



# Densité des niveaux dans les noyaux atomiques

Oussama Bindech

M1 physique

Responsable de stage : Kamila Sieja

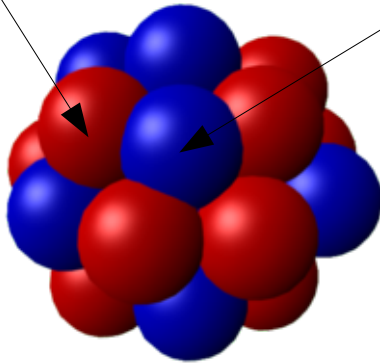
IPHC



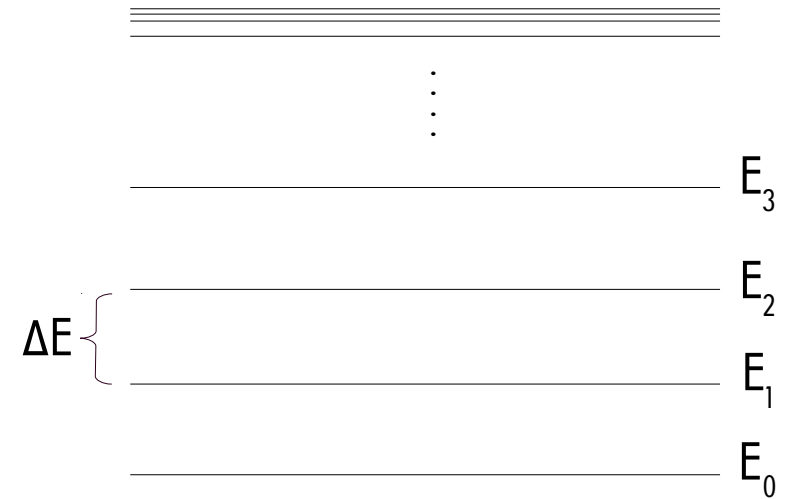
# Introduction

Proton

Neutron



Noyau atomique



Niveaux d'énergie

$$\Delta E \rightarrow 0$$

Variation  
Continue  
De l'énergie

Densité  
de niveaux

$$\rho_{\text{nucl}}(E) = \frac{N(E + \Delta E) - N(E)}{\Delta E} \xrightarrow{\Delta E \rightarrow 0} \frac{dN}{dE}$$

# Introduction

---

## ● Champ moyen

N-particules en interaction  
→ N problèmes à 1 corps

Modèles de  
structure  
nucléaire

### → Modèle de la goutte liquide

- Noyau  $\equiv$  fluide quantique
- Masse atomique

### → Modèle en couches

- Structure des niveaux d'énergie en couches
- Nombres magiques
- État fondamental/excités du noyau

### → Modèle de Fermi de particules indépendantes

- Back-Shifted Fermi Gas Model (BSFG)
- Gaz parfait de fermions
- Principe d'exclusion de Pauli

### → Approche Hartree-Fock (et au-delà)

- Champ auto-cohérent
- Méthode itérative

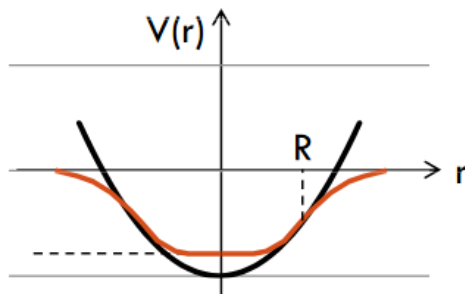
## Potentiel approché :

$$V \approx V_{O-H} - D \ell^2 + f(r) \vec{\ell} \cdot \vec{s}$$

### Oscillateur harmonique

$$V_{O-H} = -V_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] = -V_0 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

