

**Richard. P. Feynman**

**une figure iconique de la physique du XX<sup>ème</sup> siècle**

**J. Zinn-Justin**

*IRFU/CEA, Université Paris-Saclay,*

*et*

*Académie des Sciences*

---

\*Rencontres d'été de physique : de l'infiniment grand à l'infiniment petit,  
11–15 Juillet 2022

## R.P. Feynman (1918-1988): bibliographie résumée

Thèse préparée à l'Institute for Advanced Study de Princeton (créé depuis peu), sous la direction de J. Wheeler sur le principe de moindre action appliqué à la mécanique quantique. Feynman introduit les fameux diagrammes de Feynman. Il pose les bases d'une approche différente de la mécanique quantique par les intégrales de chemin.

Doctorat en 1942.

Pendant la Seconde Guerre mondiale, il participe pendant un temps limité aux travaux du groupe de théoriciens qui, autour de Hans Bethe, collabore au développement de la bombe atomique.

Après la Seconde Guerre mondiale, il enseigne à l'université de Cornell puis la quitte pour le Californian Institute of Technology (Caltech, 1950-1988), où il effectue des travaux fondamentaux, notamment sur la théorie de la superfluidité, les interactions faibles, les réactions profondément inélastiques (partons)...

Il s'intéresse aussi à la théorie du calcul par ordinateur, et suggère les possibilités de **simulation quantique** et d'**ordinateur quantique**.

**Lauréat du prix Nobel de physique 1965** avec Sin-Itiro Tomonaga, Julian Schwinger pour ses travaux en **électrodynamique quantique** (Hans Bethe, pour son estimation du Lambshift (1947), l'aurait également mérité, mais il l'avait déjà).

Vers la fin de sa vie, sa contribution au sein de la commission d'enquête sur l'accident de la navette Challenger, démontrant une utilisation erronée de l'analyse statistique, le fit connaître du grand public

**Cf. wikipedia pour plus de détails.**

## **Pédagogue exceptionnel, esprit curieux, original et profond**

**Pédagogue exceptionnel**, ses cours oraux à Caltec attiraient toujours de très nombreux étudiants. De même ces séminaires attiraient un vaste public.

Feynman est le rédacteur de nombreux ouvrages de science et de vulgarisation reconnus.

Parmi ces livres, les **Feynman lectures on Physics**, enregistrés et publiés, un cours de physique de niveau universitaire, sont devenus extrêmement populaires parmi les étudiants de premier cycle en physique et leurs professeurs.

**Esprit original et profond**, Feynman était doté d'un esprit d'une **très grande curiosité**, comme l'originalité et la variété des sujets qu'il a abordé le montre. De plus, il était très à l'aise avec les difficultés mathématiques et les calculs formels.

## Intégrale de chemin

Feynman a proposé une formulation alternative, mais équivalente, de la mécanique quantique basée sur l'intégrale de chemin.

R.P. Feynman, *Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics*, Rev. Mod. Phys. 20 (1948) 367-387.

Dans le formalisme de l'intégrale de chemin, dite aussi de Feynman, les éléments de matrice de l'opérateur d'évolution quantique  $\mathcal{U}(t'', t')$ , entre les temps  $t'$  et  $t''$ , ont, dans les cas simples, la forme

$$\langle q'' | \mathcal{U}(t'', t') | q' \rangle = \int_{q(t')=q'}^{q(t'')=q''} [dq(t)] e^{i\mathcal{S}(q)/\hbar},$$

où la notation  $[dq(t)]$  signifie somme sur tous les chemins classiques tels que  $q(t') = q'$ ,  $q(t'') = q''$ , et  $\mathcal{S}(q)$  est l'action classique, intégrale du lagrangien classique  $\mathcal{L}$ ,

$$\mathcal{S}(q) = \int_{t'}^{t''} dt \mathcal{L}(q, \dot{q}; t).$$

Par exemple, à une dimension, pour une particule dans un potentiel,

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}; t) = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - V(q). \quad (1)$$

