

# Théorie de la Microscopie à Grille Locale dans une Cavité Ouverte



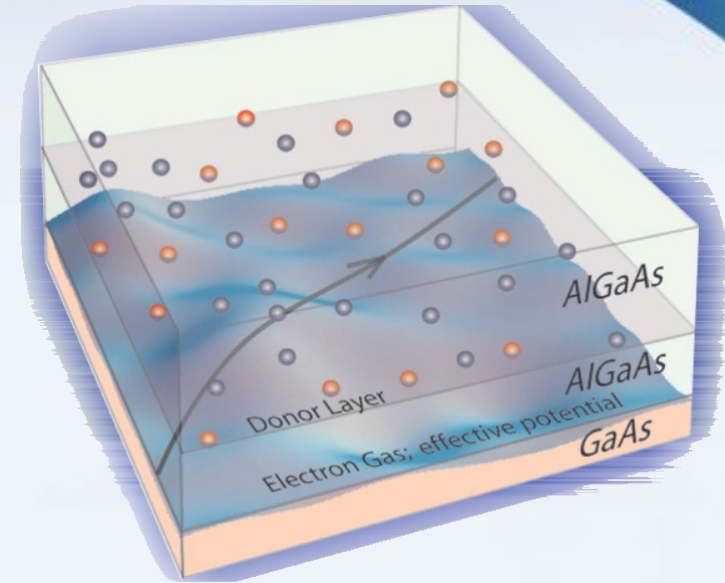
Institut de Physique et Chimie  
des Matériaux de Strasbourg

Équipe de physique quantique mésoscopique

Tuteurs - Guillaume Weick, Dietmar Weinmann

# Microscopie à Grille Locale

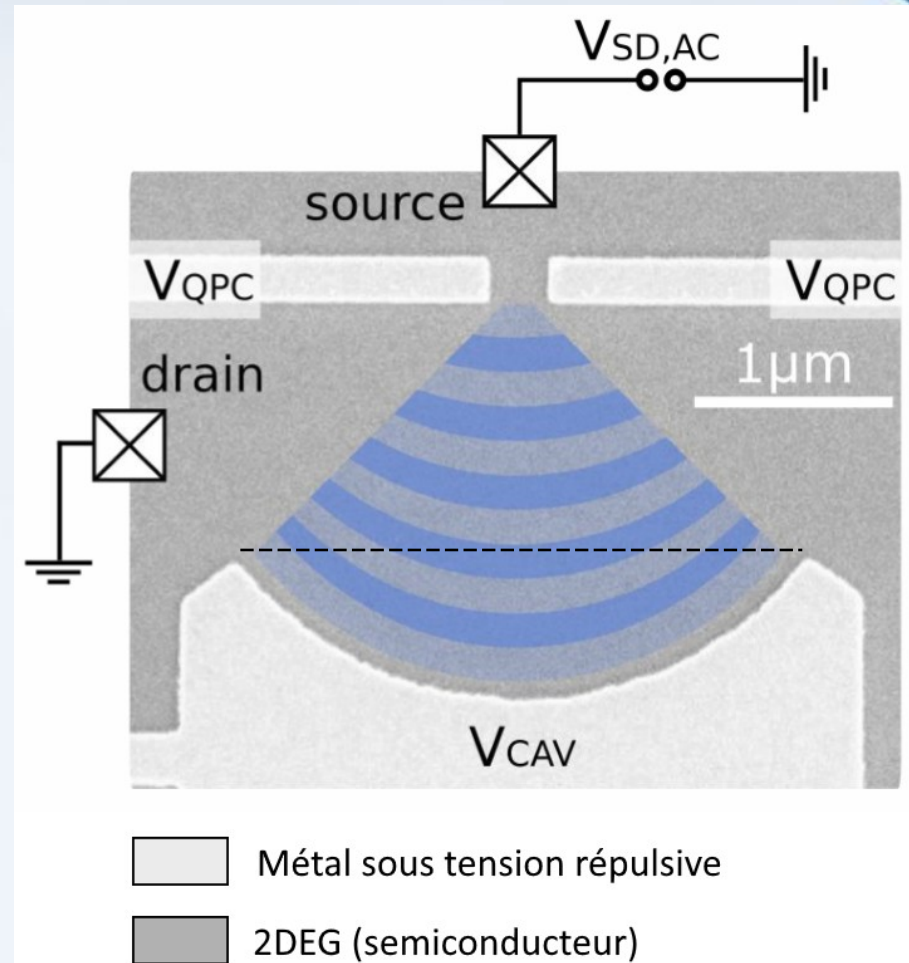
- Physique mésoscopique ( $\lambda_F \ll l \ll \lambda_\phi$ )
- Gaz bidimensionnel d'e- (2DEG)
- Microscopie à Grille Locale (SGM)
  - déplacement AFM (Atomic Force Microscopy)
- Perturbation du système



*Imaging Electron Flow*, Physics Today Decembre 2003, M. A. Topinka et al.