$$E_N = \left( N + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega$$



### Effets de bord

Levée de dégénérescence  
selon les valeurs de l

$$D \ell(\ell+1) \hbar^2$$

### Couplage Spin-Orbite

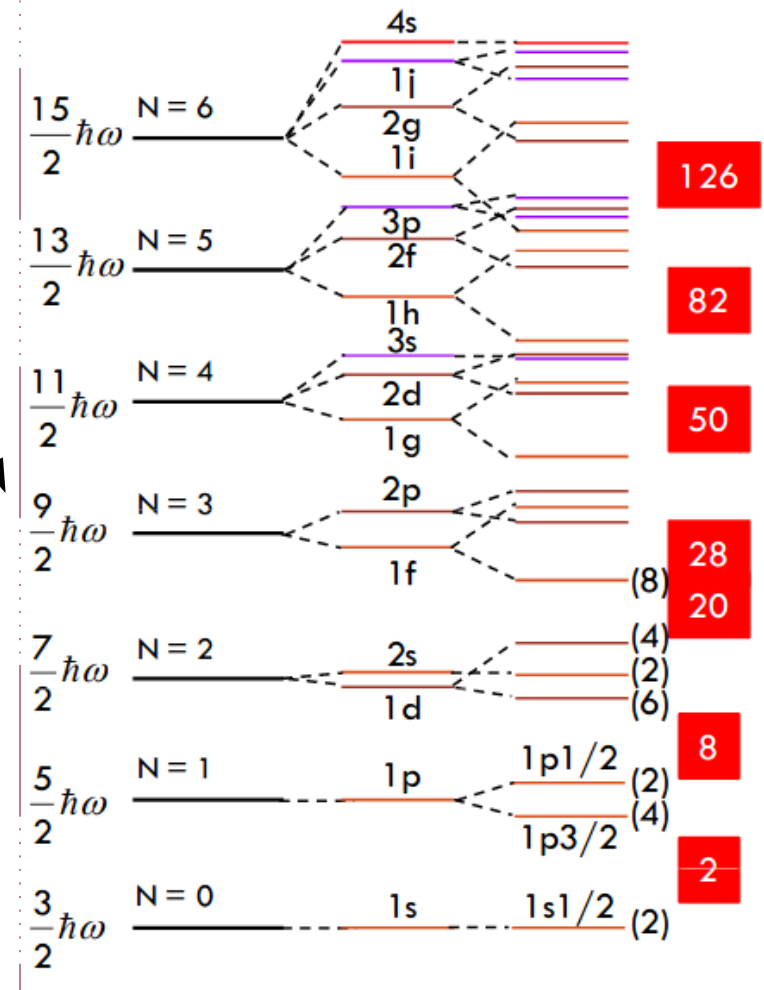
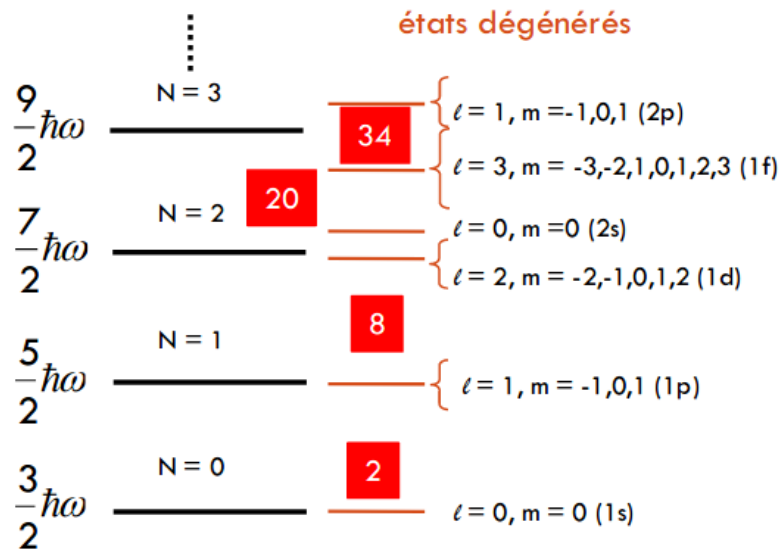
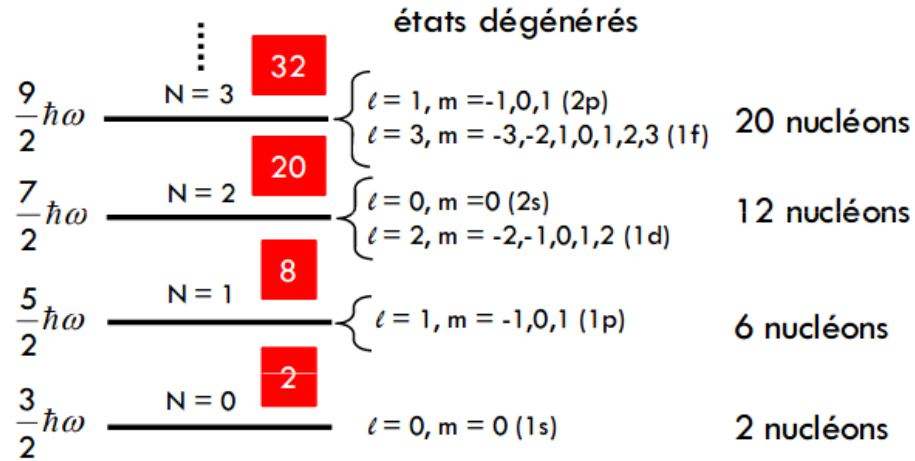
Redistribution suivant  
Les valeurs de J

