

Implication de l'auto-interaction du champ gravitationnel pour la matière sombre

A. Deur

- Un univers sombre:
 - Matière sombre
 - Energie sombre
- Parallèles empiriques entre la cosmologie et la physique hadronique
- Parallèles théoriques entre la gravité et QCD (théorie de jauge de l'interaction forte)
- Effets de l'auto-interaction du champ gravitationnel sur la dynamique des galaxies et de leurs amas

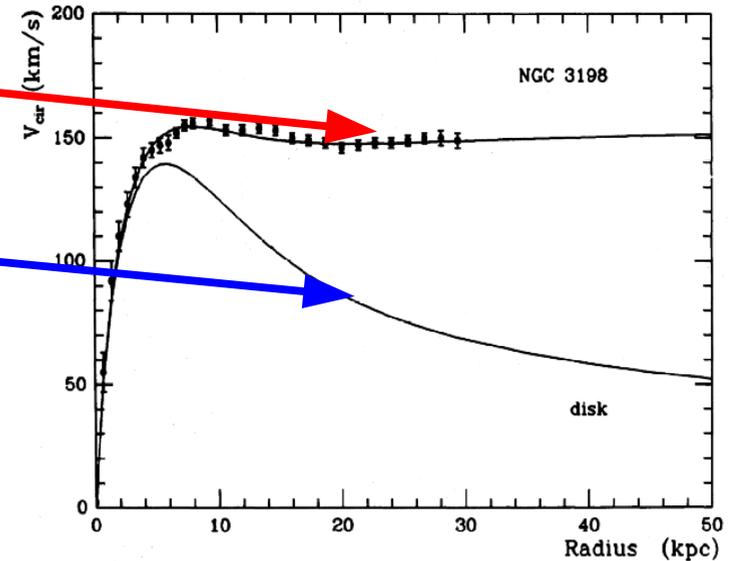
Indices sur l'existence de la matière sombre

• Courbes de rotation des galaxies:



Les galaxies spirales **tournent plus vite** que ne l'annoncent les **prédictions**.

⇒ Selon la masse visible et la loi de Newton, les étoiles devraient se libérer de la galaxie.



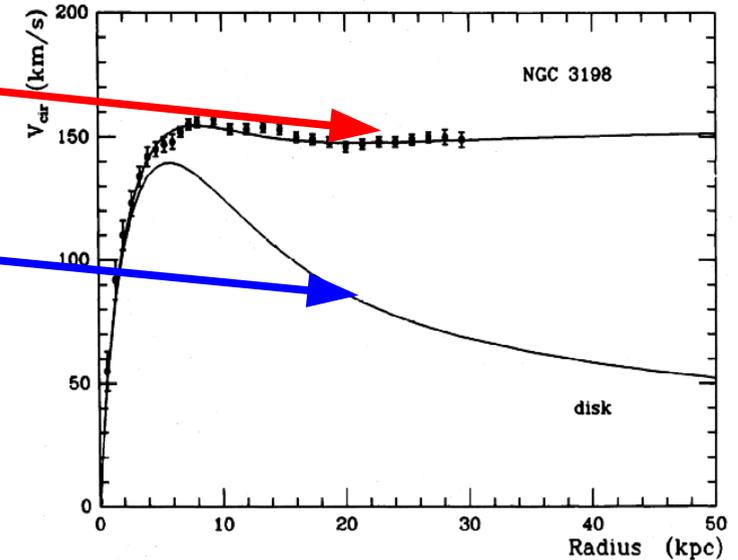
Indices sur l'existence de la matière sombre

• Courbes de rotation des galaxies:



Les galaxies spirales **tournent plus vite** que ne l'annoncent les **prédictions**.

⇒ Selon la masse visible et la loi de Newton, les étoiles devraient se libérer de la galaxie.



Deux solutions traditionnelles: 1) Les galaxies ont plus de masse qu'apparemment.
(Matière sombre, **explication préférée**)

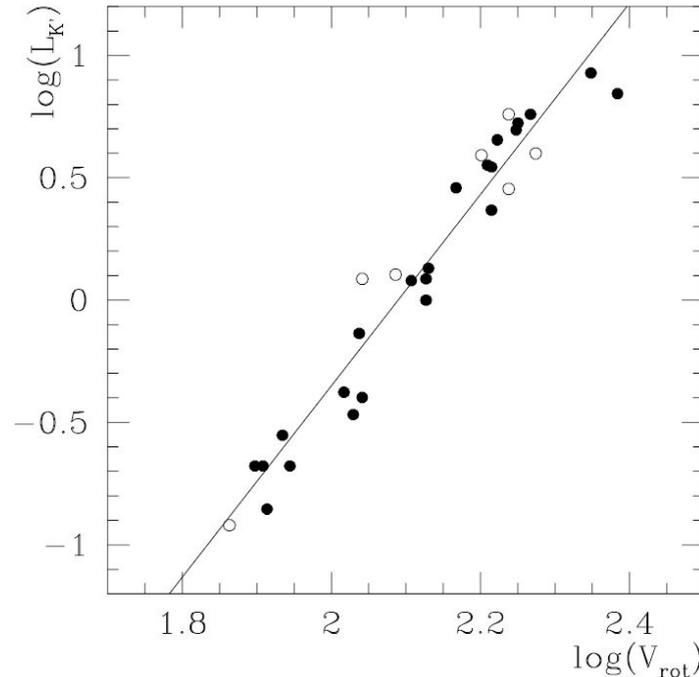
2) Les lois de la gravité à grandes distances sont modifiées. (**Outsider**)

Ex: Modified Newtonian dynamics, MOND.

[aparté]

La relation de Tully-Fisher

La luminosité (i.e **masse visible**) et la **vitesse de rotation** des galaxies apparaissent corrélées:



Relation importante utilisée pour estimer la luminosité absolue des galaxies (et donc leurs distances par rapport à la terre).

- La relation n'est pas **expliquée par les modèles de matière sombre**.
- Critère de sélection entre les différentes modifications possibles de la gravité.
⇒ La relation de Tully-Fisher est **présumée dans MOND**.

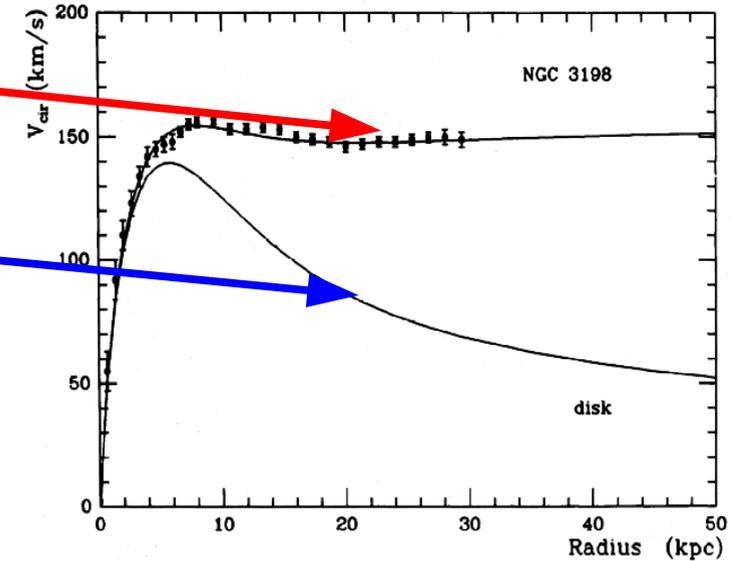
Indices sur l'existence de la matière sombre

• Courbes de rotation des galaxies:

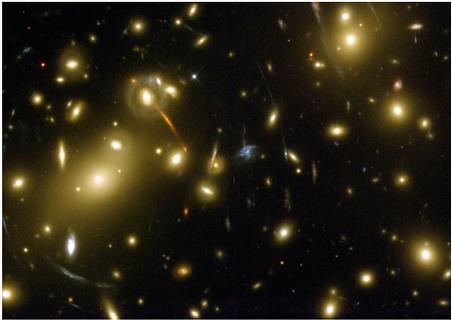


Les galaxies spirales **tournent plus vite** que ne l'annoncent les **prédictions**.

⇒ Selon la masse visible et la loi de Newton, les étoiles devraient se libérer de la galaxie.



• Amas de galaxies:



Les vitesses des galaxies dans leurs amas sont trop grandes pour la masse visible des amas. Les galaxies devraient se libérer.

