

Soutenance de stage

Le potentiel gravitationnel de la galaxie et la distribution de matière noire

De Meira Théophile

Mougin Jonathan

Sous la tutelle de Bienaymé Olivier



Introduction

Objectif : déterminer la répartition de la matière noire dans la Voie Lactée.

- Exploitation des données de Gaïa.
- Etude d'une population d'étoiles homogènes.
- Tracer de leur profil de densité et de dispersion de vitesse.

I) Sélection stellaire

- 1) Le Centre de Données de Strasbourg
- 2) Diagrammes Hertzsprung-Russel
- 3) Sélection de la zone d'étude
- 4) Processus de sélection

II) Etude de la sélection stellaire

- 1) Profil de densité
- 2) Profil de la dispersion de vitesse

III) Théorie de la distribution des étoiles dans la Galaxie

- 1) Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles
- 2) Résolution de l'équation de Boltzmann
- 3) Ajustement de la solution à notre cas

IV) Principe du code

- 1) Méthode du maximum de vraisemblance
- 2) Algorithme MCMC
- 3) Convergence de la méthode

V) Résultats

Le Centre de Données de Strasbourg

Preferences
 max: 50
 HTML Table
 All columns
 Compute
 Distance p
 Position angle θ
 Distance (x,y)
 Galactic
 J2000
 B1950
 Ecl. J2000
 default
 Sort by Distance
 + order -
 No sort
 Position in:
 Sexagesimal
 Decimal °
 Truncated prec.
 Mirrors
 CDS, France

Simple Constraint List Of Constraints Submit Reset All

Query by Constraints applied on Columns (Output Order: ● + ○ -)

Standard ● Original ○

Show	Sort	Column	Clear	Constraint	Explain (UCD)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	DR2Name		(char)	Unique source designation (unique across all Data Releases) (Gaia DR2 NNNNNNNNNNNNNNNNNNN) (designation) (Note 1) (meta.id)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RA_ICRS		deg	(i) Barycentric right ascension (ICRS) at Ep=2015.5 (ra) (pos.eq.ra;meta.main)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	e_RA_ICRS		mas	Standard error of right ascension (e_RA*cosDE) (ra_error) (stat.error;pos.eq.ra)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	DE_ICRS		deg	(i) Barycentric declination (ICRS) at Ep=2015.5 (dec) (pos.eq.dec;meta.main)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	e_DE_ICRS		mas	Standard error of declination (dec_error) (stat.error;pos.eq.dec)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	SolID			Solution Identifier (solution_id) (Note G1) (meta.id;meta.version)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	Source			(i) Unique source identifier (unique within a particular Data Release) (source_id) (Note G2) (meta.id;meta.main)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RandomI			(i) Random index used to select subsets (random_index) (Note 2) (meta.code)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	Epoch		yr	[2015.5] Reference epoch (ref_epoch) (meta.ref;time.epoch)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	Plx	>0.5 & <5	mas	(n)(i) Absolute stellar parallax (parallax) (pos.parallax)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	e_Plx	<0.01	mas	(n)(i) Standard error of parallax (parallax_error) (stat.error;pos.parallax)
<input type="checkbox"/> indicates a possible blank or NULL column (i) indexed column Submit					
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RPlx			(n)(i) Parallax divided by its error (parallax_over_error) (arith.ratio)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	pmRA		mas/yr	(n)(i) Proper motion in right ascension direction (pmRA*cosDE) (pmra) (Note 3) (pos.pm;pos.eq.ra)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	e_pmRA		mas/yr	(n) Standard error of proper motion in right ascension direction (pmra_error) (stat.error;pos.pm;pos.eq.ra)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	pmDE		mas/yr	(n)(i) Proper motion in declination direction (pmdec) (Note 4) (pos.pm;pos.eq.dec)
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	e_pmDE		mas/yr	(n) Standard error of proper motion in declination direction (pmdec_error) (stat.error;pos.pm;pos.eq.dec)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RADEcor			Correlation between right ascension and declination (ra_dec_corr) (stat.correlation;pos.eq.ra;pos.eq.dec)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RAPlxcor			(n) Correlation between right ascension and parallax (ra_parallax_corr) (stat.correlation;pos.eq.ra;pos.parallax)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RAPmRAcor			(n) Correlation between right ascension and proper motion in right ascension (ra_pmra_corr) (stat.correlation;pos.eq.ra;pos.pm)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	RAPmDEcor			(n) Correlation between right ascension and proper motion in declination (ra_pmdec_corr) (stat.correlation;pos.eq.ra;pos.pm)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	DEPlxcor			(n) Correlation between declination and parallax (dec_parallax_corr) (stat.correlation;pos.eq.dec;pos.parallax)
<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/>	DEpmRAcor			(n) Correlation between declination and proper motion in right ascension (dec_pmra_corr) (stat.correlation;pos.eq.dec;pos.pm)

Catalogue Visier

$$m - M = 5 \log(D) - 5$$

Formule liant la distance à la magnitude

Diagrammes de Hertzsprung-Russel

- Classification des étoiles par diagramme de Hertzsprung-Russel
- Quelles étoiles nous intéressent ?
- Pourquoi les Red Clump ?

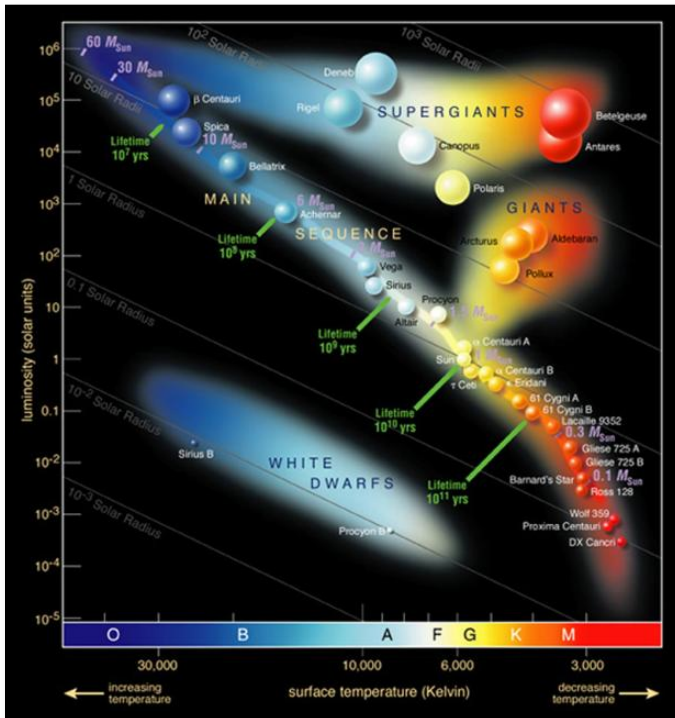
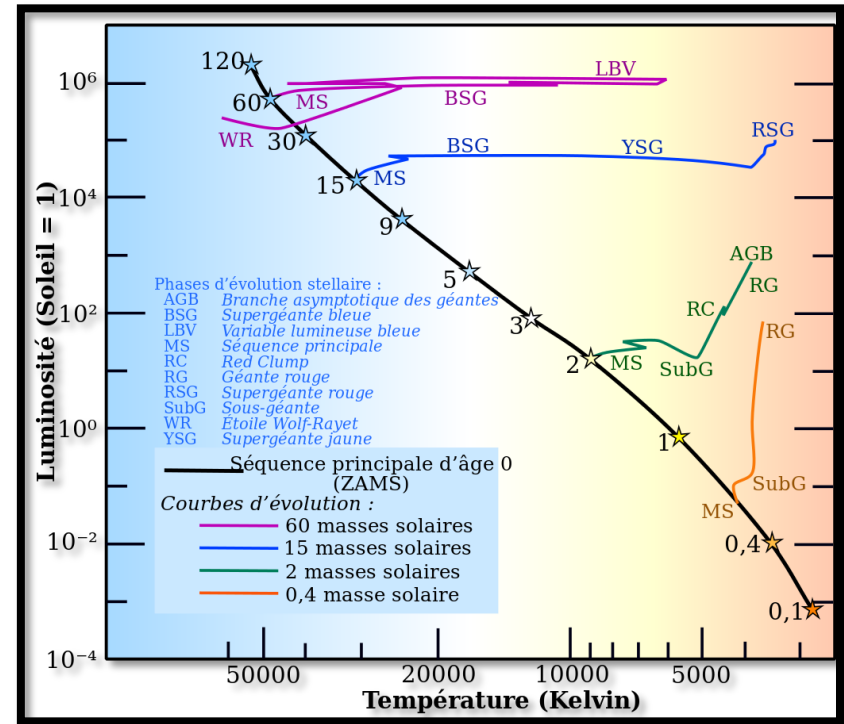
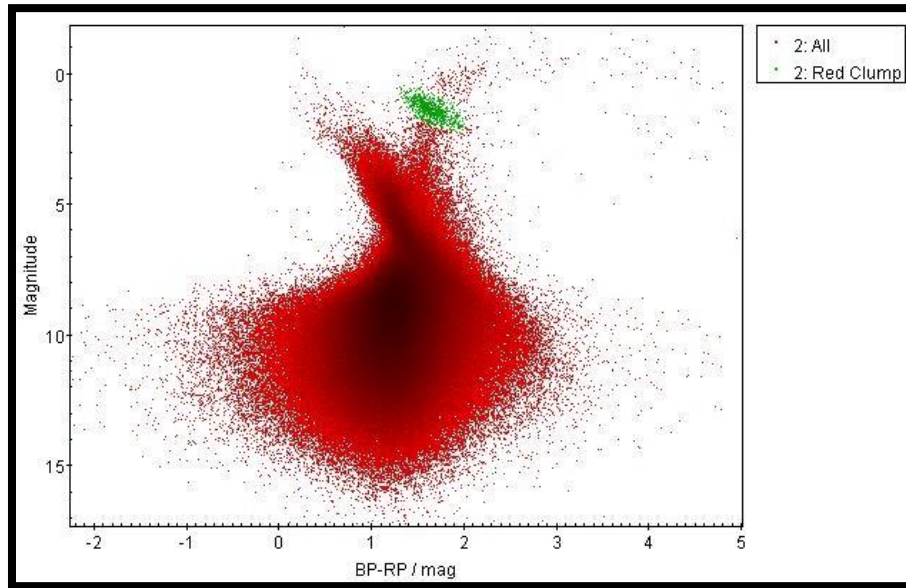


