

Groupes de Lie et particules élémentaires

Michel Rausch de Traubenberg

Institut Pluridisciplinaire Hubert Curien

23.10, 13.11 et 04.12 2009

1 Principes généraux

- Symétries de l'espace-temps
- Théorie quantique des champs
- Théorie de jauge
- Symétrie brisée

2 Le modèle standard

- Le secteur de jauge
- Le secteur de la matière
- Le boson de Higgs
- Avantages et inconvénients du modèle standard

3 Les théories de Grandes-Unifications

- Au-delà du modèle standard
- Choix d'un groupe de jauge
- $SU(5)$ – $SO(10)$ – E_6

4 L'affaire Garret Lisi

1 Principes généraux

- Symétries de l'espace-temps
- Théorie quantique des champs
- Théorie de jauge
- Symétrie brisée

2 Le modèle standard

- Le secteur de jauge
- Le secteur de la matière
- Le boson de Higgs
- Avantages et inconvénients du modèle standard

3 Les théories de Grandes-Unifications

- Au-delà du modèle standard
- Choix d'un groupe de jauge
- $SU(5)$ – $SO(10)$ – E_6

4 L'affaire Garret Lisi

1 Principes généraux

- Symétries de l'espace-temps
- Théorie quantique des champs
- Théorie de jauge
- Symétrie brisée

2 Le modèle standard

- Le secteur de jauge
- Le secteur de la matière
- Le boson de Higgs
- Avantages et inconvénients du modèle standard

3 Les théories de Grandes-Unifications

- Au-delà du modèle standard
- Choix d'un groupe de jauge
- $SU(5)$ – $SO(10)$ – E_6

4 L'affaire Garret Lisi

1 Principes généraux

- Symétries de l'espace-temps
- Théorie quantique des champs
- Théorie de jauge
- Symétrie brisée

2 Le modèle standard

- Le secteur de jauge
- Le secteur de la matière
- Le boson de Higgs
- Avantages et inconvénients du modèle standard

3 Les théories de Grandes-Unifications

- Au-delà du modèle standard
- Choix d'un groupe de jauge
- $SU(5)$ – $SO(10)$ – E_6

4 L'affaire Garret Lisi

1 Principes généraux

- Symétries de l'espace-temps
- Théorie quantique des champs
- Théorie de jauge
- Symétrie brisée

2 Le modèle standard

- Le secteur de jauge
- Le secteur de la matière
- Le boson de Higgs
- Avantages et inconvénients du modèle standard

3 Les théories de Grandes-Unifications

- Au-delà du modèle standard
- Choix d'un groupe de jauge
- $SU(5)$ – $SO(10)$ – E_6

4 L'affaire Garret Lisi

1. Principes généraux

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
 - Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

pour des structures mathématiques compatibles avec la
mécanique quantique et la relativité

- Unifier / décrire dans une même théorie des phénomènes
distincts. Exemple e.m.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{E} - \dot{\mathbf{A}}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{B} + \dot{\mathbf{A}}$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – **principes de symétrie**
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

pour des structures mathématiques compatibles avec la
mécanique quantique et la relativité

- ★ Unifier / décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – **principes de symétrie**
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

pour la structure mathématique commune des théories de la mécanique quantique et de la relativité

- Unifier / décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité

- Unifier / décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \dot{\mathbf{A}} + \mathbf{j}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \dot{\mathbf{A}} + \mathbf{j}$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité *superalgèbres de Lie*

- ★ Unifier / décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

$$\nabla_\mu E^\mu = \rho$$

$$\nabla_\mu E^\mu = \rho$$

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple en

$$\nabla_\mu \psi = 0$$

$$F_{\mu\nu} = 0$$

$$\nabla_\mu F_{\nu\rho} = 0$$

$$\nabla_\mu \phi = 0$$

$$\nabla_\mu \psi = 0$$

$$F_{\mu\nu} = 0$$

$$\nabla_\mu F_{\nu\rho} = 0$$

$$\nabla_\mu \phi = 0$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple : m

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\begin{aligned} \mathbb{R} & \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{H} \subset \mathbb{O} \\ \mathbb{R} & \subset \mathbb{R} \oplus i\mathbb{R} \subset \mathbb{R} \oplus i\mathbb{R} \oplus j\mathbb{R} \subset \mathbb{R} \oplus i\mathbb{R} \oplus j\mathbb{R} \oplus k\mathbb{R} \end{aligned}$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho / \epsilon_0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Principes généraux

- Décrire les lois de la physique à partir d'un petit nombre de principes – principes de symétrie
- Les lois de la physique doivent être compatibles avec les principes de la relativité et de la physique quantique

Puissant et contraignant

peu de structures mathématiques compatibles avec la mécanique quantique et la relativité **superalgèbres de Lie**

- Unifier : décrire dans une même théorie des phénomènes distincts. Exemple e.m.

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \left(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	
1	monde de tous les jours	
10^{-10}	atomes	
10^{-14}	noyaux	
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	
10^{-18}	quarks et leptons	
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	
10^{-10}	atomes	
10^{-14}	noyaux	
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	
10^{-18}	quarks et leptons	
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes **principes différents**

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	
10^{-14}	noyaux	
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	
10^{-18}	quarks et leptons	
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	
10^{-18}	quarks et leptons	
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	
10^{-18}	quarks et leptons	
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	théorie des cordes
10^{-35}	supercordes	théorie des cordes

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules théor. quant. champs
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs modèle standard
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	
10^{-35}	supercordes	

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	modèle standard
10^{-35}	supercordes	gut, supersymétrie (LHC)

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs théor. quant. champs modèle standard
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	gut, supersymétrie (LHC)
10^{-35}	supercordes	gravitation quantique

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs théor. quant. champs modèle standard
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	gut, supersymétrie (LHC)
10^{-35}	supercordes	gravitation quantique- unification

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	théor. quant. champs
10^{-35}	supercordes	modèle standard
		gut, supersymétrie (LHC)
		gravitation quantique-unification

Structure fondamentale de la matière

- physique des particules = physique des constituants ultimes (?)
- suivant la taille des systèmes principes différents

taille (m)	système	domaine de la physique
$> 10^{11}$	système solaire	relativité générale
1	monde de tous les jours	physique classique
10^{-10}	atomes	physique quantique
10^{-14}	noyaux	physique nucléaire
10^{-15}	nucleons (proton-neutron)	physique des particules
10^{-18}	quarks et leptons	théor. quant. champs théor. quant. champs modèle standard
$< 10^{-18}$	particules supersymétriques	gut, supersymétrie (LHC)
10^{-35}	supercordes	gravitation quantique-unification

1. Principes généraux

1.1 Symétries de l'espace-temps

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

Le groupe de
Poincaré

l'espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

espace-temps
invariant

espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

$v \sim c$: groupe de
Poincaré

espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

$v \sim c$: groupe de
Poincaré



espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

$v \sim c$: groupe de
Poincaré



espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

$v \sim c$: groupe de
Poincaré



espace de Minkowski

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.

$v \ll c$: groupe
de Galilée

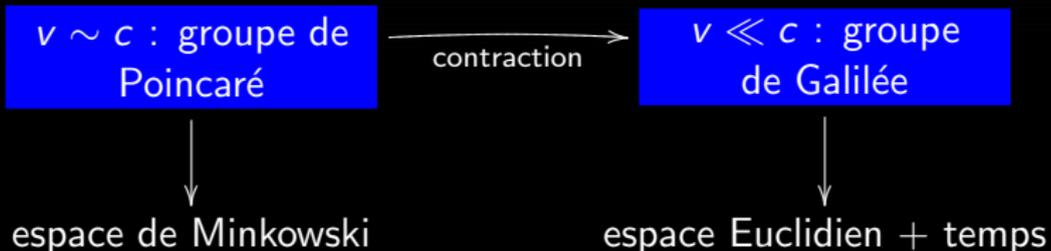


espace Euclidien + temps

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité (restreinte)

- un événement est repéré par un point (\vec{x}, t)
- invariance des lois de la physique dans les référentiels inertiels
 - 1 invariance par rotations
 - 2 invariance par translations rectilignes et uniformes
 - 3 invariance par translations dans l'espace et le temps.



Symétrie de l'espace-temps

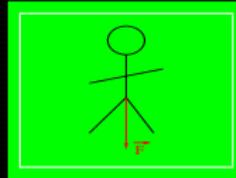
principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à tous les référentiels = invariance par difféomorphismes

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à toutes les référentiels = invariance par difféomorphismes

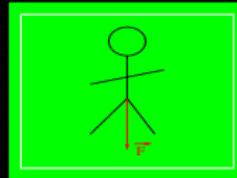


champ de grav. \vec{g}
 $\vec{F} = m\vec{g}$

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à toutes les référentiels = invariance par difféomorphismes

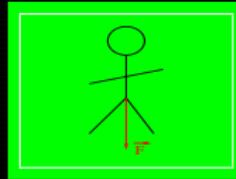


accélération $\vec{\gamma} = -\vec{g}$
 $\vec{F} = -m\vec{\gamma}$

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à toutes les référentiels = invariance par difféomorphismes



champ de grav. \vec{g}
 $\vec{F} = m\vec{g}$

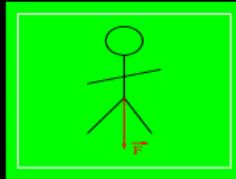
accélération $\vec{\gamma} = -\vec{g}$
 $\vec{F} = -m\vec{\gamma}$ (Eötvös)

théorie de la gravitation espace-temps = solutions des équations d'Einstein \rightarrow variétés Riemanniennes

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à toutes les référentiels = invariance par difféomorphismes



champ de grav. \vec{g}
 $\vec{F} = m\vec{g}$

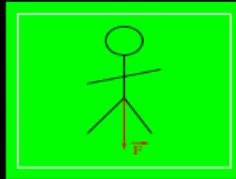
accélération $\vec{\gamma} = -\vec{g}$
 $\vec{F} = -m\vec{\gamma}$ (Eötvös)

théorie de la gravitation espace-temps = solutions des équations d'Einstein \rightarrow variétés Riemanniennes

Symétrie de l'espace-temps

principe de relativité généralisé

- Étendre le principe de relativité à toutes les référentiels = invariance par difféomorphismes



champ de grav. \vec{g}
 $\vec{F} = m\vec{g}$

accélération $\vec{\gamma} = -\vec{g}$
 $\vec{F} = -m\vec{\gamma}$ (Eötvös)

théorie de la gravitation espace-temps = solutions des équations d'Einstein \longrightarrow variétés Riemanniennes

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis **statique** = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis matière = espace-temps
- Théorie des cordes = espace-temps
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps

$D = 3 + 1$ **prérequis statique** = cadre prédéfini

- Relativité générale = espace-temps

$D = 3 + 1$ prérequis matière espace-temps

- Théorie des cordes = espace-temps est contraint

dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis statique = cadre prédéfini**
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis dynamique = matière = espace-temps**
- Théorie de cordes = espace-temps **avec contraintes**
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis statique = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis dynamique = matière \rightarrow espace-temps
- Théorie de cordes l'espace-temps est contraint
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis statique** = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis dynamique** = matière \rightarrow espace-temps
- Théorie de cordes l'espace-temps est contraint
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis statique** = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ **prérequis dynamique** = matière \rightarrow espace-temps
- Théorie de cordes l'espace-temps est contraint
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis statique = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis dynamique = matière \rightarrow espace-temps
- Théorie de cordes l'espace-temps est contraint
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

Symétrie de l'espace-temps

- Relativité restreinte ou galiléenne = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis statique = cadre prédéfini
- Relativité générale = espace-temps
 $D = 3 + 1$ prérequis dynamique = matière \rightarrow espace-temps
- Théorie de cordes l'espace-temps est contraint
dimension imposée $25 + 1$ (ou $9 + 1$).

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \ltimes \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \times \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \times \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \times \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \times \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \times \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \times \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \times \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \times \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- Algèbre de Poincaré : symétrie de l'espace de Minkowski

$$\mathbb{R}^{1,3} = \left\{ x^\mu = (x^0, \vec{x}), \mu = 0, \dots, 3 \right\}$$

$$\mathfrak{so}(1,3) \times \mathbb{R}^{1,3} = \langle L_{\mu\nu} = -L_{\nu\mu}, 0 \leq \mu, \nu \leq 3 \rangle \times \langle P_\mu, \mu = 0, \dots, 3 \rangle$$

$$[L_{\mu\nu}, L_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\sigma} L_{\rho\mu} - \eta_{\mu\sigma} L_{\rho\nu} + \eta_{\nu\rho} L_{\mu\sigma} - \eta_{\mu\rho} L_{\nu\sigma},$$

$$[L_{\mu\nu}, P_\rho] = \eta_{\nu\rho} P_\mu - \eta_{\mu\rho} P_\nu,$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

- Particules élémentaires = rep. irred. de l'algèbre de Poincaré

- Deux opérateurs de Casimir $P_\mu P^\mu$ et $W_\mu W^\mu$, $W_\mu = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu L^{\rho\sigma}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3)$
spin de la particule

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2

1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$
spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2

1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$
spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2

1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$
spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;

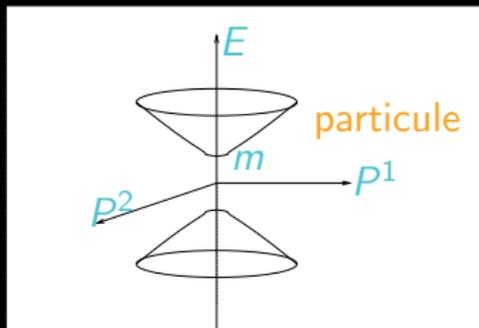
algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2

1



$(m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$
rep. de dim $2s + 1$;

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{\text{stand.}}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$
helicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{\text{stand.}}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$
helicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{\text{stand.}}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ hélicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

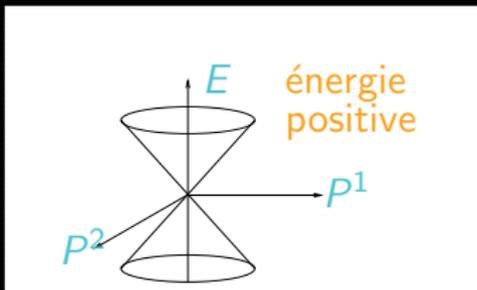
- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ hélicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2

1

2



$(m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$

rep. de dim $2s + 1$;

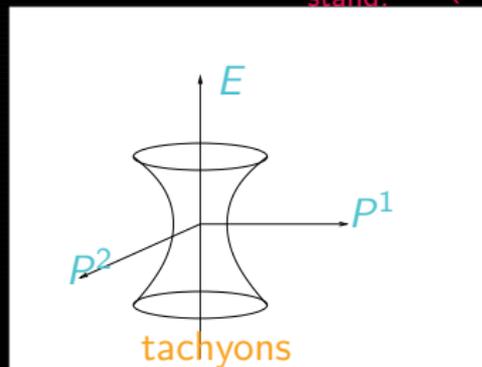
1) petit groupe $SO(2) \subset E(2)$

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ hélicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{\text{rest.}}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - $P^2 = 0 \rightarrow P_{\text{stand.}}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$



algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ hélicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.
 - 4 $P^\mu = (0, 0, 0, 0)$.
- On booste la représentation \rightarrow tenseurs/spineurs de $so(1, 3)$
 1. $P^2 = 0, h = \pm 1$ vecteur A_μ deux états de polarisation de la lumière (photon)
 2. $P^2 = m^2, s = 1/2$ ψ électron/positron

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ helicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.
 - 4 $P^\mu = (0, 0, 0, 0)$.
- On booste la représentation \rightarrow tenseurs/spineurs de $so(1, 3)$
 1. $P^2 = 0, h = \pm 1$ vecteur A_μ deux états de polarisation de la lumière (photon)
 2. $P^2 = m^2, s = 1/2$ spineur de Dirac ψ électron/positron $s_3 = \pm 1/2$.

