

CALCUL DE LA DEUXIÈME HARMONIQUE DE L'ÉQUATION DE BOLTZMANN AVEC UN CODE MONTE-CARLO

SOMMAIRE

- Introduction
- Monte Carlo
- Algorithme
- Application
- Conclusion

CONTEXTE

- Modélisation des réacteurs nucléaires
- Modéliser grâce à une équation aux valeurs propres
 - Valeur propre dominante caractérise la distance à la criticité
- Utilisation de méthode de Monte Carlo
 - Méthode de référence
- Objectif du stage
 - Développer un indicateur de convergence pour les utilisateurs
 - Estimer la première harmonique

EQUATION DE BOLTZMANN

$$T\varphi_i(r, \Omega, E) = \frac{1}{k_i} F\varphi_i(r, \Omega, E)$$

- Hypothèses : stationnaire, gaz
- T l'opérateur de transport $T(\varphi_i) = \Omega \cdot \nabla + \Sigma_t(r, E) - \int_{E'} \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(r, \Omega', E' \rightarrow (\Omega, E)$
- F l'opérateur de fission $F(\varphi_i) = \frac{\chi}{4\pi} \int_{E'} dE' \int_{4\pi} d\Omega' \nu_f \Sigma_f(r, E')$
- r, Ω, E respectivement la position, la direction et l'énergie du neutron
- $k_i \rightarrow$ facteur équilibre entre les disparitions de neutrons (T) et les apparitions par fission (F)
- φ_i représente le flux neutronique pour la i-ième valeur propre
- φ_i densité des neutrons ayant la même vitesse et direction : $\varphi_i = n \cdot v$
- $|k_0| > |k_1| > |k_2| > \dots > |k_m|$

ITÉRATION DE LA PUISSANCE

- Simulation des neutrons générations par générations
- De la naissance à la mort des neutrons
- Les neutrons de fissions stockés dans un buffer pour la génération suivante

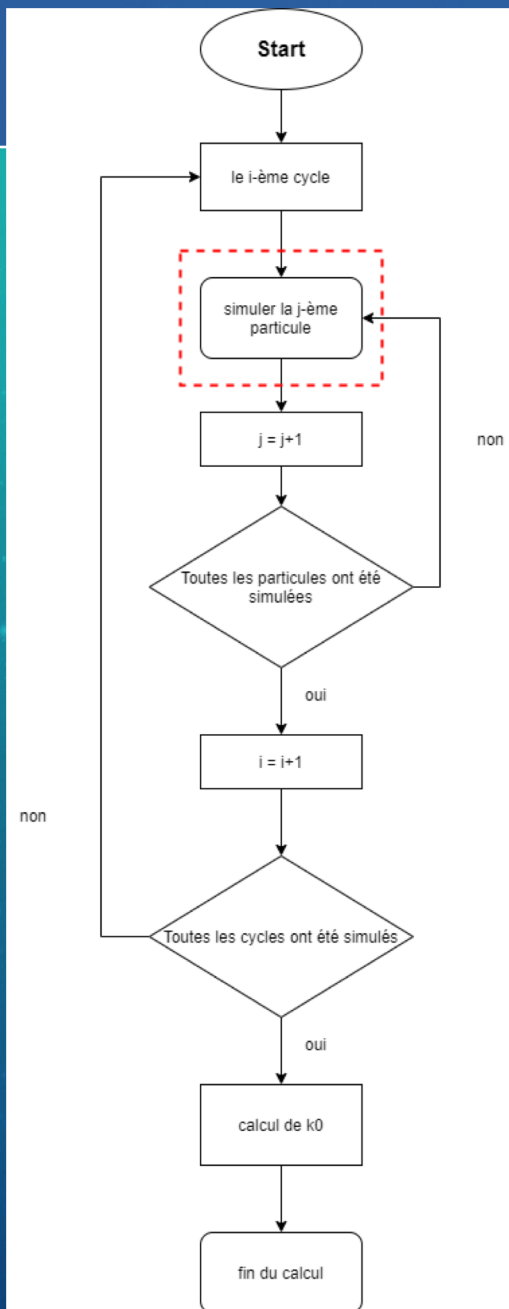
$$H\varphi_i(r, \Omega, E) = k_i\varphi_i(r, \Omega, E)$$

$$k_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{H^n \varphi}{H^{n-1} \varphi} \quad \varphi_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{H^n \varphi}{k_0^n}$$