Diagramme HR

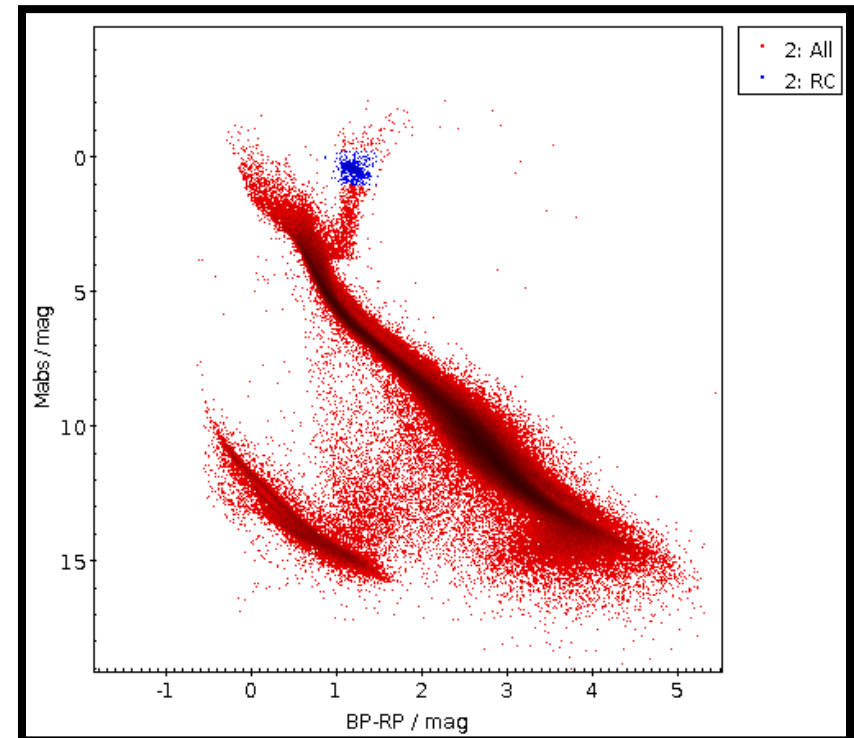


Zone des Red Clump sur un diagramme HR

- Diagrammes HR avec les données de Gaïa :



Ensemble des étoiles entre 200 et 2000 pc au Sud du plan Galactique



Ensemble des étoiles entre 200 et 2000 pc au Nord du plan Galactique

Sélection de la zone d'étude

- On souhaite sélectionner les Red Clump dans un cône à une distance entre 200 et 2000 pc du plan galactique sous un angle de 25° .
- Sélection des données sur le catalogue.

	Nord	Sud
Intervalle de distance (pc)	[184,7 ; 1984,7]	[215,3 ; 2015,3]
α (degrés)	[65 ; 90]	[-65 ; -90]
Indice de couleur (B-R)	[0,96 ; 1.5]	[0,96 ; 1.5]
Magnitude absolue	[-0,5 ; 1]	[-0,5 ; 1]

Table des critères de sélection

	Nord	Sud
Plx	[0,50385449 ; 5,14118517]	[0,49620404 ; 4,64468184]
Gmag	[6,205 ; 12,505]	[6,205 ; 12,505]
BP-RP	[1 ; 1,5]	[1 ; 1,5]
RV	> -1000	> -1000
GLAT	[65 ; 90]	[-65 ; -90]

Table des critères brut

- Tri spatial des étoiles récupérées : limite supérieure du cône et distance du Soleil au plan galactique.