# Dispositif Expérimental

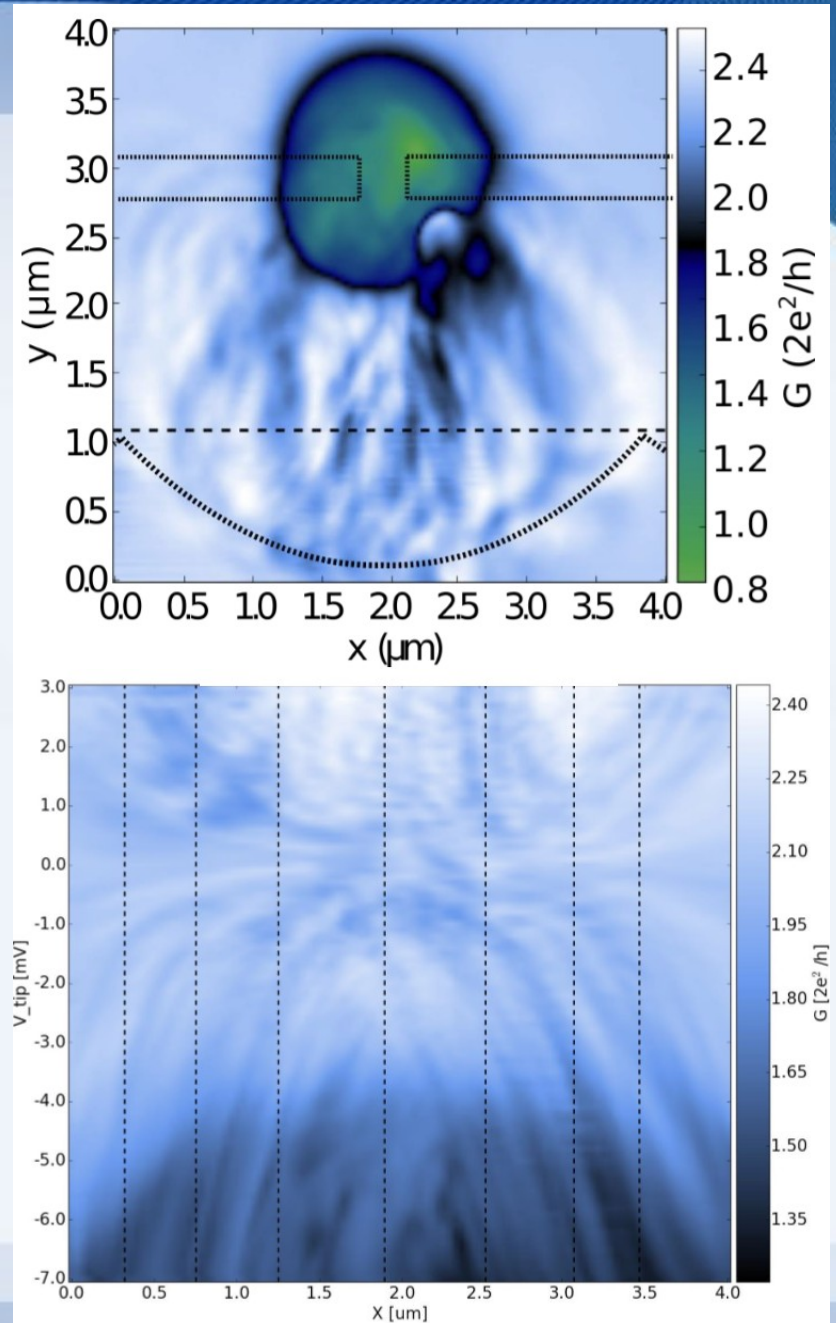
- ETH Zürich
- Recherche de dispositifs pour la compréhension du transport quantique
- Cavité Ouverte
  - Miroir
  - QPC
- Longueurs caractéristiques (à 4 mK) :
  - $\lambda_\phi \approx$  dizaines de  $\mu\text{m}$
  - $\lambda_F \approx$  dizaines de nm
  - $\lambda \approx$  dizaines de  $\mu\text{m}$



*Tip-potential influence on the cavity modes, Carolin Gold, Thomas Ihn, Klaus Ensslin*