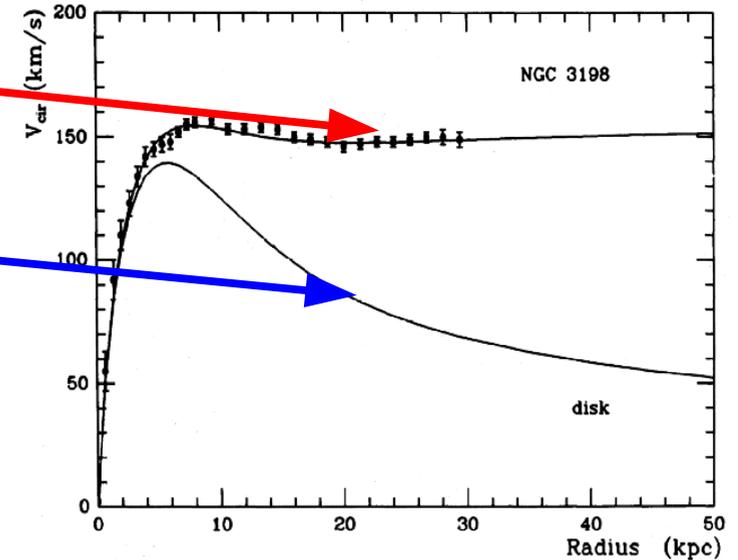
Indices sur l'existence de la matière sombre

• Courbes de rotation des galaxies:

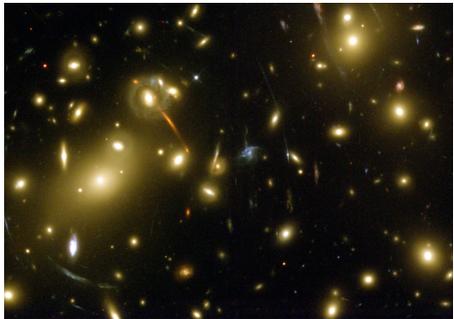


Les galaxies spirales **tournent plus vite** que ne l'annoncent les **prédictions**.

⇒ Selon la masse visible et la loi de Newton, les étoiles devraient se libérer de la galaxie.



• Amas de galaxies:



Les vitesses des galaxies dans leurs amas sont trop grandes pour la masse visible des amas. Les galaxies devraient se libérer.

• Lentilles gravitationnelles.

• Anisotropies du fond diffus cosmologique.

• Formations des structures dans l'univers.

• Nucléosynthèses: abondance de l' ^4He ⇒ la majorité de la masse de l'univers provient de constituants non-baryoniques.

• ...

} Indices indirects.

} Dépendent des modèles.

Origine de la matière sombre

- MACHOs (massive astrophysical compact halo object: naines brunes, étoiles à neutrons, trous noirs) sont exclus par mesures directes.
- Matière sombre chaude (neutrinos massifs). Se disperse trop vite pour être à l'origine des galaxies et autres structures.
- **Matière sombre froide** (particules exotiques: axions, partenaires supersymétriques).
Préférée à la matière sombre ou aux MACHOs.

Origine de la matière sombre

- MACHOs (massive astrophysical compact halo object: naines brunes, étoiles à neutrons, trous noirs) sont exclus par mesures directes.
- Matière sombre chaude (neutrinos massifs). Se disperse trop vite pour être à l'origine des galaxies et autres structures.
- **Matière sombre froide** (particules exotiques: axions, partenaires supersymétriques).
Préférée à la matière sombre ou aux MACHOs.

Parce que la physique des hautes énergies propose de nombreuses particules exotiques, et comme les cosmologistes répugnent à modifier de façon ad-hoc l'esthétique et efficace Relativité Générale, le scénario de la **matière sombre froide est préféré à MOND.**

Mais MOND est phénoménologiquement très compétitif (explique la plupart des observations avec un seul paramètre arbitraire).

Energie sombre

La mesure de luminosités de supernovae distantes indique que **l'expansion de l'univers accélère** (contrairement à attendu pour un univers rempli de matière). Explication: Une force (l'énergie sombre) repousse la matière.

A. G. Riess, *et al.* *Astron. J.* **116**: 1009 (1998),
S. Perlmutter *et al.* *Astroph. J.* **517**: 565 (1999).

• **La constante cosmologique d'Einstein Λ** peut agir comme une **pression négative** et expliquer l'accélération.

L'origine de Λ peut être:

- ◆ L'énergie du vide des champs. Mais les calculs sont $\sim 10^{120}$ trop grands. Une résolution possible est la supersymétrie, car bosons et fermions contribuent avec des signes opposés (mais il est dur de trouver un mécanisme pour lequel Λ est 10^{120} fois plus petite mais pas zero).
- ◆ Champs scalaires exotiques.

Energie sombre

La mesure de luminosités de supernovae distantes indique que **l'expansion de l'univers accélère** (contrairement à attendu pour un univers rempli de matière). Explication: Une force (l'énergie sombre) repousse la matière.

A. G. Riess, *et al.* *Astron. J.* **116**: 1009 (1998),
S. Perlmutter *et al.* *Astroph. J.* **517**: 565 (1999).

• **La constante cosmologique d'Einstein Λ** peut agir comme une **pression négative** et expliquer l'accélération.

L'origine de Λ peut être:

- ◆ L'énergie du vide des champs. Mais les calculs sont $\sim 10^{120}$ trop grands. Une résolution possible est la supersymétrie, car bosons et fermions contribuent avec des signes opposés (mais il est dur de trouver un mécanisme pour lequel Λ est 10^{120} fois plus petite mais pas nulle).
- ◆ Champs scalaires exotiques.

On pense que l'énergie sombre et la matière sombre ont des origines distinctes.

Cependant, leurs contributions à l'expansion sont similaires (aux temps présents).

Coincidence ou signe d'une relation? (“**Problème de la coïncidence cosmique**”)

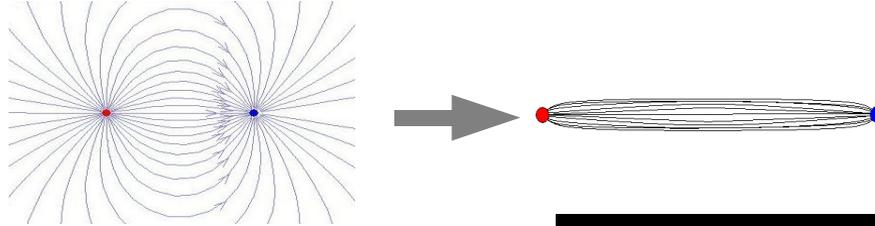
Faits caractéristiques de l'interaction forte

Faits

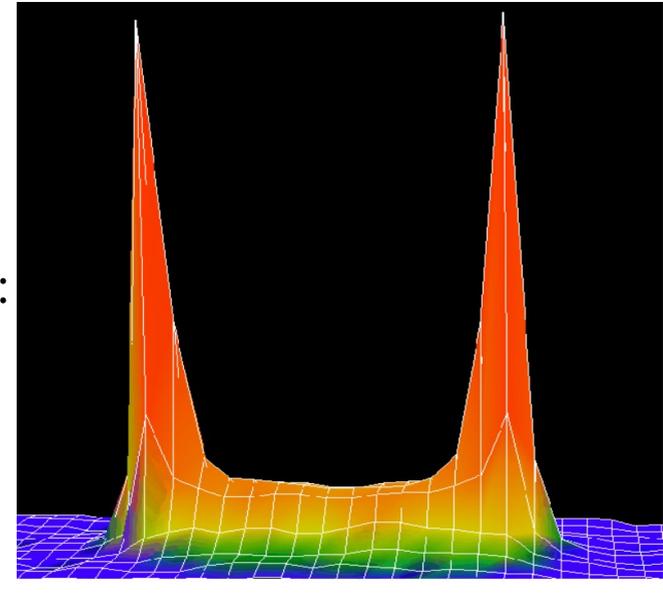
- Quarks et gluons sont **confinés** dans les hadrons

Explications

La constante de couplage forte α_s est grande **&** les gluons ont des charges de couleurs. \Rightarrow Les lignes de champ s'effondrent et forment des **tubes de flux** (**cordes** de QCD).



Confirmation par QCD sur réseau (densité d'action, G. Bali *et al*):



Faits caractéristiques de l'interaction forte

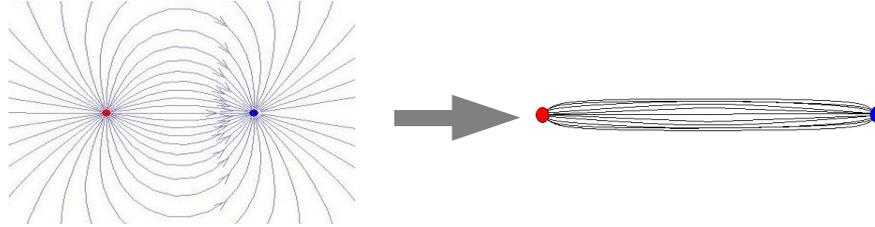
Faits

- Quarks et gluons sont **confinés** dans les hadrons

- **Pas d'interaction forte à grandes distances** (à part effets résiduels: force de Yukawa, etc...)

Explications

La constante de couplage forte α_s est grande **&** les gluons ont des charges de couleurs. \Rightarrow Les lignes de champ s'effondrent et forment des **tubes de flux** (**cordes** de QCD).