*Mécaniques quantique et classique.* L'intégrale de chemin établit une relation directe et intuitive entre mécanique quantique et classique (Feynman). Pour des lagrangiens de type (1), l'intégrale de chemin est dominée par tous les chemins browniens, mais pour  $\hbar \rightarrow 0$ , c'est à dire  $\hbar \ll \mathcal{S}(q)$  typique, elle est dominée par les chemins qui rendent l'action stationnaire,

$$\frac{\delta \mathcal{S}(q)}{\delta q(t)} = 0,$$

qui sont les chemins classiques solutions des équations du mouvement.

Dans l'exemple (1),

$$\frac{\delta \mathcal{S}(q)}{\delta q(t)} = -m\ddot{q}(t) - V'(q(t)) = 0.$$

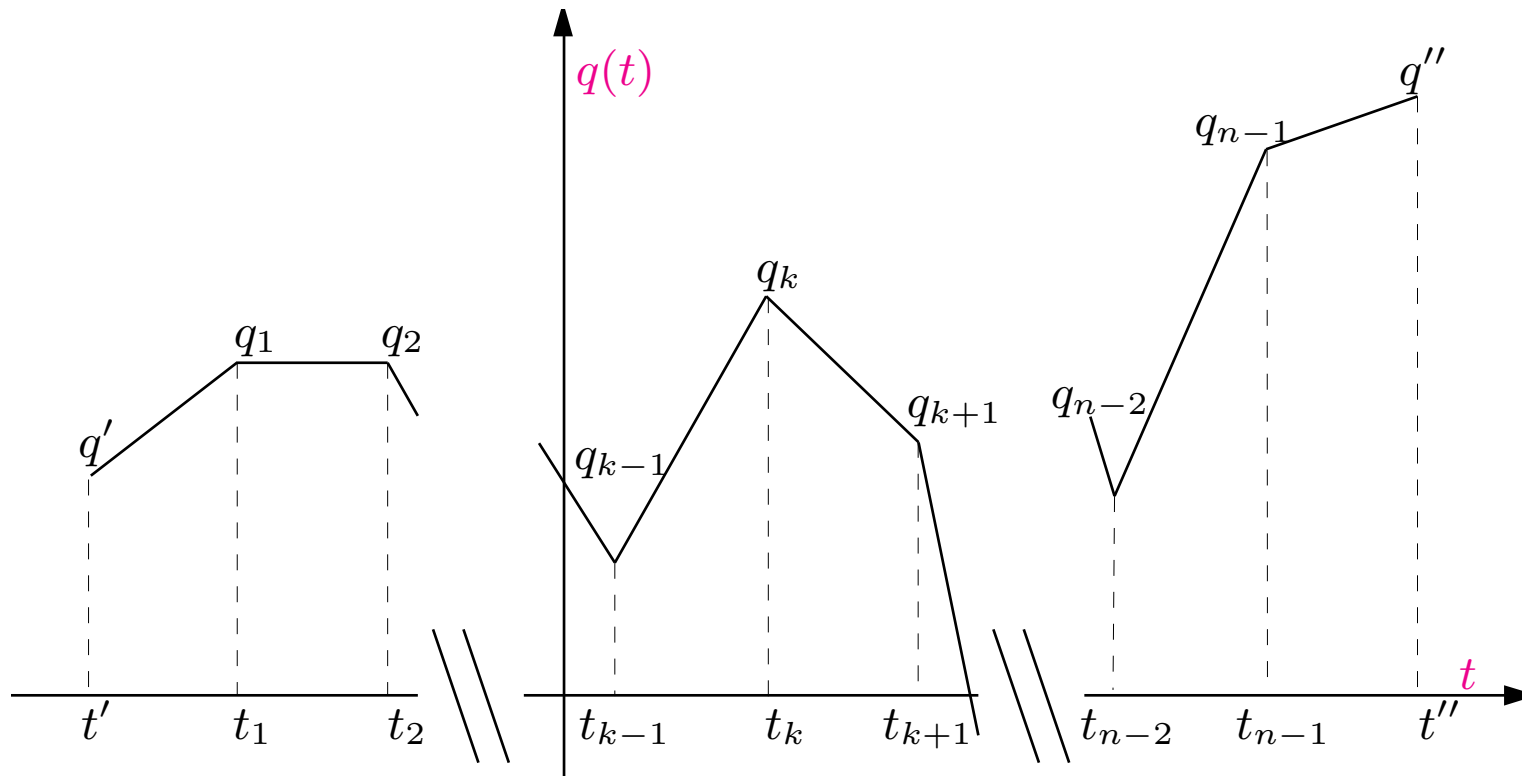


Fig. 1 L'intégrale de chemin peut être considérée comme la limite d'intégrales sur tous les points à temps équidistants d'un chemin **continu**, linéaire par morceaux, quand le nombre  $n \rightarrow \infty$  de points tend vers l'infini.

## Intégrale fonctionnelle : l'instrument universel

*Intégrale de chemin et intégrale de champs.* À la différence de l'équation de Schrödinger, par exemple, l'intégrale de chemin se généralise très simplement à l'intégrale sur les champs qui permet de représenter toutes les théories quantiques, locales, des champs. Il suffit de remplacer les chemins classiques par des champs classiques (mais il faut régulariser la densité de lagrangien à courte distance pour sélectionner des champs continus). Par exemple, pour des champs scalaires  $\phi(x)$  ou vecteurs  $A_\mu(x)$ ,