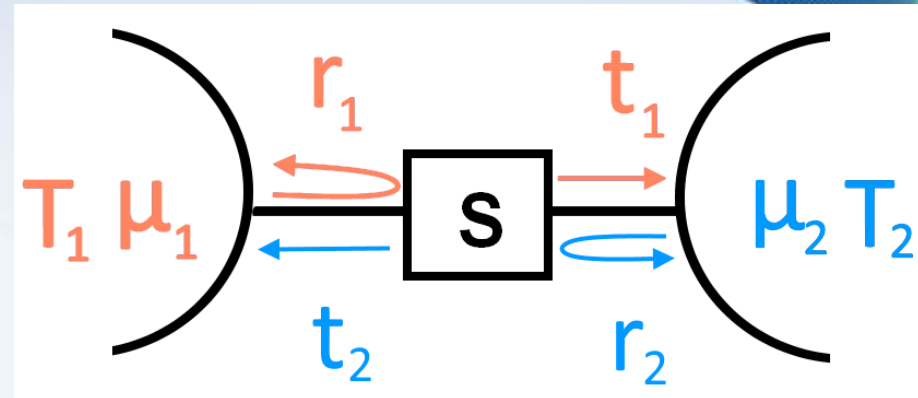
# Résultats expérimentaux

- Dépendance de la conductance en  $\vec{r}_p$   
(à  $V_p = -1V$  et  $z_p = 80$  nm)
- Potentiellement un phénomène quantique



# Approche de Landauer

- Électrodes → Réservoirs macroscopiques à l'équilibre ( $T_i, \mu_i$ )



- Jonctions idéales

- Système quantique définie par la matrice de Diffusion

$$S = \begin{pmatrix} r_1 & t_2 \\ t_1 & r_2 \end{pmatrix}$$

par conservation du courant  $r_1 = -r_2$  et  $t_1 = t_2$

- $I_{i \rightarrow j} = 2 \int_0^\infty dE \rho(E) f_i(E) v(E) T(E)$

$$v(E) = \sqrt{2E/m} \quad \rho(E) = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{m}{2E}} \quad f_i(E) \lim_{\substack{T \rightarrow 0 \\ V \rightarrow 0}} \Theta(\mu_i - E)$$



# Approche de Landau

- Conductance,

$$G = \frac{2e^2}{h} T(E_F)$$

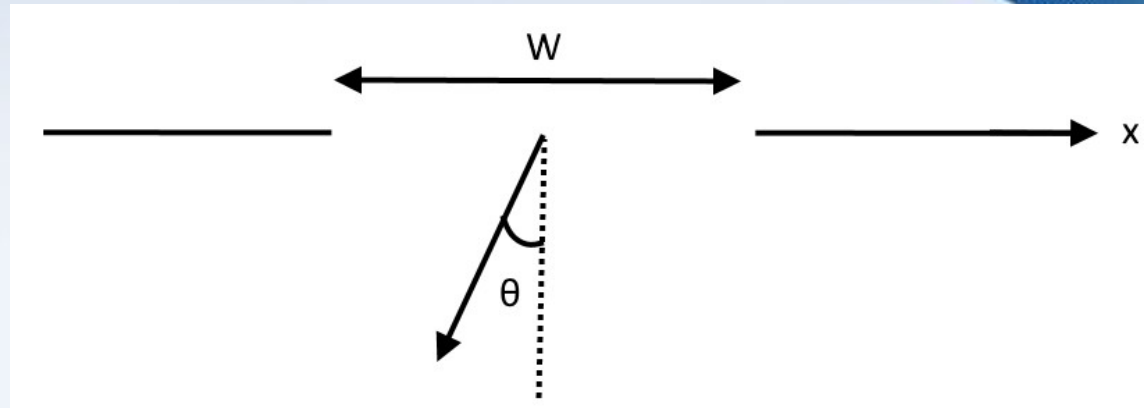
- Transmission,

$$T = \frac{1}{2W} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \cos(\theta) \int_{-W/2}^{W/2} f(x, \theta) dx$$

- Approximations,

– discrétisation

–  $T = \frac{\#M_T}{M_T}$



*Classical and quantum ballistic-transport anomalies in microjunctions*, Physical Review B, 13 November 1991, H. U. Baranger, D. P. DiVincenzo, R. A. Jalabert et A. D. Stone

# Hamiltonien du système

- $H = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + V(r)$

- $H = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \underbrace{\frac{L^2}{2mr^2} + V(r)}_{V_{eff}}$