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ helicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.
 - 4 $P^\mu = (0, 0, 0, 0)$.
- On booste la représentation \rightarrow tenseurs/spineurs de $\mathfrak{so}(1, 3)$
 1. $P^2 = 0, h = \pm 1$ vecteur A_μ deux états de polarisation de la lumière (photon)
 2. $P^2 = m^2, s = 1/2$ spineur de Dirac ψ électron/positron $s_3 = \pm 1/2$.

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ hélicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.
 - 4 $P^\mu = (0, 0, 0, 0)$.
- On booste la représentation \rightarrow tenseurs/spineurs de $\mathfrak{so}(1, 3)$
 1. $P^2 = 0, h = \pm 1$ vecteur A_μ deux états de polarisation de la lumière (photon)
 2. $P^2 = m^2, s = 1/2$ spineur de Dirac ψ électron/positron $s_3 = \pm 1/2$.

algèbre de Poincaré et particules élémentaires

- représentation induite de Wigner \rightarrow dépend de P^2
 - 1 $P^2 = m^2 > 0 \rightarrow P_{rest.}^\mu = (m, 0, 0, 0)$ petit groupe $SO(3) \rightarrow$ spin de la particule $s \in \frac{1}{2}\mathbb{N}$ rep. de dim $2s + 1$;
 - 2 $P^2 = 0 \rightarrow P_{stand.}^\mu = (1, 0, 0, 1)$ petit groupe $SO(2) \subset E(2)$ helicité $h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}$
 - 3 $P^2 < 0$ tachyons.
 - 4 $P^\mu = (0, 0, 0, 0)$.
- On booste la représentation \rightarrow tenseurs/spineurs de $\mathfrak{so}(1, 3)$
 1. $P^2 = 0, h = \pm 1$ vecteur A_μ deux états de polarisation de la lumière (photon)
 2. $P^2 = m^2, s = 1/2$ spineur de Dirac ψ électron/positron $s_3 = \pm 1/2$.

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par extremalisation de l'action
- l'action est un scalaire l'action est réelle
- pour les champs libres (sans interaction)

pour un champ scalaire l'équation de Klein-Gordon

$$(\square^2 + m^2)\phi(x) = 0$$

pour un champ spinoriel l'équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un scalaire l'action est réelle
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire équation de Klein-Gordon
$$(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0$$
 - 1/2 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x)$ spinor équation de Dirac
$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$$

Particules élémentaires et théorie des champs

- principe des moindres actions $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)

1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x)$ = scalaire équation de Klein-Gordon
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0$

1/2 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x)$ = spinor équation de Dirac
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

Particules élémentaires et théorie des champs

- principe des moindres actions $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)

1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire équation de Klein-Gordon
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0$

1/2 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spinor équation de Dirac
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)

1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire équation de Klein-Gordon
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$

1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur équation de Dirac
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur équation de Dirac
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur équation de Dirac
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0$

Particules élémentaires et théorie des champs

- principe des moindres actions $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenues par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champs libres (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$

Particules élémentaires et théorie de champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenus par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champ libre (sans interaction)

1 spin $s =$

$$(\square^2 + m^2)$$

1 spin $s =$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)$$

Les matrices γ algèbre de Clifford

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu} \text{Id}$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)(i\gamma^\nu \partial_\nu + m) = -(\square + m^2)$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$$

Particules élémentaires et théorie des champs

- **principe des moindres actions** $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenus par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champ libre (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$
 3. spin $s = 1 \rightarrow A_\mu(x) =$ vecteur **équation de Maxwell (Yang-Mills)**
 $\partial^\mu F_{\mu\nu} = 0, F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$

Particules élémentaires et théorie des champs

- principe des moindres actions $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenus par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champ libre (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$
 3. spin $s = 1 \rightarrow A_\mu(x) =$ vecteur **équation de Maxwell (Yang-Mills)**
 $\partial^\mu F_{\mu\nu} = 0, F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$

Particules élémentaires et théorie des champs

- principe des moindres actions $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ les équations du mouvement sont obtenus par **extremalisation** de l'action
- l'action est un **scalaire** l'action est **réelle**
- pour les champ libre (sans interaction)
 - 1 spin $s = 0 \rightarrow \Phi(x) =$ scalaire **équation de Klein-Gordon**
 $(\square^2 + m^2)\Phi(x) = 0;$
 - 1 spin $s = 1/2 \rightarrow \psi(x) =$ spineur **équation de Dirac**
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0;$
 3. spin $s = 1 \rightarrow A_\mu(x) =$ vecteur **équation de Maxwell (Yang-Mills)**
 $\partial^\mu F_{\mu\nu} = 0, F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$\Phi \rightarrow$ particules

$\bar{\Phi} \rightarrow$ anti-particules

- Si ψ champ spinoriel non-massif

$$\text{Algebra des rotations et des boosts} \quad \mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$$

$$\Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu} - i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\sigma^{\alpha\beta})$$

$\psi_L \in \mathbb{C}^2$ $\psi \in \mathbb{C}^4$ particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$

anti-particule d'hélicité $+\frac{1}{2}$

$\psi_R \in \mathbb{C}^2$ $\psi \in \mathbb{C}^4$ particule d'hélicité $+\frac{1}{2}$

anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$

$$\psi_L \quad \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i\gamma_2 \psi_R) \quad \bar{\psi}_R \text{ (fermion gaucher)}$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$\Phi \rightarrow$ particules

$\bar{\Phi} \rightarrow$ anti-particules

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_\mu, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$ ψ 2 particules d'hélicité

anti-particules d'hélicité

$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$ ψ $\bar{2}$ particules d'hélicité

anti-particules d'hélicité

$$\psi_L = \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = \psi_L) \quad \bar{\psi}_R \text{ fermion gaucher}$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$\Phi \rightarrow$ particules

$\bar{\Phi} \rightarrow$ anti-particules

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L = \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i \bar{\psi}_R \text{ fermion gaucher})$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$\Phi \rightarrow$ particules

$\bar{\Phi} \rightarrow$ anti-particules

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L \sim \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c \equiv -\bar{\psi}_R \text{ fermion gaucher})$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$$\Phi \rightarrow \text{particules}$$

$$\bar{\Phi} \rightarrow \text{anti-particules}$$

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L \sim \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i\sigma_2 \bar{\psi}_R, \text{ fermion gaucher})$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$$\Phi \rightarrow \text{particules}$$

$$\bar{\Phi} \rightarrow \text{anti-particules}$$

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L \sim \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i\sigma_2\bar{\psi}_R, \text{ fermion gaucher})$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$$\Phi \rightarrow \text{particules}$$

$$\bar{\Phi} \rightarrow \text{anti-particules}$$

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L \sim \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i\sigma_2\bar{\psi}_R, \text{ fermion gaucher})$$

Particules et anti-particules

- Si Φ est un champ scalaire complexe deux degrés de liberté

$$\Phi \rightarrow \text{particules}$$

$$\bar{\Phi} \rightarrow \text{anti-particules}$$

- Si ψ champ spinoriel non-massif

représentation réductible de $\mathfrak{so}(1,3) \cong \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$

$$[\gamma_5, \Sigma_{\mu\nu}] = 0, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$	$\mathbf{2}$	particule d'hélicité $\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$
$\psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi$	$\bar{\mathbf{2}}$	particule d'hélicité $-\frac{1}{2}$ anti-particule d'hélicité $\frac{1}{2}$

$$\psi_L \sim \bar{\psi}_R \quad (\psi_R^c = i\sigma_2\bar{\psi}_R, \text{ fermion gaucher})$$

1. Principes généraux

1.2 Théorie quantique des champs

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique

1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .

- en mécanique quantique

1. un syst. infinité de deg. de lib. (vect. d'un espace de Hilbert)
2. les grandeurs physiques A = opérateurs hermitiques A

$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$

3. la mesure de A donne une valeur propre de A .

- ★ En théorie quantique des champs, les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. infinité de deg. de lib. (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ opérateurs hermitiques A
$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$

la mesure de \mathcal{A} donne une valeur propre de A .
- ★ En théorie quantique des champs, les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. infinité de deg. de lib. (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques \mathcal{A} = opérateurs hermitiques A
$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$

la mesure de \mathcal{A} donne une valeur propre de A .
- ★ En théorie quantique des champs, les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques \mathcal{A} = opérateurs hermitiques A
$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$
 3. mesure de \mathcal{A} donne une valeur propre de A .
- ★ En théorie quantique des champs, les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ **opérateurs hermitiques** A

$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$
 3. mesure de \mathcal{A} donne une valeur propre de A .
- En théorie quantique des champs: les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ **opérateurs hermitiques** A
 $x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$
 3. mesure de \mathcal{A} donne une valeur propre de A .
- En théorie quantique des champs: les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ **opérateurs hermitiques A**
$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$
 3. mesure de \mathcal{A} **donne une valeur propre de A .**
- En théorie quantique des champs: les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert opérateurs de création et d'annihilation de particules

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ **opérateurs hermitiques A**
 $x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$
 3. mesure de \mathcal{A} **donne une valeur propre de A .**
- En théorie quantique des champs: les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert **opérateurs de création et d'annihilation de particules**

Théorie quantique des champs

- En mécanique classique
 1. un point matériel à 6 deg. de lib.: position \vec{x} et impulsion \vec{p}
 2. les observables sont des fonctions de \vec{x}, \vec{p} .
- en mécanique quantique
 1. un syst. **infinité de deg. de lib.** (vect. d'un espace de Hilbert)
 2. les grandeurs physiques $\mathcal{A} =$ **opérateurs hermitiques A**
$$x = m_x, p = -i \frac{d}{dx} \rightarrow [p, x] = -i$$
 3. mesure de \mathcal{A} **donne une valeur propre de A .**
- En théorie quantique des champs: les champs sont quantifiés et agissent sur des Hilbert **opérateurs de création et d'annihilation de particules**

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules

spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein

spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac

- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$

bosons : relations de commutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

boson = infinite oscillateurs harmoniques (Weyl)

fermions : relations de $\{$ anticommutation canoniques

$$\{\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

fermion = infinite d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules

spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein

spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac

- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$

bosons : relations de commutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)

fermions : relations de $\{$ anticommutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = 0$$

fermion = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules

spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein

spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac

- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$

bosons : relations de commutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(y^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)

fermions : relations de d'anticommutation canoniques

$$\{\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(y^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

fermion = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules

spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein

spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac

- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$

bosons : relations de commutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)

fermions : relations de d'anticommutation canoniques

$$\{\psi(x^0, \vec{x}), \Pi_\psi(x^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

fermions = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules

spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein

spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac

- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$

bosons : relations de commutation canoniques

$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)

fermions : relations de d'anticommutation canoniques

$$\{\psi(x^0, \vec{x}), \Pi_\psi(x^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

fermions = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules
 - spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein
 - spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac
- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$
 - bosons : relations de commutation canoniques
$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(x^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$
boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)
 - fermions : relations de d'anticommutation canoniques
$$\{\psi(x^0, \vec{x}), \Pi_\psi(x^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$
fermions = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- $\pi_1(SO(1,3)) = \mathbb{Z}_2, \overline{SO_0(1,3)} = SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow$
deux types de particules
 - spin entier les bosons statistiques de Bose-Einstein
 - spin demi-entier les fermions statistiques de Fermi-Dirac
- théorème spin-statistique $\Phi, \Pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi}$
 - bosons : relations de commutation canoniques
$$[\Phi(x^0, \vec{x}), \Pi(y^0, \vec{y})] = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$
boson = infinité d'oscillateurs harmoniques (Weyl)
 - fermions : relations de d'anticommutation canoniques
$$\{\psi(x^0, \vec{x}), \Pi_\psi(y^0, \vec{y})\} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$
fermions = infinité d'oscillateurs fermioniques (Clifford)

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification, Q_a est un générateur de la symétrie

$$[\epsilon \Phi, Q_a] = \delta_\epsilon \Phi.$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification, Q_a est un générateur de la symétrie

$$[\epsilon \Phi, Q_a \Phi].$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification Q_a est un générateur de la symétrie

$$[\epsilon \Phi, Q_a \Phi].$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification Q_a est un générateur de la symétrie

$$\delta_\epsilon \Phi = [Q_a, \Phi].$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification Q_a est un générateur de la symétrie

$$\delta_\epsilon \Phi = [Q_a, \Phi].$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification Q_a est un générateur de la symétrie

$$\delta_\epsilon \Phi = [Q_a, \Phi].$$

Quantification et symétrie

- Quels types de structures mathématiques peuvent engendrer des symétries en TQC ?
- Soit Φ un ensemble de champs et T_a un ensemble de transformations laissant le Lagrangien invariant (symétrie)

$$\Phi'(x') = e^{\epsilon_a T^a} \Phi(x), \quad \delta_\epsilon \Phi = \Phi'(x) - \Phi(x) = \epsilon_a T^a \Phi$$

- Le théorème de Noether établit qu'à toute symétrie correspond une charge conservée

$$Q_a = -i \int d^3x \Pi T_a \Phi.$$

- Après quantification Q_a est un générateur de la symétrie

$$\delta_\epsilon \Phi = [Q_a, \Phi].$$

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_a
- d'(anti)commutations canoniques
- algèbres de Lie et superalgèbres de Lie

$$\mathcal{B}_a \mathcal{B}_b = \mathcal{B}_c$$

$$\mathcal{B}_a \mathcal{F}_b = \mathcal{F}_c$$

$$\mathcal{F}_a \mathcal{F}_b = \mathcal{B}_c$$

- S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

- S'il y a des charges bosoniques et fermioniques : théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin **demi-entier \mathcal{F}_i**
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$\mathcal{B}_a \quad \mathcal{B}_b \quad \mathcal{B}_c$$

$$\mathcal{B}_a \quad \mathcal{F}_i \quad \mathcal{F}_j$$

$$\mathcal{F}_i \quad \mathcal{F}_j \quad \mathcal{B}_a$$

• S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

• S'il y a des charges bosoniques et fermioniques :

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées

de spin entiers \mathcal{B}_a de spin demi-entier \mathcal{F}_i

- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = \delta_{ab} \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = 0$$

$$[\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j] = \delta_{ij} \mathcal{B}_a$$

- Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

- Si il y a des charges bosoniques et fermioniques

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = 0$$

- Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

- Si il y a des charges bosoniques et fermioniques

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 de spin entiers \mathcal{B}_a de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = 0$$

$$[\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j] = g_{ij}^k \mathcal{F}_k$$

* Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

* Si il y a des charges bosoniques et fermioniques

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}^j \mathcal{F}_j$$

$$[\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j] = D_{ij}^k \mathcal{F}_k$$

* Si il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

* Si il y a des charges bosoniques et fermioniques :

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgèbres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = D_{ij}^a \mathcal{B}_a$$

* Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

* Si il y a des charges bosoniques et fermioniques

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgèbres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}^a \mathcal{B}_a$$

* Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

* Si il y a des charges bosoniques et fermioniques, théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgèbres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}{}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}{}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}{}^a \mathcal{B}_a$$

* Si il n'y a que des charges bosoniques, théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \oplus \mathbb{R}^{1,3} \oplus \mathfrak{g}_c$

* Si il y a des charges bosoniques et fermioniques

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgèbres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}{}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}{}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}{}^a \mathcal{B}_a$$

• S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} \times \mathfrak{g}_c$

• S'il y a des charges bosoniques et fermioniques :

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}{}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}{}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}{}^a \mathcal{B}_a$$

- S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} \times \mathfrak{g}_c$
- S'il y a des charges bosoniques et fermioniques : théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius \Rightarrow supersymétrie

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}^a \mathcal{B}_a$$

- S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} \times \mathfrak{g}_c$
- S'il y a des charges bosoniques et fermioniques : théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius \Rightarrow supersymétrie

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgèbres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}^a \mathcal{B}_a$$

- S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} \times \mathfrak{g}_c$
- S'il y a des charges bosoniques et fermioniques : théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius \Rightarrow supersymétrie

Quantification et symétrie

La composition de deux symétries est une symétrie. Quels types de structures sont possibles ?