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s} \Rightarrow \vec{\ell} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2} (j^2 - \ell^2 - s^2)$$

$\ell - 1/2$	$\frac{f(r)}{2} (\ell+1) \hbar^2$
$\ell + 1/2$	$-\frac{f(r)}{2} \ell \hbar^2$

# Le modèle en couches

$$\hat{h} = T - V_0 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 - D\vec{l}^2 - a\vec{l} \cdot \vec{s}$$



## Problème à N particules (fermions)

$$\hat{H} = \sum_1^A \frac{\vec{P}_i^2}{2m} + \sum_{i=1, i < j}^A \hat{W}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) = \underbrace{\sum_1^A \left[ \frac{\vec{P}_i^2}{2m} + U(\vec{r}_i) \right]}_{\hat{H}^{(0)}} + \underbrace{\sum_{i=1, i < j}^A \hat{W}(\vec{r}_i - \vec{r}_j) - \sum_1^A U(\vec{r}_i)}_{\hat{V}}$$

- Construction d'une base à plusieurs corps  $(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_\alpha, \dots, \phi_N)$  :

$$\left| \begin{array}{c} \text{Déterminant} \\ \text{de} \\ \text{Slater} \end{array} \right| \phi_\alpha(1, 2, \dots, A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_1) & \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_1}(\vec{r}_A) \\ \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_1) & \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_2}(\vec{r}_A) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{\alpha_A}(\vec{r}_1) & \phi_{\alpha_A}(\vec{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_A}(\vec{r}_A) \end{vmatrix}, \alpha_i = (n_i, l_i, j_i, m_i)$$

- Construction de la matrice de l'Hamiltonien :

$$(\hat{H}) = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \dots & H_{NN} \end{pmatrix}$$

- Diagonalisation numérique de la matrice (H) :

$$\bullet \rightarrow \text{Résolution de l'équation de Schrödinger} : \begin{cases} \hat{H}\Psi_p = E_p \Psi_p \\ \Psi_p = \sum_{k=1}^n a_{kp} \phi_k \end{cases} \quad \sum_{k=1}^n H_{lk} a_{kp} = E_p a_{lp}$$