- $H = FT^{-1}$

RÉSOLUTION MONTE CARLO

- Méthode probabiliste
 - Repose sur des tirages aléatoires
 - Résultats estimés avec des erreurs statistiques
- Modélisation individuelle des comportements des neutrons
 - Simulation des interactions neutron/noyau
 - Moyenne des comportements individuelle → comportement moyen des particules qui résous l'équation de Boltzmann
- Méthode de référence
 - Convergence en $1/\sqrt{n}$
 - Traitement continu des variables

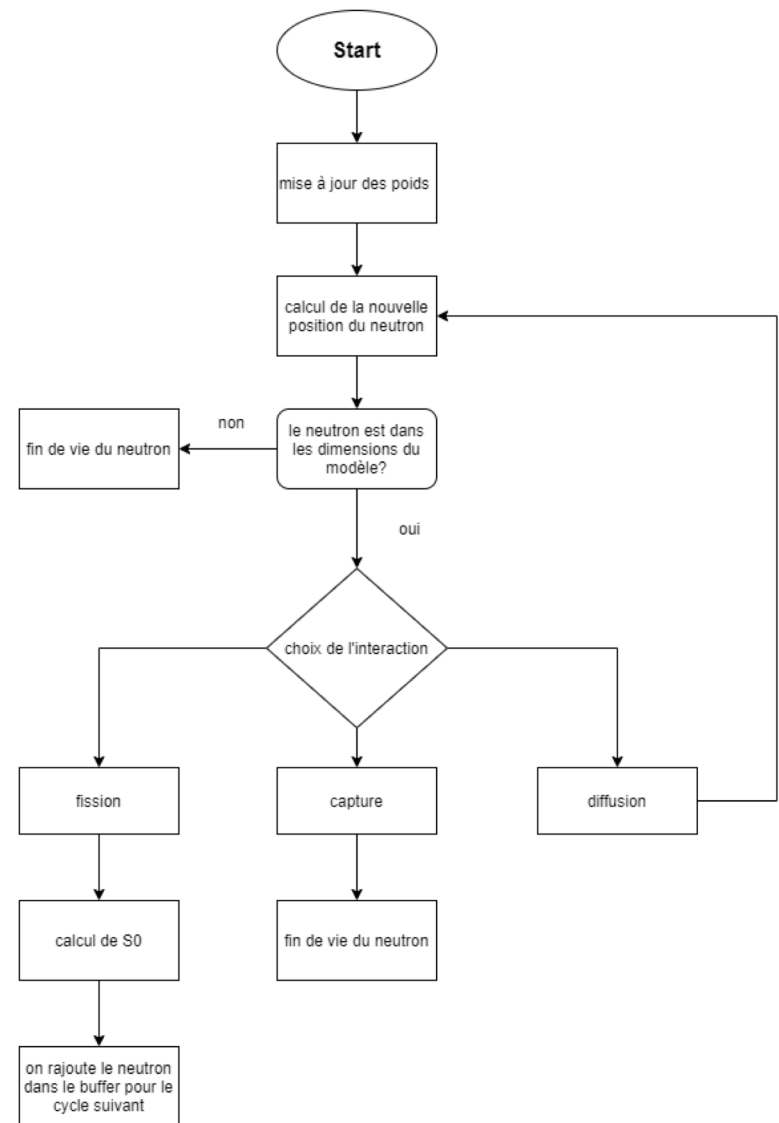


- Simulation particules par particules
- Simulation sur plusieurs générations
- Itération de la puissance pour obtenir k_0