- Deux types de charges conservées
 - de spin entiers \mathcal{B}_a
 - de spin demi-entier \mathcal{F}_i
- les relations d'(anti)commutations canoniques conduisent à une structure de superalgebres de Lie

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{B}_b] = f_{ab}{}^c \mathcal{B}_c$$

$$[\mathcal{B}_a, \mathcal{F}_i] = R_{ai}{}^j \mathcal{F}_j$$

$$\{\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_j\} = Q_{ij}{}^a \mathcal{B}_a$$

- S'il n'y a que des charges bosoniques : théorème de Coleman-Mandula $\Rightarrow \mathfrak{g} = \mathfrak{so}(1,3) \ltimes \mathbb{R}^{1,3} \times \mathfrak{g}_c$
- S'il y a des charges bosoniques et fermioniques : théorème de Haag-Lopuszanski-Sohnius \Rightarrow supersymétrie

1. Principes généraux

1.3 Théorie de jauge

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$ les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $D_\mu \Phi = (\partial_\mu + iA_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$ on trouve $A'_\mu = U^{-1}A_\mu U + \partial_\mu U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$ les équations du mouvement ne sont plus invariantes

• Pour retrouver l'invariance on introduit un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée

$$D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi \text{ de façon à avoir } D_\mu \Phi' = U(x) D_\mu \Phi$$

$$\text{soit } A'_\mu = U^{-1} A_\mu U - \partial_\mu U$$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$ les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $D_\mu \Phi = (\partial_\mu + i g A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x) D_\mu \Phi$ avec $A'_\mu = U^{-1} A_\mu U + \frac{1}{g} \partial_\mu U U^{-1}$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$ les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D_\mu \Phi' = U(x) D_\mu \Phi$ avec $A'_\mu = U^{-1} A_\mu U + U^{-1} \partial_\mu U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$
les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée
 $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$
soit $A'_\mu = U^{-1}A_\mu U + U^{-1}\partial_\mu U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$
les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$ on trouve $A'_\mu = U^{-1}(A_\mu - \partial_\mu)U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$
les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée
 $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$ on trouve $A'_\mu = U^{-1}(A_\mu - \partial_\mu)U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$
les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$ on trouve $A'_\mu = U^{-1}(A_\mu - \partial_\mu)U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- Soient d -champs scalaires complexes Φ dans une représentation de dimension d de $SU(n)$.
- Les équations du mouvement $(\square^2 + m^2)\Phi = 0$ sont invariantes dans la transformation $\Phi' = U\Phi$ pour $U \in SU(n)$.
- Si $U(x)$ dépend du point x $\partial_\mu \Phi' = U\partial_\mu \Phi + (\partial_\mu U)\Phi \neq U\partial_\mu \Phi$
les équations du mouvement ne sont plus invariantes
- Pour restaurer l'invariance, on rajoute un nouveau champ (dans l'adjointe de $SU(n)$) et on modifie la dérivée $\partial_\mu \Phi \rightarrow D_\mu \Phi = (\partial_\mu + A_\mu)\Phi$ de façon à avoir $D'_\mu \Phi' = U(x)D_\mu \Phi$ on trouve $A'_\mu = U^{-1}(A_\mu - \partial_\mu)U$

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge invariance locale la symétrie dicte la dynamique

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge invariance locale la symétrie dicte la dynamique

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

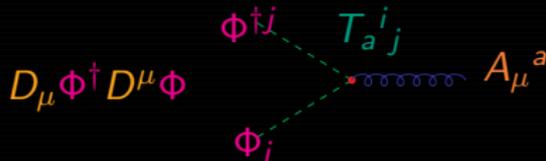
- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

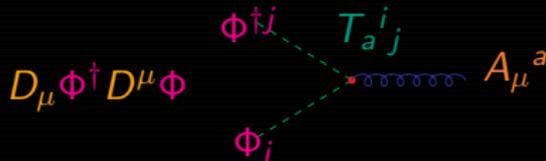
- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$ champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique



- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
 - dynamique équations de Yang-Mills
 - postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
- théorie de jauge **INTERACTIONS**

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

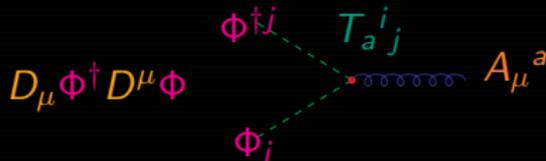
- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
 champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique



- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
 - dynamique équations de Yang-Mills
 - postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
- théorie de jauge **INTERACTIONS**

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

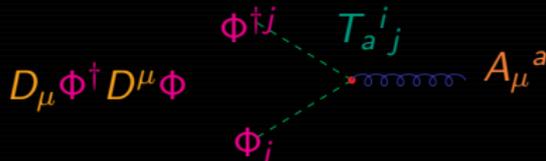
- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
 champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique



- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
- dynamique équations de Yang-Mills
- postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
 théorie de jauge **INTERACTIONS**

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

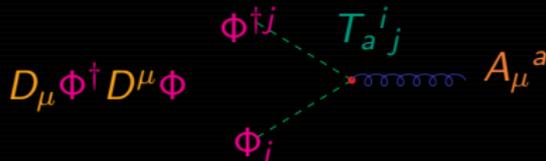
- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$
 champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique



- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
- dynamique **équations de Yang-Mills**
- postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
 théorie de jauge **INTERACTIONS**

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$ champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique



- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
 - dynamique **équations de Yang-Mills**
 - postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
- theorie de jauge **INTERACTIONS**

Algèbres de Lie compactes: interactions –théorie de Jauge

- champ de jauge ou connection $A_\mu = A_\mu^a T_a \in \mathfrak{su}(n)$ $n^2 - 1$ champs de jauge = vecteur de l'interaction
- principe de jauge **invariance locale** la symétrie dicte la dynamique

$$D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi + \phi^\dagger T_a^{ij} A_\mu^a \phi$$

- tenseur de courbure $F_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$
 $F'_{\mu\nu} = U^{-1} F_{\mu\nu} U$
 - dynamique **équations de Yang-Mills**
 - postuler une invariance locale sous un groupe de Lie compact G
- theorie de jauge **INTERACTIONS**

1. Principes généraux

1.4 Symétries brisées

Symétries brisées

- En physique un système se trouve naturellement dans son état fondamental qui minimise l'énergie
- Une symétrie est dite spontanément brisée si son niveau d'énergie le plus bas n'est pas invariant.
- Soit un champ scalaire complexe dont le potentiel est

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

Symétries brisées

- En physique un système se trouve naturellement dans son état fondamental qui minimise l'énergie
- Une symétrie est dite spontanément brisée si son niveau d'énergie le plus bas n'est pas invariant.
- Soit un champ scalaire complexe dont le potentiel est

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

Symétries brisées

- En physique un système se trouve naturellement dans son état fondamental qui minimise l'énergie
- Une symétrie est dite **spontanément brisée** si son niveau d'énergie le plus bas n'est pas invariant.
- Soit un champ scalaire complexe dont le potentiel est

$$V(\phi) = m^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

Symétries brisées

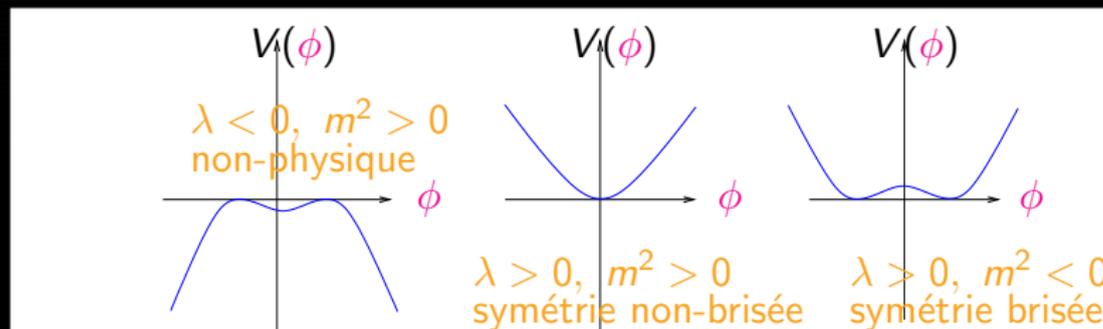
- En physique un système se trouve naturellement dans son état fondamental qui minimise l'énergie
- Une symétrie est dite **spontanément brisée** si son niveau d'énergie le plus bas n'est pas invariant.
- Soit un champ scalaire complexe dont le potentiel est

$$V(\phi) = m^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$$

Symétries brisées

- En physique un système se trouve naturellement dans son état fondamental qui minimise l'énergie
- Une symétrie est dite **spontanément brisée** si son niveau d'énergie le plus bas n'est pas invariant.
- Soit un champs scalaire complexe dont le potentiel est

$$V(\phi) = m^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2$$



Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\Phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\Phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\Phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\Phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\Phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\Phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\Phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\Phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\Phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\Phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\Phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\Phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)

• Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut-être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut-être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut-être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut-être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie transition de phase

Mécanisme de Higgs

- Symétrie $U(1)$ $\phi \rightarrow e^{i\omega(x)}\phi$
- Quand $\lambda m^2 < 0$ le minimum du potentiel est obtenu pour

$$\phi = v = e^{i\omega} \sqrt{-\frac{2m^2}{3\lambda}}, \quad \omega \text{ fixé}$$

le vide n'est plus invariant sous $U(1)$ brisure spontanée de symétrie

- Quand ϕ développe une valeur moyenne dans le vide
 1. Brise l'invariance de jauge
 2. Donne un terme de masse au boson de jauge
 3. Permet de donner de la masse aux fermions (Yukawa)
- Les paramètres dépendent de l'énergie (renormalisation) une théorie peut-être invariante à haute énergie et brisée à basse énergie **transition de phase**

2. Le modèle standard

- La physique des particules est spécifiée par

1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)

→ $\dim \mathfrak{g}$ fermions non-massifs de spin $1/2$
dans une représentation donnée de \mathfrak{g}

2. un secteur de Higgs H dans G/H
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions

★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 - b. un boson de Higgs H dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 - i. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{g}$
 - ii. donne de la masse aux bosons de G/H
 - iii. donne de la masse aux fermions
- ★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 - b. le boson de Higgs H dans G/H
 - brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{g}$
 - donne de la masse aux bosons de G/H
 - donne de la masse aux fermions
- ★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}

1.1.1.1. Le secteur de jauge

 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \oplus \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions

★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- ★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- ★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions

★ Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions

★ Le choix de G et de la matière est dû à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - b. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - c. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - c. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - c. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales aucune raison théorique.

- La physique des particules est spécifiée par
 1. un groupe de jauge G et son algèbre de Lie \mathfrak{g}
 - a. décrit les interactions
 - b. conduit à $\dim \mathfrak{g}$ bosons de jauge (vecteurs non-massifs)
 2. les particules de matière
 - a. fermions non-massifs de spin $1/2$
 - b. dans une représentation donnée de \mathfrak{g}
 3. un secteur de Higgs bosons de spin 0
 - a. brise \mathfrak{g} en $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$
 - c. donne de la masse aux bosons de G/H
 - c. donne de la masse aux fermions
- Le choix de G et de la matière est lié à des raisons expérimentales **aucune raison théorique.**

2. Le modèle standard

2.1 Le secteur de jauge

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \oplus \mathfrak{su}(2)_L$$

* bosons de jauge

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \\ Z_\mu \end{array} \left(\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(2)_L \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 - l'interaction forte : désintégration β
 - l'interaction faible : cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \oplus \mathfrak{su}(2)_L$$

Le secteur de jauge

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \end{array} \left(\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(3)_C \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \oplus \mathfrak{su}(2)_L$$

* Bosons de jauge

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \\ A_\mu \end{array} \left(\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(3)_C \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \quad \mathfrak{su}(2)_L$$

Secteur de jauge

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \end{array} \left(\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(2)_L \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \quad \mathfrak{su}(2)_L$$

Représentation de jauge

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \end{array} \left(\begin{array}{l} 0 \ 0 \\ 3 \ 0 \\ 0 \ 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(2)_L \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \quad \mathfrak{su}(2)_L$$

$$\begin{array}{l} B_\mu \\ W_\mu \end{array} \left(\begin{array}{ll} 0 & 0 \\ 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \mathfrak{u}(1)_Y \\ \mathfrak{su}(2)_L \\ \mathfrak{su}(2)_L \end{array}$$

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$g = u(1)_Y \times su(2)_L \times su(3)_c$$

- bosons de jauge

B_μ	$(0,0)_0$	$u(1)_Y$	1
W_μ	$(0,3)_0$	$su(2)_L$	3
g_μ	$(8,0)_0$	$su(3)_c$	8

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \times \mathfrak{su}(2)_L \times \mathfrak{su}(3)_c$$

- bosons de jauge

B_μ	$(0, 0)_0$	$\mathfrak{u}(1)_Y$	1
W_μ	$(0, 3)_0$	$\mathfrak{su}(2)_L$	3
g_μ	$(8, 0)_0$	$\mathfrak{su}(3)_c$	8

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \times \mathfrak{su}(2)_L \times \mathfrak{su}(3)_c$$

- bosons de jauge

B_μ	$(0, 0)_0$	$\mathfrak{u}(1)_Y$	1
W_μ	$(0, 3)_0$	$\mathfrak{su}(2)_L$	3
g_μ	$(8, 0)_0$	$\mathfrak{su}(3)_c$	8

Secteur de jauge

- Il y a quatre interactions fondamentales
 1. l'interaction gravitationnelle agit sur toute les particules
 2. l'interaction électromagnétique particules chargées
 3. l'interaction nucléaire faible désintégration β $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
 4. l'interaction nucléaire forte cohésion des noyaux

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{u}(1)_Y \times \mathfrak{su}(2)_L \times \mathfrak{su}(3)_c$$

- bosons de jauge

B_μ	$(0, 0)_0$	$\mathfrak{u}(1)_Y$	1
W_μ	$(0, 3)_0$	$\mathfrak{su}(2)_L$	3
g_μ	$(8, 0)_0$	$\mathfrak{su}(3)_c$	8

2. Le modèle standard

2.3 La matière

- deux types de matière les quarks et les leptons
- les quarks subissent l'interaction forte les leptons non
- l'interaction faible viole la parité de façon maximale

		Q	T_3	Y
quarks q_i	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	
u_i^c	u_R^c, c_R^c, t_R^c	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
leptons l_i	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0	$-\frac{1}{2}$	
E_i	e_R^c, μ_R^c, τ_R^c	0	0	0
N_i	$\nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c$	0	0	0

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les quarks subissent l'interaction forte les leptons non
- l'interaction faible viole la parité de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

		Q	T_3	Y	
quarks q_i	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	$2 \frac{1}{6}$	
u_i^c	u_R^c, c_R^c, t_R^c	1	$-\frac{2}{3}$	$d_i^c, d_R^c, s_R^c, b_R^c$	$1 \frac{1}{3}$
leptons l_i	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L$, $\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	2	$-\frac{1}{2}$		
E_i	e_R^c, μ_R^c, τ_R^c	1	1 , N_i	$\nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c$	1 , 0

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible viole la parité de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)

$$\begin{array}{l} \text{quarks } q_i \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6} \right) \\ u_i^c, u_R^c, c_R^c, t_R^c, d_i^c, d_R^c, s_R^c, b_R^c \quad \left(1, -\frac{2}{3} \right), \left(1, \frac{1}{3} \right) \\ \text{leptons } \ell_i \\ \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad \left(2, -\frac{1}{2} \right) \\ E_i, e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c, N_i, \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c \quad \left(1, 1 \right), \left(1, 0 \right) \end{array}$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\begin{array}{l} \text{quarks } q_i \\ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{6} \right) \\ u_i^c, u_R^c, c_R^c, t_R^c, d_i^c, d_R^c, s_R^c, b_R^c \quad \left(1, -\frac{2}{3} \right), \left(1, \frac{1}{3} \right) \\ \text{leptons } \ell_i \\ \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad \left(2, -\frac{1}{2} \right) \\ E_i, e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c, N_i, \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c \quad \left(1, 1 \right), \left(1, 0 \right) \end{array}$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\text{quarks } q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (3, 2)_{\frac{1}{6}}$$

$$u_i^c \quad u_R^c, c_R^c, t_R^c \quad 1 \quad -\frac{2}{3} \quad d_i^c \quad d_R^c, s_R^c, b_R^c \quad 1 \quad \frac{1}{3}$$

$$\text{leptons } \ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (2)_{-\frac{1}{2}}$$

$$E_i \quad e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c \quad 1 \quad 1, N_i \quad \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c \quad 1 \quad 0$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

quarks $q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (3, 2)_{\frac{1}{6}}$

$u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (3, 1)_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (3, 1)_{\frac{1}{3}}$

leptons $\ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (2)_{-\frac{1}{2}}$

$E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (1, 1), N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (1, 0)$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\text{quarks } q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}}$$

$$\text{leptons } \ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}}$$

$$E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1}), N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{0})$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\text{quarks } q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}}$$

$$\text{leptons } \ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}}$$

$$E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

quarks $q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$
 $u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}}$

leptons $\ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}}$
 $E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\text{quarks } q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}}$$

$$\text{leptons } \ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}}$$

$$E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\begin{aligned} \text{quarks } q_i &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}} \\ u_i^c &= u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \\ \text{leptons } \ell_i &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \\ E_i &= e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0 \end{aligned}$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons**
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\begin{aligned} \text{quarks } q_i &= \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}} \\ u_i^c &= u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \\ \text{leptons } \ell_i &= \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \\ E_i &= e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0 \end{aligned}$$

- deux types de matière les **quarks** et les **leptons** ▶ Masses
- les **quarks** subissent l'interaction forte les **leptons** non
- l'interaction faible **viole la parité** de façon maximale

$$\psi \longrightarrow \begin{cases} \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi & \text{subit l'interaction faible} \\ \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi & \text{ne subit pas l'interaction faible} \end{cases}$$

On note ψ_R^c le conjugué de ψ_R c'est un spineur gaucher.

