montagnes et de mers et est inhabitée

Kepler et Galilée s'inspirent du dialogue de Plutarque

Distinction entre l'univers observable ou concevable (kosmos) et la totalité (pan)

Nicolas Copernic (1473-1543)

Copernic est le dernier des grands astronomes de la tradition antique.

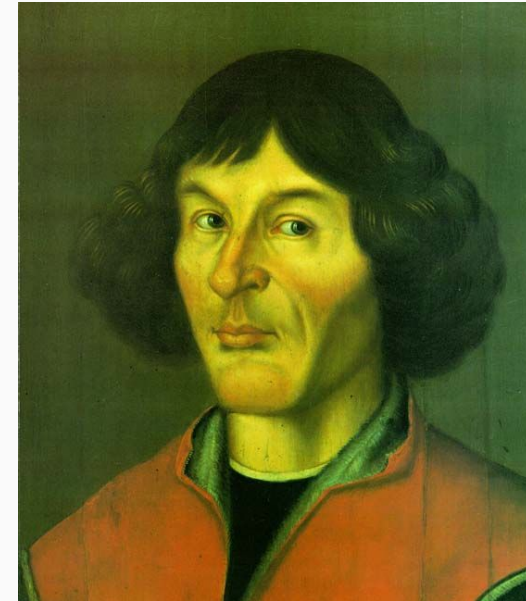
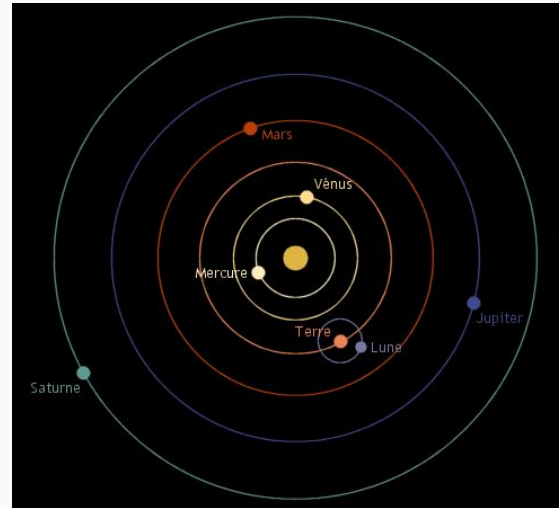
Il n'invente pas le système héliocentrique, mais il développe le modèle mathématique comme Ptolémée l'avait fait pour le modèle géocentrique.

Les orbites restent circulaires

Nécessité des épicycles

Univers limité par la sphère des étoiles fixes

sub stellarū fixarū sphaera haud quāq̄ primitari: sed cum mo-
dera sit differentia, nō nisi cum tpe grandiorē patefacta est:
a ptolemaeo q̄dē ad nos usq̄ partim prope xxi: quibus illa
iam anticipant. Quā ob causam crederent aliq̄ stellarū quq̄
fixarū sphaerā moueri: quibus idcirco nona sphaera superior
placuit: quae dū nō sufficeret, nūc reuolutores decima supradicti
modum tamē fuit affectus: quē speramus ex motu terrae nos
conferenturos. Quo tamē principio et hypothēsi utemur i
demonstrationibus aliorū. Est futurum Solis locūq̄ in fine
I. inaequalitate quāq̄ terrae demonstrari posse. in ceteris vero
orientibus minus conuenit. Caelūq̄ est huius similitudine
causae philolaon mobilitate terrae sensisse: quod etiam nonnulli
Aristarchum samium ferunt in eadē fuisse sententia. non illa
ratione moti: quā allegat reprobataq̄ Aristoteles. Sed cum
talia sint: quae nisi acri ingenio et diligētia diuturnā co-
phendi nō possent: latuisse tunc plurimū philoppos: et fa-
uisse admodum paucos: qui eo tpe sideriorū motū callerent
rationē, a platonē nō taceret. At si philolaos vel cuius
pythagorico intellecta fuerint: uerisimile tamē est ad po-
steros nō profudisse. Erat em̄ pythagoraeo obprobria
nō tradere his lris: nec plaudere omnibus aeterna pbūe
Sed amicorū dūtaxat et propinquoꝝ fidei committere
ac per manus tradere. Cuius rei monumentū extat



La sphère des étoiles fixes

Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.



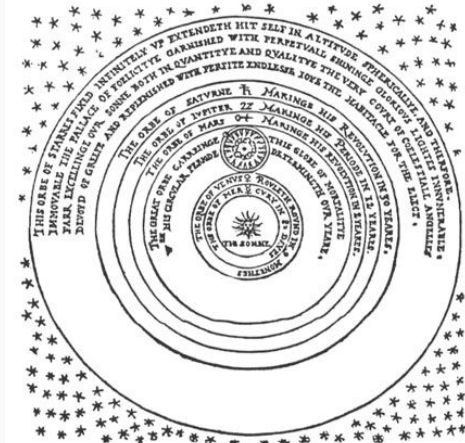
Dans le modèle géocentrique, la sphère des étoiles fixes est une conséquence logique.

Dans le modèle héliocentrique, il faut supposer que cette sphère soit à une distance énorme, comme compris par Aristarque (pas de parallaxe observable jusqu'au XIXe siècle !).

Il est plus naturel de penser qu'il s'agit d'étoiles comme le Soleil éparpillés dans l'espace et très lointains.

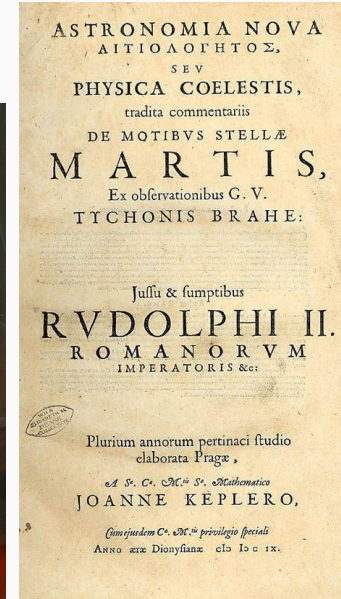
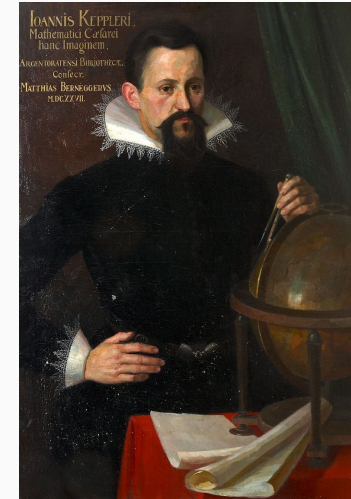
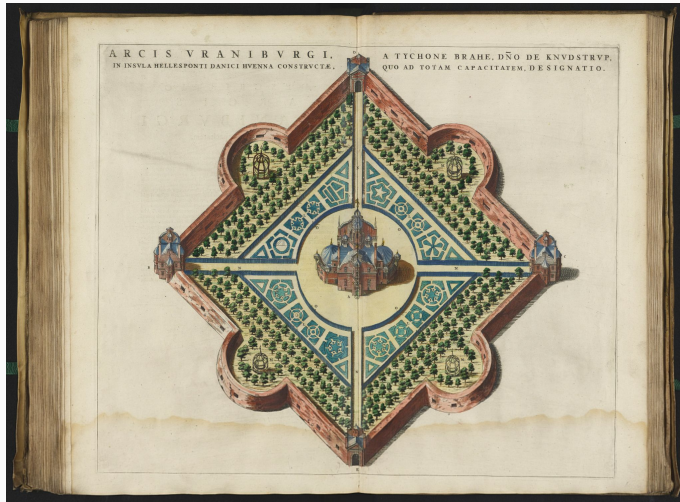
Ce qui était le *kosmos* se révèle un système dans un univers plus grand

A perfit description of the Cælestial Orbes, according to the most ancient doctrine of the Pythagoreans, &c.