- Neutron suivra une ligne droite avant une collision

$$P(x \rightarrow x') = \Sigma(x') e^{-\int_x^{x'} \Sigma(y) dy}$$

- Interaction avec un noyau $\rightarrow$ probabilité Σ_i / Σ_t
- Vie pour la diffusion et mort pour la capture et la fission



MÉTHODE DE RÉDUCTION DE VARIANCE

- Pas d'absorption de neutrons
- Introduction d'un poids statistique pour compenser la modification des lois physiques
- Obtenir des résultats non biaisés

Capture implicite

$$w' = w \frac{\Sigma_s}{\Sigma}$$

Diffusion avec un changement de poids

Fission forcée

Probabilité de faire une fission : $\left[v_f \frac{\Sigma_f}{\Sigma} + \xi \right]$

Evènement de fission à chaque collision

CONTRÔLE DE LA POPULATION

Permet que le nombre de neutrons soit stable au début des générations

Roulette russe

Si $w > w_{th} \rightarrow$ poids conservé

Sinon :

$w > \xi \rightarrow$ conservé avec un poids de 1

$w < \xi \rightarrow$ le neutron est tué

ξ nombre aléatoire entre 0 et 1

Splitting

Si $w > w_{split} \rightarrow n$ copies

Avec un poids : $w' = \frac{w}{n}$

RAPPORT DE DOMINANCE

$$\rho = k_1/k_0$$

- Rapport de valeurs propres
- Compris entre 0 et 1
- L'itération de la puissance converge vers k_0 en ρ^n
- Permet d'avoir une estimation du nombre de générations
- Convergence dépend de la séparation entre k_0 et k_1

MATRICE DE FISSION

$$F_{i,j} = \frac{1}{S_j} \int_{r \in V_i} d_r \int_{r' \in V_j} \iint d_E d_\Omega v_f \Sigma_f(r, E) \iint d_{E'} d_{\Omega'} \xi(E', \Omega') S(r') G(r, E, \Omega, r', E', \Omega')$$

$F_{i,j}$ → Nombre de neutrons de fission nés dans la région i en raison d'un neutron de fission de la région j

→ La valeur propre associée au mode fondamental de cette matrice et le vecteur propre fondamental est la distribution de la source de neutrons de fission

→ Fabriqué en utilisant uniquement les emplacements des sources de neutrons de fission au début et à la fin de chaque génération

ALGORITHME

$$S_1^{(n)}(r) = \frac{1}{k_1} \left[\int d_{r'} H(r' \rightarrow r) \left(\frac{S_1^{(n-1)}(r)}{S_0^{(n-1)}(r')} - \frac{\langle \varphi_0^\dagger, S_1^{(n-1)} \rangle}{\langle \varphi_0^\dagger, S_0^{(n-1)} \rangle} \right) S_0^{(n-1)}(r') \right]$$

- S_0 et S_1 respectivement premier et deuxième vecteur propre
- $S = F\varphi$
- $\varphi_0^\dagger$ le flux adjoint du mode fondamental
- $H = FT^{-1}$
- Les brackets $\rightarrow$ intégrale sur le volume, direction et énergie du neutron

ITERATED FISSION PROBABILITY

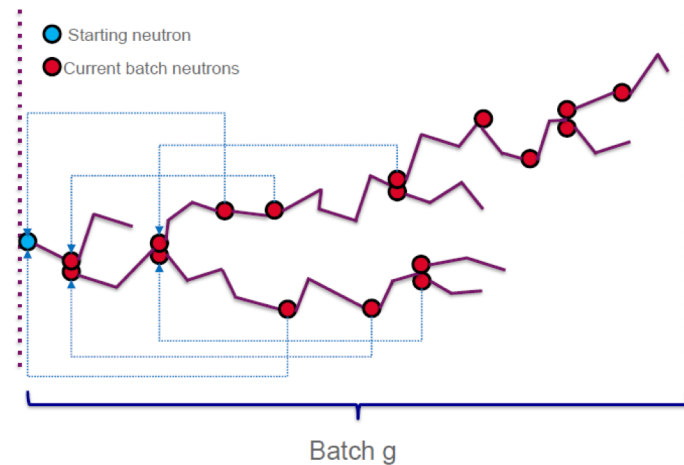
- Calcul du flux adjoint → l'importance du neutron dans la chaîne de réaction
- Solution de l'équation de Boltzmann adjointe par définition
- Suivre l'identifiant du neutron pour suivre la chaîne de réaction