- $\dot{V}_{eff} < 0$  éventuellement pathologique

# Modélisation du Potentiel de la Pointe

- Potentiel approximé Lorentzienne

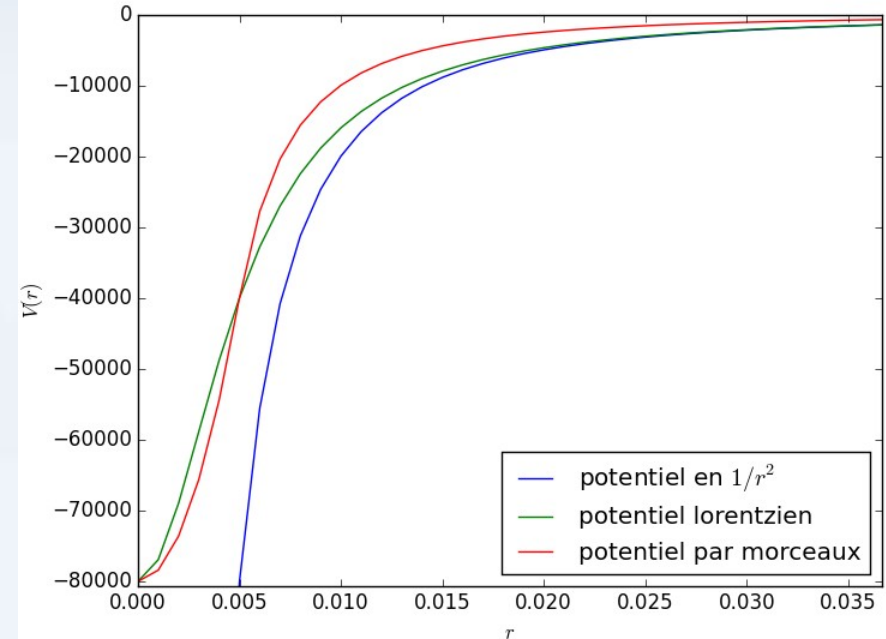
- Approximation : potentiel en  $\frac{1}{r^2}$ 
  - divergence en 0  $\rightarrow$   
trajectoire singulière

- Potentiel harmonique pour attractif  
et  $r \approx 0 \rightarrow r < r^*$

- Potentiel aux bords

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dans la cavité} \\ -\infty & \text{hors de la cavité} \end{cases}$$

- Autres potentiels (ions, e - e- sont négligés)





# Trajectoires dans un potentiel en $\frac{1}{r^2}$

- $r(t) = \sqrt{\frac{2E}{m}(t - t_0)^2 + 2(t - t_0)r_0\dot{r}_0 + r_0^2}$

- $\dot{\theta}(t) = \frac{L}{mr^2}$

- $\theta(t) = \theta_0 + \frac{L}{r_0 m} \frac{1}{\sqrt{\frac{2E}{m} - \dot{r}_0^2}} \left( \text{atan} \left( \frac{\frac{2E}{m}(t - t_0) + r_0\dot{r}_0}{r_0\sqrt{\frac{2E}{m} - \dot{r}_0^2}} \right) - cste \right)$