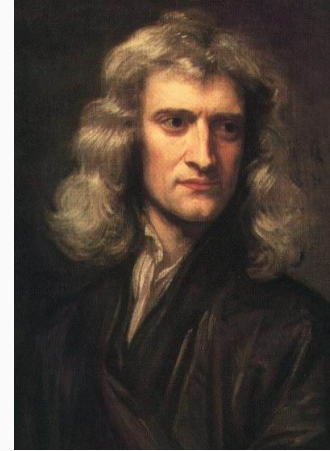
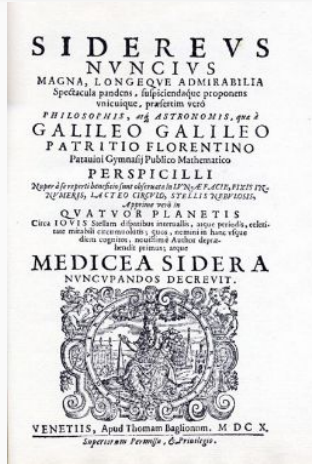
Thomas Digges, 1576

Découverte de l'orbite elliptique de Mars (et des planètes)



Tycho Brahe (1546-1601) Johannes Kepler (1571-1630)

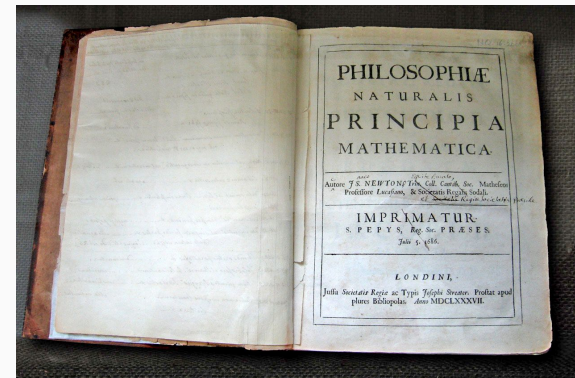
Galilée et Newton



1610 : Sidereus Nuncius

1687 : Philosophiae Naturalis Principia Mathematica

$$F = -GmM/r^2$$

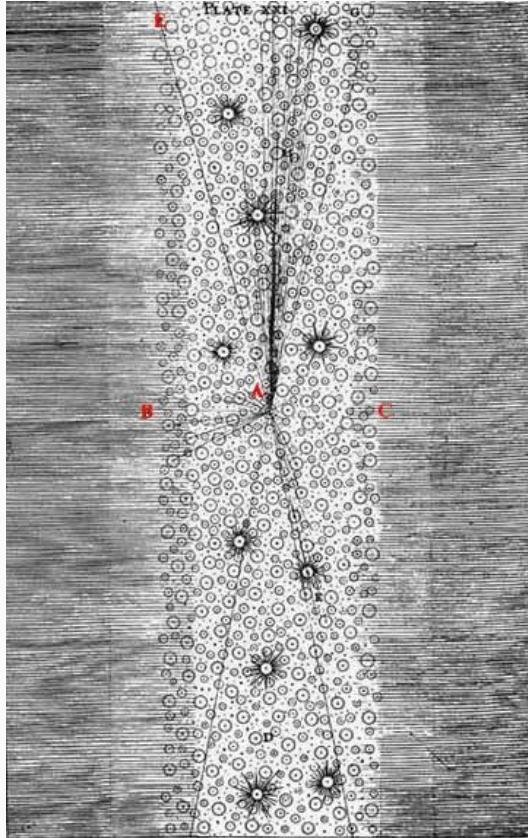


La Cosmologie après Newton

La nature de la Voie Lactée et des nébuleuses



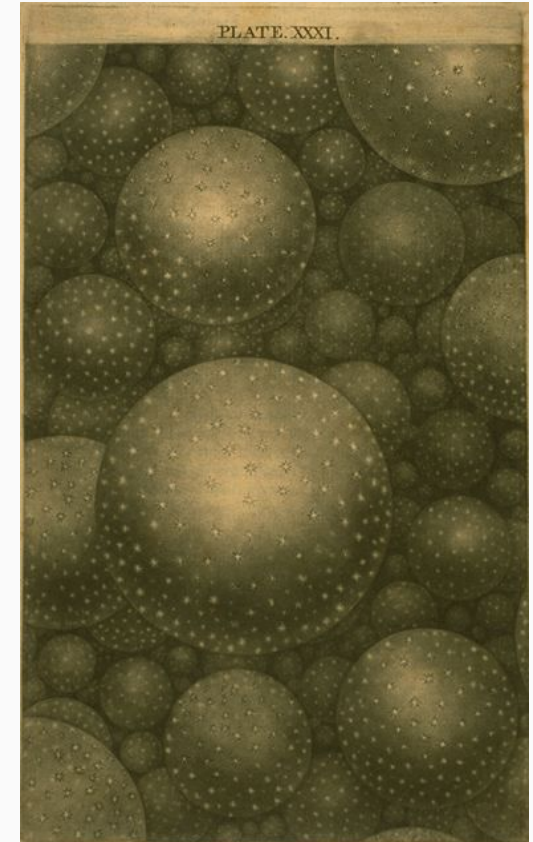
Le XVIIe siècle



1750 *An Original Theory or New hypothesis of the Universe,*
Thomas Wright

1755 *Allgemeine Naturgeschichte und theorie des Himmels,*
Immanuel Kant

1761 *Cosmologische Briefe über die Einrichtung des Weltbaues*
Johann Heinrich Lambert

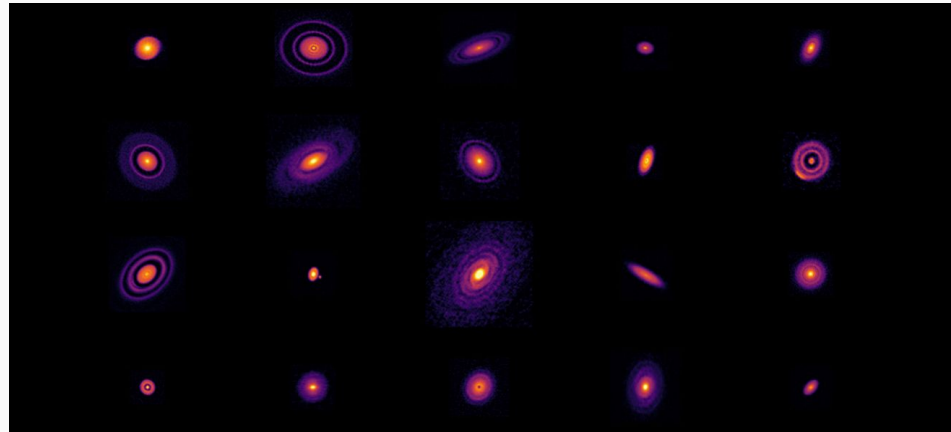
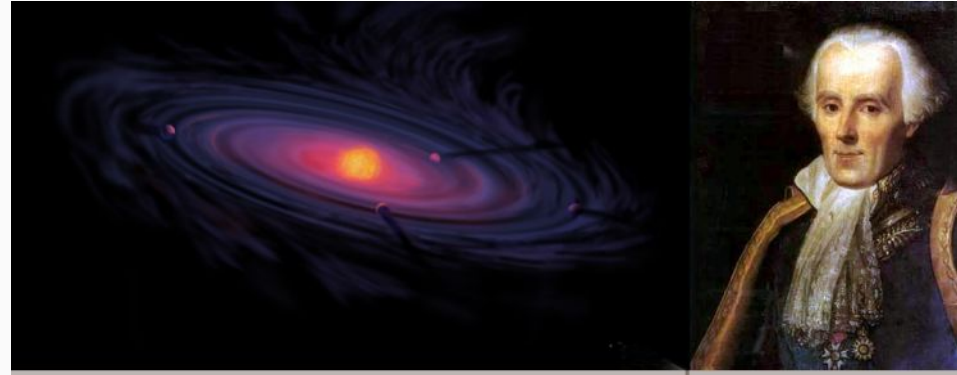


Cosmogonie du système solaire

1796: publication de *l'Exposition du système du monde* de Pierre-Simon de Laplace

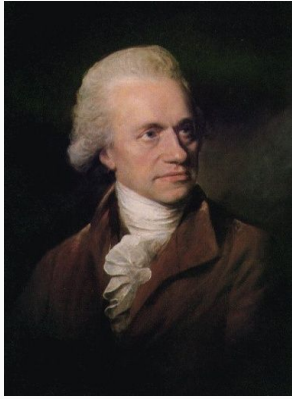
Dans la septième note, les régularités observées dans le Système Solaire sont expliquées à partir de la contraction gravitationnelle d'une nébuleuse primordiale en rotation.