Toutes les lignes de champs restent dans le hadron:



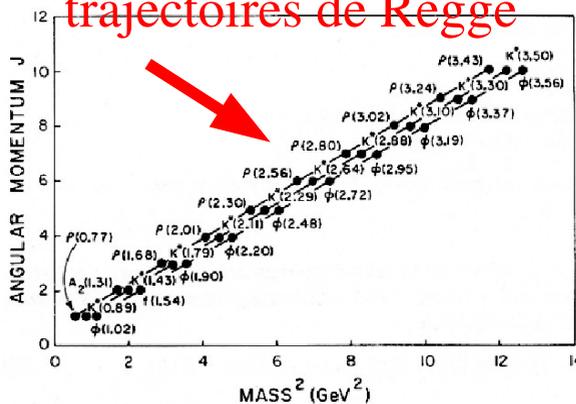
Faits caractéristiques de l'interaction forte

Faits

- Quarks et gluons sont **confinés** dans les hadrons

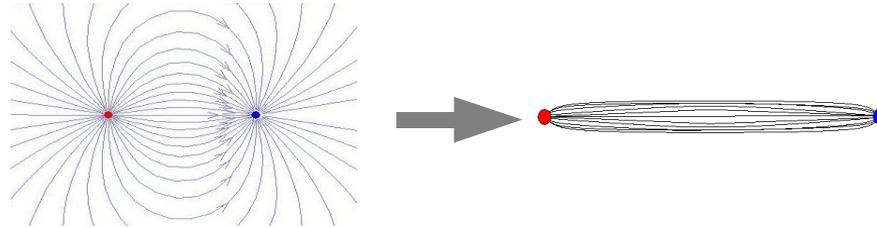
- Pas d'interaction forte à grandes distances** (à part effets résiduels: force de Yukawa, etc...)

- Les Hadrons formes des **trajectoires de Regge**

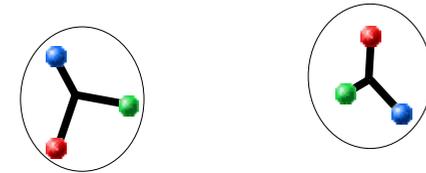


Explications

La constante de couplage forte α_s est grande **&** les gluons ont des charges de couleurs. \Rightarrow Les lignes de champ s'effondrent et forment des **tubes de flux** (**cordes** de QCD).



Toutes les lignes de champs restent dans le hadron:



Plus un hadron tourne vite, plus grande doit être la tension de corde (i.e l'énergie de liaison, i.e la masse) pour compenser la force centrifuge. \Rightarrow Moment angulaire $\propto M^2 + cste$

\Rightarrow Potentiel de QCD: $V = \frac{\alpha}{r} + \beta r$ (à l'intérieur du hadron)

Parallèles empiriques entre la cosmologie et la physique hadronique

Cosmologie

- Les galaxies (ou amas galactiques) ont une masse plus grande que la somme de leurs composants connus.

Alternativement

La gravité est plus forte qu'attendue pour ces systèmes.

- Relation de Tully-Fisher:

$$\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon \quad (\gamma = 3.9 \pm 0.2, \epsilon \sim 1.5)$$

(M masse galactique visible, v vitesse de rotation)

Non-expliquée par la matière sombre.

Supposée dans MOND.

Une pression négative dans l'univers éloigne les galaxies les unes des autres.

Alternativement

- La force totale à grandes distances est plus petite qu'attendue.

Parallèles empiriques entre la cosmologie et la physique hadronique

Cosmologie

- Les galaxies (ou amas galactiques) ont une masse plus grande que la somme de leurs composants connus.

Alternativement

La gravité est plus forte qu'attendue pour ces systèmes.

- Relation de Tully-Fisher:

$$\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon \quad (\gamma = 3.9 \pm 0.2, \epsilon \sim 1.5)$$

(M masse galactique visible, v vitesse de rotation)

Non-expliquée par la matière sombre.

Supposée dans MOND.

Une pression négative dans l'univers éloigne les galaxies les unes des autres.

Alternativement

- La force totale à grandes distances est plus petite qu'attendue.

Physique hadronique

Masse 2 quarks ~ 10 MeV, Pion: 140 MeV

Masse 3 quarks ~ 15 MeV, Nucléon: 938 MeV

Pour des quarks non relativistes, cette masse additionnelle vient de la forte énergie de liaison: $V_{\text{QCD}} = \frac{\alpha}{r} + \beta r$.

Parallèles empiriques entre la cosmologie et la physique hadronique

Cosmologie

- Les galaxies (ou amas galactiques) ont une masse plus grande que la somme de leurs composants connus.

Alternativement

La gravité est plus forte qu'attendue pour ces systèmes.

- Relation de Tully-Fisher:

$$\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon \quad (\gamma = 3.9 \pm 0.2, \epsilon \sim 1.5)$$

(M masse galactique visible, v vitesse de rotation)

Non-expliquée par la matière sombre.

Supposée dans MOND.

Une pression négative dans l'univers éloigne les galaxies les unes des autres.

Alternativement

- La force totale à grandes distances est plus petite qu'attendue.

Physique hadronique

Masse 2 quarks ~ 10 MeV, Pion: 140 MeV

Masse 3 quarks ~ 15 MeV, Nucléon: 938 MeV

Pour des quarks non relativistes, cette masse additionnelle vient de la forte énergie de liaison: $V_{\text{QCD}} = \frac{\alpha}{r} + \beta r$.

- Trajectoires de Regge:

$$\log(M) = c \log(J) + b \quad (c = 0.5)$$

(M, masse hadronique, J moment angulaire)

Parallèles empiriques entre la cosmologie et la physique hadronique

Cosmologie

- Les galaxies (ou amas galactiques) ont une masse plus grande que la somme de leurs composants connus.

Alternativement

La gravité est plus forte qu'attendue pour ces systèmes.

- Relation de Tully-Fisher:

$$\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon \quad (\gamma = 3.9 \pm 0.2, \epsilon \sim 1.5)$$

(M masse galactique visible, v vitesse de rotation)

Non-expliquée par la matière sombre.

Supposée dans MOND.

Une pression négative dans l'univers éloigne les galaxies les unes des autres.

Alternativement

- La force totale à grandes distances est plus petite qu'attendue.

Physique hadronique

Masse 2 quarks ~ 10 MeV, Pion: 140 MeV

Masse 3 quarks ~ 15 MeV, Nucléon: 938 MeV

Pour des quarks non relativistes, cette masse additionnelle vient de la forte énergie de liaison: $V_{\text{QCD}} = \frac{\alpha}{r} + \beta r$.

- Trajectoires de Regge:

$$\log(M) = c \log(J) + b \quad (c = 0.5)$$

(M, masse hadronique, J moment angulaire)

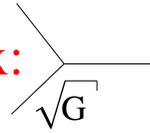
- Pas de force forte entre hadrons (excepté effets résiduels).

Parallèles théoriques entre la gravité et QCD

gravité

- Les gravitons interagissent entre eux:

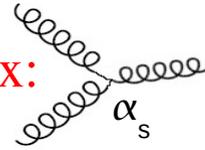
($m_{\text{graviton}} = 0$ mais énergie & moment $\neq 0$ et la gravité se couple à eux.



La théorie de jauge gravitationnelle serait une théorie de **Yang-Mills (i.e. non-abélienne)**

QCD

- Les gluons interagissent entre eux:



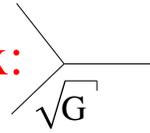
La théorie de jauge de l'interaction forte est le prototype de la théorie de **Yang-Mills.**

Parallèles théoriques entre la gravité et QCD

gravité

- Les gravitons interagissent entre eux:

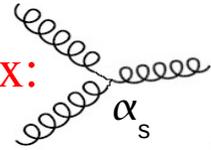
($m_{\text{graviton}} = 0$ mais énergie & moment $\neq 0$ et la gravité se couple à eux.



La théorie de jauge gravitationnelle serait une théorie de **Yang-Mills (i.e. non-abélienne)**

QCD

- Les gluons interagissent entre eux:



La théorie de jauge de l'interaction forte est le prototype de la théorie de **Yang-Mills.**

Différences entre gravité et QCD

- **G très petit:** $G M_p^2 = 5.9 \times 10^{-39}$

⇒ à priori, les effets d'auto-interaction sont négligables

Spin du graviton: 2 (la gravité attire toujours
⇒ **Effets gravitationnels s'ajoutent toujours**)

- **α_s très grand:** ~ 1

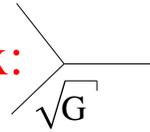
Spin du gluon: 1 (QCD attire ou repousse, comme QED)

Parallèles théoriques entre la gravité et QCD

gravité

- Les gravitons interagissent entre eux:

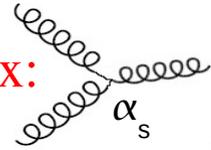
($m_{\text{graviton}} = 0$ mais énergie & moment $\neq 0$ et la gravité se couple à eux.



La théorie de jauge gravitationnelle serait une théorie de **Yang-Mills (i.e. non-abélienne)**

QCD

- Les gluons interagissent entre eux:



La théorie de jauge de l'interaction forte est le prototype de la théorie de **Yang-Mills**.

Différences entre gravité et QCD

- G très petit: $G M_p^2 = 5.9 \times 10^{-39}$

⇒ à priori, les effets d'auto-interaction sont négligables

Spin du graviton: 2 (la gravité attire toujours ⇒ **Effets gravitationnels s'ajoutent toujours**)

- α_s très grand: ~ 1

Spin du gluon: 1 (QCD attire ou repousse, comme QED)

⇒ Pour des systèmes composés, l'intensité du champ de gravité est $\propto \sum_i G m_{p,i} / \text{taille}_{\text{système}}$.

Si $\sum_i m_{p,i}$ suffisamment grand, alors les effets d'auto-interaction peuvent être grands.