# Trajectoire dans un potentiel par morceaux

- Pour  $r > r^*$ ,  $\text{atan} \rightarrow \text{atanh}$

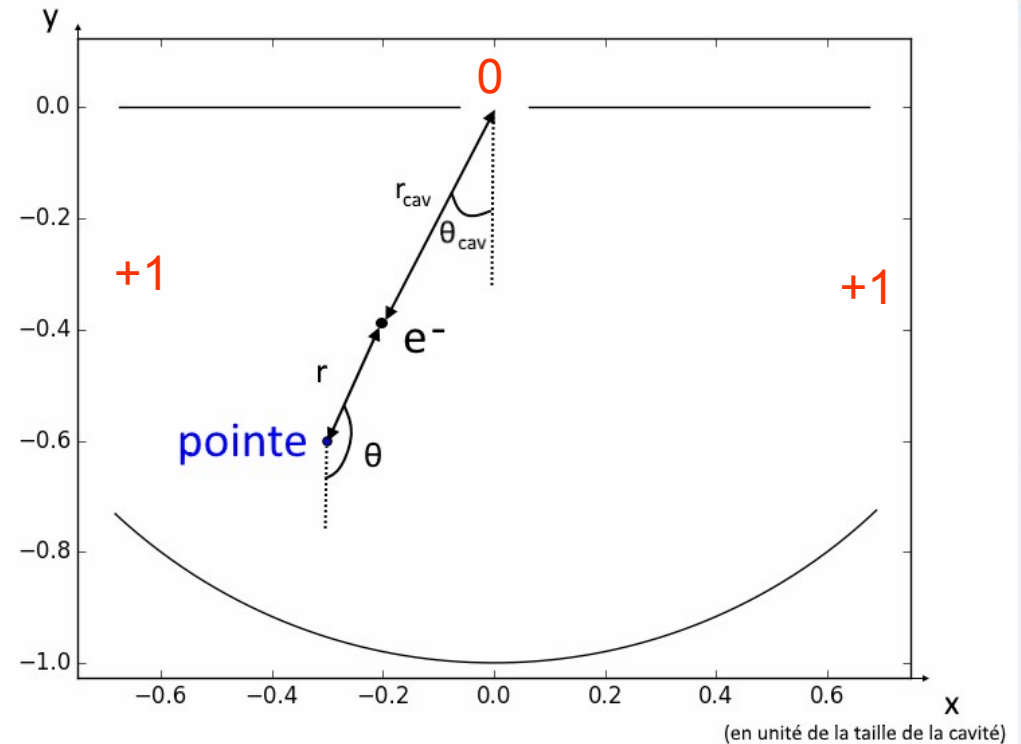
- Avec un potentiel  $V(r) = ar^2 + b$

$$r(t) \approx \sqrt{\cos \sqrt{a}(t - t_0) + cste}$$

$$\theta(t) \approx \theta_0 + \text{sgn}(L) \text{atan} (cste \cdot \tan (\text{acos}(\sqrt{a}(t - t_0) + cste))) + cste$$

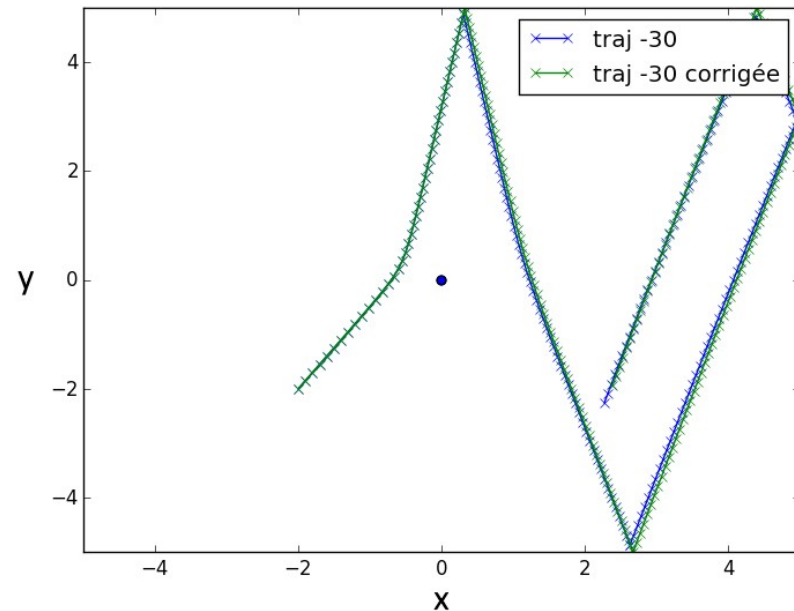
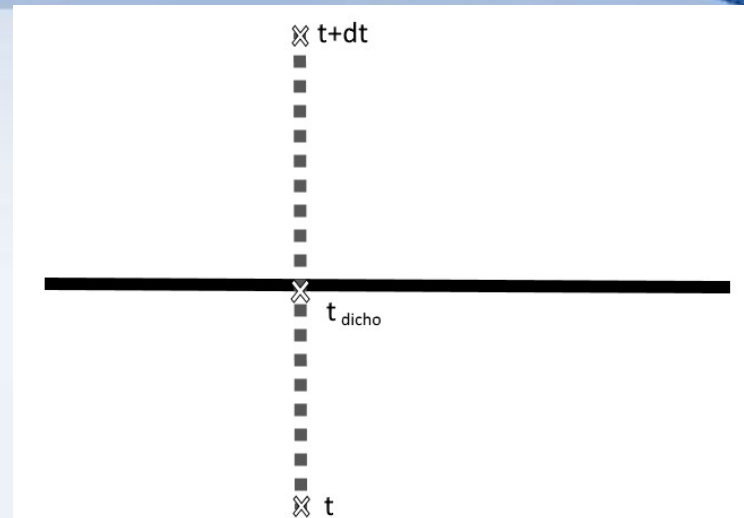
# Implémentation numérique

- Deux repères
- Réflexions spéculaires
- Transmission
- Condition initiales discrètes