Première cosmogonie scientifique: c'est le "Big Bang" du XIXe siècle.

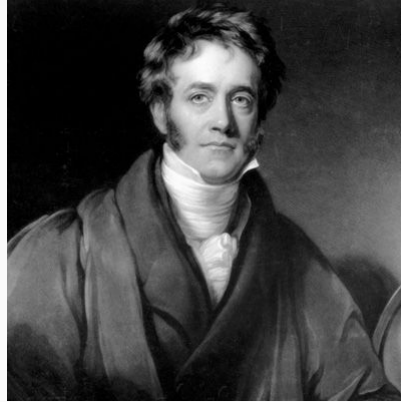


ALMA's high-resolution images of nearby protoplanetary disks, which are results of the Disk Substructures at High Angular Resolution Project (DSHARP). Credit: ALMA (ESO/NAOJ/NRAO), S. Andrews et al.; N. Lira

Les observations des nébuleuses au XIXe siècle



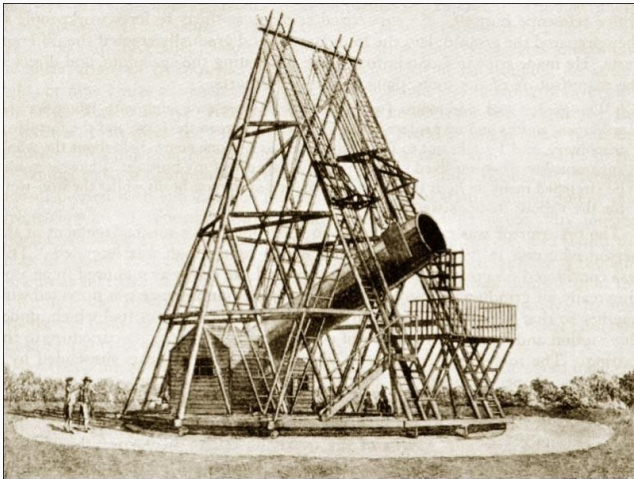
William Herschel (1738-1822)



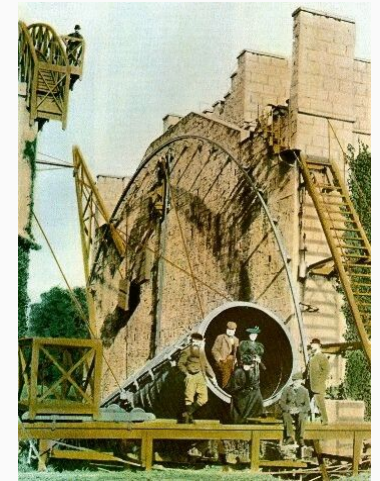
John Herschel (1792-1871)



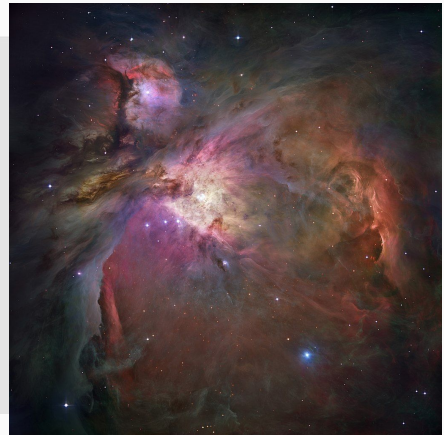
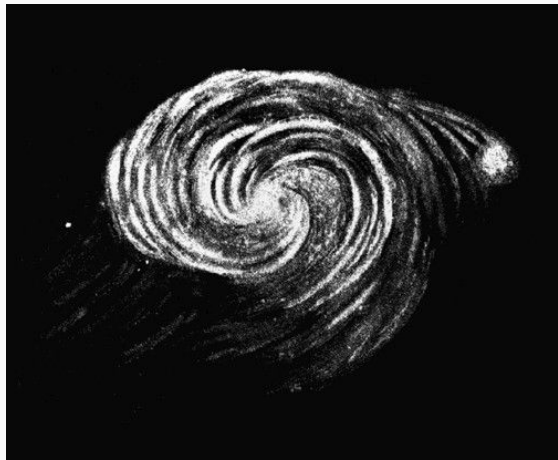
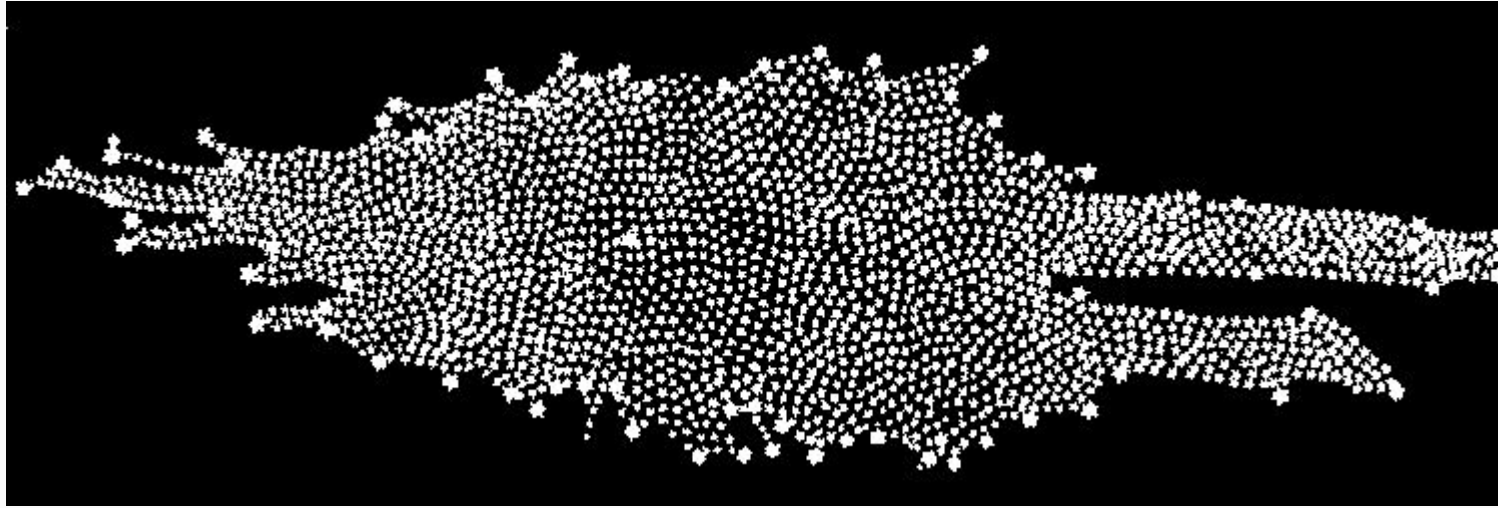
William Parsons, Lord Rosse
(1800-1867)



Télescope de William Herschel
(122 cm)



Télescope de Lord Rosse
en Irlande (182 cm)