$$[dq(t)] \mapsto [d\phi(x)], \quad [dq(t)] \mapsto [dA_\mu(x)] \quad x \in \mathbb{R}^d,$$

où les symboles  $[d\phi(x)]$  ou  $[dA_\mu(x)]$  signifient sommes sur tous les champs fonctions des  $d$  dimensions d'espace-temps :  $x \equiv (t, x_1, \dots, x_{d-1})$ .

R.P. Feynman, *Mathematical Formulation of the Quantum Theory of Electromagnetic Interaction*, Phys. Rev. 80 (1950) 440.



## Électrodynamique quantique et intégrale de champs

L'intégrale de champs fournit une méthode pour quantifier l'électrodynamique (Feynman), et pour montrer simplement qu'il existe plusieurs formulations équivalentes de l'électrodynamique quantique (Dirac, Feynman) :

hamiltonienne qui est explicitement unitaire, mais non covariante, lagrangiennes, qui sont covariantes mais pas explicitement unitaires :

$$\mathcal{L}_{\text{class.}}(A; x) = \frac{1}{4e^2} \sum_{0 \leq \mu, \nu \leq 3} F_{\mu\nu}(x) F^{\mu\nu}(x)$$

$$\mapsto \mathcal{L}_{\text{quant.}}(A; x; \xi) = \mathcal{L}_{\text{class.}}(A; x) + \frac{1}{2\xi e^2} \sum_{0 \leq \mu, \nu \leq 3} [\partial_\mu A^\nu(x)]^2,$$

$$F_{\mu\nu}(x) \equiv [E_i(x), B_i(x)]_{i>0}, \quad B_i(x) = \frac{1}{2} \sum_{3 \geq j, k > 0} \epsilon_{ijk} F_{jk}(x), \quad E_i(x) = F_{0i}(x),$$

( $c = 1$ ). L'équivalence signifie que les différents formalismes donnent des résultats identiques pour les observables physiques.

## Règles et diagrammes de Feynman

R.P. Feynman, *Space–Time Approach to Quantum Electrodynamics*, Phys. Rev. 76 (1949) 769.