Galaxies: $\sum m_{p,i} \sim 10^{68} \text{ GeV}$ & $\text{taille} \sim 10^{35} \text{ GeV}^{-1}$ donc $\sqrt{\sum G m_{p,i} / \text{size}_{\text{galaxy}}} \sim 10^{-3}$, à

comparer à $\alpha_s \sim 1$ (au lieu de $G m_p^2 = 5.9 \times 10^{-39}$ à $\alpha_s \sim 1$).

Ces faits et parallèles montrent l'intérêt de vérifier si les mécanismes à l'œuvre dans QCD sont applicables à la gravité et de les quantifier.

En ce cas, Il n'est peut être pas nécessaire de modifier de façon ad-hoc la gravité ou d'introduire des composantes sombres exotiques.

Estimation quantitative

On part du Lagrangien de Einstein-Hilbert (Relativité générale):

$$\mathcal{L}_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$$

det $g_{\mu\nu}$ tenseur métrique Tenseur de Ricci

Galaxies: “faible” champ de gravité avec étoiles de vitesses non-relativistes.

⇒ approximation de champ faible: on approxime \mathcal{L}_{EH} en un champ $\psi_{\mu\nu}$ de spin-2 en développant $g_{\mu\nu}$ autours de la métrique de Minkowsky: $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + k\psi_{\mu\nu} + \dots$:

$$\mathcal{L}_{EH} = \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$$

Estimation quantitative

On part du Lagrangien de Einstein-Hilbert (Relativité générale):

$$\mathcal{L}_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$$

↑ $\sqrt{-g}$ ← Tenseur de Ricci
↑ $g_{\mu\nu}$ ← tenseur métrique
↑ $\det g_{\mu\nu}$

Galaxies: **“faible” champ de gravité** avec **étoiles de vitesses non-relativistes**.

⇒ **approximation de champ faible**: on approxime \mathcal{L}_{EH} en un champ $\psi_{\mu\nu}$ de spin-2 en développant $g_{\mu\nu}$ autours de la métrique de Minkowsky: $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + k\psi_{\mu\nu} + \dots$:

$\mathcal{L}_{EH} = \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Raccourci exprimant une combinaison linéaire des termes invariants de Lorentz de la forme $\partial\psi\partial\psi$.

Donné explicitement par le **Lagrangien de Fierz-Pauli**:

$$\partial\psi\partial\psi \equiv \frac{1}{2}\partial^\lambda\psi_{\mu\nu}\partial_\lambda\psi^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\partial_\lambda\psi^\mu_\mu\partial^\lambda\psi^\nu_\nu - \partial^\lambda\psi_{\lambda\nu}\partial_\mu\psi^{\mu\nu} - \partial^\nu\psi^\lambda_\lambda\partial^\mu\psi_{\mu\nu}$$

Estimation quantitative

On part du Lagrangien de Einstein-Hilbert (Relativité générale):

$$\mathcal{L}_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$$

det $g_{\mu\nu}$ tenseur métrique Tenseur de Ricci

Galaxies: “faible” champ de gravité avec étoiles de vitesses non-relativistes.

⇒ approximation de champ faible: on approxime \mathcal{L}_{EH} en un champ $\psi_{\mu\nu}$ de spin-2 en développant $g_{\mu\nu}$ autours de la métrique de Minkowsky: $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + k\psi_{\mu\nu} + \dots$:

$$\mathcal{L}_{EH} = \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$$

Constante de couplage: $k^2 \propto G$

Estimation quantitative

On part du Lagrangien de Einstein-Hilbert (Relativité générale):

$$\mathcal{L}_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$$

det $g_{\mu\nu}$ tenseur métrique Tenseur de Ricci

Galaxies: “faible” champ de gravité avec étoiles de vitesses non-relativistes.
⇒ approximation de champ faible: on approxime \mathcal{L}_{EH} en un champ $\psi_{\mu\nu}$ de spin-2 en développant $g_{\mu\nu}$ autour de la métrique de Minkowsky: $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + k\psi_{\mu\nu} + \dots$:

$$\mathcal{L}_{EH} = \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$$

Source ($T^{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-impulsion). On l'ignorera, de même qu'en QCD les simulations sur réseaux les plus simples étudiant le confinement des quarks (non-relativistes) se font dans le secteur purement gluonique.

Estimation quantitative

On part du Lagrangien de Einstein-Hilbert (Relativité générale):

$$\mathcal{L}_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \sqrt{-g} g_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$$

det $g_{\mu\nu}$ tenseur métrique Tenseur de Ricci

Galaxies: “faible” champ de gravité avec étoiles de vitesses non-relativistes.
⇒ approximation de champ faible: on approxime \mathcal{L}_{EH} en un champ $\psi_{\mu\nu}$ de spin-2 en développant $g_{\mu\nu}$ autour de la métrique de Minkowsky: $g_{\mu\nu} \sim \eta_{\mu\nu} + k\psi_{\mu\nu} + \dots$:

$$\mathcal{L}_{EH} = \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$$

Ce développement de \mathcal{L}_{EH} est connu.

(Ce qui suit est personnel i.e. ma responsabilité si c'est faux...).

\mathcal{L} doit être transformé en une forme appropriée pour les simulations sur réseaux.

$S = \int d^4x \mathcal{L}$ **S: action** (utilisée par les intégrales de chemins calculées sur réseaux).

• $S = \int d^4x \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Intégration par partie: $\psi^n \partial\psi\partial\psi \rightarrow \frac{1}{n+1} \psi^{n+1} \partial^2\psi$

\mathcal{L} doit être transformé en une forme appropriée pour les simulations sur réseaux.

$S = \int d^4x \mathcal{L}$ **S: action** (utilisée par les intégrales de chemins calculées sur réseaux).

• $S = \int d^4x \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Intégration par partie: $\psi^n \partial\psi\partial\psi \rightarrow \frac{1}{n+1} \psi^{n+1} \partial^2\psi$

• L'équation du mouvement de Euler-Lagrange + terme de Fierz-Pauli donnent:

$$\partial^2\psi^{\mu\nu} = -k^2(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu} \text{Tr}(T))$$

Puisque l'approximation des champs faibles implique que T^{00} domine sur les autres $T^{\mu\nu}$, alors $\partial^2\psi^{00}$ domine aussi sur les autres $\partial^2\psi^{\mu\nu}$.

\mathcal{L} doit être transformé en une forme appropriée pour les simulations sur réseaux.

$S = \int d^4x \mathcal{L}$ **S: action** (utilisée par les intégrales de chemins calculées sur réseaux).

• $S = \int d^4x \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Intégration par partie: $\psi^n \partial\psi\partial\psi \rightarrow \frac{1}{n+1} \psi^{n+1} \partial^2\psi$

• L'équation du mouvement de Euler-Lagrange + terme de Fierz-Pauli donnent:

$$\partial^2\psi^{\mu\nu} = -k^2(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu} \text{Tr}(T))$$

Puisque l'approximation des champs faibles implique que T^{00} domine sur les autres $T^{\mu\nu}$, alors $\partial^2\psi^{00}$ domine aussi sur les autres $\partial^2\psi^{\mu\nu}$.

Une condition de jauge (jauge harmonique) simplifie le terme Fierz-Pauli en: $\frac{1}{4}\partial^\lambda\psi^{00}\partial_\lambda\psi_{00}$

⇒ Seul ψ^{00} est important dans le terme de premier ordre dans \mathcal{L}
i.e. On a un **champ scalaire** (aisé à utiliser sur les réseaux).

\mathcal{L} doit être transformé en une forme appropriée pour les simulations sur réseaux.

$S = \int d^4x \mathcal{L}$ **S: action** (utilisée par les intégrales de chemins calculées sur réseaux).

• $S = \int d^4x \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Intégration par partie: $\psi^n \partial\psi\partial\psi \rightarrow \frac{1}{n+1} \psi^{n+1} \partial^2\psi$

• L'équation du mouvement de Euler-Lagrange + terme de Fierz-Pauli donne:

$$\partial^2\psi^{\mu\nu} = -k^2(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu} \text{Tr}(T))$$

Puisque l'approximation en champs faibles implique que T^{00} domine sur les autres $T^{\mu\nu}$, alors $\partial^2\psi^{00}$ domine aussi sur les autres $\partial^2\psi^{\mu\nu}$.

Une condition de jauge (jauge harmonique) simplifie le terme Fierz-Pauli en: $\frac{1}{4}\partial^\lambda\psi^{00}\partial_\lambda\psi_{00}$

⇒ Seul ψ^{00} est important dans le terme de premier ordre dans \mathcal{L}
i.e. On a un **champ scalaire** (aisé à utiliser sur les réseaux).

Les termes d'ordres supérieurs $\frac{1}{n+1}\psi^{n+1}\partial^2\psi$ se traitent de même puisqu'ils contiennent tous $\partial^2\psi$.

Finalement: $S \simeq \int d^4x \partial\varphi\partial\varphi + k\varphi\partial\varphi\partial\varphi + k^2\varphi^2\partial\varphi\partial\varphi$ avec $\varphi = \psi^{00}$ un **champ scalaire**

\mathcal{L} doit être transformé en une forme appropriée pour les simulations sur réseaux.

$S = \int d^4x \mathcal{L}$ **S: action** (utilisée par les intégrales de chemins calculées sur réseaux).