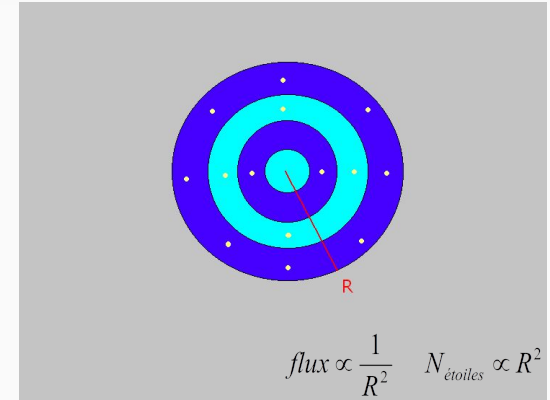
Les problèmes d'un univers infini

Paradoxe d'Olbers

Le flux d'une étoile diminue inversement au carré de sa distance r .
Le nombre d'étoiles à une distance r croît proportionnellement au carré de la distance r .

$$N_{\text{tot}} = 4 \pi \int_0^R r^2 n dr \quad f_{\text{tot}} = 4 \pi \int_0^R r^2 n f(r) dr$$

$$f(r) = \frac{L}{4\pi r^2} \quad 4 \pi \int_0^R r^2 n f dr = \int_0^R n L dr \quad R \rightarrow \infty \quad f_{\text{tot}} \rightarrow \infty$$



Problème de la gravitation newtonienne

Le potentiel gravitationnel et ses dérivées ne sont pas définies pour un système sans limites et de densité uniforme.

Hugo Seeliger (1895) : potentiel gravitationnel avec un cutoff à grande échelle.

Carl Charlier (1908) : univers hiérarchique

Naissance de l'astrophysique

En ce qui touche les étoiles, nous ne saurons jamais étudier par aucun moyen leur composition chimique ou leur structure minéralogique, et, à plus forte raison, la nature des corps organisés qui vivent à leur surface.

Auguste Comte, Cours de philosophie positive (1835)

L'astrophysique naît dans la deuxième moitié du XIXe siècle avec la photographie et la spectroscopie.

L'astronomie extragalactique et la cosmologie scientifique devront attendre le XXe siècle.

1864: William Huggins observe des raies d'émissions typiques des gaz dans une nébuleuse

1880: Henry Draper obtient la première photographie d'une nébuleuse (nébuleuse d'Orion)

1888: Isaac Roberts obtient la première photographie d'une nébuleuse spirale (M31: 3 heures)



Au début du XXe siècle, on commence à obtenir des spectres.

Spectroscopie des nébuleuses à spirale: 20-40 heures d'exposition (record: 80 heures).

Naissance de la cosmologie au XXe siècle

No competent thinker, with the whole of the available evidence before him, can now, it is safe to say, maintain any single nebula to be a star system of coordinate rank with the Milky Way.

Agnes Mary Clerk, *System of Stars* (1890)

When a student of mine uses the word "universe", I tell him it is time for him to leave.

Ernest Rutherford, circa 1900, cité par J. Wheeler

There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement.

William Thomson (Lord Kelvin), *British Association for the Advancement of Science* (1900)

Technologie

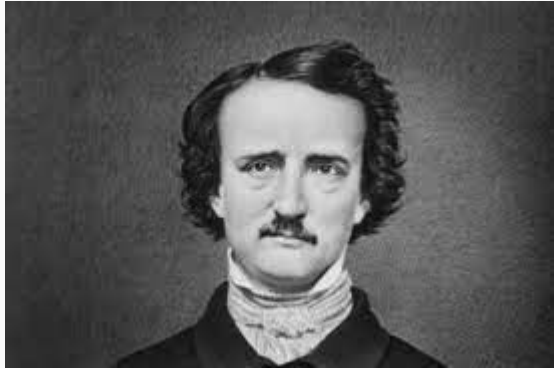
Photographie
Spectroscopie

Télescopes de grand diamètre
(USA)

Théorie

Relativité Générale
Mécanique Quantique

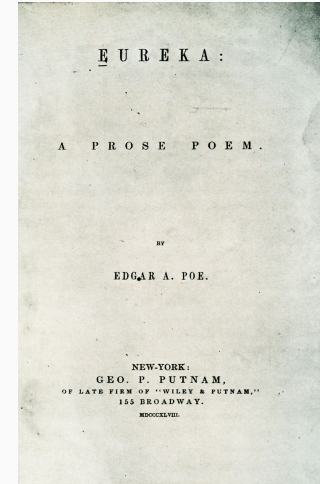
La cosmologie d'Edgar Allan Poe (Eureka, 1848)



Univers newtonien en évolution dynamique

Naissance de l'univers à partir de la fragmentation d'une "particule primordiale" sous l'action d'une force répulsive.

L'univers forme les galaxies dans sa phase d'effondrement gravitationnel.



"Now a connection between these two ideas - unity and diffusion - cannot be established unless through the entertainment of a third idea - that of radiation. Absolute Unity being taken as a centre, then the existing Universe of Stars is the result of radiation from that centre."

Cappi A., 1994, Edgar Allan Poe's Physical Cosmology, Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society 35, p.177

Cappi A., 2011, The Cosmology of Edgar Allan Poe, Astronomy in Society and culture, IAU Symposium n.260, 2009, p.315.

L'univers en expansion

The Great Debate

Washington, 26 avril 1920
Quelle est la nature des nébuleuses spirale?



ASTRONOMICAL SOCIETY OF THE PACIFIC 261

ON THE EXISTENCE OF EXTERNAL GALAXIES

BY HARLOW SHAPLEY

I. INTRODUCTION

In the present state of astrophysical knowledge, the problem of the existence of external stellar systems similar to our Galaxy reduces almost immediately to the problem of the status of spiral nebulae in the sidereal universe. In treating this question we must deal primarily with the “island-universe” hypothesis of spirals—an interpretation of long standing, which at the present time has many adherents and appears to be growing in general acceptance.¹



THE JOURNAL

OF THE

ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY
OF CANADA

VOL. XIV

OCTOBER, 1920

No. 8

MODERN THEORIES OF THE SPIRAL NEBULAE¹

BY HEBER D. CURTIS

In one sense, that theory of the spiral nebulae to which many lines of recently obtained evidence are pointing, can not be said to be a modern theory. There are few modern concepts which have not been explicitly or implicitly put forward as hypotheses or suggestions long before they were actually substantiated by evidence.

Distances et magnitudes

$$f = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$D = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}$$

$$m = -2.5 \log_{10} f + C$$

$$m_2 - m_1 = -2.5 \log_{10} (f_2 / f_1)$$

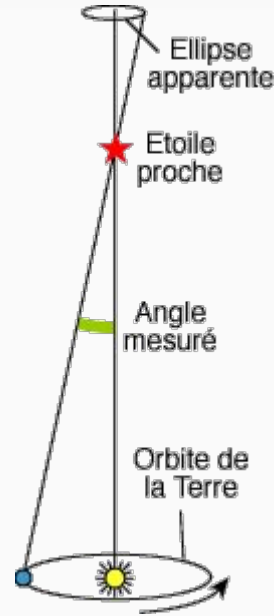
$$M = m - 5 \log_{10} (D / 10 pc)$$

$$M = m + 5 - 5 \log_{10} D(pc)$$

$$m - M = 25 + 5 \log_{10} D(Mpc)$$

M : magnitude absolue

$m - M$: module de distance



$$d (pc) = \frac{1}{p (\text{arcsec})}$$

Première parallaxe mesurée en 1838 (Bessel, 61 Cygni) inférieure à 1".

1 pc: distance à laquelle le demi-grand axe de l'orbite terrestre est vu sous un angle de 1" (1/3600 de degré).