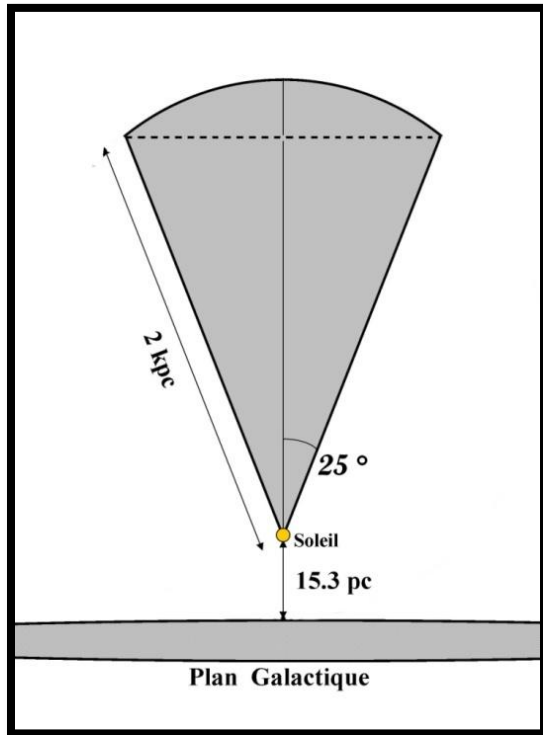


Schéma du cône de sélection

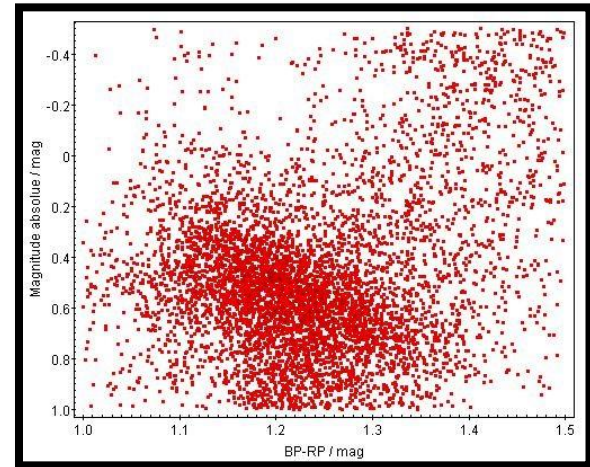


Diagramme HR de la sélection Sud

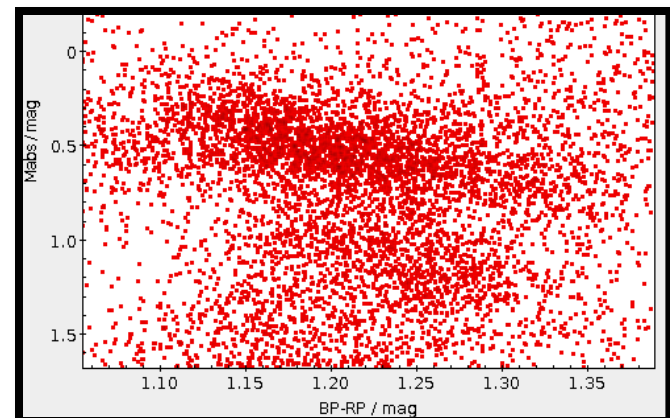


Diagramme HR de la sélection Nord

	Nord	Sud
Altitude maximale (pc)	1797,3	-1828,3
Nombre d'étoiles	4824	2644

Table récapitulative des grandeurs Nord/Sud

I) Sélection stellaire

- 1) Le Centre de Données de Strasbourg
- 2) Diagrammes Hertzsprung-Russel
- 3) Sélection de la zone d'étude
- 4) Processus de sélection

II) Etude de la sélection stellaire

- 1) Profil de densité
- 2) Profil de la dispersion de vitesse

III) Théorie de la distribution des étoiles dans la Galaxie

- 1) Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles
- 2) Résolution de l'équation de Boltzmann
- 3) Ajustement de la solution à notre cas

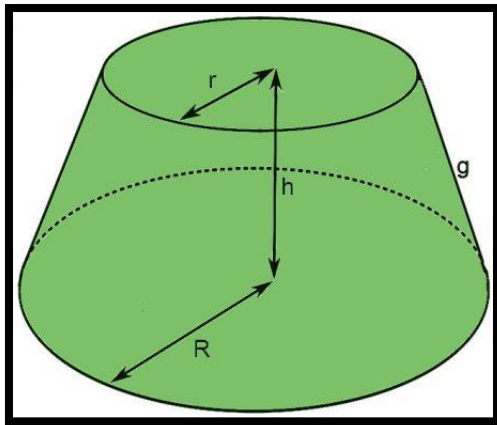
IV) Principe du code

- 1) Méthode du maximum de vraisemblance
- 2) Algorithme MCMC
- 3) Convergence de la méthode

V) Résultats

Profil de densité

- Principe du tracé : on découpe le cône en sections de même hauteur et on compte le nombre d'étoiles par section.



Tronc de cône

$$V = \frac{h\pi}{3}(r^2 + R^2 + rR)$$

Volume du tronc de cône

$$\rho(z) = \frac{N_{section}}{V_{section}}$$

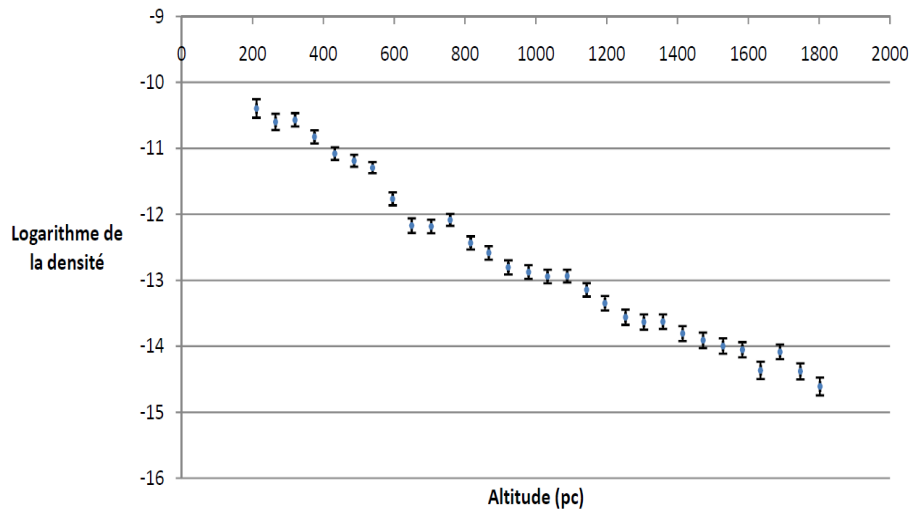
Calcul de la densité

$$\Delta\rho = \frac{\sqrt{N_{section}}}{V_{section}}$$

Incertitude sur la densité

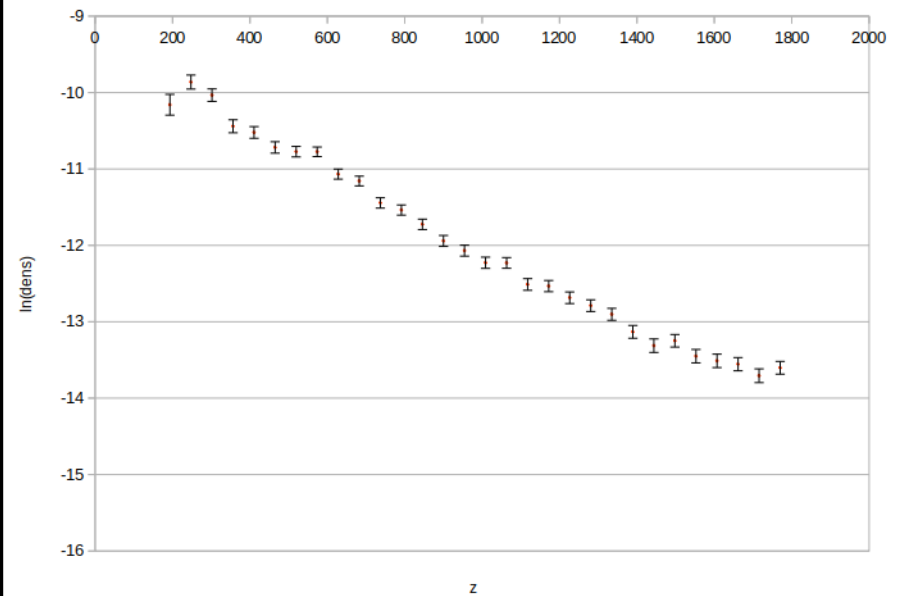
Tracer des densités des deux parts du plan galactique.