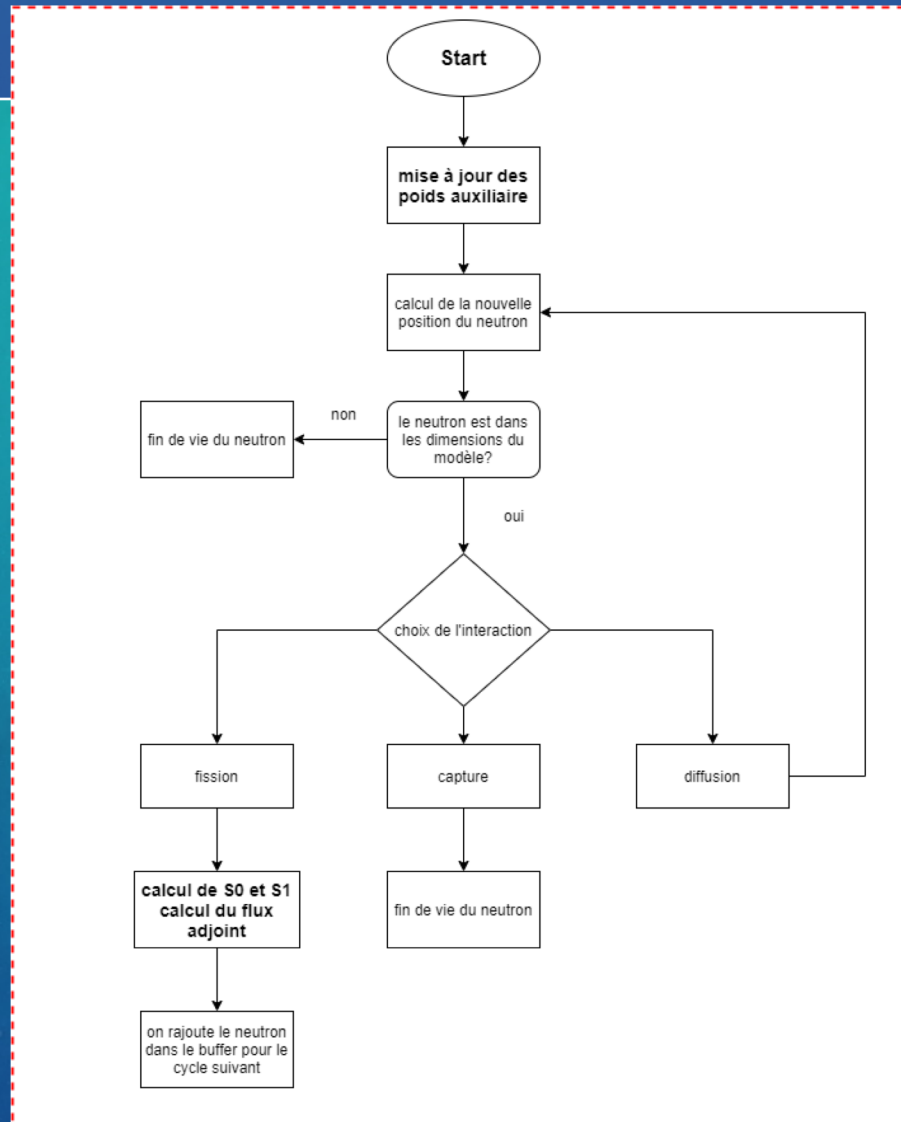
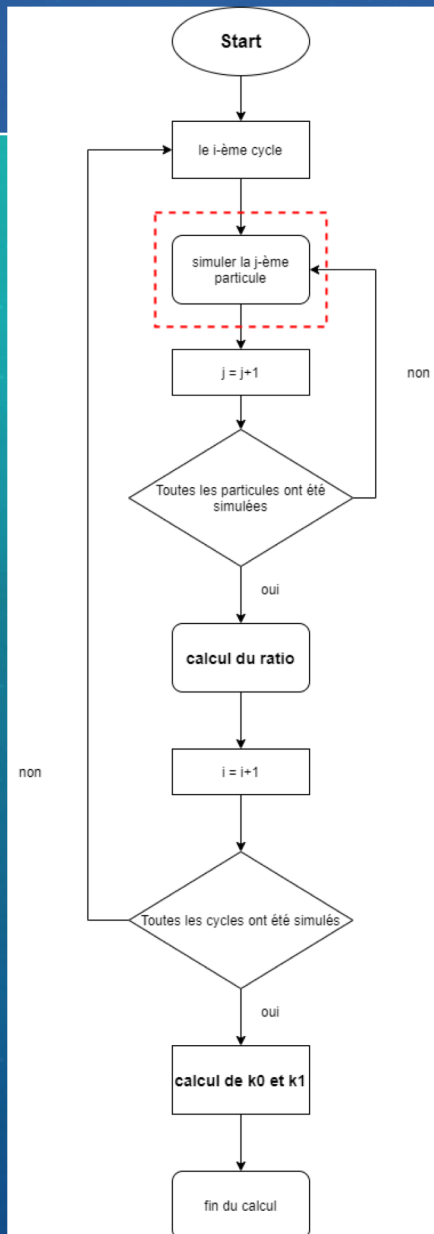
■ Shifting window of M generations