• $S = \int d^4x \partial\psi\partial\psi + k\psi\partial\psi\partial\psi + k^2\psi^2\partial\psi\partial\psi + \dots + k\psi_{\mu\nu} T^{\mu\nu}$

Intégration par partie: $\psi^n \partial\psi\partial\psi \rightarrow \frac{1}{n+1} \psi^{n+1} \partial^2\psi$

• L'équation du mouvement de Euler-Lagrange + terme de Fierz-Pauli donne:

$$\partial^2\psi^{\mu\nu} = -k^2(T^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu} \text{Tr}(T))$$

Puisque l'approximation en champs faibles implique que T^{00} domine sur les autres $T^{\mu\nu}$, alors $\partial^2\psi^{00}$ domine aussi sur les autres $\partial^2\psi^{\mu\nu}$.

Une condition de jauge (jauge harmonique) simplifie le terme Fierz-Pauli en: $\frac{1}{4}\partial^\lambda\psi^{00}\partial_\lambda\psi_{00}$

⇒ Seul ψ^{00} est important dans le terme de premier ordre dans \mathcal{L}
i.e. On a un **champ scalaire** (aisé à utiliser sur les réseaux).

Les termes d'ordres supérieurs $\frac{1}{n+1}\psi^{n+1}\partial^2\psi$ se traitent de même puisqu'ils contiennent tous $\partial^2\psi$.

Finalement: $S \simeq \int d^4x \partial\varphi\partial\varphi + k\varphi\partial\varphi\partial\varphi + k^2\varphi^2\partial\varphi\partial\varphi$ avec $\varphi = \psi^{00}$ un **champ scalaire**

J'ai détaillé ces étapes pour montrer que \mathcal{L} découle de la relativité générale. Néanmoins, il existe une façon plus intuitive de construire \mathcal{L} .

Gravité: champ de spin 2 \Rightarrow Ne peut pas être mise sur réseaux.

Spin 1 (QCD). Peut être mis sur réseaux mais la force peut être répulsive.

Spin 0: **Attire toujours**, comme la gravité. En prenant un spin 0, on perd le couplage avec le photon (pas de trou noir, résultat négatif pour la mesure d'éclipse d'Eddington en 1919,...) mais cela n'est pas important dans notre contexte.

Gravité: champ de spin 2 \Rightarrow Ne peut pas être mise sur réseaux.

Spin 1 (QCD). Peut être mis sur réseaux mais la force peut être répulsive.

Spin 0: **Attire toujours**, comme la gravité. En prenant un spin 0, on perd le couplage avec le photon (pas de trou noir, résultat négatif pour la mesure d'éclipse d'Eddington en 1919,...) mais cela n'est pas important dans notre contexte.

Graphes de Feynman nécessaires:

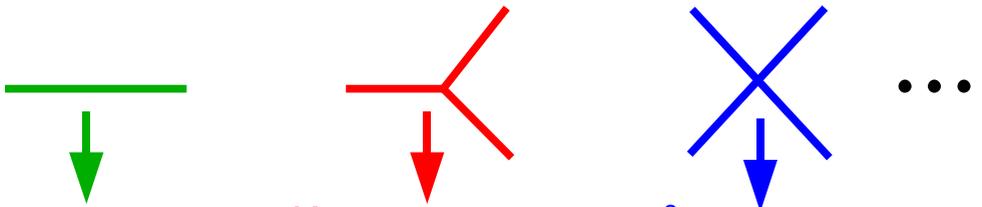
$$S = \int d^4x \quad \begin{array}{c} \text{---} \\ \downarrow \\ \partial\phi\partial\phi \end{array} + \frac{\kappa}{3!} \begin{array}{c} \text{---} \\ \downarrow \\ \phi\partial\phi\partial\phi \end{array} + \frac{\kappa^2}{4!} \begin{array}{c} \text{X} \\ \downarrow \\ \phi^2\partial\phi\partial\phi \end{array} \dots$$

Gravité: champ de spin 2 \Rightarrow Ne peut pas être mise sur réseaux.

Spin 1 (QCD). Peut être mis sur réseaux mais la force peut être répulsive.

Spin 0: **Attire toujours**, comme la gravité. En prenant un spin 0, on perd le couplage avec le photon (pas de trou noir, résultat négatif pour la mesure d'éclipse d'Eddington en 1919,...) mais cela n'est pas important dans notre contexte.

Graphes de Feynman nécessaires:



$$S = \int d^4x \quad \partial\phi\partial\phi \quad + \quad \frac{K}{3!} \phi\partial\phi\partial\phi \quad + \quad \frac{K^2}{4!} \phi^2\partial\phi\partial\phi \quad \dots$$

On pourrait également avoir $\phi^2\partial\phi$ et ϕ^3 associés avec  mais:

- $\phi^2\partial^\mu\phi$ n'est pas invariant de Lorentz et a la mauvaise dimension.
- ϕ^3 a la mauvaise dimension: $[S]=0$, $[x]=\text{GeV}^{-1}$, $[\partial] = \text{GeV} \Rightarrow [\phi]=\text{GeV}$
 $k^2 \propto G$ donc $[k]=\text{GeV}^{-1}$ et seul $\phi\partial\phi\partial\phi$ a la bonne dimension:

$$[d^4x \ k \ \phi\partial\phi\partial\phi] = 0 = [S]$$

$$[d^4x \ k \ \phi^3] = \text{GeV}^{-2} \neq [S]$$

$$[d^4x \ k \ \phi^2\partial\phi] = \text{GeV}^{-1} \neq [S]$$

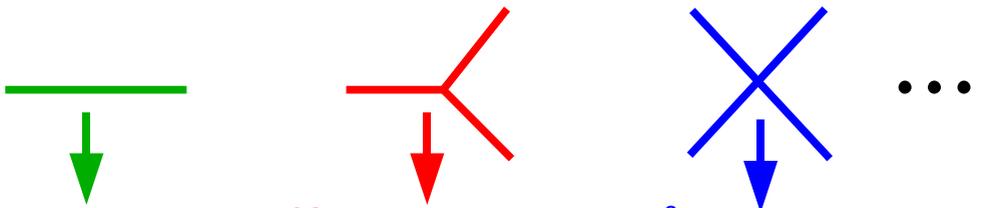
Mêmes arguments pour $\phi^2\partial\phi\partial\phi$.

Gravité: champ de spin 2 \Rightarrow Ne peut pas être mise sur réseaux.

Spin 1 (QCD). Peut être mis sur réseaux mais la force peut être répulsive.

Spin 0: **Attire toujours**, comme la gravité. En prenant un spin 0, on perd le couplage avec le photon (pas de trou noir, résultat négatif pour la mesure d'éclipse d'Eddington en 1919,...) mais cela n'est pas important dans notre contexte.

Graphes de Feynman nécessaires:



The image shows three Feynman diagrams representing interaction terms in the action. The first is a green horizontal line with a green arrow pointing down to the expression $\partial\phi\partial\phi$. The second is a red horizontal line with a red arrow pointing down to the expression $\frac{\kappa}{3!} \phi\partial\phi\partial\phi$. The third is a blue 'X' shape with a blue arrow pointing down to the expression $\frac{\kappa^2}{4!} \phi^2\partial\phi\partial\phi$. Ellipses follow the third diagram.

$$S = \int d^4x \quad \partial\phi\partial\phi \quad + \quad \frac{\kappa}{3!} \phi\partial\phi\partial\phi \quad + \quad \frac{\kappa^2}{4!} \phi^2\partial\phi\partial\phi \quad \dots$$

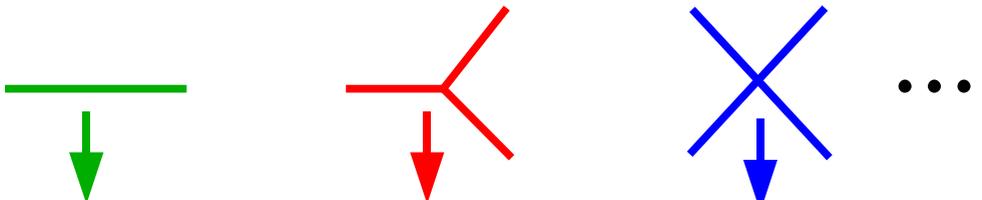
On obtient cette expression de l'action, avec la forme du terme générique $\psi^n\partial\psi\partial\psi$ imposée par la dimension de κ .

Gravité: champ de spin 2 \Rightarrow Ne peut pas être mise sur réseaux.

Spin 1 (QCD). Peut être mis sur réseaux mais la force peut être répulsive.

Spin 0: **Attire toujours**, comme la gravité. En prenant un spin 0, on perd le couplage avec le photon (pas de trou noir, résultat négatif pour la mesure d'éclipse d'Eddington en 1919,...) mais cela n'est pas important dans notre contexte.