Logarithme de la densité d'étoiles en fonction de l'altitude (Sud avec vitesses)



Densité d'étoiles au Sud de la Galaxie

$\ln(\text{density}) = f(z)$



Densité d'étoiles au Nord de la Galaxie

Profil de la dispersion de vitesse

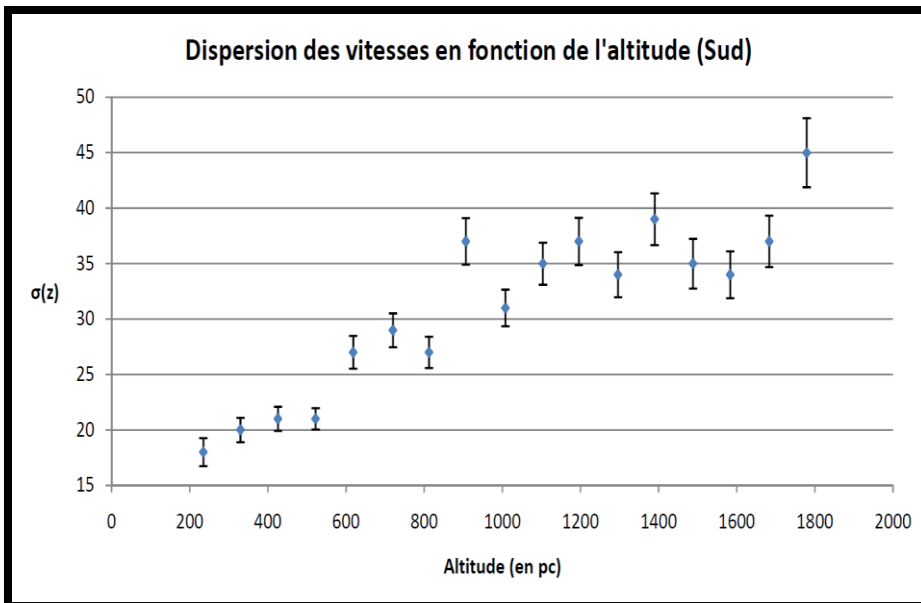
- Principe du tracé : on découpe le cône en sections de même hauteur et on calcule la dispersion de vitesses de chaque section.

$$\sigma(z) = \sqrt{\frac{1}{N_{section}} \sum_{i=1}^{N_{section}} (w_i - \bar{w})^2}$$

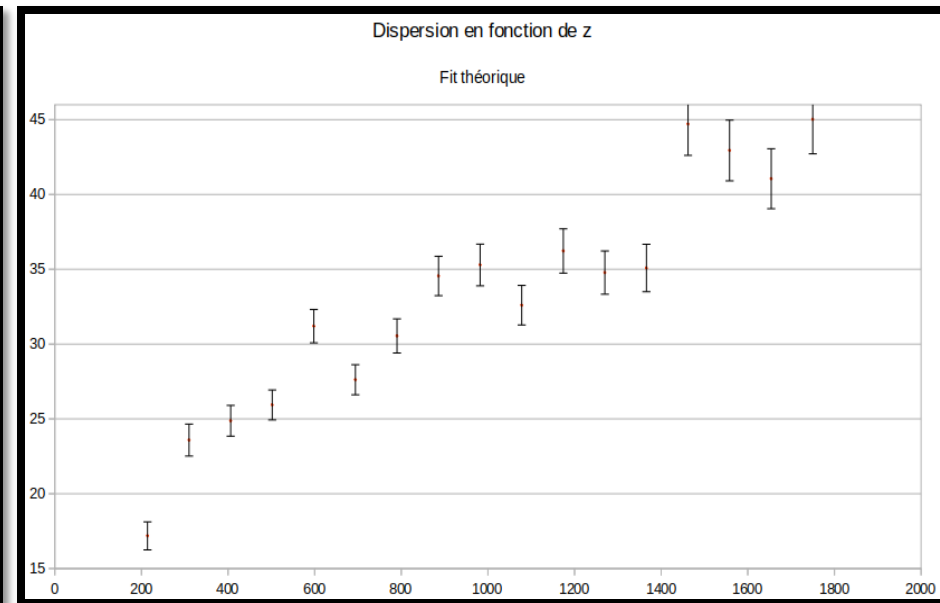
Formule de la dispersion

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2N_{section}}}$$

Incertitude sur la dispersion



Dispersion des vitesses pour le Sud



Dispersion des vitesses pour le Nord

I) Sélection stellaire

- 1) Le Centre de Données de Strasbourg
- 2) Diagrammes Hertzsprung-Russel
- 3) Sélection de la zone d'étude
- 4) Processus de sélection

II) Etude de la sélection stellaire

- 1) Profil de densité
- 2) Profil de la dispersion de vitesse

III) Théorie de la distribution des étoiles dans la Galaxie

- 1) Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles
- 2) Résolution de l'équation de Boltzmann
- 3) Ajustement de la solution à notre cas

IV) Principe du code

- 1) Méthode du maximum de vraisemblance
- 2) Algorithme MCMC
- 3) Convergence de la méthode

V) Résultats

Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles

- Etoiles assimilées à des particules dans un gaz

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{u}} f$$

Equation de Boltzmann

- Ne se rencontrent pas
- Régime stationnaire
- Coordonnées et vitesses selon l'axe perpendiculaire au plan galactique

$$w \frac{\partial f(z, w)}{\partial z} - \frac{\partial \Phi(z)}{\partial z} \frac{\partial f(z, w)}{\partial w} = 0$$

Equation de Boltzmann stationnaire sans collisions

Résolution de l'équation de Boltzmann

$$f(z, w) = \frac{\rho_0}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{E}{\sigma^2}\right)$$

Solution isotherme de l'équation de Boltzmann

$$E = \frac{1}{2}w^2 + \Phi(z)$$

Energie d'une étoile

$$\Phi(z) = 2\pi G \left(\Sigma_D (\sqrt{z^2 + D^2} - D) + \rho_{DM} z^2 \right)$$

Potentiel gravitationnel de la Galaxie

Fonction ajustée à notre cas

$$f(z, w) = \frac{c_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{E}{\sigma_1^2}\right) + \frac{1-c_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{E}{\sigma_2^2}\right)$$

Fonction de distribution

- On s'intéresse à deux quantités :

$$n(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z, w) \Omega z^2 dz = z^2 \Omega \left(c_1 \exp\left(-\frac{\Phi(z)}{\sigma_1^2}\right) + (1-c_1) \exp\left(-\frac{\Phi(z)}{\sigma_2^2}\right) \right)$$

Nombre d'étoiles en fonction de l'altitude

$$\rho(z) = \frac{n(z)}{\Omega z^2}$$

Densité d'étoiles

$$n(z)\sigma(z)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} w^2 f(z, w) \Omega z^2 dz = z^2 \Omega \left(c_1 \sigma_1^2 \exp\left(-\frac{\Phi(z)}{\sigma_1^2}\right) + (1-c_1) \sigma_2^2 \exp\left(-\frac{\Phi(z)}{\sigma_2^2}\right) \right)$$

Dispersion des vitesses en fonction de l'altitude

I) Sélection stellaire

- 1) Le Centre de Données de Strasbourg
- 2) Diagrammes Hertzsprung-Russel
- 3) Sélection de la zone d'étude
- 4) Processus de sélection

II) Etude de la sélection stellaire

- 1) Profil de densité
- 2) Profil de la dispersion de vitesse

III) Théorie de la distribution des étoiles dans la Galaxie

- 1) Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles
- 2) Résolution de l'équation de Boltzmann
- 3) Ajustement de la solution à notre cas

IV) Principe du code

- 1) Méthode du maximum de vraisemblance
- 2) Algorithme MCMC
- 3) Convergence de la méthode

V) Résultats

Méthode du maximum de vraisemblance

But : ajuster les paramètres des équations de la densité d'étoiles et de la dispersion des vitesses pour coller aux courbes expérimentales.