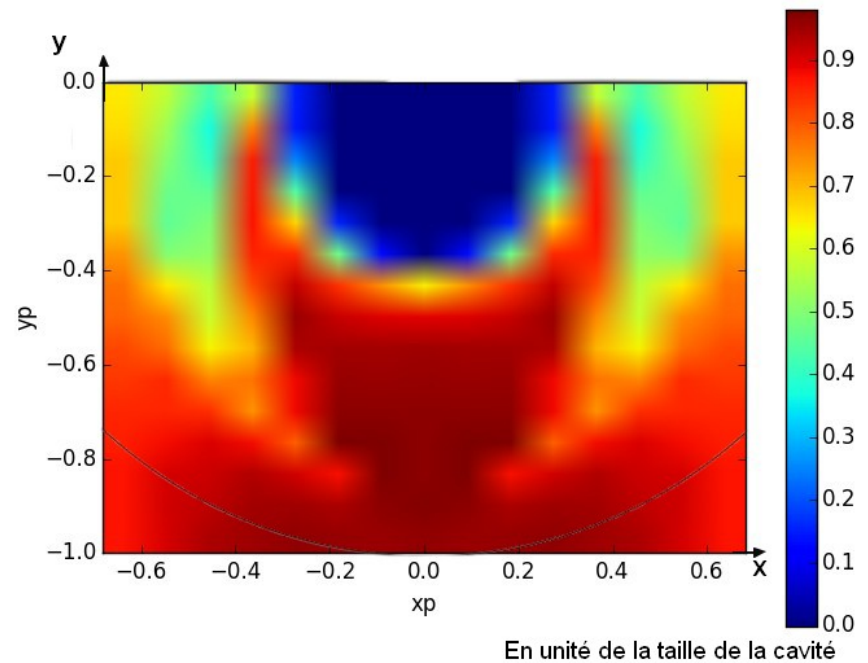
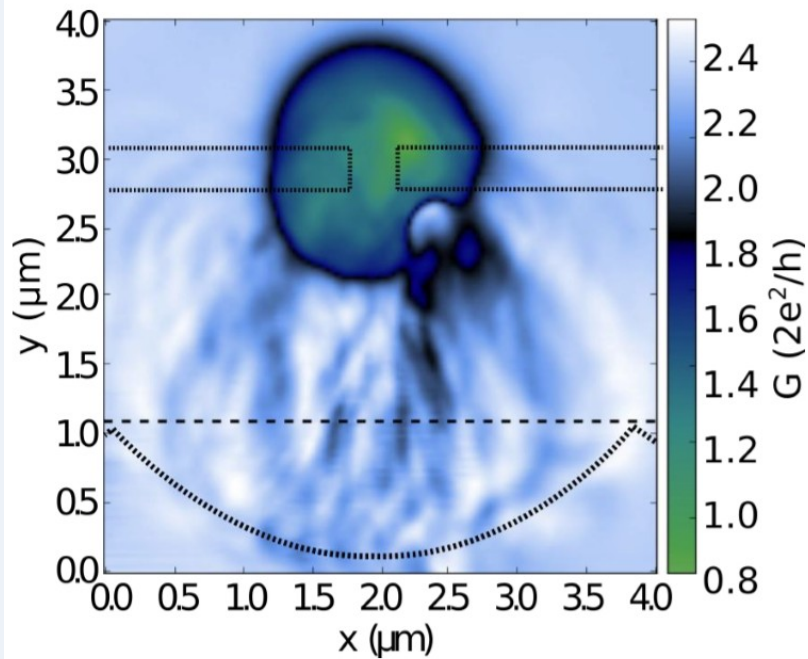
# Complexité numérique

- Optimisation de  $dt$
- Dichotomie (exponentielle)  
Variation d'un ordre de grandeur
  - Quelques 10<sup>ièmes</sup> de ms
  - Quelques % d'erreur