Dans cet article dédié aux règles de Feynman pour les calculs en électrodynamique quantique, Feynman introduit une représentation de la structure algébrique des contributions de la théorie des perturbations par des dessins qui ont eu un énorme succès: les **diagrammes de Feynman**.

Elle reste une aide précieuse pour ceux qui, en théorie quantique des champs, calculent des contributions perturbatives manuellement.

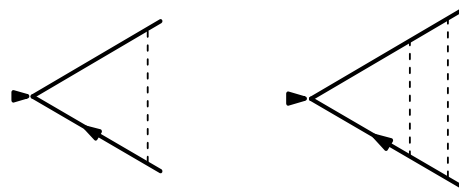


Fig. 2 Contributions au vertex  $A_\mu e^+ e^-$  avec échange de 1 et 2 photons

## Intégrale fonctionnelle en temps imaginaire

Passant du temps réel au « temps imaginaire »,  $it/\hbar \mapsto \beta = 1/T$ , et donc,

$$e^{-itH/\hbar} \mapsto e^{-\beta H},$$

on obtient la fonction de partition quantique. Faisant cette transformation sur l'intégrale de chemin ou de champ, on obtient une représentation par intégrale fonctionnelle de la fonction de partition quantique.

R.P. Feynman, A.R. Hibbs *Quantum mechanics and path integrals*, McGraw Hill, New York (1965).

*Note : effet tunnel.* L'effet tunnel correspond formellement à une propagation en temps imaginaire. L'évaluation de l'intégrale fonctionnelle en temps imaginaire par la méthode du col a permis ainsi d'évaluer l'effet tunnel dans la limite semi-classique. En particulier, on peut étudier le problème de la dégénérescence du vide quantique (cf. QCD).

*Note : divergence des séries perturbatives.* De l'effet tunnel, on déduit un autre résultat très important (Lipatov 1977,...) : le calcul perturbatif en théorie des champs produit toujours des séries ayant un rayon de convergences nul. Par conséquent, il faut utiliser des méthodes de simulations numériques (Monte-Carlo), ou de sommation de séries, dès que la constante de couplage n'est pas petite.

## Intégrale fonctionnelle et transitions de phase macroscopiques

*Note.* L'intégrale sur les champs en **temps imaginaire** décrit aussi le voisinage des transitions de phase continues dans des **systèmes de mécanique statistique classique avec interactions de courte portée** (Wilson). Par exemple, pour le modèle d'Ising en  $d$  dimensions, ou la transition liquide–vapeur,

$$\mathcal{Z}_{\text{part.}} = \int [d\phi(x)] \exp \left\{ - \int d^d x \left[ \frac{1}{2} (\nabla\phi(x))^2 + \frac{1}{2} r\phi^2(x) + \frac{1}{4} g\phi^4(x) \right] \right\} .$$

Pour  $d = 4$ , retournant au temps réel, cette intégrale de champ décrit aussi l'auto-interaction du boson de Higgs.

Cette relation entre **physique statistique classique** et **théorie quantique des champs** a conduit à une compréhension plus profonde du **groupe de renormalisation** et à l'interprétation de la théorie quantique des champs de la physique des particules comme une **théorie effective de basse énergie**.

## Interactions faibles: le modèle de Fermi–Feynman–Gell-Mann

Fermi avait proposé un modèle avec une interaction de contact à quatre fermions de type  $[\bar{\psi}(x)\psi(x)]^2$  pour l'interaction faible.

La découverte de la violation de la parité, des neutrinos,... ont conduit Feynman et Gell-Mann (1958) à proposer une **interaction à quatre fermions de type courant–courant** (chargés) :

$$\mathcal{S} \propto \int d^4x \sum_{\mu} J_{\mu}(x) J_{\mu}^{\dagger}(x),$$

avec

$$J_{\mu}^{-}(x) = \bar{e}(x)(1 + \gamma_5)\gamma_{\mu}\nu(x).$$

R. P. Feynman, M. Gell-Mann, *Theory of Fermi interaction*, Phys.Rev. 109 (1958) 193.

*Notes.* La publication de ce résultat a conduit très rapidement différents auteurs à spéculer qu'une telle interaction pouvait être due à l'échange de deux boson-vecteurs chargés et très massifs.