- il y a trois familles de quarks et de leptons ($Q = T_3 + Y$)
- les neutrinos ont une masse

$$\text{quarks } q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L = (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$u_i^c = u_R^c, c_R^c, t_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}}, d_i^c = d_R^c, s_R^c, b_R^c = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}}$$

$$\text{leptons } \ell_i = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L = (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}}$$

$$E_i = e_R^c, \mu_R^c, \tau_R^c = (\underline{1}, \underline{1})_1, N_i = \nu_e^c, \nu_\mu^c, \nu_\tau^c = (\underline{1}, \underline{1})_0$$

2. Le modèle standard

2.3 Le boson de Higgs

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $\mathfrak{su}(2)_L \times \mathfrak{u}(1)_Y \rightarrow \mathfrak{u}(1)_{\text{e.m.}}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$
 deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$ $e = g_2 \sin \theta_W$ $\sin^2 \theta_W = 0.23$
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{1})_{-\frac{2}{3}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{1})_{\frac{1}{3}} \quad (\underline{2})_{-\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $\mathfrak{su}(2)_L \times \mathfrak{u}(1)_Y \rightarrow \mathfrak{u}(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$
 deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{1})_{-\frac{2}{3}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{1})_{\frac{1}{3}} \quad (\underline{2})_{-\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $su(2)_L \times u(1)_Y \rightarrow u(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$ deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\begin{array}{l} \bar{u}_R h q = (\underline{1})_{-\frac{2}{3}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}} \\ \bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{1})_{\frac{1}{3}} \quad (\underline{2})_{-\frac{1}{2}} \quad (\underline{2})_{\frac{1}{6}} \end{array}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $su(2)_L \times u(1)_Y \rightarrow u(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$
 deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{3}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $su(2)_L \times u(1)_Y \rightarrow u(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$
 deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{3}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $su(2)_L \times u(1)_Y \rightarrow u(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$ deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les **quarks** et les **leptons** deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{3}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \otimes (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

Secteur de Higgs

- Introduction d'un boson scalaire

$$h = (\underline{0}, \underline{2})_{\frac{1}{2}}$$

1. brise le secteur électrofaible $su(2)_L \times u(1)_Y \rightarrow u(1)_{e.m.}$
2. $W_\mu^\pm = W_\mu^1 \pm iW_\mu^2$, $Z_{0\mu} = \cos \theta_W W_\mu^0 - \sin \theta_W B_\mu$ deviennent massifs
3. $\gamma_\mu = \sin \theta_W W_\mu^0 + \cos \theta_W B_\mu$, reste non-massif c'est le photon
4. $\tan \theta_W = g_1/g_2$, $e = g_2 \sin \theta_W$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$,
5. les quarks et les leptons deviennent massifs, couplage

$$\bar{u}_R h q = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \otimes (\underline{\bar{1}}, \underline{2})_{\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

$$\bar{d}_R h^\dagger q = (\underline{\bar{3}}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \otimes (\underline{\bar{1}}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \otimes (\underline{3}, \underline{2})_{\frac{1}{6}}$$

2. Le modèle standard

2.4 Avantages et inconvénients

● AVANTAGES

- La dynamique est dictée par des principes de symétrie
- Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

● INCONVÉNIENTS

- Manque de prédictibilité : 25 paramètres libres.
- Extrême diversité des théories candidates
- Formalisme : $su(2) \times u(1)$
- Structure de la matière compliquée
- Unification partielle des interactions fondamentales
- La gravitation n'est pas incluse
- Problème de la hiérarchie $100\text{ GeV} \ll 10^{16}\text{ GeV}$
- Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)
- le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie

Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime 25 paramètres libres.

Extrêmement compliqué à calculer

Forme des interactions $su(2) \times u(1)$

Structure des interactions non naturelle

Unification partielle des interactions fondamentales

La gravitation n'est pas incluse

Problème de la hiérarchie $100\text{ GeV} \ll 10^{19}\text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime 25 paramètres libres.

Le groupe de jauge est
 $su(3) \times su(2) \times u(1)$

Le groupe de jauge est non compact

Unification partielle des interactions fondamentales

Le graviton n'est pas inclus

Problème de la hiérarchie 100 GeV - 10¹⁶ GeV

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime 25 paramètres libres.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Le groupe de jauge est $su(2) \times u(1)$

Le groupe de jauge est le produit d'un groupe simple et d'un groupe abélien

Uniquement deux types de représentations fondamentales

Le groupe simple n'est pas inclus

Problème de la hiérarchie 100 GeV vs 10¹⁶ GeV

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime 25 paramètres libres.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Pourquoi la constante de couplage forte α_s est-elle si grande ?

Unification partielle des interactions fondamentales

Le grand unifié est inclus

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{16} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales

La gravitation n'est pas incluse

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{16} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{16} \text{ GeV}$.

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{16} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \sim 10^{16} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions (normal connu)

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{19} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le secteur de masse des fermions (masse connue)

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{19} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs)

Le spectre de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100 \text{ GeV} \ll 10^{19} \text{ GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs).

le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100\text{GeV} \ll 10^{19}\text{GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs).

le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100\text{GeV} \ll 10^{19}\text{GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs).

le secteur de masse des fermions est mal connu

- AVANTAGES

La dynamique est dictée par des principes de symétrie
Extrêmement bien confirmé expérimentalement (LEP)

- INCONVÉNIENTS

Ne peut être la théorie ultime **25 paramètres libres**.

Pourquoi trois familles de quarks et leptons ?

Pourquoi $su(3) \times su(2) \times u(1)$?

Structure de l'espace-temps (pourquoi $D = 1 + 3$).

Unification partielle des interactions fondamentales.

La gravitation n'est pas incluse.

Problème de la hiérarchie $100\text{GeV} \ll 10^{19}\text{GeV}$

Stabilité quantique (masse du boson de Higgs).

le secteur de masse des fermions est mal connu

3. Les théories de Grandes-Unifications

3.1 Au-delà du modèle standard

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gödel and Utiyama, 1971; Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969)

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gol'fand et Likhtman 1971, Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969)

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gol'fand et Likhtman 1971, Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969).

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gol'fand et Likhtman 1971, Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969).

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gol'fand et Likhtman 1971, Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969).

Les théories au-delà du modèle standard

Théorie de Kaluza-Klein (ex. $D = 1 + 4$ unification gravitation et e.m, Kaluza, 1921 Klein, 1926).

Théorie de grande-unification $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$

symétrie fermions-bosons supersymétrie (Gol'fand et Likhtman 1971, Wess et Zumino, 1974)

Théorie des supercordes (cordes bosoniques, Nambu, Goto, 1969).

3. Les théories de Grandes-Unifications

3.2 Choix d'un groupe de jauge

Unification des interactions fondamentales

- Trouver un groupe G qui reproduise le modèle standard
- les constantes d'interaction ont une intensité très différente

force	e.m	faible	forte
porté	∞	10^{-16} cm	10^{-13} cm
intensité	$\frac{1}{137}$	$\sim \frac{1}{30}$	~ 1
particule	photon	W, Z	gluons
masse	0	$\sim 100m_p$	0

les forces paraissent bien différentes

Unification des interactions fondamentales

- Trouver un groupe G qui reproduise le modèle standard
- les constantes d'interaction ont une intensité très différente

force	e.m	faible	forte
porté	∞	10^{-16} cm	10^{-13} cm
intensité	$\frac{1}{137}$	$\sim \frac{1}{30}$	~ 1
particule	photon	W, Z	gluons
masse	0	$\sim 100m_p$	0

les forces paraissent bien différentes

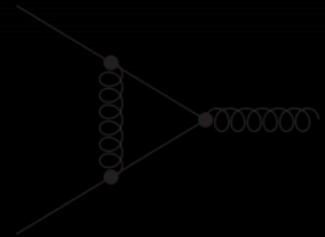
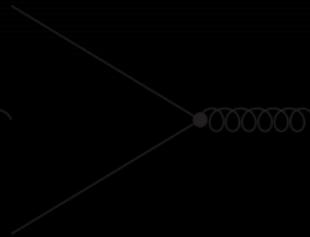
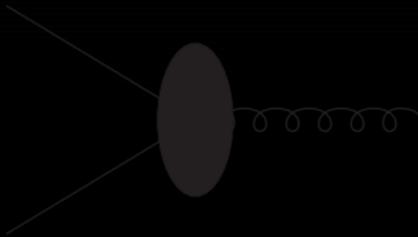
Unification des interactions fondamentales

- Trouver un groupe G qui reproduise le modèle standard
- les constantes d'interaction ont une intensité très différente

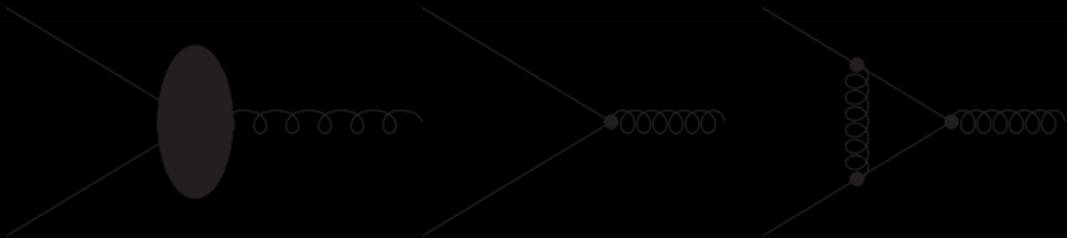
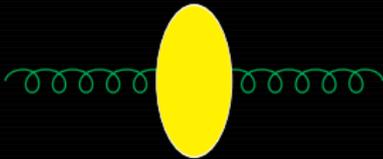
force	e.m	faible	forte
porté	∞	10^{-16} cm	10^{-13} cm
intensité	$\frac{1}{137}$	$\sim \frac{1}{30}$	~ 1
particule	photon	W, Z	gluons
masse	0	$\sim 100m_p$	0

les forces paraissent bien différentes

- Il faut tenir compte des corrections quantiques



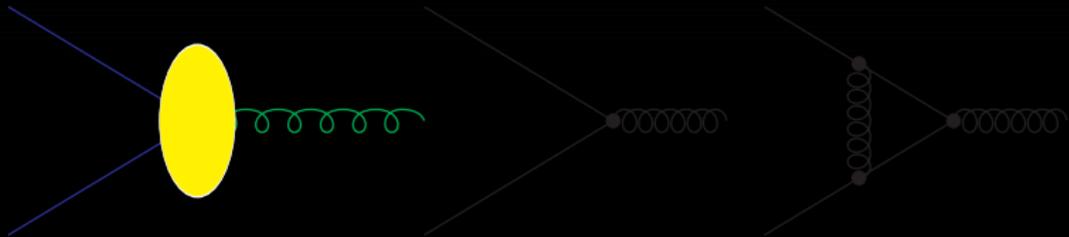
- Il faut tenir compte des corrections quantiques
 1. corrections quantiques aux propagateur des bosons de jauge



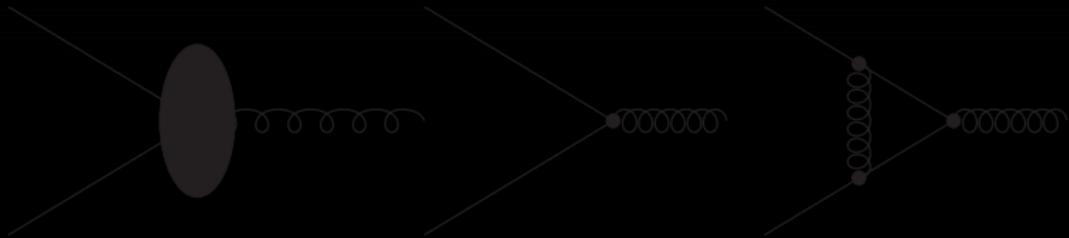
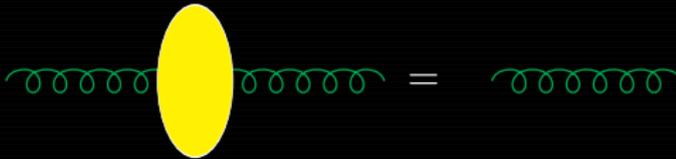
- Il faut tenir compte des corrections quantiques



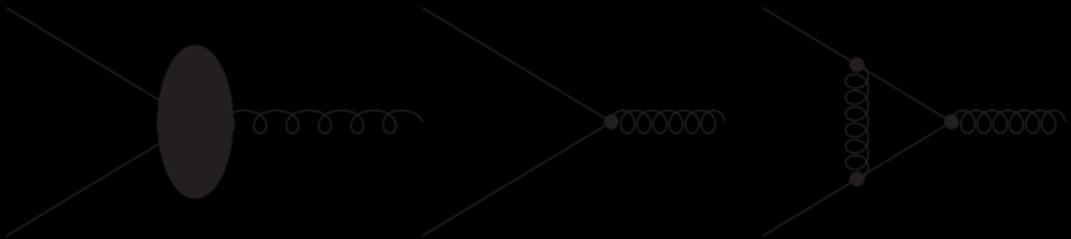
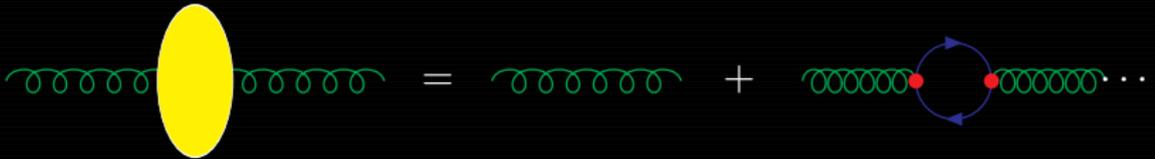
2. corrections quantiques aux vertex d'interaction