$$G(x_p, y_p)$$

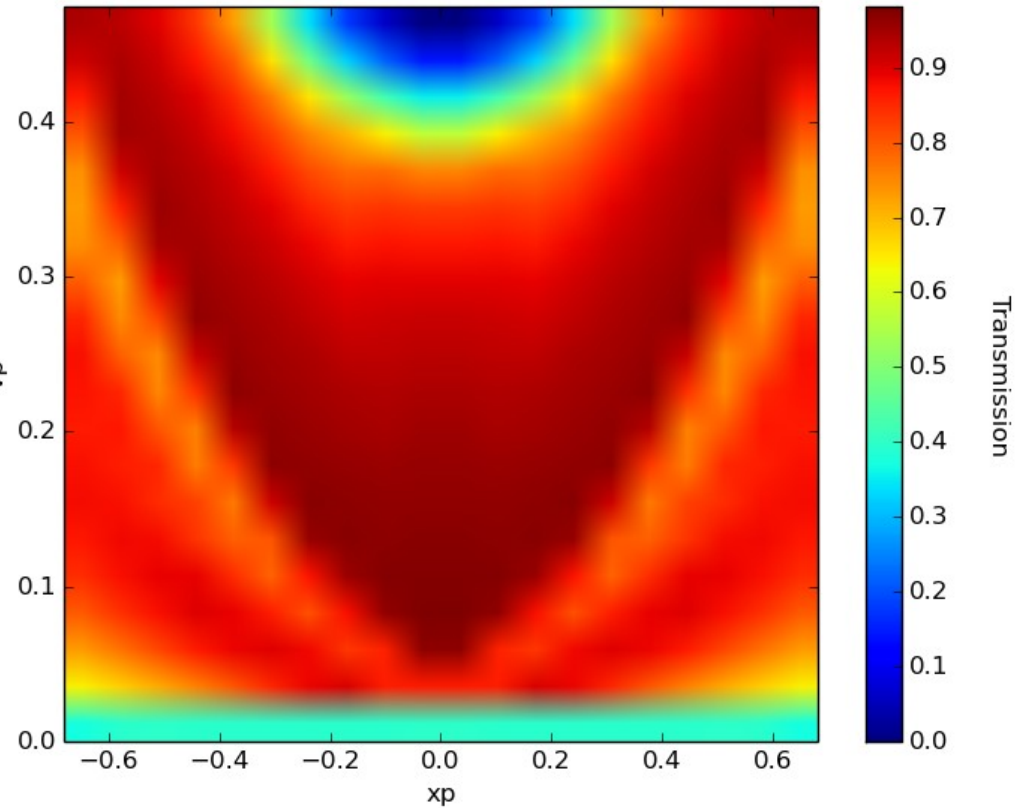
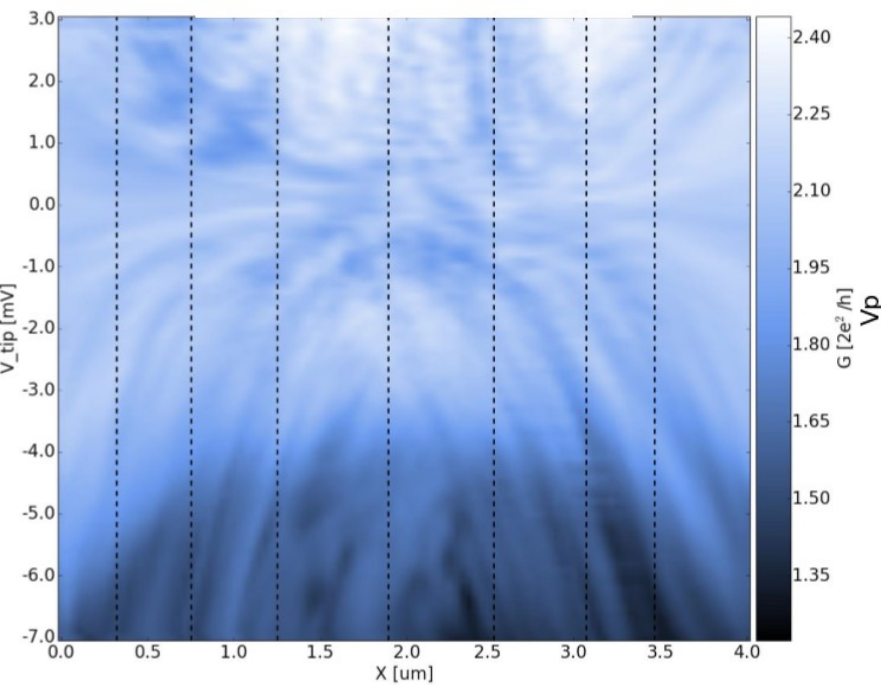
- Résultats qualitativement similaires
- Différences notables → désordre (impuretés)
- Pas de résultat quantitatif