# Scandium 44

## Scandium 44 ( $^{44}\text{Sc}$ ) :

-Protons = 21

.Moment angulaire :  $J_p=7/2$

.Parité =  $(-1)^{J_p} = -1$

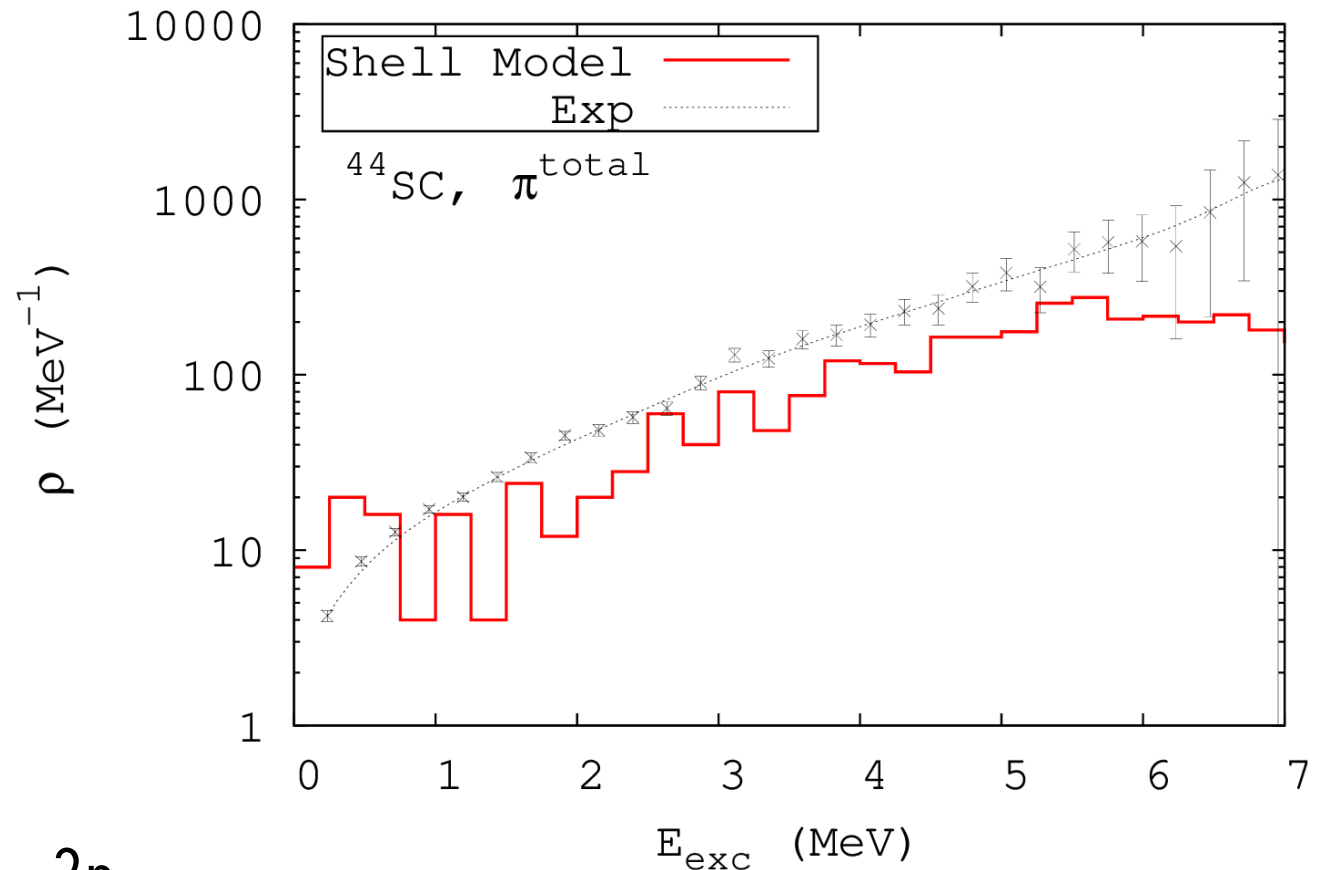
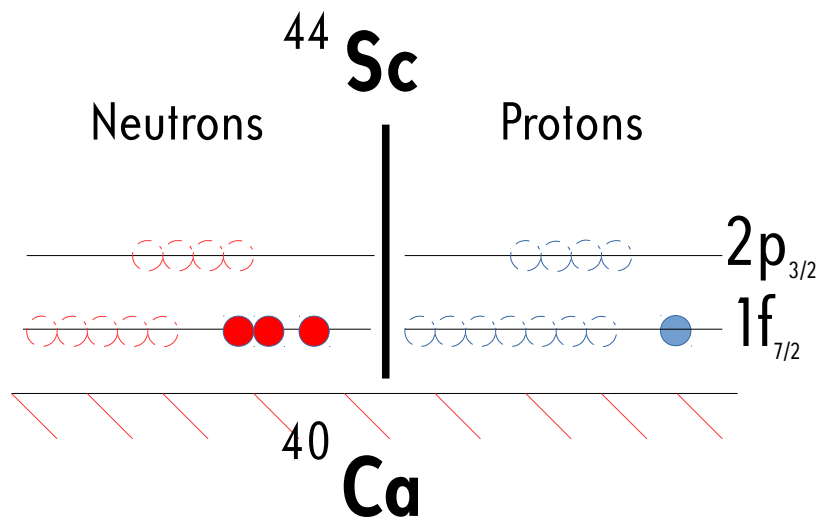
-Neutrons = 23