Supposant que le couplage était d'ordre de grandeur de la charge électrique, la seule constante de couplage connue à ce moment là, on trouvait une masse de l'ordre de 100 GeV.

Par rapport à l'électrodynamique, supposant que ces champs vecteurs (au moins deux) étaient liés à une symétrie de jauge (condition nécessaire pour espérer une théorie renormalisable), cela impliquait un groupe de symétrie non-abélien, celui avec le moins de générateurs possibles, mais au moins deux, étant  $SU(2)$ .

## Quantification des théories de jauge non-abéliennes

Feynman n'a pas réussi à quantifier les théories de jauge **non-abéliennes**, (ou la gravitation), mais il a noté qu'une extension simple des méthodes employées pour quantifier **l'électrodynamique**, comme le remplacement

$$\mathcal{L}(\mathbf{A}; x) = \frac{1}{4} \text{tr} \sum_{\mu, \nu} \mathbf{F}_{\mu\nu}(x) \mathbf{F}^{\mu\nu}(x), \quad (\mathbf{F}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \mathbf{A}_\nu - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu + [\mathbf{A}_\mu, \mathbf{A}_\nu]),$$
$$\mapsto \mathcal{L}_{\text{quant.}}(\mathbf{A}; x, \xi) = \mathcal{L}(\mathbf{A}; x) + \frac{1}{2\xi} \sum_{\mu, \nu} \text{tr} [\partial^\mu \mathbf{A}_\mu(x)]^2,$$

conduit à une **théorie non-abélienne** violant l'unitarité dès l'ordre d'une boucle. Pour rétablir l'unitarité il fallait rajouter des contributions qu'on pouvait interpréter comme **des contributions de fermions sans spin**.

R.P. Feynman, *Quantum theory of gravitation* Acta Phys. Polo. 24 (1963) 272.



*Notes.* Par des méthodes d'intégrale de champs, Faddeev et Popov (1967) ont obtenu la forme correcte de la quantification : celle-ci engendre la multiplication de la mesure d'intégration sur le champ de jauge  $[dA_\mu]$  par un déterminant  $\Delta(A)$ , qui peut s'exprimer en effet comme résultant de l'intégration fonctionnelle sur des champs de fermions sans spin, donc non-physiques, « les fantômes de Faddeev–Popov », (cf. aussi B. Dewitt)

$$[dA_\mu] \mapsto [dA_\mu]\Delta(A), \quad \Delta(A) = \int [d\eta d\bar{\eta}] \exp[\bar{\eta}\Delta\eta],$$

(les champs « classiques » de fermions, comme  $\eta(x)$ ,  $\bar{\eta}(x)$ , anticommulent).

Ce déterminant montre que la mesure dans l'intégrale fonctionnelle n'a pas toujours la forme la plus simple, mais comme la correction à la mesure n'a pas de facteur  $1/\hbar$ , elle ne change pas la limite classique.

Pour une introduction sur l'intégrale de chemin en mécanique quantique, voir, par exemple,

J. Zinn-Justin, *Path integral*, Scholarpedia, 4(2): 8674 (2009) ([www.scholarpedia.org](http://www.scholarpedia.org)).

Pour des détails et des références voir, par exemple,

J. Zinn-Justin, *Intégrale de chemin en mécanique quantique*, EDP Sciences et CNRS Editions (Les Ulis 2003), version anglaise : *Path integrals in Quantum Mechanics*, Oxford Univ. Press (Oxford 2005); traduction en russe (Fizmatlit 2007);

Pour les relations entre transitions de phase macroscopiques et théorie quantique des champs à travers l'intégrale sur les champs, on pourra consulter

J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Oxford Univ. Press 1989 (Oxford 5<sup>ème</sup> ed. 2021).