- Fabriquer des probabilités :

$$p_n(z) = \frac{n(z)}{N}$$

$$p_\sigma(z) = \frac{\sigma(z)}{W}$$

Probabilités utilisées

$$N = \int_{z_{min}}^{z_{max}} n(z) dz$$

$$W = \int_{z_{min}}^{z_{max}} \sigma(z) dz$$

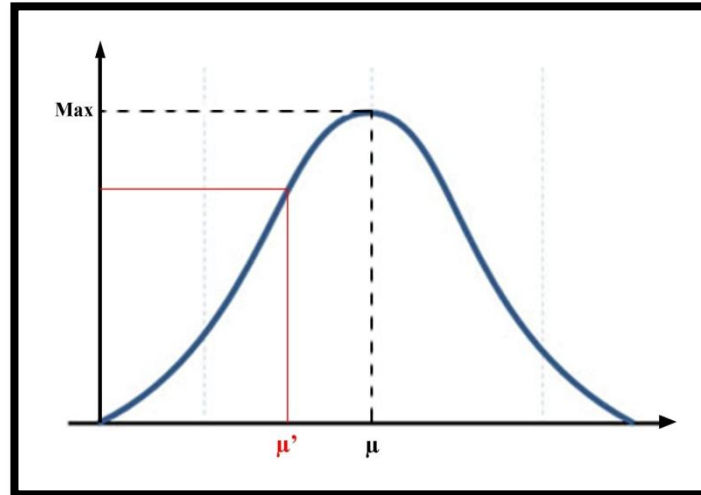
Constantes de normalisation

$$\ln(L) = \sum_{i=1}^{z_{exp}} [\ln(p_n(z_i)) + \ln(p_\sigma(z_i))]$$

Logarithme de la vraisemblance

Algorithme MCMC

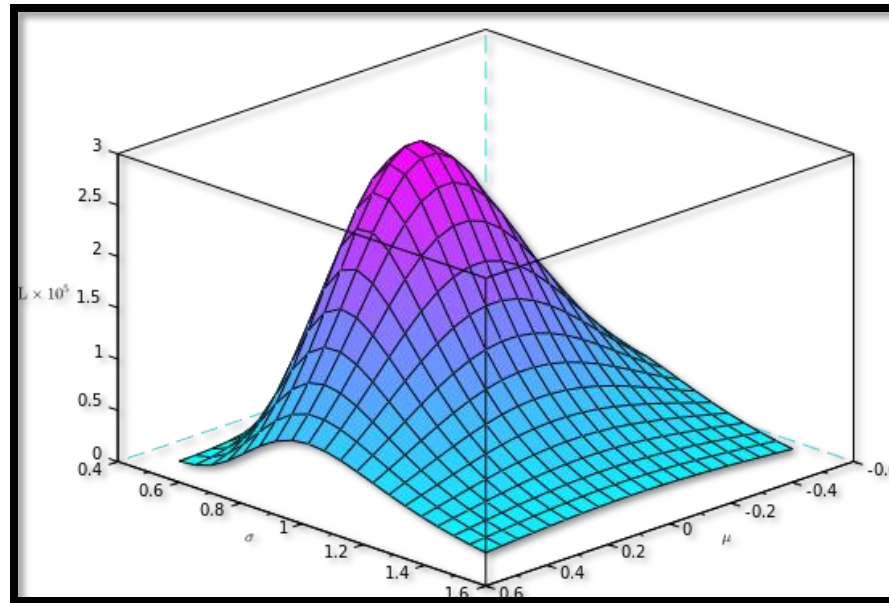
- Faire varier les paramètres à ajuster : MCMC tirage gaussien.



Principe du tirage gaussien

- Calculer la vraisemblance avec les nouveaux paramètres.
- On retient ou non ces nouveaux paramètres :
 - Oui si la vraisemblance est supérieure à la précédente
 - Avec une certaine probabilité sinon

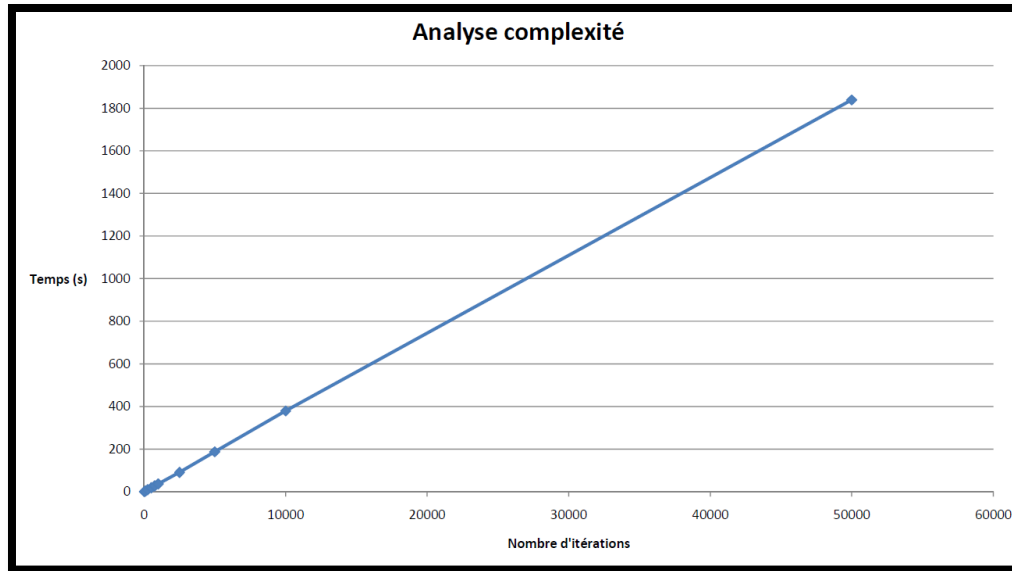
- On cherche le maximum de la vraisemblance et on trouve les paramètres associés.



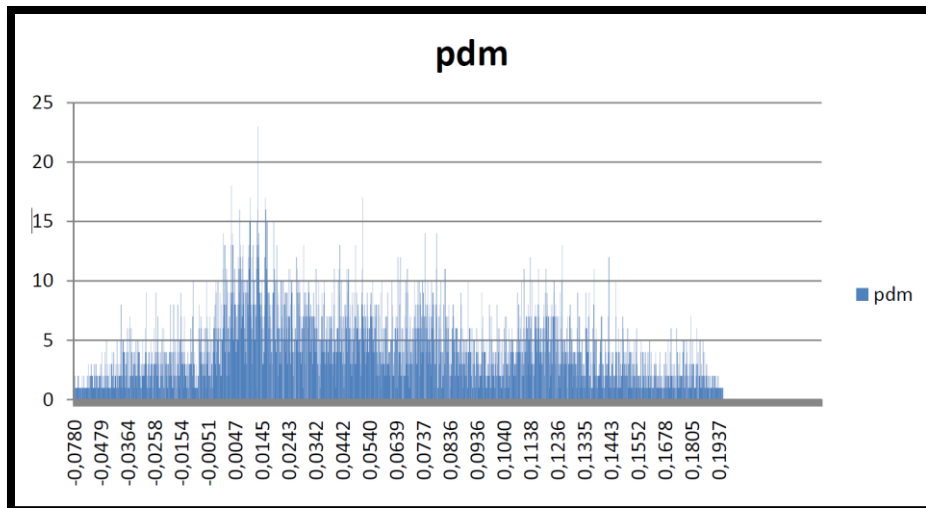
Exemple de maximum de vraisemblance à deux paramètres

- Dans notre cas : espace des phases à 5 dimensions.

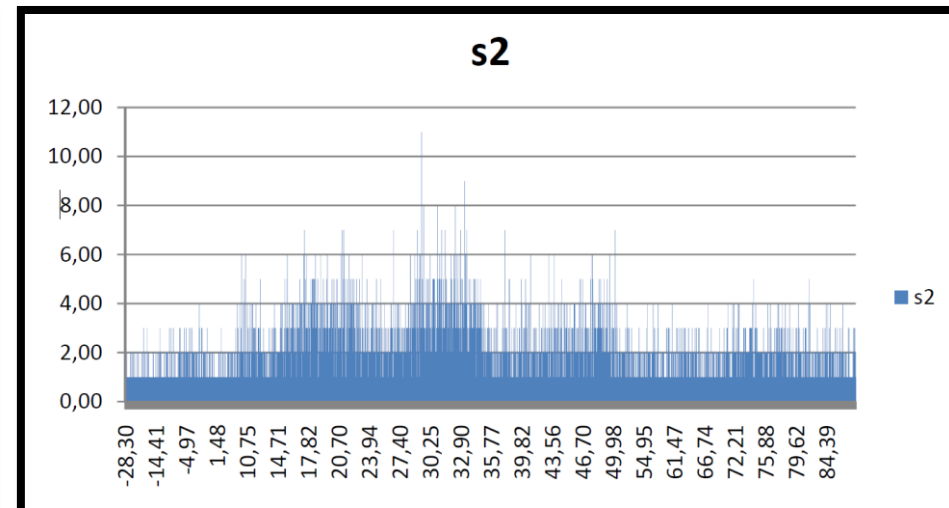
Convergence de la méthode :