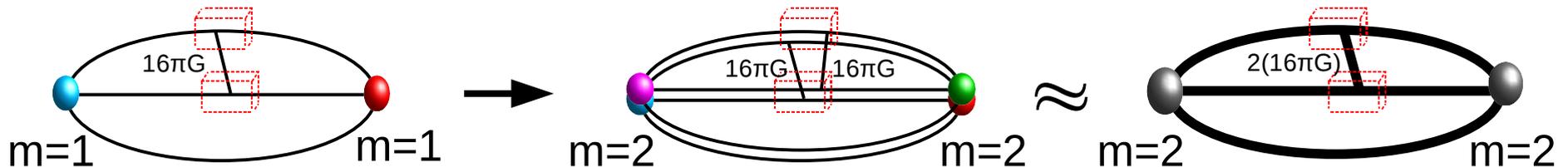
Graphes de Feynman nécessaires:



$$S = \int d^4x \quad \partial\varphi\partial\varphi \quad + \quad \frac{K}{3!} \varphi\partial\varphi\partial\varphi \quad + \quad \frac{K^2}{4!} \varphi^2\partial\varphi\partial\varphi \quad \dots$$

On considère un champ global sur le réseau. On suppose, négligeant les effets non-linéaires,

$$k^2 = \sum m \quad 16\pi G$$

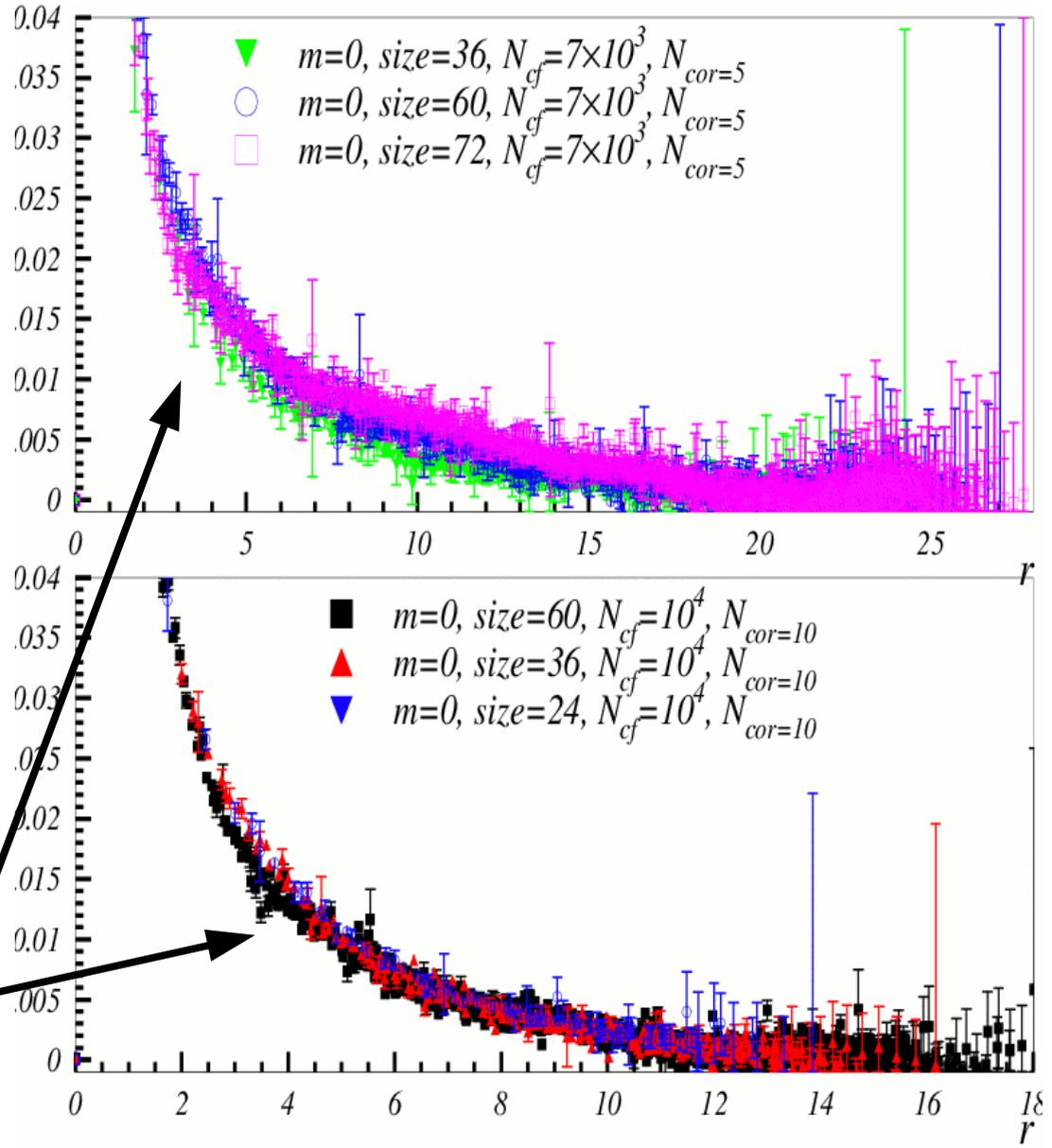


On utilise le Lagrangien scalaire \mathcal{L} et le formalisme des intégrales de chemins pour calculer sur le réseau la **fonction de Green à 2 points**.

fonction de Green à 2 points: probabilité pour une particule d'aller d'un point à un autre.
⇒ Potentiel gravitationnel.

Vérifications de la simulation sur réseau

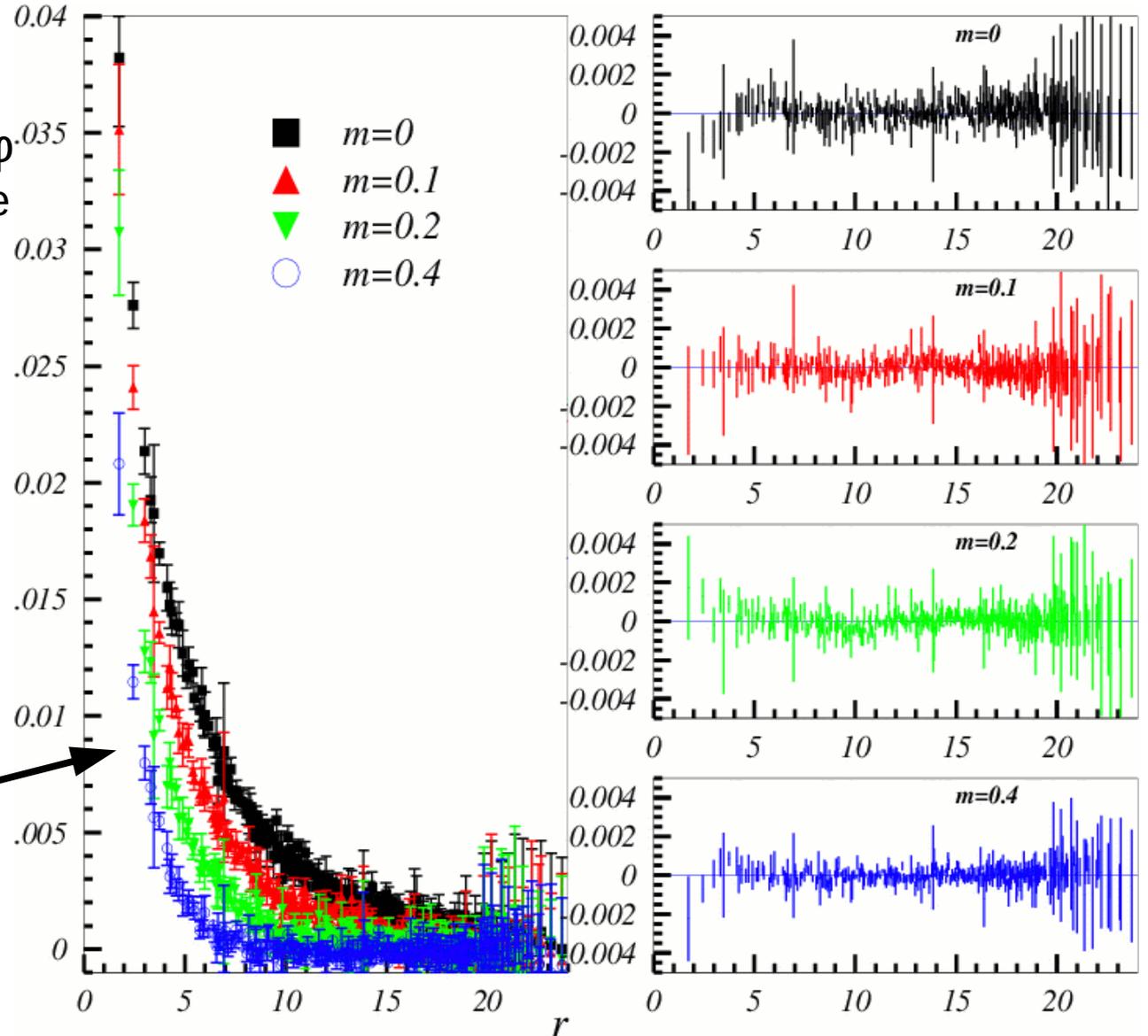
Gardant uniquement $\partial\phi\partial\phi$
dans \mathcal{L} (pas d'auto-interaction
du champ), on obtient:



Vérifications de la simulation sur réseau

Gardant uniquement $\partial\phi\partial\phi$ dans \mathcal{L} et ajoutant un terme de masse $m_\phi^2\phi^2$, on obtient:

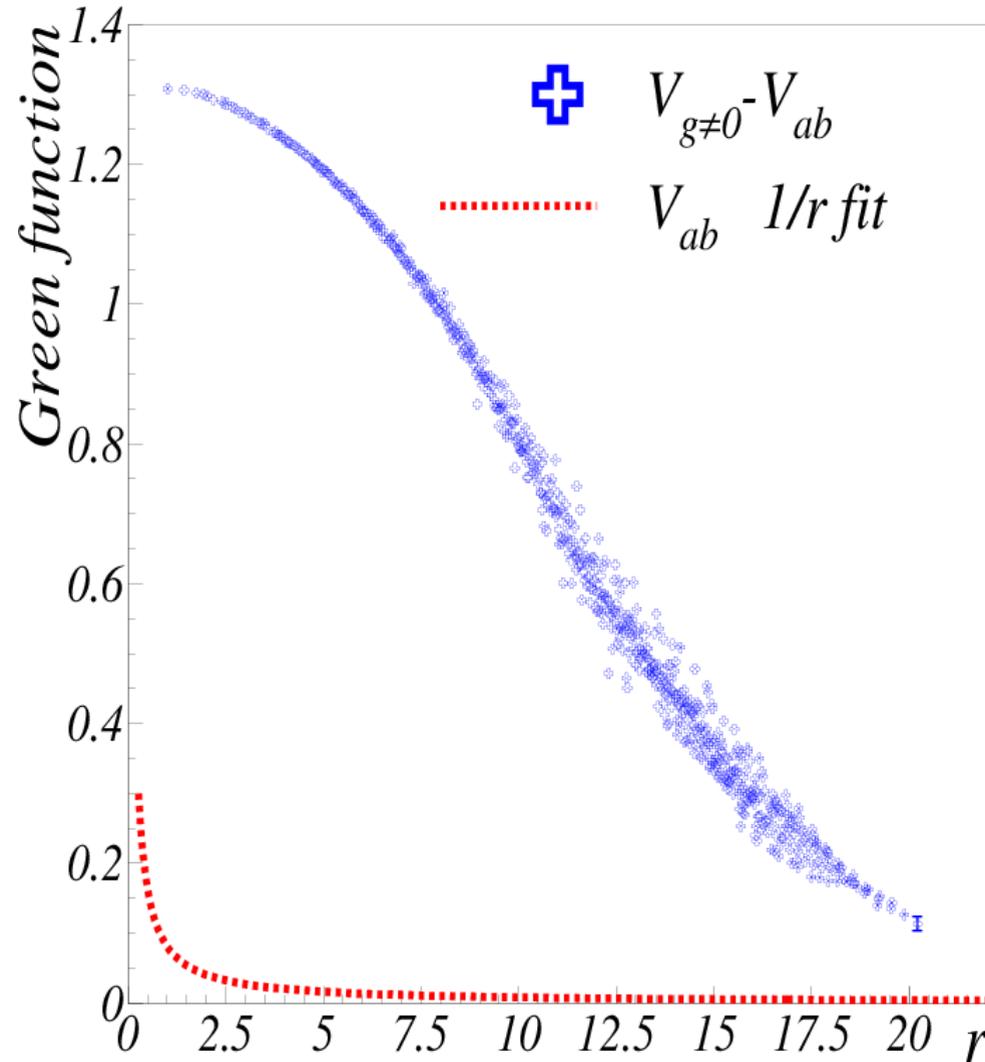
$V \propto e^{-m_\phi r}/r$: Potentiel de Yukawa.



⇒ La simulation est fiable (pour la partie abélienne de \mathcal{L})

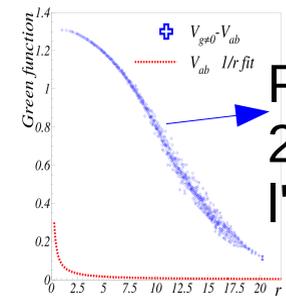
Résultats de la simulation sur réseau

\mathcal{L} complet donne:

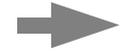
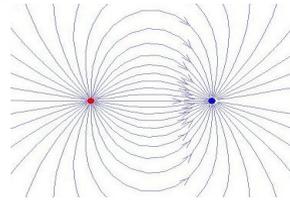


i.e $V = \frac{a}{r} + br$

Application aux galaxies



Pour un système à 2 points. Implique l'effondrement:

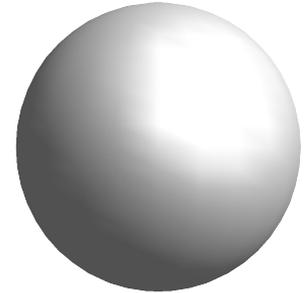


⇒ Force ~ constante

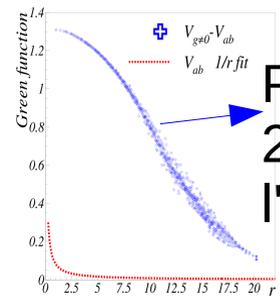
• Distribution homogène sphérique: pas de direction d'effondrement privilégiée ⇒ Pas d'effets d'auto-interaction de champ.

$F \sim \text{constante}$ est distribuée sur la surface de la sphère, i.e.

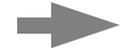
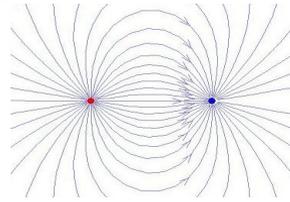
$F \sim \text{constante} / (4/3 \pi r^2) \Rightarrow V \sim 1/r$ comme attendu.



Application aux galaxies



Pour un système à 2-points. Implique l'effondrement:

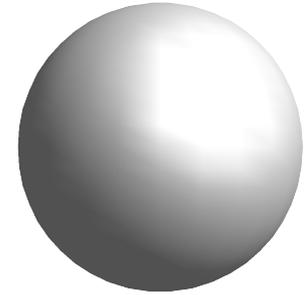


⇒ Force ~ constante

- Distribution homogène sphérique: pas de direction d'effondrement privilégiée ⇒ Pas d'effets d'auto-interaction de champ.

F ~ constante est distribuée sur la surface de la sphère, i.e.

F ~ constante / (4/3 π r²) ⇒ V ~ 1/r comme attendu.



- Distribution homogène cylindrique: effondrement des lignes hors du disque ⇒ F ~ constante / (2π r) ⇒ V ~ log(r).



Rajoutant la partie "abélienne" qui n'est pas affectée:

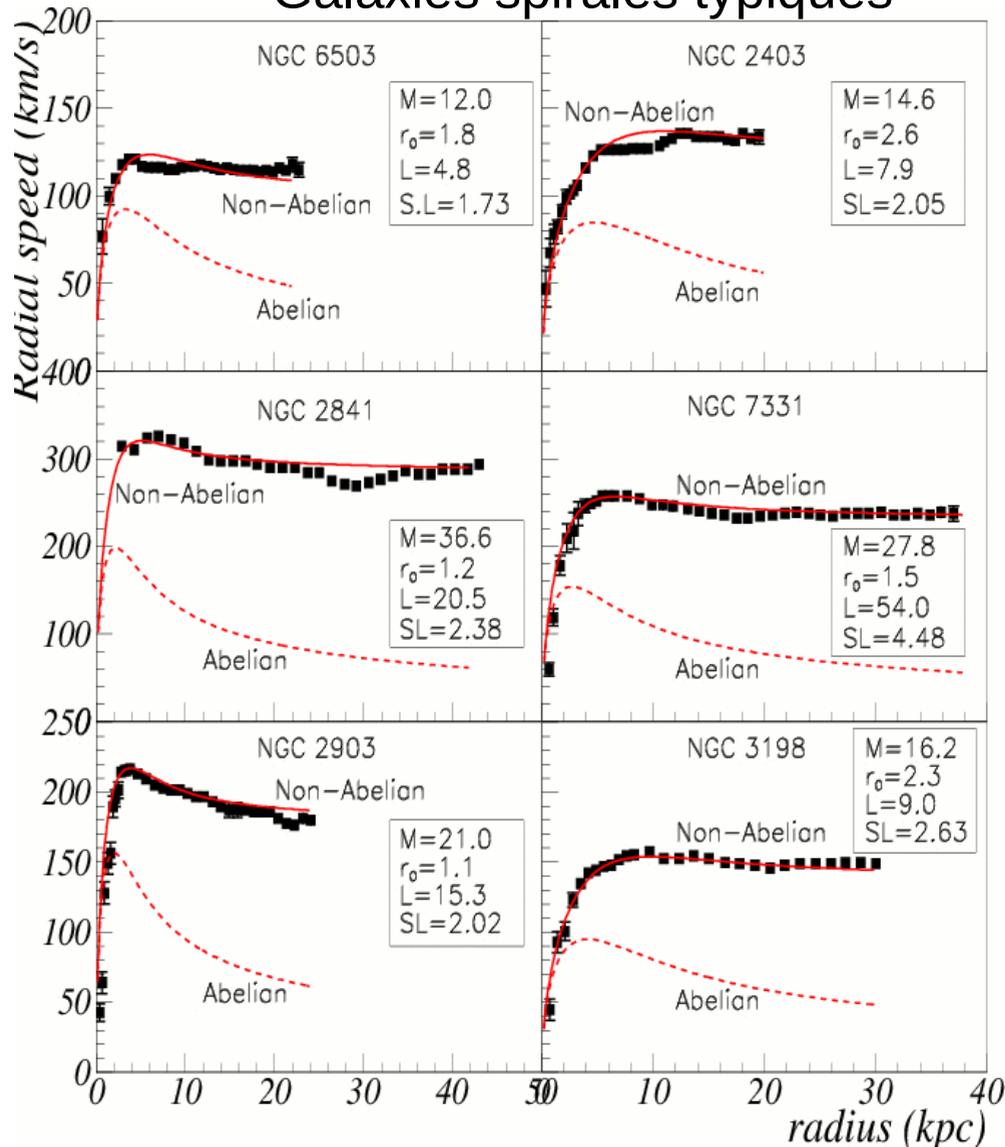
$$V = \frac{a}{r} + \frac{b}{2\pi} \log(r)$$

avec a & b donnés par le calcul sur réseau.