■ Example for M=3

● Starting neutron

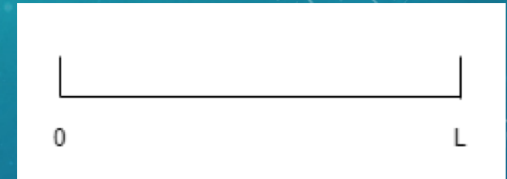
● Current batch neutrons





MODÈLE CRAYON

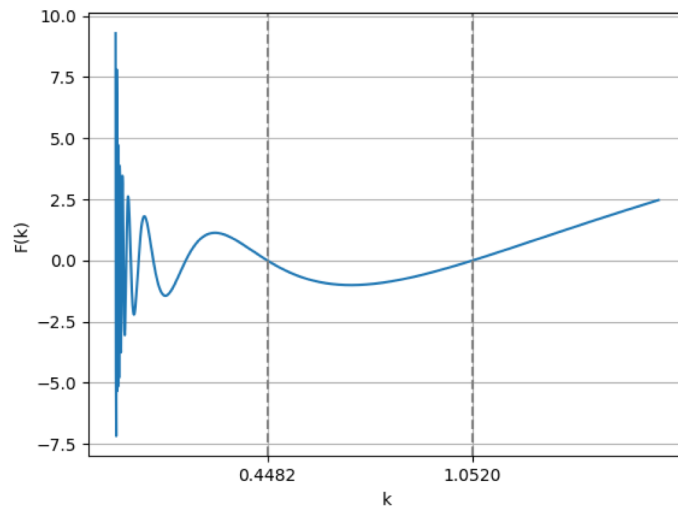
- Version à une dimension de l'équation de Boltzmann
- Une seule énergie → neutron même vitesse
- Propagation soit vers la droite soit vers la gauche
- Équation implicite pour k :



$$F(k) = \cosh\left(z\sqrt{1-c(k)}\right) + \left(1 - \frac{c(k)}{2}\right) \frac{\sinh\left(z\sqrt{1-c(k)}\right)}{\sqrt{1-c(k)}} = 0$$