Temps d'exécution en fonction du nombre d'itérations



Histogramme d'apparition pour la densité



Histogramme d'apparition pour σ_2

I) Sélection stellaire

- 1) Le Centre de Données de Strasbourg
- 2) Diagrammes Hertzsprung-Russel
- 3) Sélection de la zone d'étude
- 4) Processus de sélection

II) Etude de la sélection stellaire

- 1) Profil de densité
- 2) Profil de la dispersion de vitesse

III) Théorie de la distribution des étoiles dans la Galaxie

- 1) Equation de Boltzmann et dynamique des étoiles
- 2) Résolution de l'équation de Boltzmann
- 3) Ajustement de la solution à notre cas

IV) Principe du code

- 1) Méthode du maximum de vraisemblance
- 2) Algorithme MCMC
- 3) Convergence de la méthode

V) Résultats

- Paramètres initiaux : proches des résultats connus.
- 10 000 itérations.

$$c_1 = 0.5$$

$$\sigma_1 = 20 \text{ km/s}$$

$$\sigma_2 = 40 \text{ km/s}$$

$$\Sigma_D = 40 M_\odot \cdot \text{pc}^{-2}$$

$$\rho_{DM} = 0.01 M_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$$

Paramètres initiaux

$$c_1 = 0.928475 \pm 1.9933$$

$$\sigma_1 = 19.4274 \pm 33.2578 \text{ km/s}$$

$$\sigma_2 = 46.986 \pm 25.9004 \text{ km/s}$$

$$\Sigma_D = 50.7511 \pm 34.9755 M_\odot \cdot \text{pc}^{-2}$$

$$\rho_{DM} = 0.0139585 \pm 0.0587198 M_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$$

Paramètres finaux (Sud)

Paramètre	Variation moyenne
C1	+ - 0.02
σ1	+ - 2
σ2	+ - 2
ΣD	+ - 5
pdm	+ - 0.001

Table de la variation moyenne de chaque paramètre

$$c_1 = 0.676721 \pm 3.36288$$

$$\sigma_1 = 20.5847 \pm 5.53046 \text{ km/s}$$

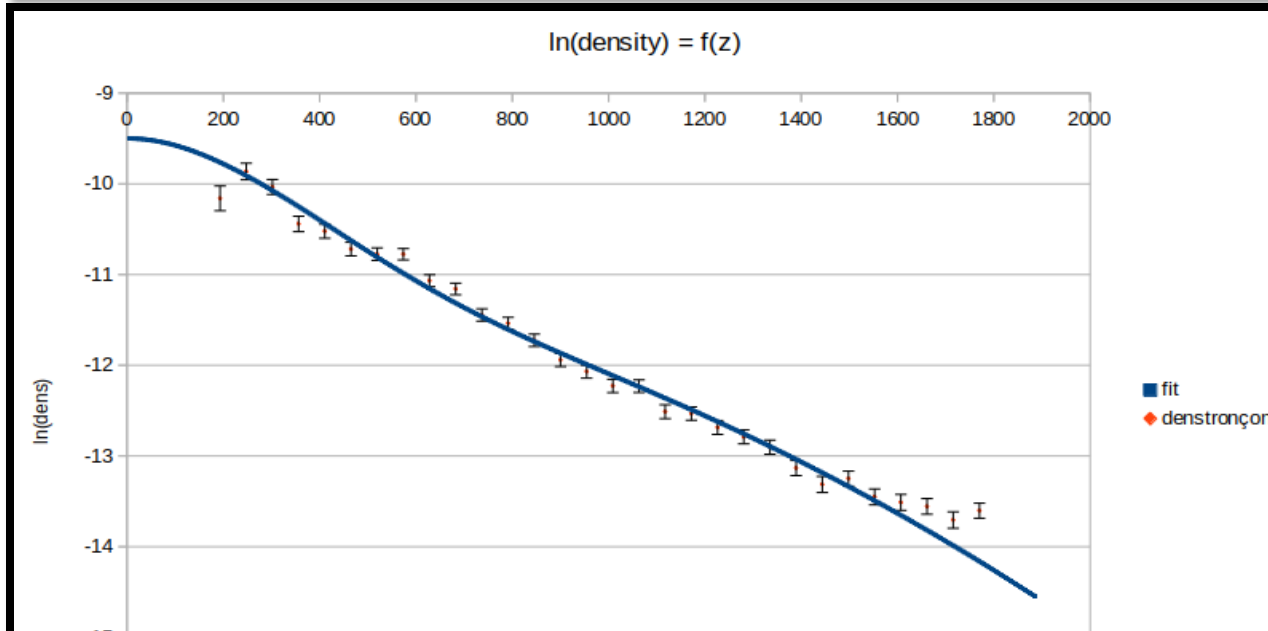
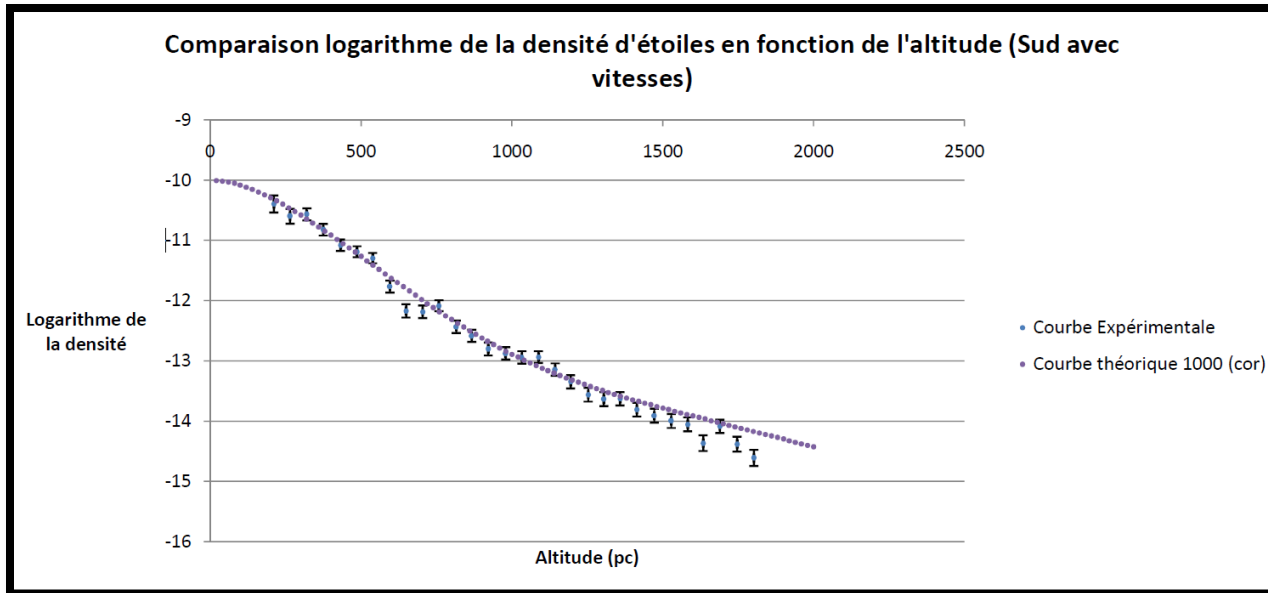
$$\sigma_2 = 36.8196 \pm 4.52071 \text{ km/s}$$