$$G(x_p, V_p)$$

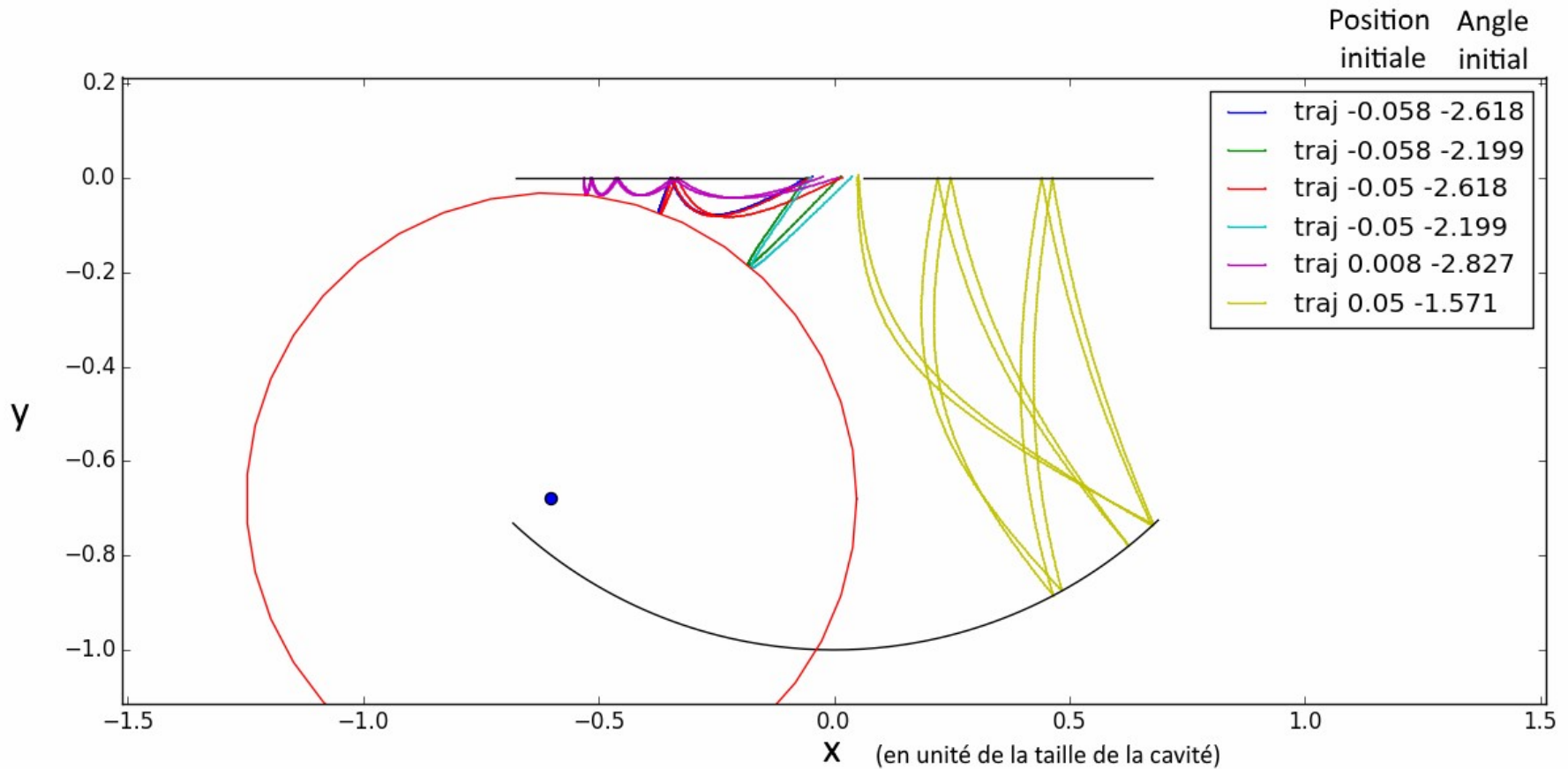
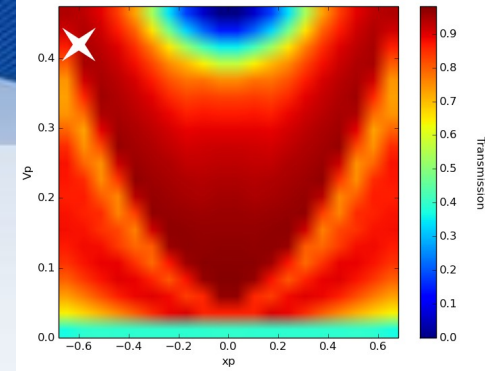
- Résultats qualitativement satisfaisant (paraboles)
- Pas de résultat quantitatif





# Trajectoires non transmises

- Caractéristiques :
  - grand nombre de réflexions
  - rayon minimal d'approche

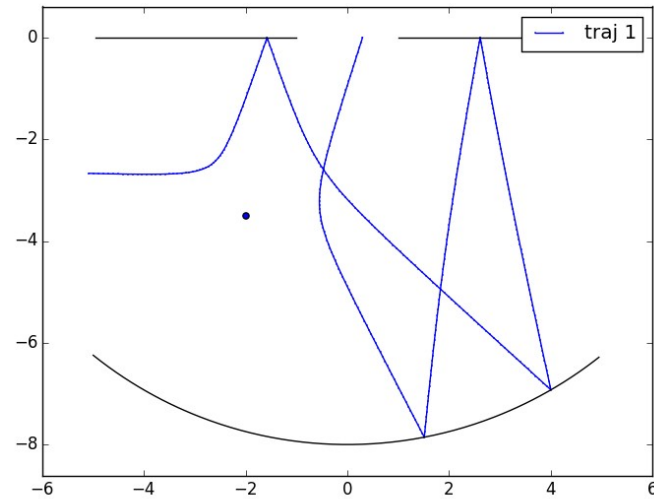


# Conclusion

- Résultat classiques → explication qualitative
- Pas de résultat quantitatifs
- Ouverture : implémentation du cas répulsif, prise en compte (numérique) du désordre

# Allure des trajectoires

- Répulsif



- Liée