.Moment angulaire :  $J_n=7/2$

.Parité =  $(-1)^{J_n} = -1$

-État fondamental

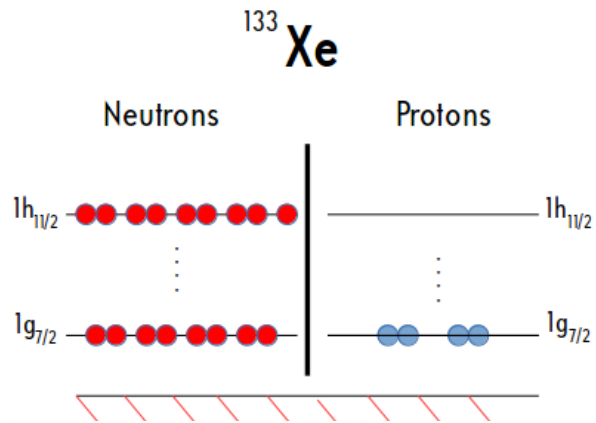
$$(0)^+ < J^\pi < (7)^+$$



# Xénon 133/134

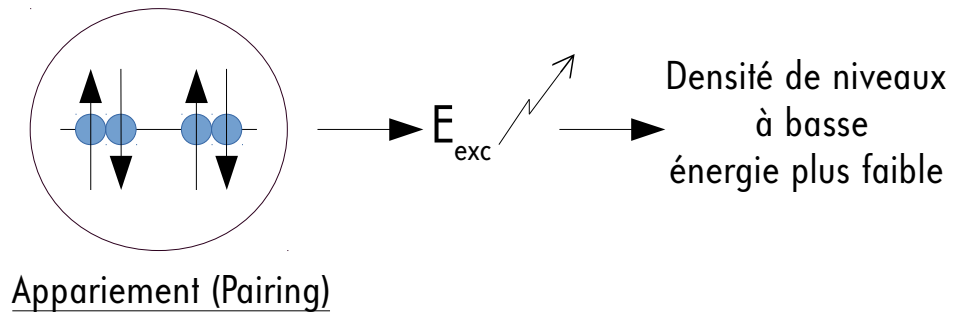
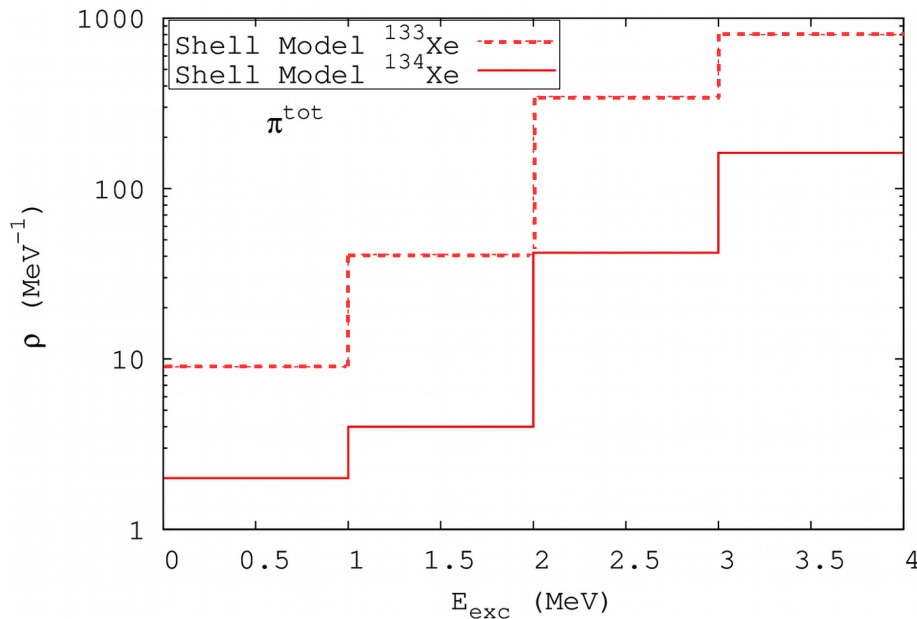
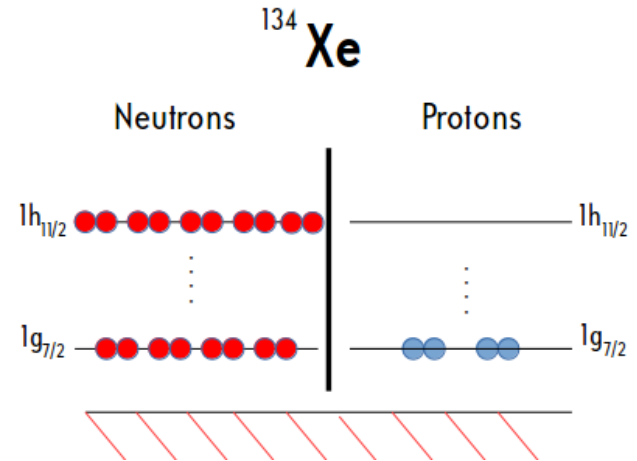
## Xénon 133 ( $^{133}\text{Xe}$ ) :