1 pc = 3,26 années lumières = 3×10^{18} cm

1 kpc = 1000 pc

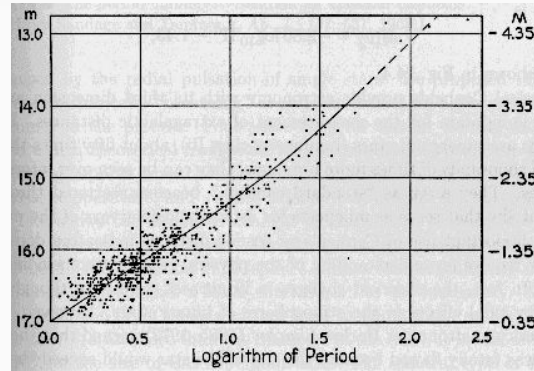
1 Mpc = 10^6 pc

1 Gpc = 10^9 pc

Les Céphéides

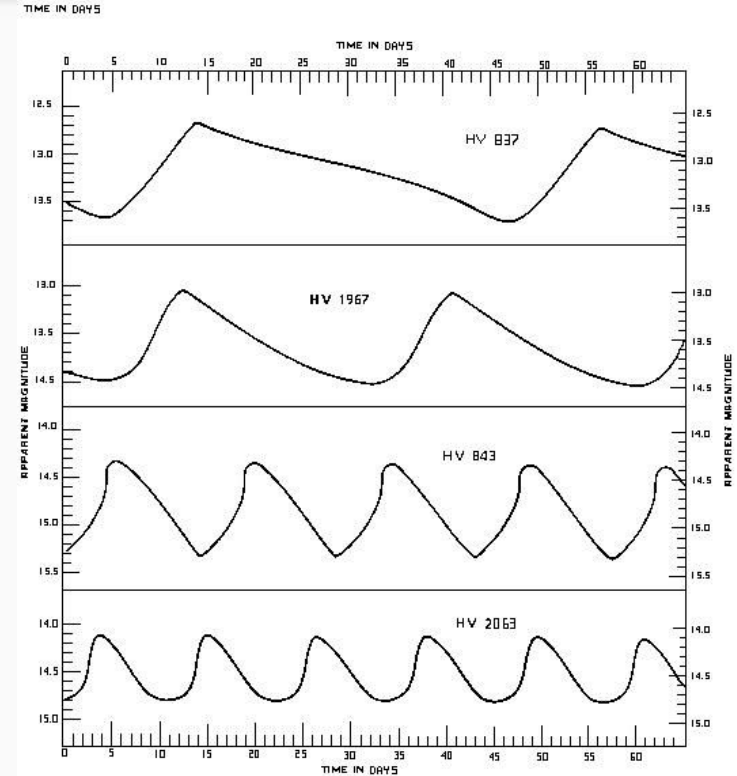


Henrietta Leavitt (1868-1921)



$$M = a + b \log(P)$$

Leavitt 1908-1912 :
relation période - luminosité
des Céphéides



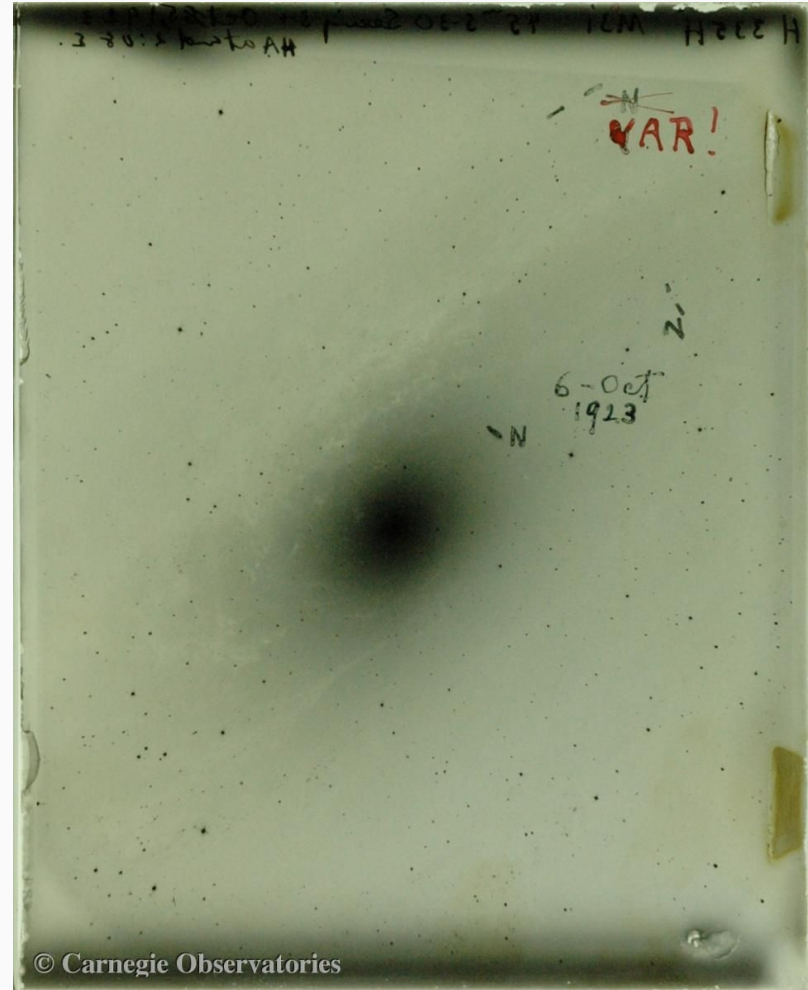
The Realm of Galaxies

En 1924, Edwin Hubble identifie des Céphéides dans trois nébuleuses à spirale.

Communication le 1er janvier 1925.

NGC 6822 (1925), M33 (1926), M31 (1929).

Leur distance est bien supérieure au diamètre de la Voie Lactée. Elles sont d'autres galaxies.



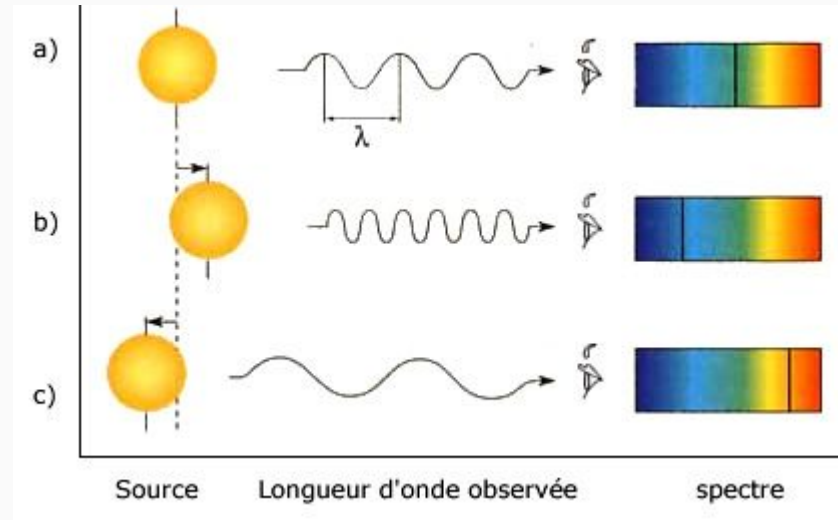
Effet Doppler

$$\Delta s = V \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\lambda_0}{c}$$

$$\lambda_{obs} = \lambda_0 + \Delta s = \lambda_0 + \frac{V}{c} \lambda_0$$

$$z \equiv \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \equiv \frac{\lambda_{obs} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{V}{c}$$



(Doppler 1842 ; Fizeau 1848)

La découverte du redshift systématique des galaxies

NEW LIGHT ON OUR ORIGIN?

Spectograms Show the Virgo Nebula to be Rotating.

Special Cable to THE NEW YORK TIMES.

LONDON, Wednesday, May 27.—Prof. Percival Lowell, Director of the Flagstaff Observatory in Arizona, who is now in London, has received the following cablegram:

Flagstaff, Ariz.