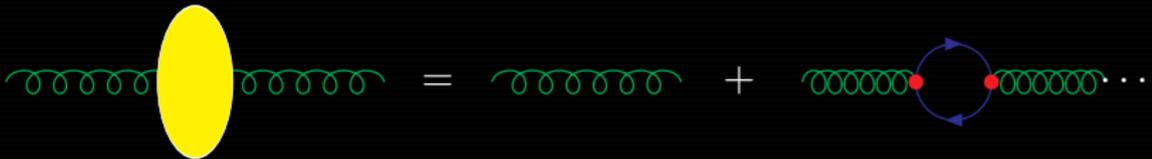
- Il faut tenir compte des corrections quantiques
 1. corrections quantiques aux propagateur des bosons de jauge



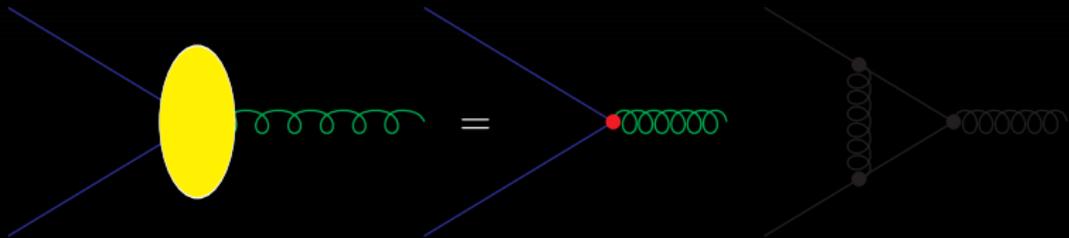
- Il faut tenir compte des corrections quantiques
 1. corrections quantiques aux propagateur des bosons de jauge



- Il faut tenir compte des corrections quantiques
 1. corrections quantiques aux propagateur des bosons de jauge

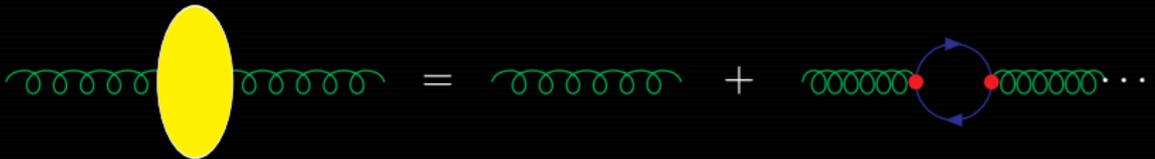


2. corrections quantiques aux vertex d'interaction

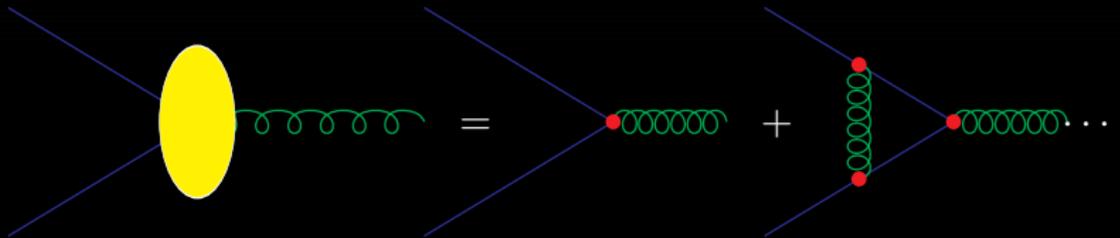


- Il faut tenir compte des corrections quantiques

- corrections quantiques aux propagateur des bosons de jauge



- corrections quantiques aux vertex d'interaction



- les graphes précédents divergent

→ il faut les régulariser renormalisation perturbative;

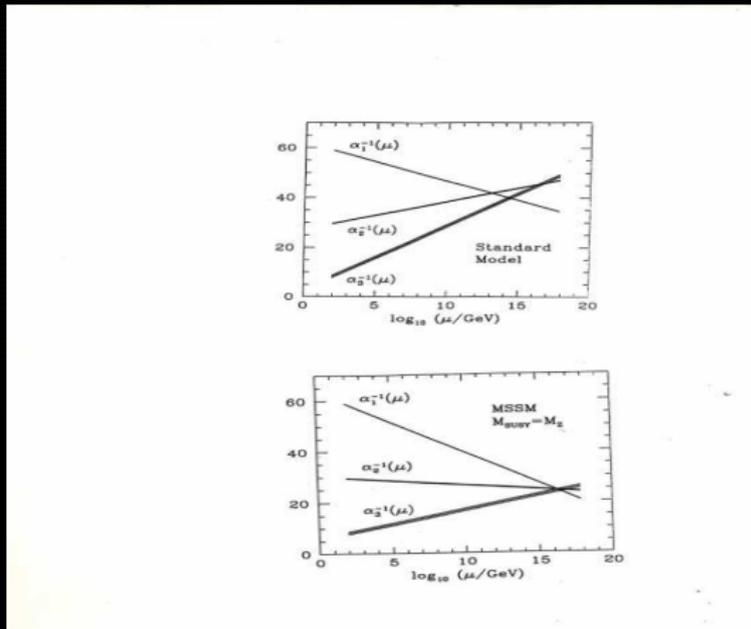
→ les paramètres dépendent de l'énergie équation du groupe de renormalisation;

- les graphes précédents divergent
 - il faut les régulariser renormalisation perturbative;
 - les paramètres dépendent de l'énergie équation du groupe de renormalisation;

- les graphes précédents divergent
 - il faut les régulariser **renormalisation perturbative**;
 - les paramètres dépendent de l'énergie équation du groupe de renormalisation;

- les graphes précédents divergent
 - il faut les régulariser **renormalisation perturbative**;
 - les paramètres dépendent de l'énergie **équation du groupe de renormalisation**;

- les graphes précédent divergent
 - il faut les régulariser **renormalisation perturbative**;
 - les paramètres dépendent de l'énergie **équation du groupe de renormalisation**;



Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{\text{e.m.}}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}$, $\underline{3}$ ou $\underline{\bar{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{\text{e.m.}}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\underline{\bar{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard

Choix d'un groupe de jauge

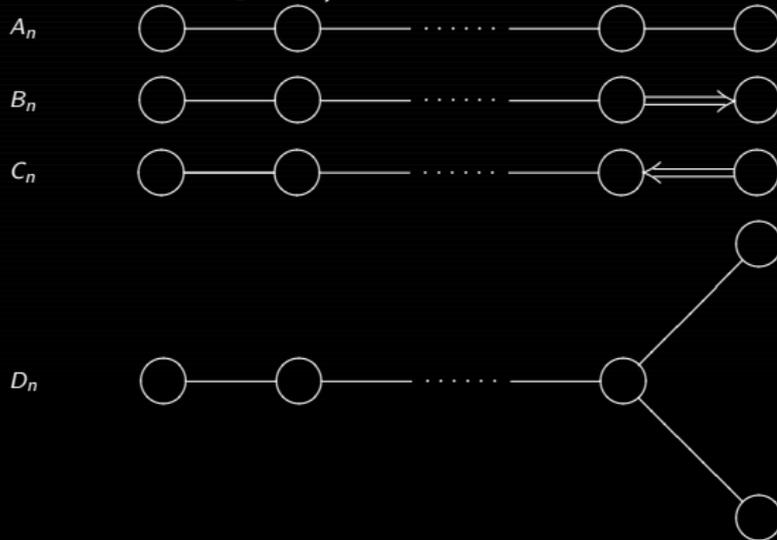
- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard

Choix d'un groupe de jauge

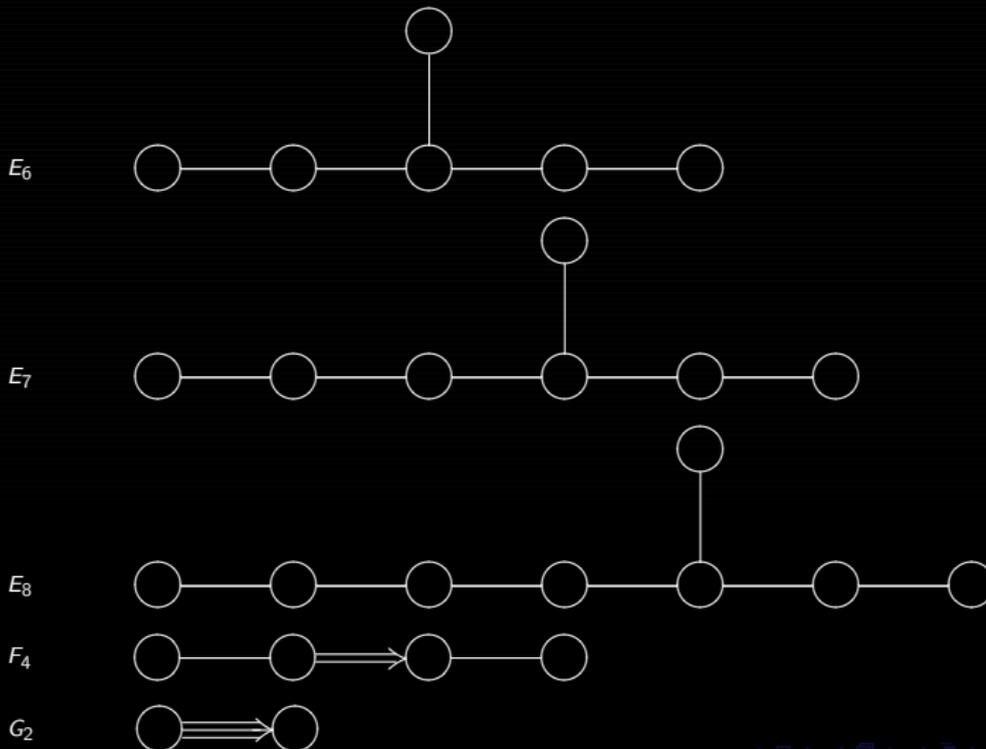
- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}$, $\underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard

Choix d'un groupe de jauge

algèbres de Lie simples complexes : diagrammes de Dynkin
(racines de l'algèbre)



Choix d'un groupe de jauge



Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclus G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exclues

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $\mathfrak{su}(3) \times \mathfrak{su}(2) \times \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{\text{e.m.}}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclus G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exclues

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les **quarks** et **leptons** doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard **exclus** G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale **l'interaction faible viole la parité** les groupes doivent avoir des représentations complexes
représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles)
exclues

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $\mathfrak{su}(3) \times \mathfrak{su}(2) \times \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{\text{e.m.}}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclus G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exclues

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $\mathfrak{su}(3) \times \mathfrak{su}(2) \times \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{\text{e.m.}}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclus G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exlues

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\underline{\bar{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclut G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité le groupes doivent avoir des représentations complexes repréntations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles)

exlue Soit \mathfrak{g} une algèbre de Lie et une représentation \mathcal{R} spécifiée par des matrices T_a

- 1 \mathcal{R} est réelle si $\bar{T}_a = T_a$
- 2 \mathcal{R} est pseudo-réelle si $\mathcal{R} \cong \bar{\mathcal{R}}$ i.e. $\bar{T}_a = P T_a P^{-1}$
- 3 sinon \mathcal{R} est complexe

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $\mathfrak{su}(3) \times \mathfrak{su}(2) \times \mathfrak{u}(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclut G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité le groupes doivent avoir des représentations complexes repréntations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles)

exlue Soit \mathfrak{g} une algèbre de Lie et une représentation \mathcal{R} spécifiée par des matrices T_a

- 1 \mathcal{R} est réelle si $\bar{T}_a = T_a$
- 2 \mathcal{R} est pseudo-réelle si $\mathcal{R} \cong \bar{\mathcal{R}}$ i.e. $\bar{T}_a = P T_a P^{-1}$
- 3 sinon \mathcal{R} est complexe

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 - $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 - Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\underline{\bar{3}}$;
 - les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclut G_2, F_4 ;
 - la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exclues exclut $SO(n), k \neq 4n + 2, SP(2n), E_7, E_8$.

les cas intéressants sont

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \subset \begin{cases} SU(n), n > 4, & \psi = \mathfrak{n} \wedge \cdots \wedge \mathfrak{n} \\ SO(4n + 2), n > 2 & \psi = \text{spineur} \\ E_6 & \psi = \underline{27} \end{cases}$$

Choix d'un groupe de jauge

- On veut plonger $su(3) \times su(2) \times u(1) \subset \mathfrak{g}$ de telle sorte que
 1. $U(1)_{e.m.}$ ne soit pas brisé à basse énergie;
 2. Les multiplets de $SU(3)_c$ sont $\underline{1}, \underline{3}$ ou $\bar{\underline{3}}$;
 3. les quarks et leptons doivent se comporter correctement par rapport au modèle standard exclut G_2, F_4 ;
 4. la matière est chirale l'interaction faible viole la parité les groupes doivent avoir des représentations complexes représentations réelles et quaternioniennes (pseudo-réelles) exclues exclut $SO(n), k \neq 4n + 2, SP(2n), E_7, E_8$.

les cas intéressants sont

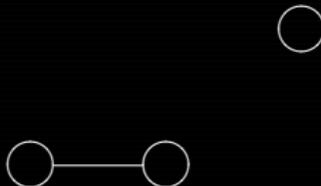
$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \subset \begin{cases} SU(n), n > 4, & \psi = \mathbf{n} \wedge \cdots \wedge \mathbf{n} \\ SO(4n + 2), n > 2 & \psi = \text{spineur} \\ E_6 & \psi = \underline{\mathbf{27}} \end{cases}$$

3. Les théories de Grandes-Unifications

3.3 $SU(5) - SO(10) - E_6$

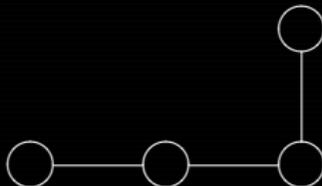
- Groupes les plus populaires

$$E_3 \sim SU(3) \times SU(2)$$



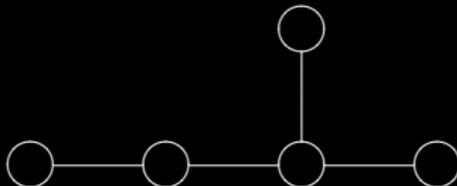
- Groupes les plus populaires

$$E_3 \sim SU(3) \times SU(3) \subset E_4 \sim SU(5)$$



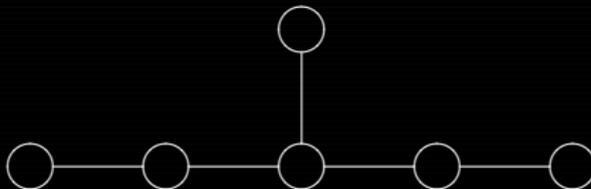
- Groupes les plus populaires

$$E_3 \sim SU(3) \times SU(3) \subset E_4 \sim SU(5) \subset E_5 \sim SO(10)$$



- Groupes les plus populaires

$$E_3 \sim SU(3) \times SU(2) \subset E_4 \sim SU(5) \subset E_5 \sim SO(10) \subset E_6$$



- Une fois le groupe et les représentations fixées on écrit le Lagrangien

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{kin}} + \mathcal{L}_{\text{int. jauge}} + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_{\text{brisure}}$$

↑	↑	↑	↑
invariance Poincaré	invariance Jauge	terme Yukawa	terme brisure

- le terme cinétique est le plus symétrique de tous;
- les termes cinétiques \mathcal{L}_{kin} et de jauge $\mathcal{L}_{\text{jauge}}$ sont décrits par des principes de symétrie
- couplage entre deux fermions et un scalaire les termes de Yukawa \mathcal{L}_Y donnent de la masse après brisure de symétrie → mélange entre les fermions, violation de CP – il n'y a pas de principe de symétrie les dictant;
- interactions entre les champs scalaires → brisure de symétrie après corrections quantiques, terme le moins connu