## Réactions profondément inélastiques et partons

Dans l'article

R. Feynman, *Very high-energy collisions of hadrons*, Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 1415-1417,

Feynman fait des prédictions sur les propriétés des distributions des impulsions longitudinales dans les expériences inclusives à très haute énergie. Il introduit ensuite le terme **partons** (plus tard identifiés avec les quarks) pour les degrés de liberté sous-jacents. Le formalisme qu'il introduit ainsi servira de base pour les premières analyses des résultats obtenus dans les **réactions profondément inélastiques électron–nucléon** au SLAC (à partir de 1969).

On cite aussi souvent

R.P. Feynman, *Photon–hadron interactions*, Inc, Reading MA.

J.D. Bjorken, E.A. Paschos, *Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton Scattering and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev. 185 (1969) 1975.

## Simulations et ordinateurs quantiques

*Les limites des ordinateurs classiques.* Feynman a examiné la physique du calcul scientifique par ordinateur. Par exemple, il s'est intéressé à l'énergie minimale, par degré de liberté, nécessaire pour faire des opérations numériques. Comme pour de nombreux problèmes importants le nombre d'opérations croît exponentiellement, ou au moins comme une puissance élevée, avec la précision exigée (par exemple, pour les simulations de modèles sur réseau, comme QCD sur réseau), cela limite dans l'absolu les possibilités de l'ordinateur classique.

Ainsi, la loi de Moore n'est plus observée parce qu'on ne peut plus assez refroidir les microprocesseurs, et l'augmentation de puissance encore observée est obtenue grâce à l'architecture et l'augmentation du nombre de processeurs, qui atteindra ses limites aussi pour des questions de refroidissement.

*Ordinateurs quantiques.* Feynman a alors introduit le concept d'ordinateurs quantiques potentiellement beaucoup plus efficaces, un bit quantique (qbit) stockant beaucoup plus d'information qu'un bit classique, et certains algorithmes pouvant être parallélisés (par exemple, l'algorithme de Shor pour la factorisation en nombres premiers).

Plus généralement, il a suggéré que les problèmes quantiques devraient pouvoir être résolus par des systèmes quantiques. Ces idées ont poussé au développement de simulateurs quantiques.

R.P. Feynman, *Simulating physics with computers*, International journal of theoretical physics 21 (1982), 467-488.

## Addendum: Théories de jauge non-abéliennes

Nous introduisons les générateurs  $\mathbf{t}^a$  de l'algèbre de Lie d'un groupe de Lie unitaire  $G$ . Ils satisfont

$$[\mathbf{t}^a, \mathbf{t}^b] = \sum_c f_c^{ab} \mathbf{t}^c,$$

où les générateurs  $\mathbf{t}^a$  sont des matrices anti-hermitiennes et  $f_c^{ab}$  sont les constantes de structure de l'algèbre de Lie de  $G$ .

Les champs de jauge  $A_\mu^a(x)$  se transforment par la représentation adjointe de l'algèbre de Lie. On introduit

$$\mathbf{A}_\mu(x) = \sum_a A_\mu^a(x) \mathbf{t}^a.$$

Une dérivée covariante peut s'écrire

$$\mathbf{D}_\mu = \mathbf{1} \partial_\mu + \mathbf{A}_\mu(x).$$

Le tenseur de courbure, ou champ électromagnétique généralisé, devient

$$\mathbf{F}_{\mu\nu}(x) = [\mathbf{D}_\mu, \mathbf{D}_\nu] = \partial_\mu \mathbf{A}_\nu(x) - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu(x) + [\mathbf{A}_\mu(x), \mathbf{A}_\nu(x)].$$

La densité de lagrangien s'écrit

$$\mathcal{L}(\mathbf{A}, x) = -\frac{1}{4} \text{tr} \mathbf{F}_{\mu\nu}^2(x).$$