Spectograms show Virgo nebula rotating.

SLIPHER.

1914



Vesto Slipher
(1865-1969)

DREYER NEBULA NO. 584 INCONCEIVABLY DISTANT

*Dr. Slipher Says the Celestial
Speed Champion Is 'Many Mil-
lions of Light Years' Away.*

By Dr. VESTO MELVIN SLIPHER,
Assistant Director of the Lowell Observatory,
Flagstaff, Ariz.

FLAGSTAFF, Ariz., Jan. 17.—The Lowell Observatory some years ago undertook to determine the velocity of the spiral nebulae—a thing that had not been previously attempted or thought possible. The undertaking soon revealed

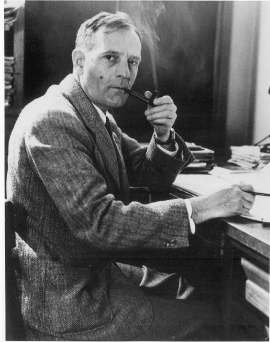
1921

Directeur du Lowell Observatory, Flagstaff, Arizona.

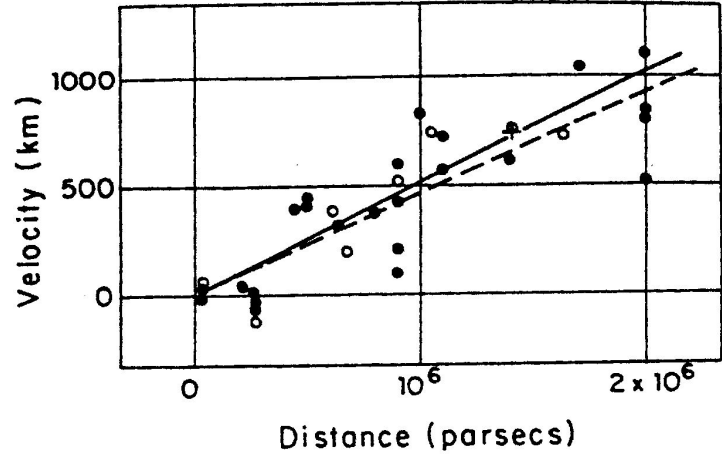
En 1912 il mesure le décalage spectral de la nébuleuse d'Andromède : -300 km/s.

Mais dans les années suivantes, il découvre que la plupart des décalages des raies dans les spectres des nébuleuses sont vers le rouge.

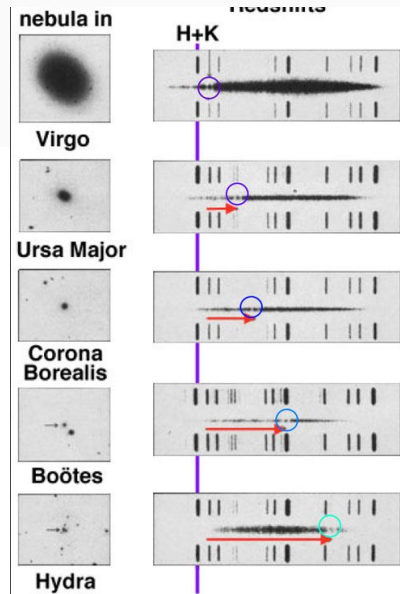
Linéarité de la relation vitesse-distance



Loi de Hubble-Lemaître $v_{obs} = cz = H_0 r$



Hubble 1929



Hubble and Humason 1931

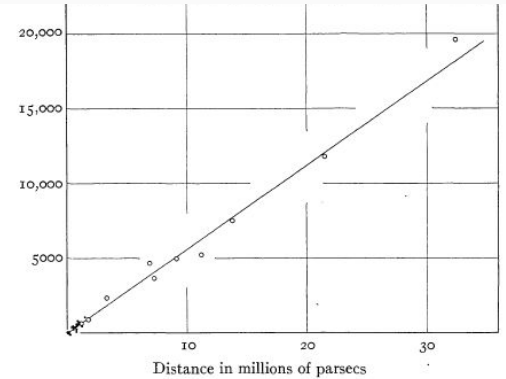


FIG. 5.—The velocity-distance relation. The circles represent mean values for clusters or groups of nebulae. The dots near the origin represent individual nebulae, which, together with the groups indicated by the lowest two circles, were used in the first formulation of the velocity-distance relation.

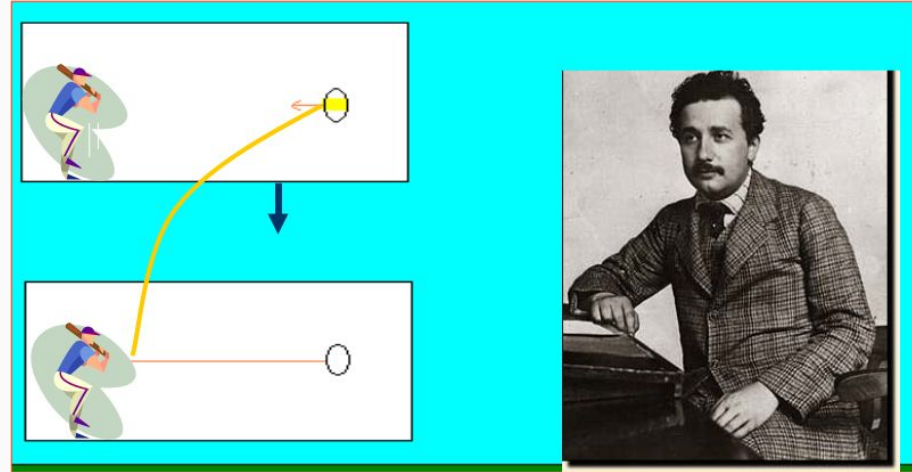
La Relativité Générale

Principe d'équivalence (1908)

"Pour un observateur tombant du toit d'une maison, il n'existe pas de champ gravitationnel."

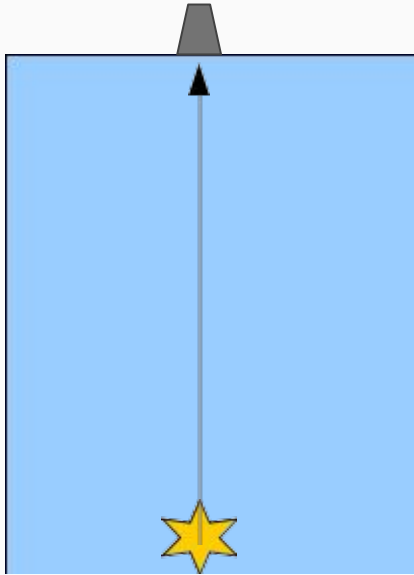
A. Einstein

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$



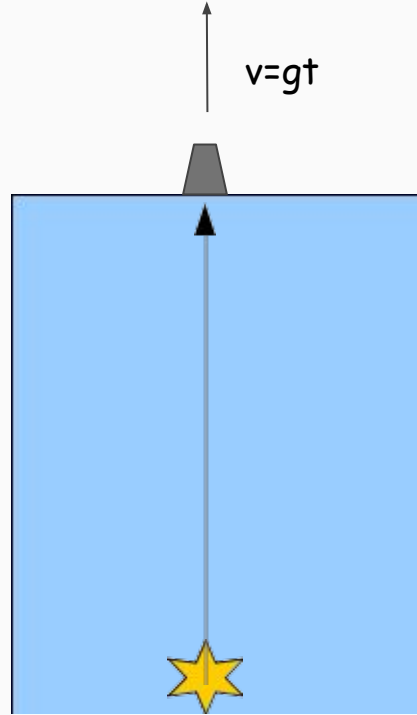
Le redshift gravitationnel

Dans le laboratoire
sur la Terre



h

Dans l'espace



$$(\lambda - \lambda_0) / \lambda_0 = v / c = gt / c = gh / c^2$$

Redshift
gravitationnel

Les équations de champ de la Relativité Générale

Gravitation de Newton : potentiel φ

Champ gravitationnel à l'extérieur d'une masse sphérique :