- Une fois le groupe et les représentations fixées on écrit le Lagrangien

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{kin}} + \mathcal{L}_{\text{int. jauge}} + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_{\text{brisure}}$$

↑	↑	↑	↑
invariance Poincaré	invariance Jauge	terme Yukawa	terme brisure

- le terme cinétique est le plus symétrique de tous;
- les termes cinétiques \mathcal{L}_{kin} et de jauge $\mathcal{L}_{\text{jauge}}$ sont décrits par des principes de symétrie
- couplage entre deux fermions et un scalaire les termes de Yukawa \mathcal{L}_Y donnent de la masse après brisure de symétrie → mélange entre les fermions, violation de CP –il n'y a pas de principe de symétrie les dictant;
- interactions entre les champs scalaires → brisure de symétrie après corrections quantiques, terme le moins connu

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les scalaires; de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatibles avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage **on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;**
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

Spécification d'une théorie de jauge

1. Choix d'un groupe de jauge;
2. choix des représentations pour les fermions;
 1. 2. choisis tels que à basse énergie on doit retrouver le modèle standard;
3. choix des représentations pour les bosons de Higgs ainsi que de leur couplage on doit obtenir un schéma de brisure de symétrie compatibles avec les résultats expérimentaux très contraignant;
4. spécifier les couplages des fermions avec les scalaires le spectre de masse, les angles de mélange des particules doivent être compatible avec l'expérience.

$$SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

1. Bosons de jauge

$$24 = (\underline{8}, \underline{1}) \oplus (\underline{1}, \underline{3}) \oplus (\underline{1}, \underline{1}) \oplus (\underline{3}, \underline{2}) \oplus (\bar{\underline{3}}, \underline{2})$$

gluons
int. faible
w. hypercharge
leptos-quarks

g_μ
 W_μ
 B_μ
 (X_μ, Y_μ) $(\bar{X}_\mu, \bar{Y}_\mu)$

2. Fermions

$$\begin{aligned} \overline{\underline{10}} = \underline{5} \wedge \underline{5} &= \chi_i^{ab} = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \oplus (\bar{\underline{3}}, \underline{2})_{\frac{1}{6}} \oplus (\underline{1}, \underline{1})_1 = u_i^c \oplus q_i \oplus E_i \\ \underline{5} &= \psi_{ia} = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \oplus (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} = d_i \oplus \ell_i \\ \underline{1} &= (\underline{1}, \underline{1})_0 = N_i \end{aligned}$$

$SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

1. Bosons de jauge

$$24 = (\underline{8}, \underline{1}) \oplus (\underline{1}, \underline{3}) \oplus (\underline{1}, \underline{1}) \oplus (\underline{3}, \underline{2}) \oplus (\bar{\underline{3}}, \underline{2})$$

gluons
int. faible
w. hypercharge
leptos-quarks

g_μ
 W_μ
 B_μ
 $(X_\mu, Y_\mu) (\bar{X}_\mu, \bar{Y}_\mu)$

2. Fermions

$$\begin{aligned} \overline{\underline{10}} = \underline{5} \wedge \underline{5} &= \chi_i^{ab} = (\bar{\underline{3}}, \underline{1})_{-\frac{2}{3}} \oplus (\bar{\underline{3}}, \underline{2})_{\frac{1}{6}} \oplus (\underline{1}, \underline{1})_1 = u_i^c \oplus q_i \oplus E_i \\ \underline{5} &= \psi_{ia} = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \oplus (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} = d_i \oplus \ell_i \\ \underline{1} &= (\underline{1}, \underline{1})_0 = N_i \end{aligned}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $\underline{24} = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5) / SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{e.m.}}$$

$$\begin{array}{ccc} \underline{5} & \underline{5} & \underline{5} \\ \underline{10} & \underline{10} & \underline{5} \end{array}$$

On prend $h = \underline{5}$ termes de masse

$$\begin{array}{ccc} \overline{10} & \underline{5} \otimes \overline{10} & \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \\ \overline{10} & \underline{5} \otimes \underline{5} & \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{array}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $\underline{24} = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;

$$\begin{array}{c} \underline{5} \\ \underline{5} \end{array}$$

On prend $h = \underline{5}$ termes de masse

$$\begin{array}{cc} \overline{10} & \underline{5} \otimes \overline{10} \\ \overline{10} & \underline{5} \otimes \underline{5} \end{array} \quad \begin{array}{c} \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \\ \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{array}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \longrightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $24 = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;
masse pour les quarks et leptons couplage à deux fermions

$$\begin{aligned} 5 \otimes 5 &= \bar{10} \oplus 15 \\ 5 \otimes \bar{10} &= \bar{5} \oplus 45 \\ \bar{10} \otimes \bar{10} &= 5 \oplus 45 \oplus \bar{50} \end{aligned}$$

On prend $h = 5$ formes de masse

$$\begin{array}{cc} \bar{10} & \bar{5} \otimes \bar{10} \\ \bar{10} & 5 \otimes 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \\ \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{array}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \longrightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $24 = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;
 masse pour les quarks et leptons couplage à deux fermions

$$\begin{aligned} 5 \otimes 5 &= \overline{10} \oplus 15 \\ 5 \otimes \overline{10} &= \overline{5} \oplus \overline{45} \\ \overline{10} \otimes \overline{10} &= 5 \oplus 45 \oplus \overline{50} \end{aligned}$$

On prend $h = \overline{5}$ termes de masse

$$\begin{aligned} \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes \overline{10} &: \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \epsilon_{abcde} \\ \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes 5 &: \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{aligned}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \longrightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $24 = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;
masse pour les quarks et leptons couplage à deux fermions

$$\begin{aligned} 5 \otimes 5 &= \overline{10} \oplus 15 \\ 5 \otimes \overline{10} &= \overline{5} \oplus \overline{45} \\ \overline{10} \otimes \overline{10} &= 5 \oplus 45 \oplus \overline{50} \end{aligned}$$

On prend $h = \underline{5}$, termes de masse

$$\begin{aligned} \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes \overline{10} &: \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \epsilon_{abcde} \\ \overline{10} \otimes \underline{5} \otimes \underline{5} &: \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{aligned}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \longrightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $24 = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;
masse pour les quarks et leptons couplage à deux fermions

$$\begin{aligned} 5 \otimes 5 &= \overline{10} \oplus 15 \\ 5 \otimes \overline{10} &= \overline{5} \oplus \overline{45} \\ \overline{10} \otimes \overline{10} &= 5 \oplus 45 \oplus \overline{50} \end{aligned}$$

On prend $h = \overline{5}$, termes de masse

$$\begin{aligned} \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes \overline{10} &: \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \epsilon_{abcde} \\ \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes 5 &: \lambda_2 \chi^{ab} h_a \Psi_b \end{aligned}$$

3. Secteur de Higgs : deux bosons de Higgs

a. $SU(5) \longrightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ à 10^{16} GeV

- Il faut que le commutant de $\langle H \rangle$ dans $SU(5)$ soit $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
- on choisit $24 = H$ et le potentiel scalaire t.q
 $\langle H \rangle = \text{diag}(-2v, -2v, -2v, 3v, 3v)$
- les leptos-quarks (dans $SU(5)/SU(3) \times SU(2) \times U(1)$) deviennent massifs

b. $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.}$ à 100 GeV;
masse pour les quarks et leptons couplage à deux fermions

$$\begin{aligned} 5 \otimes 5 &= \overline{10} \oplus 15 \\ 5 \otimes \overline{10} &= \overline{5} \oplus \overline{45} \\ \overline{10} \otimes \overline{10} &= 5 \oplus 45 \oplus \overline{50} \end{aligned}$$

On prend $h = \overline{5}$, termes de masse

$$\begin{aligned} \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes \overline{10} &: \lambda_1 \chi^{ab} h^{\dagger c} \chi^{de} \varepsilon_{abcde} \\ \overline{10} \otimes \overline{5} \otimes \overline{5} &: \lambda_2 \chi^{ab} h_a \psi_b \end{aligned}$$

- Unification de toutes les interactions dans un même groupe;
- Unification partielle de la matière deux multiplets
- Quantification de la charge $\underline{5} = (3, 1)_{\frac{1}{3}} \oplus (1, 2)_{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$$Y = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), T_3 = \text{diag}\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$Q = Y + T_3 \text{ donne } Q = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, -1\right)$$

- Unification de toutes les interactions dans un même groupe;
- Unification partielle de la matière deux multiplets
- Quantification de la charge $\underline{5} = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \oplus (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$$Y = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), T_3 = \text{diag}\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$Q = Y + T_3 \text{ donne } Q = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, -1\right)$$

- Unification de toutes les interactions dans un même groupe;
- Unification partielle de la matière **deux multiplets**
- Quantification de la charge $\underline{5} = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \oplus (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$$Y = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), T_3 = \text{diag}\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$Q = Y + T_3 \text{ donne } Q = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, -1\right)$$

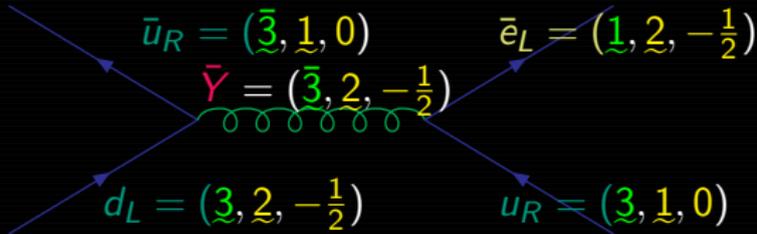
- Unification de toutes les interactions dans un même groupe;
- Unification partielle de la matière **deux multiplets**
- Quantification de la charge $\underline{5} = (\underline{3}, \underline{1})_{\frac{1}{3}} \oplus (\underline{1}, \underline{2})_{-\frac{1}{2}} \Rightarrow$

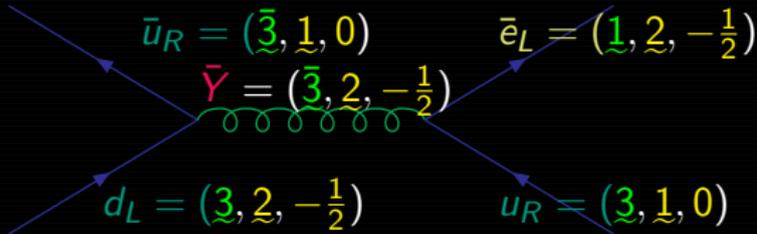
$$Y = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), T_3 = \text{diag}\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

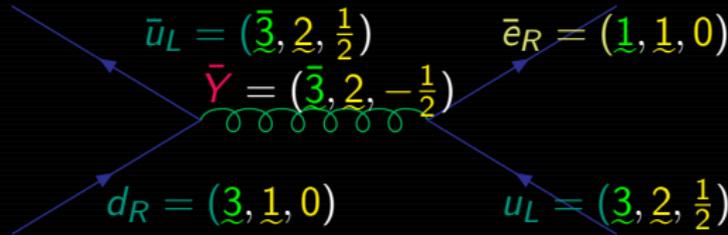
$$Q = Y + T_3 \text{ donne } Q = \text{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, -1\right)$$

- Les lepto-quarks \Rightarrow désintégration du proton
 nombres quantiques des particules $X_a = (X, Y)$

particules	$SU(3)$	$SU(2)$	W_0
X	3	2	$\frac{1}{2}$
Y	3	2	$-\frac{1}{2}$
u_L	3	2	$\frac{1}{2}$
d_L	3	2	$-\frac{1}{2}$
u_R^c	$\bar{3}$	1	0
d_R^c	$\bar{3}$	1	0
e_L	1	2	$-\frac{1}{2}$
ν_{eL}	1	2	$\frac{1}{2}$
e_R^c	1	1	0



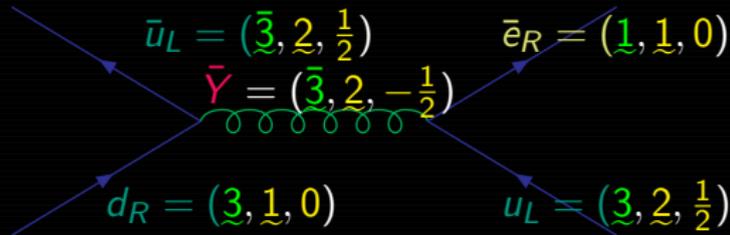




Le proton se désintègre

$$p = (uud) \rightarrow \pi^0 = (u\bar{u}) + e^+$$

Durée de vie $10^{31} - 10^{33}$ ans modèle exclu



Le proton se désintègre

$$p = (uud) \rightarrow \pi^0 = (u\bar{u}) + e^+$$

Durée de vie $10^{31} - 10^{33}$ ans **modèle exclu**

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$45 = 24 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 1$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \quad \rightarrow \quad \Sigma_{mn} \quad SO(4) \supset \quad SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \quad \rightarrow \quad \gamma_{pq}$$

$$16_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie
 $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}$, a, b, c perm.

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$\underline{45} = \underline{24} \oplus \underline{10} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \supset SO(6) \times SO(4) \supset SU(3) \times SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \rightarrow \Sigma_{mn} \quad \gamma_{pq}$$

$$\underline{16}_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie
 $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}, a, b, c$ perm.

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$\underline{45} = \underline{24} \oplus \underline{10} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \supset SO(6) \times SO(4) \supset SU(3) \times SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \rightarrow \Sigma_{mn} \quad \gamma_{pq}$$

$$\underline{16}_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie
 $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}$, a, b, c perm.

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$\underline{45} = \underline{24} \oplus \underline{10} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \supset SO(6) \times SO(4) \supset SU(3) \times SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \rightarrow \Sigma_{mn} \quad \gamma_{pq}$$

$$\underline{16}_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}$, a, b, c perm.

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$\underline{45} = \underline{24} \oplus \underline{10} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \supset SO(6) \times SO(4) \supset SU(3) \times SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \rightarrow \Sigma_{mn} \quad \gamma_{pq}$$

$$\underline{16}_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}$, a, b, c perm.

$$SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- Il y a plus de bosons de jauge qu'avec $SU(5)$

$$\underline{45} = \underline{24} \oplus \underline{10} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

- Unification des fermions dans un même multiplet la representation spinorielle

$$SO(10) \supset SO(6) \times SO(4) \supset SU(3) \times SU(2)$$

$$\Gamma_{MN} \rightarrow \Sigma_{mn} \quad \gamma_{pq}$$

$$\underline{16}_+ = \left| \underbrace{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3}_{SO(6)}, \underbrace{\epsilon_4, \epsilon_5}_{SO(4)} \right\rangle$$

- dans le plongement $SU(2) \subset SO(4)$ on identifie $T_a = \gamma_{bc} - \gamma_{a4}$, a, b, c perm.

$$\underline{16} = \underline{5} \oplus \overline{10} \oplus \underline{1}$$

$$\begin{array}{l} \overline{10} = \left\{ \begin{array}{l} |+, +, -; -, +\rangle \quad |+, -, +; -, +\rangle \quad |-, +, +; -, +\rangle \\ |+, +, -; +, -\rangle \quad |+, -, +; +, -\rangle \quad |-, +, +; +, -\rangle \\ |+, -, -; +, +\rangle \quad |-, +, -; +, +\rangle \quad |-, -, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} (u) \\ (d) \\ u_R^c \\ e_R^c \end{array} \\ 5 = \left\{ \begin{array}{l} |+, -, -; -, -\rangle \quad |-, +, -; -, -\rangle \quad |-, -, +; -, -\rangle \\ |-, -, -; -, +\rangle \\ |-, -, -; +, -\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} (d_R^c) \\ (\nu_e) \\ (e) \end{array} \\ \underline{1} = \begin{array}{l} |+, +, +; +, +\rangle \\ \nu_R^c \end{array} \end{array} \quad L$$

→ prédit un fermion neutre sous $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
 le neutrino droitier ??