- Protons = 54
- Neutrons = 79
- Moment angulaire et parité  $J^\pi = (11/2)^-$   
(état fondamental)



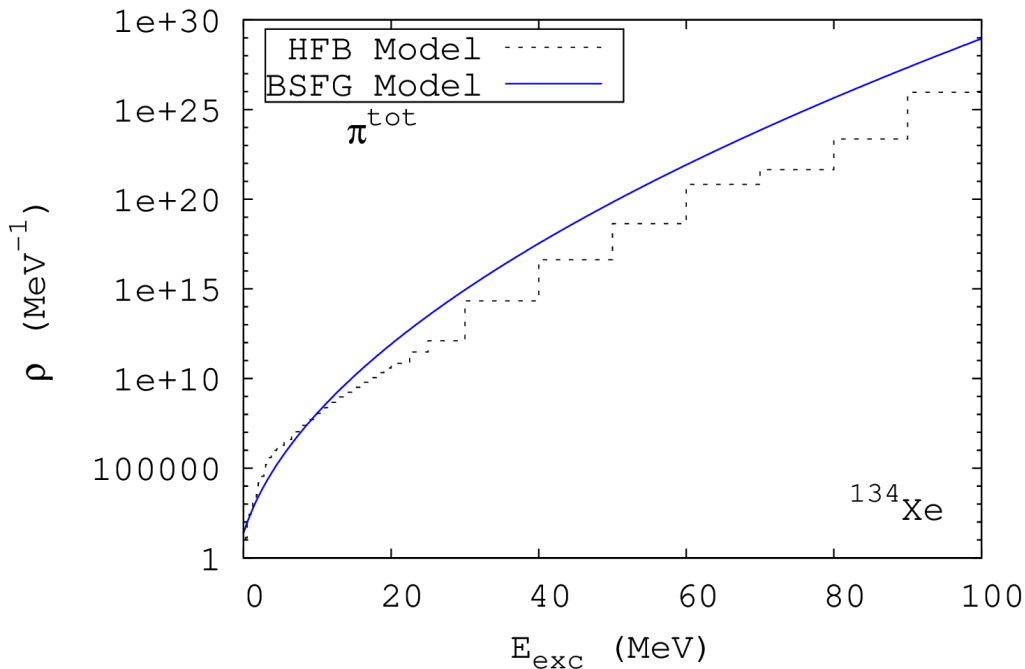
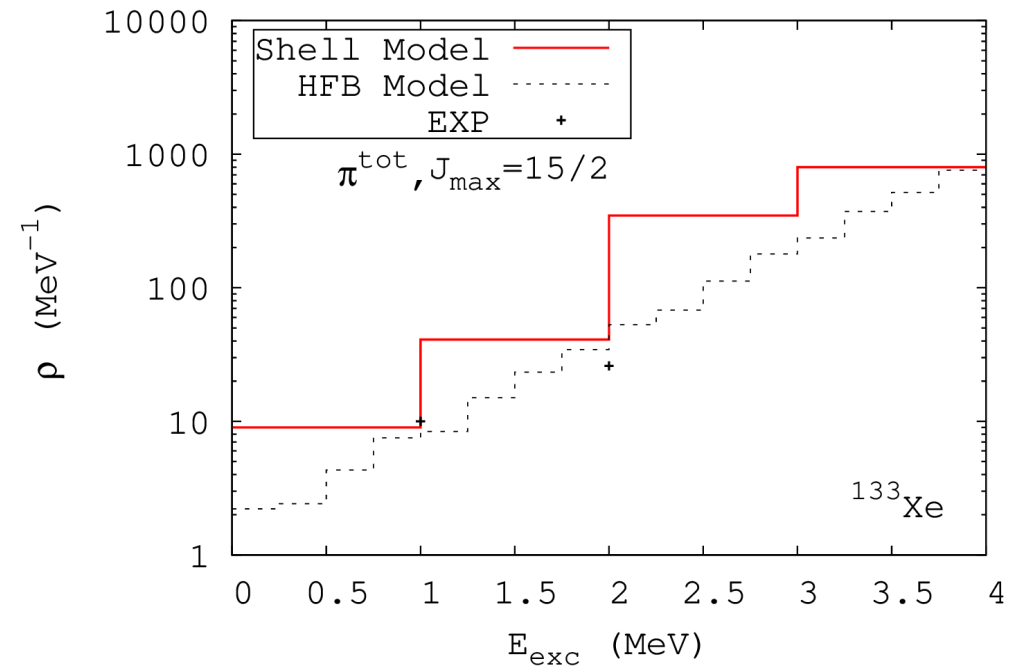
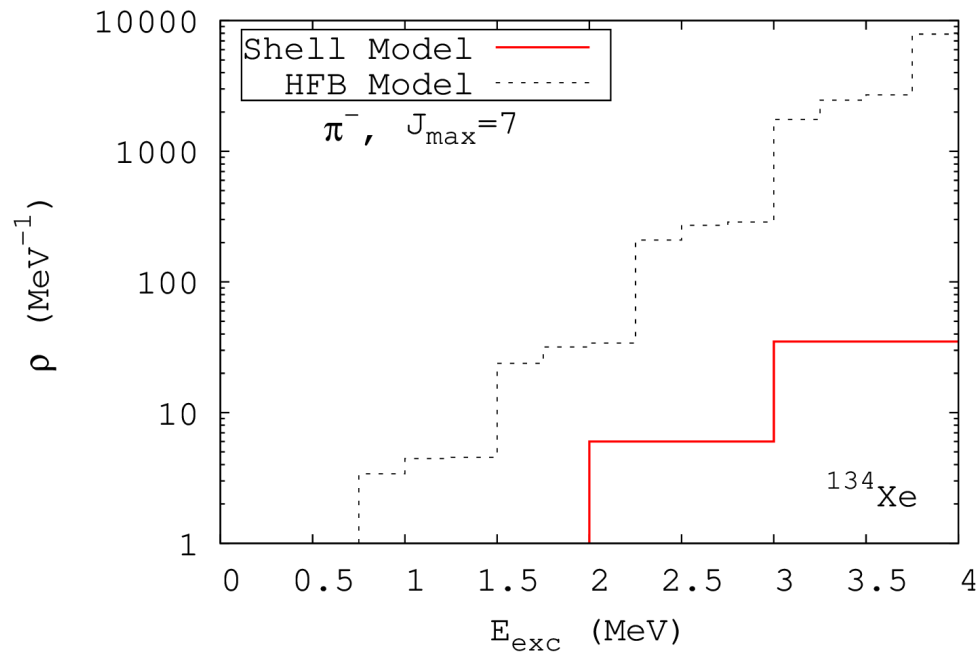
## Xénon 134 ( $^{134}\text{Xe}$ ) :

- Protons = 54
- Neutrons = 80
- Moment angulaire et parité  $J^\pi = 0^+$   
(état fondamental)





# Comparaison des modèles



BSFG :

$$\rho(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{U^{5/4}}$$

$a$  : Level density parameter

$\sigma$  : Spin cut-off

$U=E-\Delta$

$E$  : Energy

$\Delta$  : The backshift parameter

# Conclusion

---

## Densité des niveaux

### Modèles théoriques :

Modèle en couches : basse énergie

Hartree-Fock (et au delà) : haute énergie

Modèle de Fermi (BSFG)

Accord entre les modèles

Cohérence avec les résultats expérimentaux