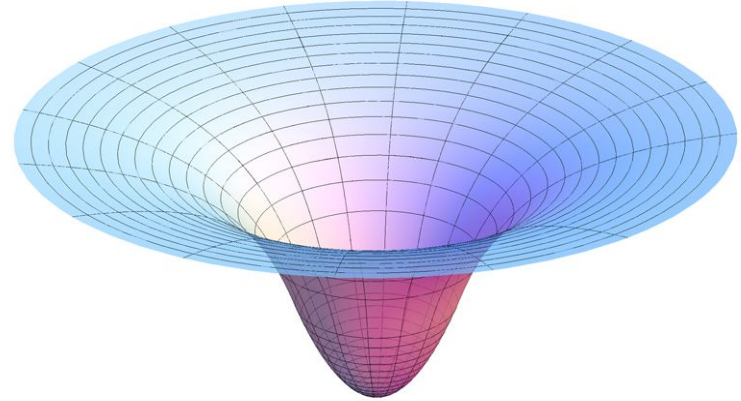
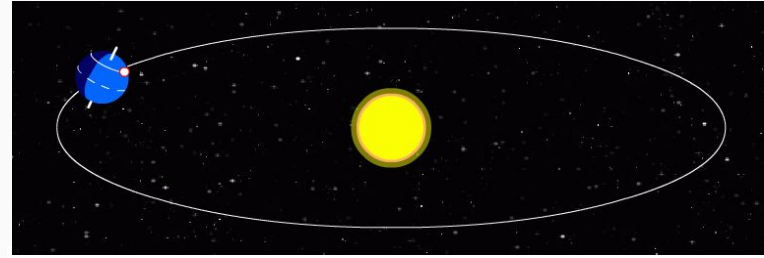
$$\varphi = -GM/r$$

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho \quad \text{Equation de Poisson}$$

potentiel $\varphi \rightarrow$ métrique $g_{\mu\nu}$

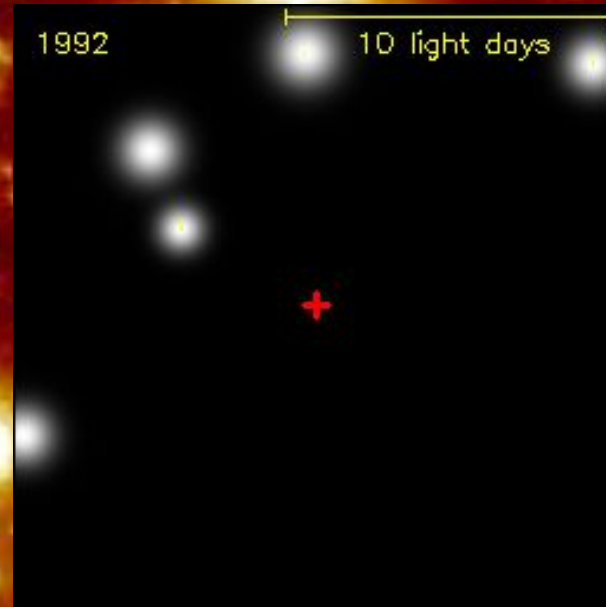
Gravitation d'Einstein : courbure de l'espace-temps $g_{\mu\nu}$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$



10 équations Publiées en 1916 (sans Λ , mais...)

Le trou noir au centre de notre galaxie



Le Principe Cosmologique

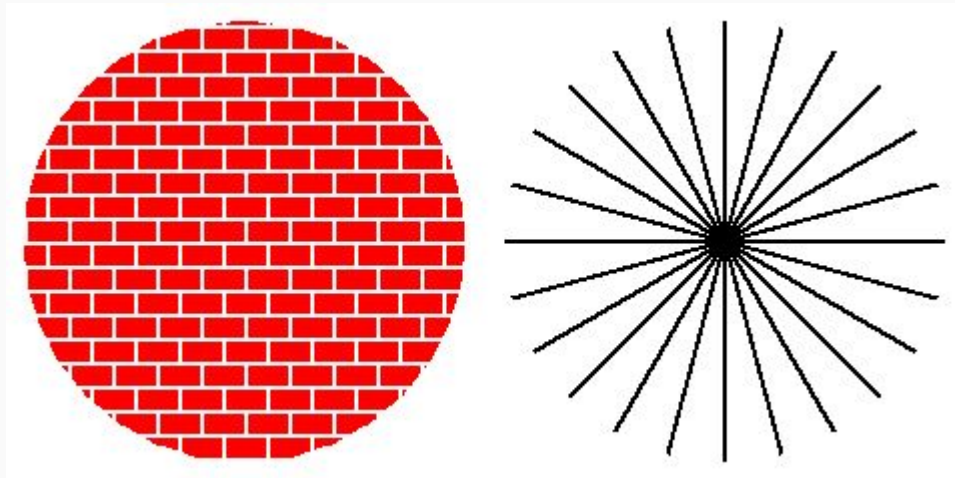
Le principe cosmologique

Si nous voulons arriver à une solution des équations de la relativité générale pour l'univers entier, il faut savoir quelle est la distribution de la matière-énergie partout.

Hypothèse la plus simple : l'univers est toujours et partout homogène et isotrope

HOMOGENÉITÉ : la densité est la même partout

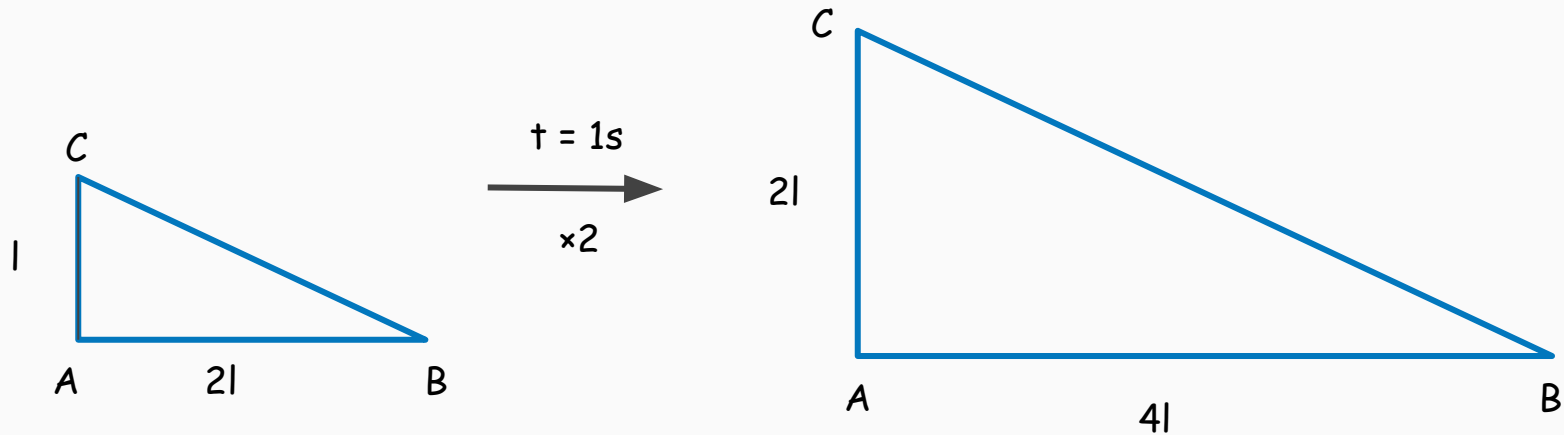
ISOTROPIE : il n'y a pas de direction privilégiée



A chaque instant, tous les points sont équivalents.

Il n'y a que trois possibilités : staticité, expansion et contraction globale.