- Brisure de symétrie la plus simple

$$SO(10) \quad \underline{16} \quad SU(5) \quad \underline{45} \quad SU(2) \quad U(1) \quad \underline{10} \quad U(1)$$

$$\underline{16} = \underline{5} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

$$\begin{array}{l} \overline{\underline{10}} = \\ \underline{5} = \\ \underline{1} = \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} |+, +, -; -, +\rangle \\ |+, +, -; +, -\rangle \\ |+, -, -; +, +\rangle \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} |+, -, +; -, +\rangle \\ |+, -, +; +, -\rangle \\ |-, +, -; +, +\rangle \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} |-, +, +; -, +\rangle \\ |-, +, +; +, -\rangle \\ |-, -, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right)_L \\ u_R^c \\ e_R^c \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} |+, -, -; -, -\rangle \\ |-, +, -; -, -\rangle \\ |-, -, +; -, -\rangle \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} |-, +, -; -, +\rangle \\ |-, -, -; -, +\rangle \\ |-, -, -; +, -\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} d_R^c \\ \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e \end{array} \right)_L \end{array} \\ \left. \begin{array}{l} |+, +, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \nu_R^c \end{array}$$

→ prédit un fermion neutre sous $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
le neutrino droitier ??

- Brisure de symétrie la plus simple

$$SO(10) \xrightarrow{\underline{16}} SU(5) \xrightarrow{\underline{45}} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\underline{10}} SU(3) \times U(1)$$

$$\underline{16} = \underline{5} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

$$\begin{array}{l} \overline{\underline{10}} = \\ \underline{5} = \\ \underline{1} = \end{array} \left\{ \begin{array}{lll} \left. \begin{array}{l} |+, +, -; -, +\rangle \\ |+, +, -; +, -\rangle \\ |+, -, -; +, +\rangle \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} |+, -, +; -, +\rangle \\ |+, -, +; +, -\rangle \\ |-, +, -; +, +\rangle \\ |+, +, +; -, -\rangle \end{array} \right\} & \left. \begin{array}{l} |-, +, +; -, +\rangle \\ |-, +, +; +, -\rangle \\ |-, -, +; +, +\rangle \\ |-, -, +; -, -\rangle \end{array} \right\} \end{array} \right\} \begin{pmatrix} u \\ d \\ u_R^c \\ e_R^c \\ d_R^c \\ \nu_e \\ e \\ \nu_R^c \end{pmatrix}_L$$

→ prédit un fermion neutre sous $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
le neutrino droitier ??

- Brisure de symétrie la plus simple

$$SO(10) \xrightarrow{\underline{16}} SU(5) \xrightarrow{\underline{45}} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\underline{10}} SU(3) \times U(1)$$

$$\underline{16} = \underline{5} \oplus \overline{\underline{10}} \oplus \underline{1}$$

$$\begin{array}{l} \overline{\underline{10}} = \left\{ \begin{array}{l} |+, +, -; -, +\rangle \quad |+, -, +; -, +\rangle \quad |-, +, +; -, +\rangle \\ |+, +, -; +, -\rangle \quad |+, -, +; +, -\rangle \quad |-, +, +; +, -\rangle \\ |+, -, -; +, +\rangle \quad |-, +, -; +, +\rangle \quad |-, -, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right)_L \\ u_R^c \\ e_R^c \end{array} \\ \\ \underline{5} = \left\{ \begin{array}{l} |+, -, -; -, -\rangle \quad |-, +, -; -, -\rangle \quad |-, -, +; -, -\rangle \\ |-, -, -; -, +\rangle \\ |-, -, -; +, -\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} d_R^c \\ \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e \end{array} \right)_L \end{array} \\ \\ \underline{1} = \begin{array}{l} |+, +, +; +, +\rangle \\ \nu_R^c \end{array} \end{array}$$

→ prédit un fermion neutre sous $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
le neutrino droitier ??

- Brisure de symétrie la plus simple

$$SO(10) \xrightarrow{\underline{16}} SU(5) \xrightarrow{\underline{45}} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\underline{10}} SU(3) \times U(1)$$

$$\underline{16} = \underline{5} \oplus \overline{10} \oplus \underline{1}$$

$$\begin{array}{l} \overline{10} = \\ \underline{5} = \\ \underline{1} = \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} |+, +, -; -, +\rangle \\ |+, +, -; +, -\rangle \\ |+, -, -; +, +\rangle \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} |+, -, +; -, +\rangle \\ |+, -, +; +, -\rangle \\ |-, +, -; +, +\rangle \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} |-, +, +; -, +\rangle \\ |-, +, +; +, -\rangle \\ |-, -, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} |+, -, -; -, -\rangle \\ |-, +, -; -, -\rangle \\ |-, -, +; -, -\rangle \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} |-, -, -; -, +\rangle \\ |-, -, -; +, -\rangle \end{array} \right\} \\ |+, +, +; +, +\rangle \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left(\begin{array}{c} u \\ d \end{array} \right)_L \\ u_R^c \\ e_R^c \\ d_R^c \\ \left(\begin{array}{c} \nu_e \\ e \end{array} \right)_L \\ \nu_R^c \end{array}$$

→ prédit un fermion neutre sous $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$
le neutrino droitier ??

- Brisure de symétrie la plus simple

$$SO(10) \xrightarrow{\underline{16}} SU(5) \xrightarrow{\underline{45}} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{\underline{10}} SU(3) \times U(1)$$

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\overline{\underline{27}} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a$$

- un boson de Higgs dans $\underline{351}$ pour donner une masse aux fermions



$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\overline{\underline{27}} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a.$$

- un boson de Higgs dans la $\underline{351}$ nécessaire pour reproduire le modèle standard

$$E_6 \supset SU(5)$$

$$\underline{351} = \underline{45} \oplus 2 \times \overline{\underline{45}} \oplus \underline{40} \oplus \underbrace{2 \times \underline{24}}_{\text{brise en } SU(3) \times SU(2) \times U(1)} \oplus \underline{15}$$

$$\oplus 4 \times \underline{10} \oplus 3 \times \overline{\underline{10}} \oplus 4 \times (\underline{5} \oplus \underbrace{\underline{5}}_{\text{brise en } SU(3) \times U(1)}) \oplus 3 \times \underline{1}$$

Potentiel scalaire compliqué → bonne v.e.v. ↻ 🔍 ↺

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\overline{\underline{27}} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a.$$

- un boson de Higgs dans la $\underline{351}$ nécessaire pour reproduire le modèle standard

$$E_6 \supset SU(5)$$

$$\underline{351} = \underline{45} \oplus 2 \times \overline{\underline{45}} \oplus \underline{40} \oplus \underbrace{2 \times \underline{24}}_{\text{brise en } SU(3) \times SU(2) \times U(1)} \oplus \underline{15}$$

$$\oplus 4 \times \underline{10} \oplus 3 \times \overline{\underline{10}} \oplus 4 \times (\underline{5} \oplus \underbrace{\underline{5}}_{\text{brise en } SU(5) \times U(1)}) \oplus 3 \times \underbrace{\underline{1}}_{\text{brise en } SU(5)}$$

Potentiel scalaire compliqué \rightarrow bonne v.e.v.

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\underline{27} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a.$$

- un boson de Higgs dans la $\underline{351}$ nécessaire pour reproduire le modèle standard

$$E_6 \subset SU(5)$$

$$\underline{351} = \underline{45} \oplus 2 \times \overline{\underline{45}} \oplus \underline{40} \oplus \underbrace{2 \times \underline{24}}_{\text{brise en } SU(3) \times SU(2) \times U(1)} \oplus \underline{15}$$

$$\oplus 4 \times \underline{10} \oplus 3 \times \overline{\underline{10}} \oplus 4 \times (\underline{5} \oplus \underbrace{\underline{5}}_{\text{brise en } SU(5) \times U(1)}) \oplus 3 \times \underbrace{\underline{1}}_{\text{brise en } SU(5)}$$

Potentiel scalaire compliqué \rightarrow bonne v.e.v.

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\overline{\underline{27}} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a.$$

- un boson de Higgs dans la $\underline{351}$ nécessaire pour reproduire le modèle standard

$$E_6 \subset SU(5)$$

$$\underline{351} = \underline{45} \oplus 2 \times \overline{\underline{45}} \oplus \underline{40} \oplus \underbrace{2 \times \underline{24}}_{\text{brise en } SU(3) \times SU(2) \times U(1)} \oplus \underline{15}$$

$$\oplus 4 \times \underline{10} \oplus 3 \times \overline{\underline{10}} \oplus 4 \times (\underline{5} \oplus \underbrace{\underline{5}}_{\text{brise en } SU(5) \times U(1)}) \oplus 3 \times \underbrace{\underline{1}}_{\text{brise en } SU(5)}$$

Potentiel scalaire compliqué \rightarrow bonne v.e.v.

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

- $E_6 \supset SO(10)$ est un groupe provenant naturellement des supercordes $\underline{27} = \underline{16} \oplus \underline{10} \oplus \underline{1}$ $\underline{78} = \underline{45} \oplus \underline{16} \oplus \overline{\underline{16}} \oplus \underline{1}$ prédit d'autres fermions et bosons de jauge
- Secteur de Higgs : masse aux fermions

$$\underline{27} \otimes \underline{27} = (\overline{\underline{27}} \oplus \underline{351}')_s \oplus \underline{351}_a.$$

- un boson de Higgs dans la $\underline{351}$ nécessaire pour reproduire le modèle standard

$$E_6 \subset SU(5)$$

$$\underline{351} = \underline{45} \oplus 2 \times \overline{\underline{45}} \oplus \underline{40} \oplus \underbrace{2 \times \underline{24}}_{\text{brise en } SU(3) \times SU(2) \times U(1)} \oplus \underline{15}$$

$$\oplus 4 \times \underline{10} \oplus 3 \times \overline{\underline{10}} \oplus 4 \times (\underline{5} \oplus \underbrace{\underline{5}}_{\text{brise en } SU(5) \times U(1)}) \oplus \underbrace{3 \times \underline{1}}_{\text{brise en } SU(5)}$$

Potentiel scalaire compliqué → bonne v.e.v.

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

Choix d'autres groupes de jauge : abandonner les hypothèses de départ

- $SO(10)$, $SU(5)$ et E_6 ne résolvent pas le problème des familles il faut abandonner certaines hypothèses

- Groupes n'admettant pas de représentations complexes

fermions miroirs

E_8 avec 248 (supercordes) \longrightarrow familles de quarks et de leptons avec trois familles légères;

- Groupes semi-simples

par exemple le modèle de Pati-Salam

$SU(4) \times SU(2)_L \times SU(2)_R$ (première théorie de grande-unification)

4. L'affaire Garret Lisi

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

PHYSICAL REVIEW D

VOLUME 25, NUMBER 5

1 MARCH 1982

Exceptionally simple $E(6)$ theory

P. H. Frampton and T. W. Kephart

*Institute of Field Physics, Department of Physics and Astronomy,
University of North Carolina, Chapel Hill, North Carolina 27514*
(Received 7 October 1981)

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

confusion entre algèbres de Lie complexes et formes réelles

- But unifier toutes les interactions (y compris la gravitation) et prédire trois familles à partir de la trialité en considérant E_8 quelle forme réelle de E_8 ???

× Formes R

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

confusion entre algèbres de Lie complexes et formes réelles

- But unifier toutes les interactions (y compris la gravitation) et prédire trois familles à partir de la trialité en considérant E_8 quelle forme réelle de E_8 ???

► Formes R

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

confusion entre algèbres de Lie complexes et formes réelles

- But unifier toutes les interactions (y compris la gravitation) et prédire trois familles à partir de la trialité en considérant E_8 quelle forme réelle de E_8 ???

► Formes R.

An Exceptionally Simple Theory of Everything – arXiv : 0711.0770

confusion entre algèbres de Lie complexes et formes réelles

- But unifier toutes les interactions (y compris la gravitation) et prédire trois familles à partir de la trialité en considérant E_8
quelle forme réelle de E_8 ???

► Formes R.

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{m,n} = 0$ si $m+n > 4$

(1, 1) scalaires

(2, 1), (1, 2) spineurs L-R

(2, 2) champs de jauge et vierbein

(3, 1), (1, 3) connexion de spin

En analysant la décomposition d'une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

E_8^0 bosons E_8^1 fermions mais $\dim E_8^1 = 112 > 120$ (Cartan) !!!

et il y a $2 \times 2 \times 2 \times 45 = 180$ degrés de liberté pour les fermions

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

$(1, 1)$	scalaires
$(2, 1), (1, 2)$	spineurs L-R
$(2, 2)$	champs de jauge et vierbein
$(3, 1), (1, 3)$	connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

E_8^0 bosons E_8^1 fermions mais $\dim E_8^1 = 112 > 120$ (Caranelli)

et l'analyse de \mathbb{Z}_2 dans E_8 est au degré de liberté

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

$(1, 1)$	scalaires
$(2, 1), (1, 2)$	spineurs L-R
$(2, 2)$	champs de jauge et vierbein
$(3, 1), (1, 3)$	connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons}$ $E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112 = 120 - \text{Caranelli}$

analyse de E_8 en termes de représentations de $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1)$

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

- $(1, 1)$ scalaires
- $(2, 1), (1, 2)$ spineurs L-R
- $(2, 2)$ champs de jauge et vierbein
- $(3, 1), (1, 3)$ connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons} E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112, 128$ (Cartan) !!!

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

- $(1, 1)$ scalaires
- $(2, 1), (1, 2)$ spineurs L-R
- $(2, 2)$ champs de jauge et vierbein
- $(3, 1), (1, 3)$ connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons}$ $E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112, 128$ (Cartan) !!!

et il y a $2 \times 2 \times 3 \times 45 = 180$ degrés de liberté fermioniques

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

- $(1, 1)$ scalaires
- $(2, 1), (1, 2)$ spineurs L-R
- $(2, 2)$ champs de jauge et vierbein
- $(3, 1), (1, 3)$ connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons} E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112, 128$ (Cartan) !!!

et il y a $2 \times 2 \times 3 \times 45 = 180$ degrés de liberté fermioniques

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

- $(1, 1)$ scalaires
- $(2, 1), (1, 2)$ spineurs L-R
- $(2, 2)$ champs de jauge et vierbein
- $(3, 1), (1, 3)$ connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons} E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112, 128$ (Cartan) !!!

et il y a $2 \times 2 \times 3 \times 45 = 180$ degrés de liberté fermioniques

Theorem

(Distler, Garibaldi, arXiv : 0905.2658) Il n'y a pas de "Théorie du tout" ni dans E_8 ni dans l'une de ses formes réelles.

Hypothèses du théorème :

To1 trouver un plongement $SL(2, \mathbb{C}) \times SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset E_8$
 tel que $\mathfrak{e}_8 = \underline{248} = \sum_{m,n} (\mathfrak{n}, \mathfrak{m}) \otimes \mathcal{D}_{m,n}$

To2. $\mathcal{D}_{2,1}$ représentation complexe de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$;

To3. $\mathcal{D}_{n,m} = 0$ si $m + n > 4$

- $(1, 1)$ scalaires
- $(2, 1), (1, 2)$ spineurs L-R
- $(2, 2)$ champs de jauge et vierbein
- $(3, 1), (1, 3)$ connexion de spin

En analysant $-1 \in SL(2, \mathbb{C})$ une \mathbb{Z}_2 -graduation de E_8

$E_8^0 \rightarrow \text{bosons} E_8^1 \rightarrow \text{fermions}$ mais $\dim E_8^1 = 112, 128$ (Cartan) !!!

et il y a $2 \times 2 \times 3 \times 45 = 180$ degrés de liberté fermioniques

Autre démonstration plus simple

- Ce qui est vrai et bien connu : pour les algèbres de Lie complexes suivantes on a

$$\begin{aligned}
 SO(8) \times SO(8) \subset SO(16) \subset E_8 & \quad \underline{248} = \underline{120} \oplus \underline{128} \\
 SO(8) \subset F_4 & \quad \underline{52} = \underline{28} \oplus \underline{8}_v \oplus \underbrace{\underline{8}_+ \oplus \underline{8}_-}_{\text{trialité}} \\
 SL(3) \subset G_2 & \quad \underline{14} = \underline{8} \oplus \underline{3} \oplus \underline{3}^*
 \end{aligned}$$

► G_2

Autre démonstration plus simple

- Ce qui est vrai et bien connu : pour les algèbres de Lie complexes suivantes on a

$$\begin{aligned}
 SO(8) \times SO(8) \subset SO(16) \subset E_8 & \quad \underline{248} = \underline{120} \oplus \underline{128} \\
 SO(8) \subset F_4 & \quad \underline{52} = \underline{28} \oplus \underline{8}_v \oplus \underbrace{\underline{8}_+ \oplus \underline{8}_-}_{\text{trialité}} \\
 SL(3) \subset G_2 & \quad \underline{14} = \underline{8} \oplus \underline{3} \oplus \underline{3}^*.
 \end{aligned}$$

► G_2

- On voudrait étendre les relations précédentes pour certaines formes réelles.