$$\Sigma_D = 36.7669 \pm 5.30889 M_\odot \cdot \text{pc}^{-2}$$

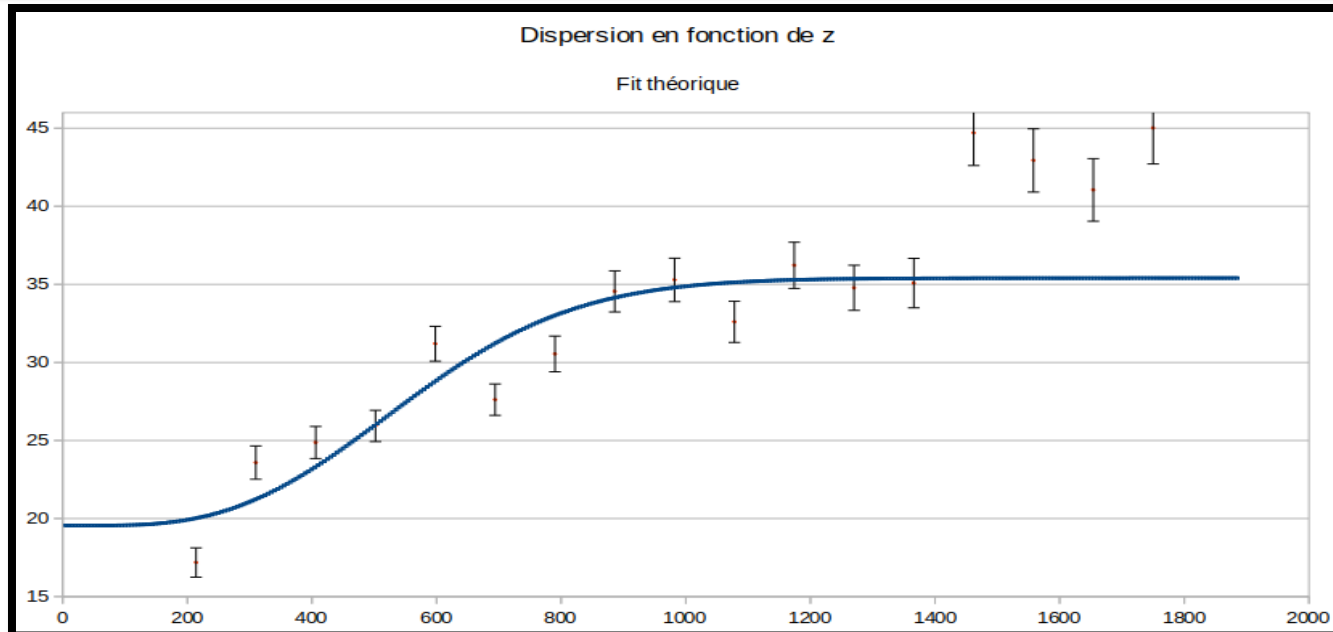
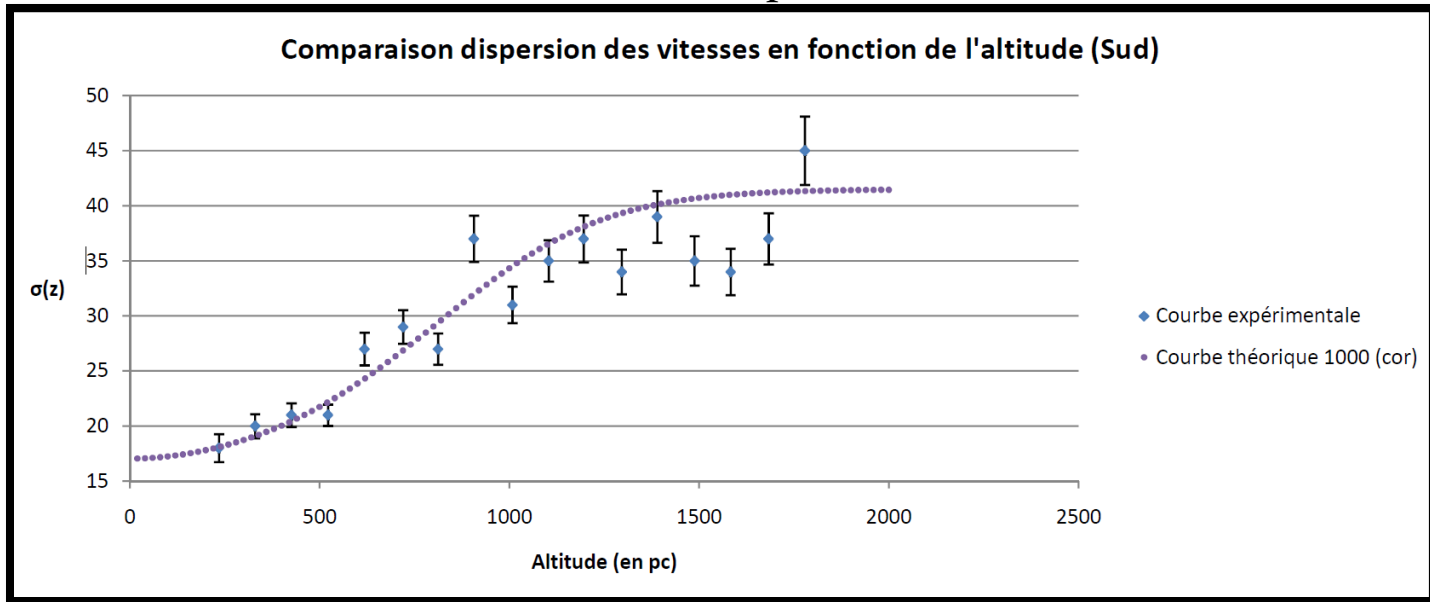
$$\rho_{DM} = 0.0307531 \pm 0.0717769 M_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$$

Paramètres finaux (Nord)

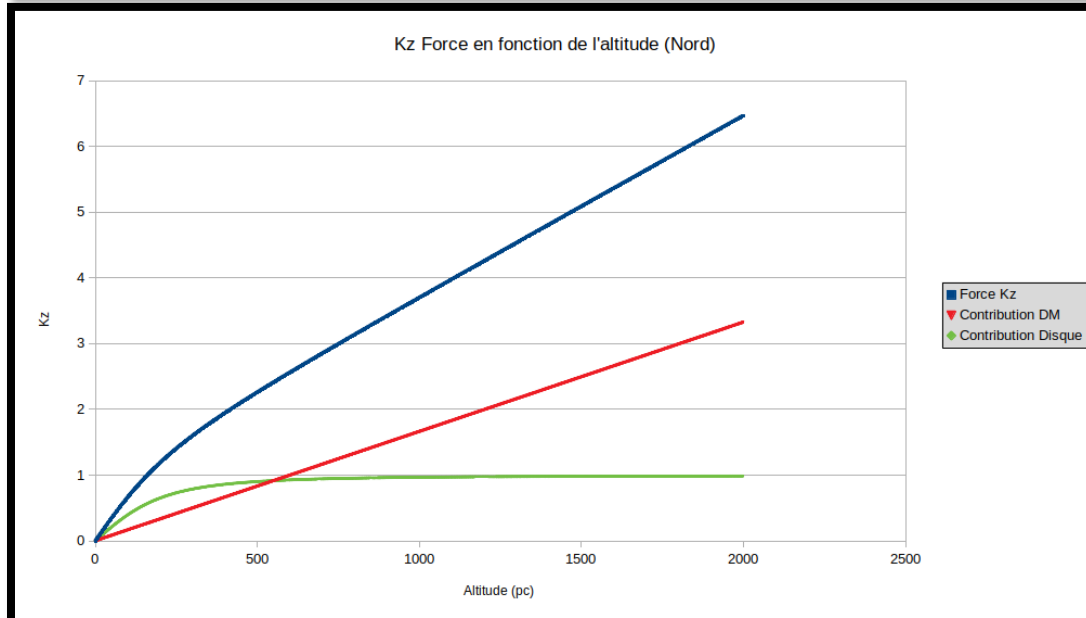
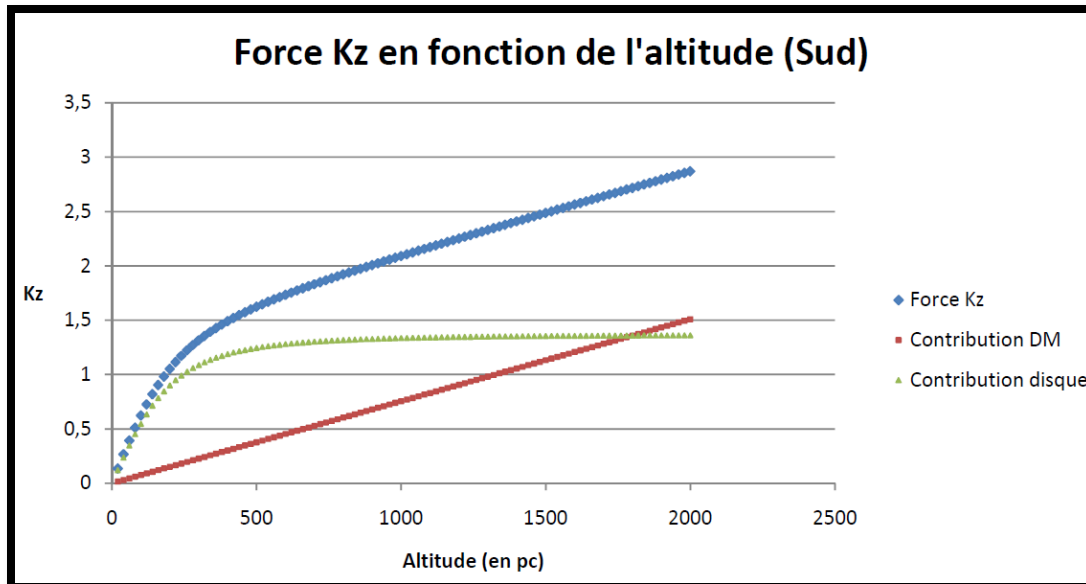
• Tracer des courbes de densité.