Avec $z = L \Sigma$ et $c(k) = p_s + p_f \frac{v_f}{k}$

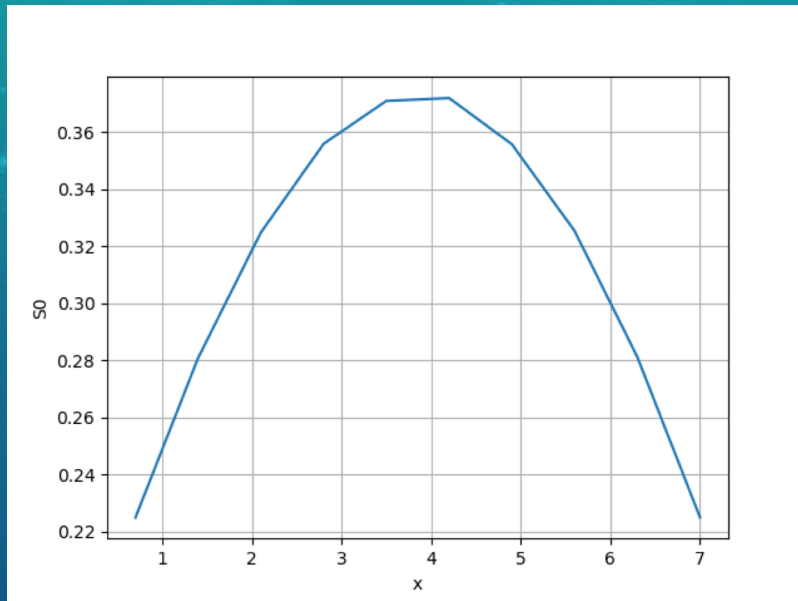
RÉSULTAT ANALYTIQUE



- Calcul avec un algorithme de Newton-Raphson
- $k_0^{ref} = 1.05197$
- $k_1^{ref} = 0.44819$

RÉSULTAT MONTE-CARLO

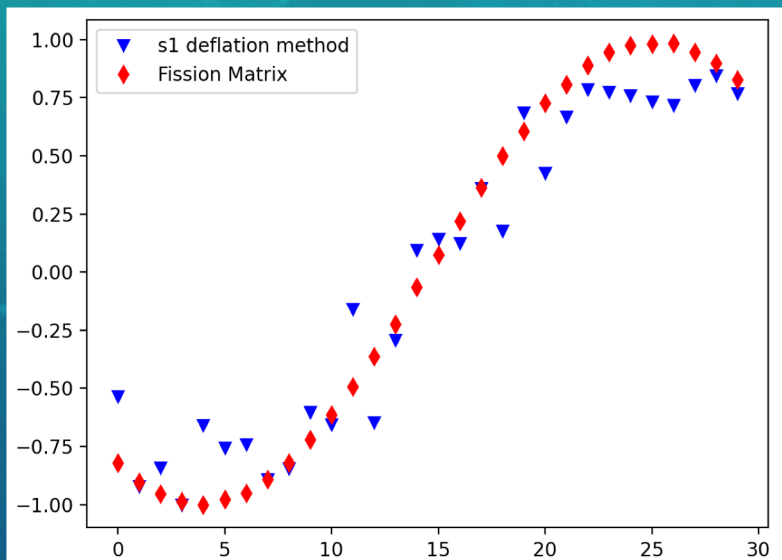
Avec l'itération de la puissance



- $k_0^{ref} = 1.05197$
- $k_0 = 1.05151$, std = 0.00094943

RÉSULTAT MONTE-CARLO

Avec la méthode de la déflation



- $k_1^{ref} = 0.44819$
- On différencie les poids auxiliaire positif et négatif
- $k1_plus = 0.877571$, $std_plus = 0.00203129$
- $k1_moins = 0.878595$, $std_moins = 0.0020686$
- Matrix de fission: moyenné sur toutes les générations
- Deflation method : normalisé à une génération donnée

- Bon résultat pour k_0
- S_1 forme du flux neutronique correcte , mauvaise convergence
- Convergence avec le calcul positif ou négatif pour k_1
- Pas la bonne solution pour $k_1 \rightarrow$ changement d'hypothèse
 $\rightarrow$ calcul de k_1 par maille