Conséquence : relation vitesse - distance



$t=0$ facteur d'échelle $a(0) = 1$

$t=1s$ facteur d'échelle $a(t=1s) = 2$

$$r = a(t)r_0$$

$$\dot{r} = \dot{a}r_0$$

$$v = \dot{r} = \dot{a}r_0 = \frac{\dot{a}}{a}r \quad H(t) = \dot{a}/a \quad v = H(t)r$$

La loi de Hubble-Lemaître

Hypothèse d'homogénéité et d'isotropie : les distances entre objets peuvent rester constantes ou augmenter ou diminuer du même facteur $a(t)$.

$$r = a(t)r_0$$

r_0 : coordonnées comobiles
par convention elles sont les coordonnées à l'époque actuelle t_0

$$a(t_0) = 1$$

$a(t)$: facteur d'échelle (zoom des séparations des galaxies)
par convention $a(t_0) = 1$.

$$v = H(t)r$$

Pour $t=t_0$ (époque actuelle) on obtient la loi de Hubble-Lemaître.

$$v_{obs} = cz = H_0 r$$

H_0 est la constante de Hubble à l'époque actuelle.
Elle est constante dans l'espace mais pas dans le temps.
Valeur estimée : $H_0 \sim 70$ km/s/Mpc (entre 67 et 73 km/s/Mpc)

$$H(t) = \dot{a}/a$$

La constante de Hubble est proportionnelle à la vitesse d'expansion.

La loi de Hubble-Lemaître

$$v = H(t)r$$

La loi de proportionnalité **vitesse** d'expansion - **distance** *théorique* est une conséquence de l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie de l'Univers à chaque instant.

$$v_{obs} = cz = H_0 r$$

La proportionnalité entre **redshift** et **distance** (*loi de Hubble-Lemaître*), où $H(t) = H_0$ est supposée constante, est une approximation valable seulement pour des distances relativement petites (mais suffisamment grandes!).

Les modèles cosmologiques relativistes

Modèles relativistes standard (de Friedmann-Lemaître)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Les modèles de Friedmann-Lemaître sont les solutions des équations de la relativité générale en supposant la **validité du principe cosmologique**.

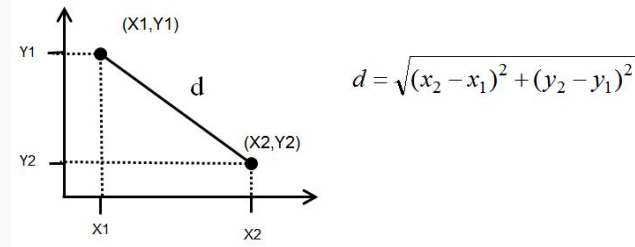
Le principe cosmologique implique une certaine forme de métrique, dite de Robertson-Walker

A droite, dans le tenseur énergie-impulsion on trouve la densité $\rho(t)$ et la pression $P(t)$ de chaque composante (matière, rayonnement, particules relativistes).

La métrique de l'espace-temps

Distance entre deux points : théorème de Pythagore

$$\Delta s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$



Espace euclidien

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$ Espace-temps (relativité restreinte)

$$g_{00} = -1 \quad g_{11} = +1 \quad g_{22} = +1 \quad g_{33} = +1$$

Métrique de Minkowski

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) [dr^2 / (1 + kr^2) + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]$$

Espace homogène et isotrope :
relativité générale
Métrique de Robertson-Walker

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) [dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2]$$

Si $k = 0$: espace plat

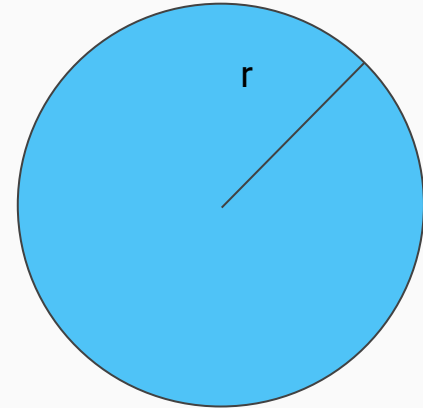
Equation de Friedmann (dérivation newtonienne)

$$M = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho \quad r = a(t) r_0$$

Une cosmologie newtonienne a été développée par Milne & McCrea (en 1934) après la relativité générale.

$$E = T + U = \frac{1}{2} v^2 - \frac{GM}{r} = \frac{1}{2} \dot{r}^2 - \frac{4 \pi G \rho r^2}{3}$$

$$E = T + U = \frac{1}{2} \dot{a}^2 r_0^2 - \frac{4 \pi G \rho a^2 r_0^2}{3}$$



On multiplie par $2/a^2 r_0^2$:

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8 \pi G}{3} \rho - \frac{k c^2}{a^2}$$

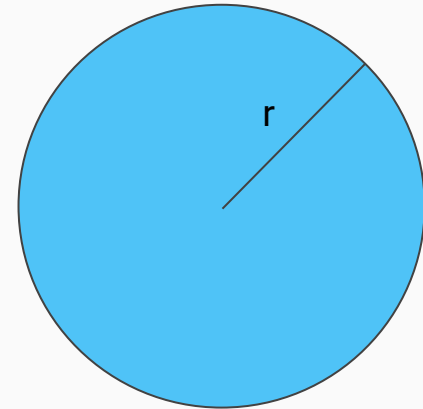
$$k c^2 = -2E/r_0^2 \quad H(t) = \dot{a}/a$$

L'équation de l'accélération/décélération

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2} = -\frac{4}{3}\pi G r \rho$$

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$\frac{\ddot{r}}{r} = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G \rho$$



L'équation de l'accélération/décélération (en trichant) I

$$dE + PdV = TdS$$

Sphère homogène de rayon $r_0=1$
 $r(t) = a(t) r_0 = a(t)$

$$V = \frac{4}{3} \pi a^3$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi a^2 \frac{da}{dt}$$

$$E = mc^2 = \rho V c^2 = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho c^2$$

$$\frac{dE}{dt} = 4\pi a^2 \rho c^2 \frac{da}{dt} + \frac{4}{3} \pi a^3 c^2 \frac{d\rho}{dt}$$

Expansion adiabatique réversible : $dS = 0$

$$\frac{d\rho}{dt} = -3\rho \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2} \right) = -3\rho H \left(1 + \frac{P}{\rho c^2} \right)$$

$$\dot{\varrho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \left(\varrho + \frac{P}{c^2} \right) = 0$$

L'équation de l'accélération/décélération (en trichant) I

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad \text{Equation de Friedmann}$$

On fait la dérivée par rapport au temps :

$$2\frac{\dot{a}}{a}\frac{\ddot{a}a - \dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\dot{\rho} + 2\frac{kc^2\dot{a}}{a^3}$$

Et on substitue $\dot{\rho}$ en utilisant l'équation du fluide : $\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) = 0$

On obtient à la fin :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3P/c^2\right)$$

...et Λ dans la physique newtonienne ?

I have now explained the two principal cases of attractions: when the centripetal forces decrease as the square of the ratio of the distances, or increase in a simple ratio of the distances, causing the bodies in both cases to revolve in conic sections, and composing spherical bodies whose centripetal forces observe the same law of increase or decrease in the recess from the centre as the forces of the particles themselves do; which is very remarkable.

Isaac Newton, Scholium, proposition 77, théorème 37

On pourrait donc reformuler la gravitation de Newton :

$$F/m = -GM/r^2 + CMr$$

ou C est une nouvelle constante, qu'on peut réécrire en utilisant Λ pour retrouver les équations de Friedmann complètes.

Les équations de Friedmann - Lemaître

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3\frac{P}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$P = w \rho c^2$ équation d'état

$P \geq -\frac{1}{3} \rho c^2$ décélération

$w=0$ matière non relativiste (univers de poussière)
 $w = 1/3$ rayonnement et particules relativistes