- Tracer des courbes de dispersion des vitesses.

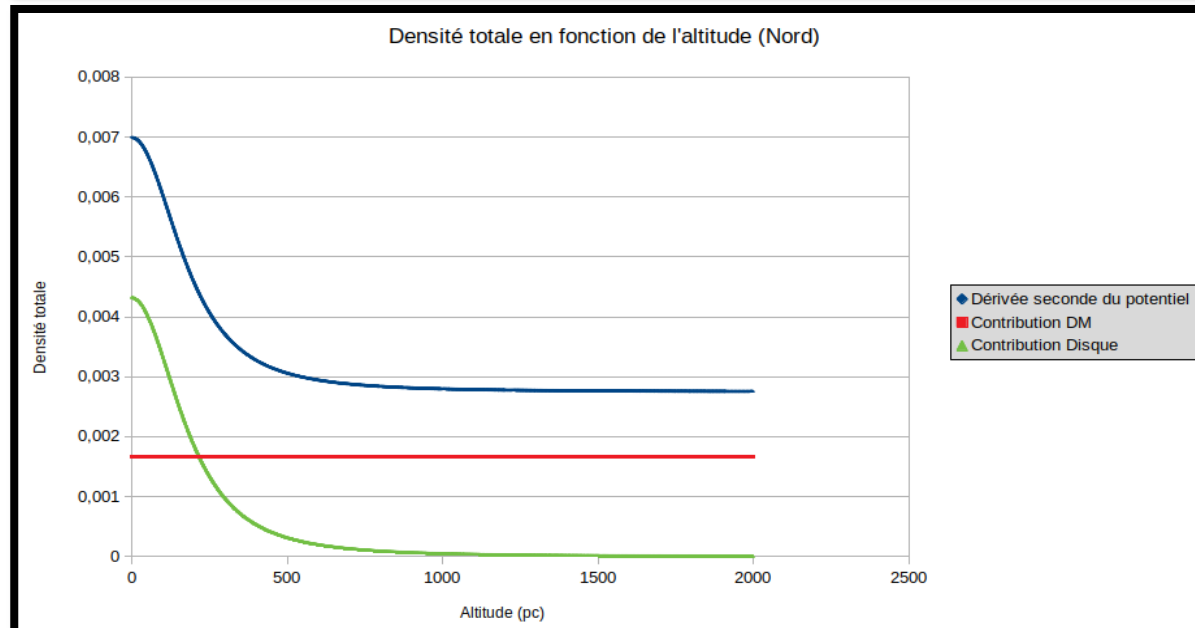
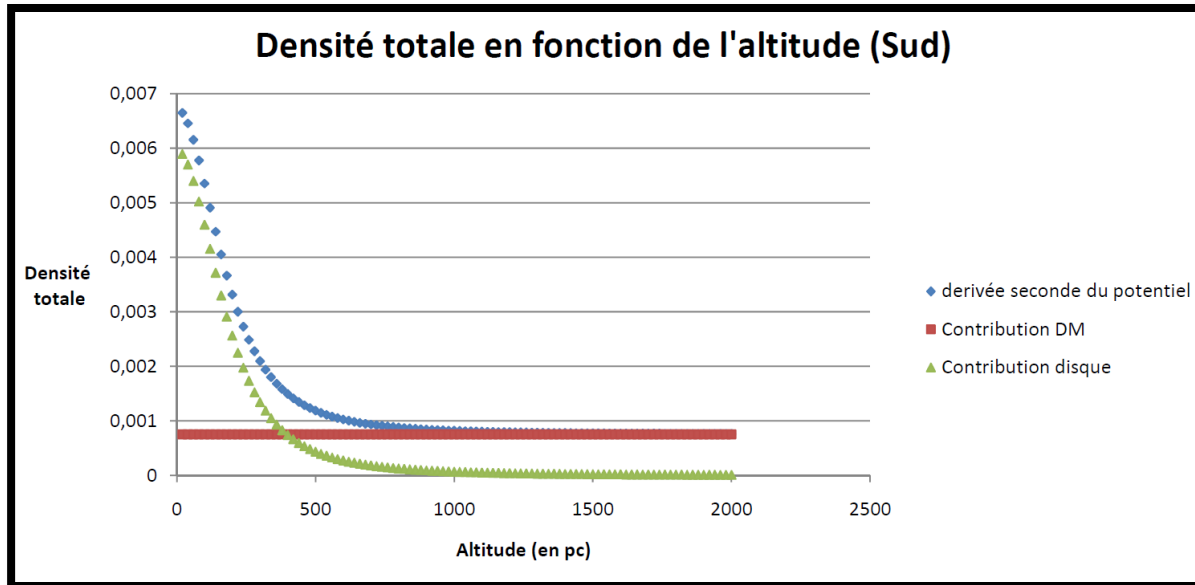


- Force de rappel vers le plan galactique



$$K_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

• Densité totale de matière.



$$\rho_{tot} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}$$

Conclusion

- Forme de potentiel avec répartition de matière noire homogène.
- Confirmé par l'ajustement numérique des courbes de densité et de dispersion de vitesse.
- Valeurs finales pour la densité de matière noire cohérentes avec valeurs connues.
- Apparition de dissymétries entre le Nord et le Sud de la Voie Lactée.
 - Voie Lactée non stationnaire.
 - Optimisation des programmes.
- Attente de publications avec les données de Gaïa.

Sources

- O. Bienaymé et al. Weighing the local dark matter with RAVE red clumps stars. EDP Sciences, 2014. 13 pages.
- Wikipedia. Red_Clump[en ligne]. consultée le 01/04/2019
https://fr.wikipedia.org/wiki/Red_clump
- Wikipedia. Diagramme_de_Hertzsprung-Russell[en ligne]. consultée le 01/04/2019
https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Hertzsprung-Russell
- Wikipedia. Indice_de_couleur[en ligne]. consultée le 02/04/2019
https://fr.wikipedia.org/wiki/Indice_de_couleur
- Wikipedia. Equation_de_Boltzmann[en ligne]. consultée le 22/03/2019
https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Boltzmann