- pour une algèbre semi-simple, l'adjoint d'une forme réelle est toujours réelle
- il faut donc que les diverses représentations ci-dessus soient réelles

$$\begin{aligned} G_2 &\rightarrow G_{2(-14)} \quad G_{2(2)} \\ F_4 &\rightarrow F_{4(-52)} \quad F_{4(-20)} \quad F_{4(4)} \\ E_8 &\rightarrow E_{8(-248)} \quad E_{8(-24)} \quad E_{8(8)} \end{aligned}$$

- On voudrait étendre les relations précédentes pour certaines formes réelles.
 - pour une algèbre semi-simple, l'adjoint d'une forme réelle est toujours réelle
 - il faut donc que les diverses représentations ci-dessus soient réelles

$$\begin{aligned} G_2 &\rightarrow G_{2(-14)} \quad G_{2(2)} \\ F_4 &\rightarrow F_{4(-52)} \quad F_{4(-20)} \quad F_{4(4)} \\ E_8 &\rightarrow E_{8(-248)} \quad E_{8(-24)} \quad E_{8(8)} \end{aligned}$$

- On voudrait étendre les relations précédentes pour certaines formes réelles.
 - pour une algèbre semi-simple, l'adjoint d'une forme réelle est toujours réelle
 - il faut donc que les diverses représentations ci-dessus soient réelles

$$\begin{aligned} G_2 &\rightarrow G_{2(-14)} \quad G_{2(2)} \\ F_4 &\rightarrow F_{4(-52)} \quad F_{4(-20)} \quad F_{4(4)} \\ E_8 &\rightarrow E_{8(-248)} \quad E_{8(-24)} \quad E_{8(8)} \end{aligned}$$

- On voudrait étendre les relations précédentes pour certaines formes réelles.
 - pour une algèbre semi-simple, l'adjoint d'une forme réelle est toujours réelle
 - il faut donc que les diverses représentations ci-dessus soient réelles

$$\begin{aligned} G_2 &\rightarrow G_{2(-14)} \quad G_{2(2)} \\ F_4 &\rightarrow F_{4(-52)} \quad F_{4(-20)} \quad F_{4(4)} \\ E_8 &\rightarrow E_{8(-248)} \quad E_{8(-24)} \quad E_{8(8)} \end{aligned}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 14 & = & 8 & \oplus & 3 & \oplus & \bar{3} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

$$F_{4(?) } \supset SO(1,7) \supset SO(1,3) \times SO(4)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 52 & = & 28 & \oplus & 8_v & \oplus & \bar{8}_+ & \oplus & \bar{8}_- \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{6(?) } \supset SO(1,15)$

$$\begin{array}{ccc}
 248 & = & 120 \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & \oplus & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 14 & = & 8 & \oplus & 3 & \oplus & \bar{3} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

$$F_{4(?)} \supset SO(1,7) \supset SO(1,3) \times SO(4)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 52 & = & 28 & \oplus & 8_V & \oplus & \bar{8}_+ & \oplus & \bar{8}_- \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{6(?)}$ $\supset SO(1,15)$

$$\begin{array}{ccccccc}
 248 & = & 128 & \oplus & 120 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 14 & = & 8 & \oplus & 3 & \oplus & \bar{3} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

$$F_{4(?)} \supset SO(1, 7) \supset SO(1, 3) \times SO(4)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 52 & = & 28 & \oplus & 8_v & \oplus & \bar{8}_+ & \oplus & \bar{8}_- \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{8(?)} \supset SO(1, 15)$

$$\begin{array}{ccc}
 248 & = & 128 \oplus 120 \\
 \uparrow & & \uparrow \quad \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} \quad \text{complexe}
 \end{array}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 14 & = & 8 & \oplus & 3 & \oplus & \bar{3} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

$$F_{4(?)} \supset SO(1, 7) \supset SO(1, 3) \times SO(4)$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 52 & = & 28 & \oplus & 8_v & \oplus & \bar{8}_+ & \oplus & \bar{8}_- \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{8(?)} \supset SO(1, 15)$

$$\begin{array}{ccccccc}
 248 & = & 128 & \oplus & 120 \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe}
 \end{array}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{14} & = & \underline{8} & \oplus & \underline{3} & \oplus & \bar{\underline{3}} \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe} \end{array}$$

- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

$$F_{4(?)} \supset SO(1, 7) \supset SO(1, 3) \times SO(4)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{52} & = & \underline{28} & \oplus & \underline{8}_V & \oplus & \bar{\underline{8}}_+ & \oplus & \bar{\underline{8}}_- \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe} \end{array}$$

- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{8(?)} \supset SO(1, 15)$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{248} & = & \underline{128} & \oplus & \underline{120} \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} \end{array}$$

- Première erreur : il unifie quarks, anti-quarks et gluons

$$G_{2(-14)} \supset SU(3)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \underline{14} & = & \underline{8} & \oplus & \underline{3} & \oplus & \underline{\bar{3}} \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe} \end{array}$$

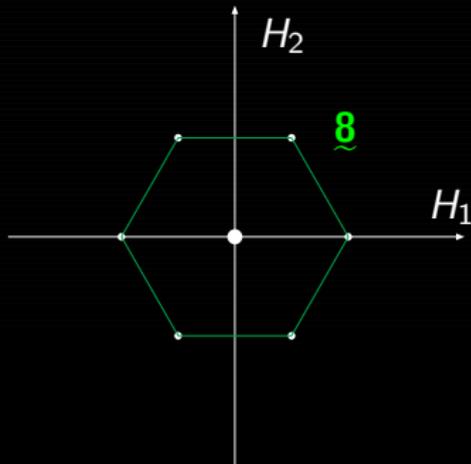
- Seconde erreur : il prédit trois familles à partir de la trialité

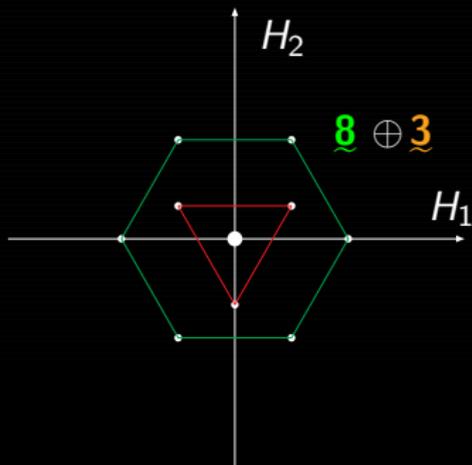
$$F_{4(?)} \supset SO(1, 7) \supset SO(1, 3) \times SO(4)$$

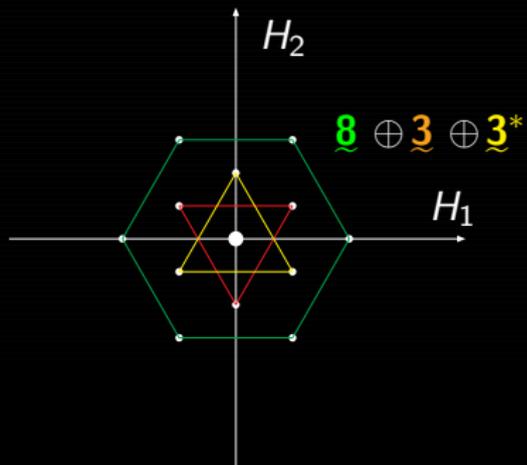
$$\begin{array}{ccccccc} \underline{52} & = & \underline{28} & \oplus & \underline{8}_V & \oplus & \underline{\bar{8}}_+ & \oplus & \underline{\bar{8}}_- \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{réelle} & & \text{complexe} & & \text{complexe} \end{array}$$

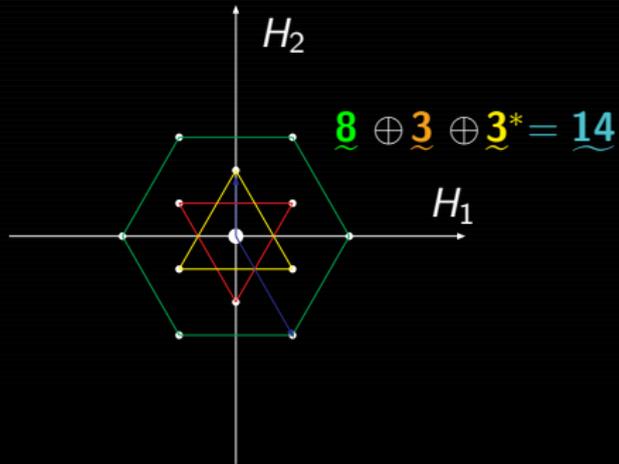
- Troisième erreur il unifie toutes les interactions $E_{8(?)} \supset SO(1, 15)$

$$\begin{array}{ccc} \underline{248} & = & \underline{128} \oplus \underline{120} \\ \uparrow & & \uparrow \quad \uparrow \\ \text{réelle} & & \text{réelle} \quad \text{complexe} \end{array}$$









Formes réelles

- soit $\mathfrak{g} = \langle T_a \rangle$ une algèbre de Lie sur \mathbb{C} $[T_a, T_b] = f_{ab}^c T_c$

Formes réelles

- soit $\mathfrak{g} = \langle T_a \rangle$ une algèbre de Lie sur \mathbb{C} $[T_a, T_b] = f_{ab}^c T_c$

Formes réelles

- soit $\mathfrak{g} = \langle T_a \rangle$ une algèbre de Lie sur \mathbb{C} $[T_a, T_b] = f_{ab}^c T_c$
- on recherche des CL sur $\mathbb{C} T'_a = \lambda_a^b T_b$ telle dans la nouvelle base les constantes de structures sont réelles
- classifiées par les involutions $\sigma^2 = 1$ de l'algèbre compacte \mathfrak{g}_c

$$\mathfrak{g}_c = \mathfrak{g}_1 \oplus \mathfrak{g}_{-1} \left\{ \begin{array}{l} [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_1] \subseteq \mathfrak{g}_1 \\ [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_{-1} \\ [\mathfrak{g}_{-1}, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_1 \end{array} \right.$$

- $\mathfrak{g}_\sigma = \mathfrak{g}_1 \oplus i\mathfrak{g}_{-1}$ est une forme réelle \mathfrak{g}_1 maximal compacte $i\mathfrak{g}_{-1}$ non-compacte

Formes réelles

- soit $\mathfrak{g} = \langle T_a \rangle$ une algèbre de Lie sur \mathbb{C} $[T_a, T_b] = f_{ab}^c T_c$
- on recherche des CL sur $\mathbb{C} T'_a = \lambda_a^b T_b$ telle dans la nouvelle base les constantes de structures sont réelles
- classifiées par les involutions $\sigma^2 = 1$ de l'algèbre compacte \mathfrak{g}_c

$$\mathfrak{g}_c = \mathfrak{g}_1 \oplus \mathfrak{g}_{-1} \left\{ \begin{array}{l} [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_1] \subseteq \mathfrak{g}_1 \\ [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_{-1} \\ [\mathfrak{g}_{-1}, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_1 \end{array} \right.$$

- $\mathfrak{g}_\sigma = \mathfrak{g}_1 \oplus i\mathfrak{g}_{-1}$ est une forme réelle \mathfrak{g}_1 maximal compacte $i\mathfrak{g}_{-1}$ non-compacte

Formes réelles

- soit $\mathfrak{g} = \langle T_a \rangle$ une algèbre de Lie sur \mathbb{C} $[T_a, T_b] = f_{ab}^c T_c$
- on recherche des CL sur $\mathbb{C} T'_a = \lambda_a^b T_b$ telle dans la nouvelle base les constantes de structures sont réelles
- classifiées par les involutions $\sigma^2 = 1$ de l'algèbre compacte \mathfrak{g}_c

$$\mathfrak{g}_c = \mathfrak{g}_1 \oplus \mathfrak{g}_{-1} \left\{ \begin{array}{l} [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_1] \subseteq \mathfrak{g}_1 \\ [\mathfrak{g}_1, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_{-1} \\ [\mathfrak{g}_{-1}, \mathfrak{g}_{-1}] \subseteq \mathfrak{g}_1 \end{array} \right.$$

- $\mathfrak{g}_\sigma = \mathfrak{g}_1 \oplus i\mathfrak{g}_{-1}$ est une forme réelle \mathfrak{g}_1 maximal compacte $i\mathfrak{g}_{-1}$ non-compacte

Formes réelles

- Ex $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C}) = \langle X_+, X_-, H \rangle$ avec les crochets

$$[H, X_{\pm}] = \pm 2X_{\pm}, [X_+, X_-] = H$$

1. Forme compacte $\mathfrak{su}(2)$

$J_3 = \frac{i}{2}H, J_1 = \frac{1}{2}(X_+ - X_-), J_2 = \frac{i}{2}(X_+ + X_-)$ avec les crochets

$$[J_i, J_j] = J_k$$

2. forme déployée $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \cong \mathfrak{so}(1, 2) = \langle X_+, X_-, H \rangle$.

Sous-algèbre maximale compacte : $X_+ - X_-$

Formes réelles

- Ex $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C}) = \langle X_+, X_-, H \rangle$ avec les crochets

$$[H, X_{\pm}] = \pm 2X_{\pm}, [X_+, X_-] = H$$

1. Forme compacte $\mathfrak{su}(2)$

$J_3 = \frac{i}{2}H, J_1 = \frac{1}{2}(X_+ - X_-), J_2 = \frac{i}{2}(X_+ + X_-)$ avec les crochets

$$[J_i, J_j] = J_k$$

2. forme déployée $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \cong \mathfrak{so}(1, 2) = \langle X_+, X_-, H \rangle$.
Sous-algèbre maximale compacte : $X_+ - X_-$



Formes réelles

- Ex $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C}) = \langle X_+, X_-, H \rangle$ avec les crochets

$$[H, X_{\pm}] = \pm 2X_{\pm}, [X_+, X_-] = H$$

1. Forme compacte $\mathfrak{su}(2)$

$J_3 = \frac{i}{2}H, J_1 = \frac{1}{2}(X_+ - X_-), J_2 = \frac{i}{2}(X_+ + X_-)$ avec les crochets

$$[J_i, J_j] = J_k$$

2. forme déployée $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{R}) \cong \mathfrak{so}(1, 2) = \langle X_+, X_-, H \rangle$.
Sous-algèbre maximale compacte : $X_+ - X_-$

Masse des particules

Masse des particules élémentaires (voir Particules Data Group
<http://pdg.lbl.gov/>)

$1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{J}$ $E = mc^2$ on donne la masse des particules en eV/c^2 (ou en eV dans un système d'unité où $c = 1$)

lepton	masse (GeV)	quark	mass (GeV)
électron	$5 \cdot 10^{-4}$	up	$(1.3 - 3.3) \cdot 10^{-3}$
		down	$(3.5 - 6) \cdot 10^{-3}$
muon	0.105	étrange	$0.105^{+0.025}_{-0.035}$
		charmé	1.27
tau	1.78	bottom	4.2
		top	171

La masse des neutrinos est $< 2\text{eV}$