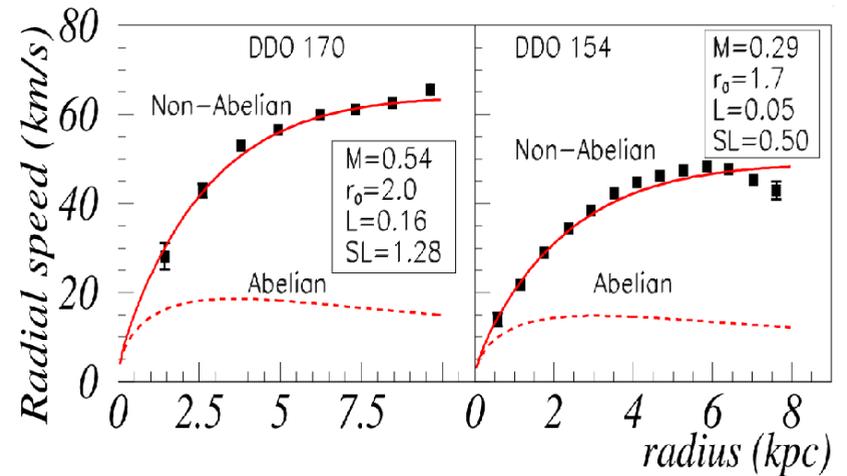
On applique ce potentiel aux galaxies spirales. Soit $\rho = \frac{M}{2\pi r_0^2} e^{-r/r_0}$ le profil de densité pour une galaxie spirale de masse M, on obtient les courbes de rotations.

Courbes de rotations de galaxies spirales

Galaxies spirales typiques



Galaxies spirales naines



La relation de Tully-Fisher

Empiriquement: $\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon$ ($\gamma = 3.9 \pm 0.2$, $\epsilon \sim 1.5$)

Incomprise dans le scénario de la matière sombre et supposée dans MOND. De notre point de vue:

Force découlant du potentiel $V = \frac{a}{r} + \frac{b}{2\pi} \log(r)$: $\frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r$ (grandes distances)

Equilibre entre force **centripète** et **gravité** pour un corp de masse m:

$$-mv^2 \frac{U_r}{r} = \frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r \Rightarrow v^2 = \frac{GMb}{2\pi a} \text{ avec } \begin{cases} a: \text{Coefficient du} \\ \text{potentiel de Newton} \\ b: \text{tension de corde} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\log(V) = \log(b) + \log\left(\frac{GM}{2\pi a}\right)$$

La relation de Tully-Fisher

Empiriquement: $\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon$ ($\gamma = 3.9 \pm 0.2$, $\epsilon \sim 1.5$)

Incomprise dans le scénario de la matière sombre et supposée dans MOND. De notre point de vue:

Force découlant du potentiel $V = \frac{a}{r} + \frac{b}{2\pi} \log(r)$: $\frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r$ (grandes distances)

Equilibre entre force **centripète** et **gravité** pour un corp de masse m:

$$-mv^2 \frac{U_r}{r} = \frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r \Rightarrow v^2 = \frac{GMb}{2\pi a} \text{ avec } \begin{cases} a: \text{Coefficient du} \\ \text{potentiel de Newton} \\ b: \text{tension de corde} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\log(V) = \log(b) + \log\left(\frac{GM}{2\pi a}\right)$$

$a \sim GM$ donc $\frac{GM}{2\pi a}$ est indépendant de M.

b est fonction de \sqrt{GM} . On développe b: $b(\sqrt{GM}) = b_0 + b_1 \sqrt{GM} + b_2 GM + \dots$

$b(0) = 0$ donc $b_0 = 0$ (pas d'effondrement des lignes de champ sans auto-interaction)

$GM \ll \sqrt{GM}$
Pour une galaxie

La relation de Tully-Fisher

Empiriquement: $\log(M) = \gamma \log(v) + \epsilon$ ($\gamma = 3.9 \pm 0.2$, $\epsilon \sim 1.5$)

Incomprise dans le scénario de la matière sombre et supposée dans MOND. De notre point de vue:

Force découlant du potentiel $V = \frac{a}{r} + \frac{b}{2\pi} \log(r)$: $\frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r$ (grandes distances)

Equilibre entre force **centripète** et **gravité** pour un corp de masse m:

$$-mv^2 \frac{U_r}{r} = \frac{-GMmb}{2\pi ar} \vec{U}_r \Rightarrow v^2 = \frac{GMb}{2\pi a} \text{ avec } \begin{cases} a: \text{Coefficient du} \\ \text{potentiel de Newton} \\ b: \text{tension de corde} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\log(V) = \log(b) + \log\left(\frac{GM}{2\pi a}\right)$$

$a \sim GM$ donc $\frac{GM}{2\pi a}$ est indépendant de M.

b est fonction de \sqrt{GM} . On développe b: $b(\sqrt{GM}) = b_0 + b_1 \sqrt{GM} + b_2 GM + \dots$

donc $b \sim b_1 \sqrt{GM} \Rightarrow \log(b) \sim \frac{1}{2} \log(M) + \log(b_1 \sqrt{G})$ et la condition d'équilibre implique:

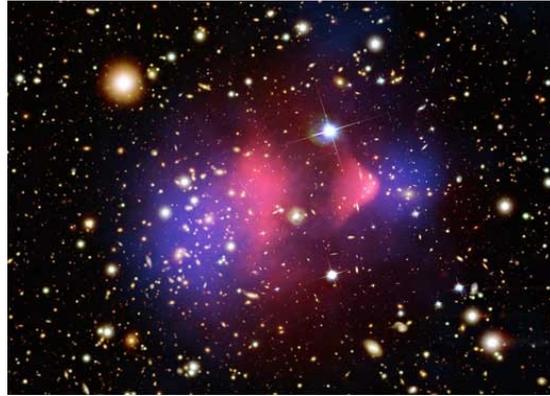
$$\log(M) = 4 \log(v) + c$$

La relation de Tully-Fisher est expliquée et le coefficient de proportionnalité donné quantitativement.

(Note: La dérivation ne dépend pas des détails du calcul sur réseau)

Amas de galaxies

- Nos calculs exprimés du point de vue de la matière sombre, indiquent qu'un amas contient typiquement **94% de “masse sombre”**, à comparer avec les **80-95% observés**.
- En 2006 une preuve directe de la matière sombre a été découverte grâce à l'amas du Boulet:



D. Clowe *et al.* ApJ 648 L109 (2006)

M. Markevitch *et al.* ApJ 606 819 (2004)

Preuve directe: observation compatible avec le scénario de la matière sombre mais pas avec les scénarios modifiant la gravité.

Notre approche est également naturellement compatible avec les observations de l'amas du Boulet.

Tests de notre modèle

- 1) Les trajectoires stellaires devraient être plus proches des trajectoires newtoniennes dans les galaxies elliptiques que dans les galaxies spirales.
(Car l'effet d'auto-interaction est supprimé pour une distribution homogène sphérique.)
- 2) Un potentiel linéaire devrait lier un système ~fermé de deux galaxies elliptiques (dans un amas clairsemé).
- 3) Deux galaxies spirales devraient moins interagir qu'un système similaire de galaxies elliptiques ou elliptique/spirale. (car les lignes de champ sont partiellement confinées dans une galaxie spirale mais moins dans une elliptique. Cela s'identifie du cas de deux hadrons qui interagissent peu car les gluons sont confinés dans le hadron).



(Autres tests proposés dans A. D., Phys. Lett. B 676 21 (2009))

Le test 3 nous amène au sujet de l'énergie sombre...

Energie sombre

Conservation de l'énergie:

Augmentation des liaisons \Rightarrow décroissance de l'énergie potentielle externe.

De façon équivalente

Les lignes du champ gravitationnel sont partiellement confinées dans le système (galaxies ou amas).

Deux amas ou deux galaxies spirales devraient moins interagir qu'attendu avec un potentiel newtonien:

$$F_{\text{vraie}} = F_{\text{"attendue"}} - D, \text{ où } D \text{ est dû à la diminution des lignes du champ externes au système.}$$

\Rightarrow $-D$ agirait comme une force négative (mais F_{vraie} sera toujours ≥ 0 : pas de répulsion nette).

Fait connu pour les hadrons: Force de Yukawa: $\sim (m+1/r)e^{-mr}/r < 1/r^2$ pour r grand.

Si cela est vrai, alors, le “problème de la coïncidence cosmique” s'explique:

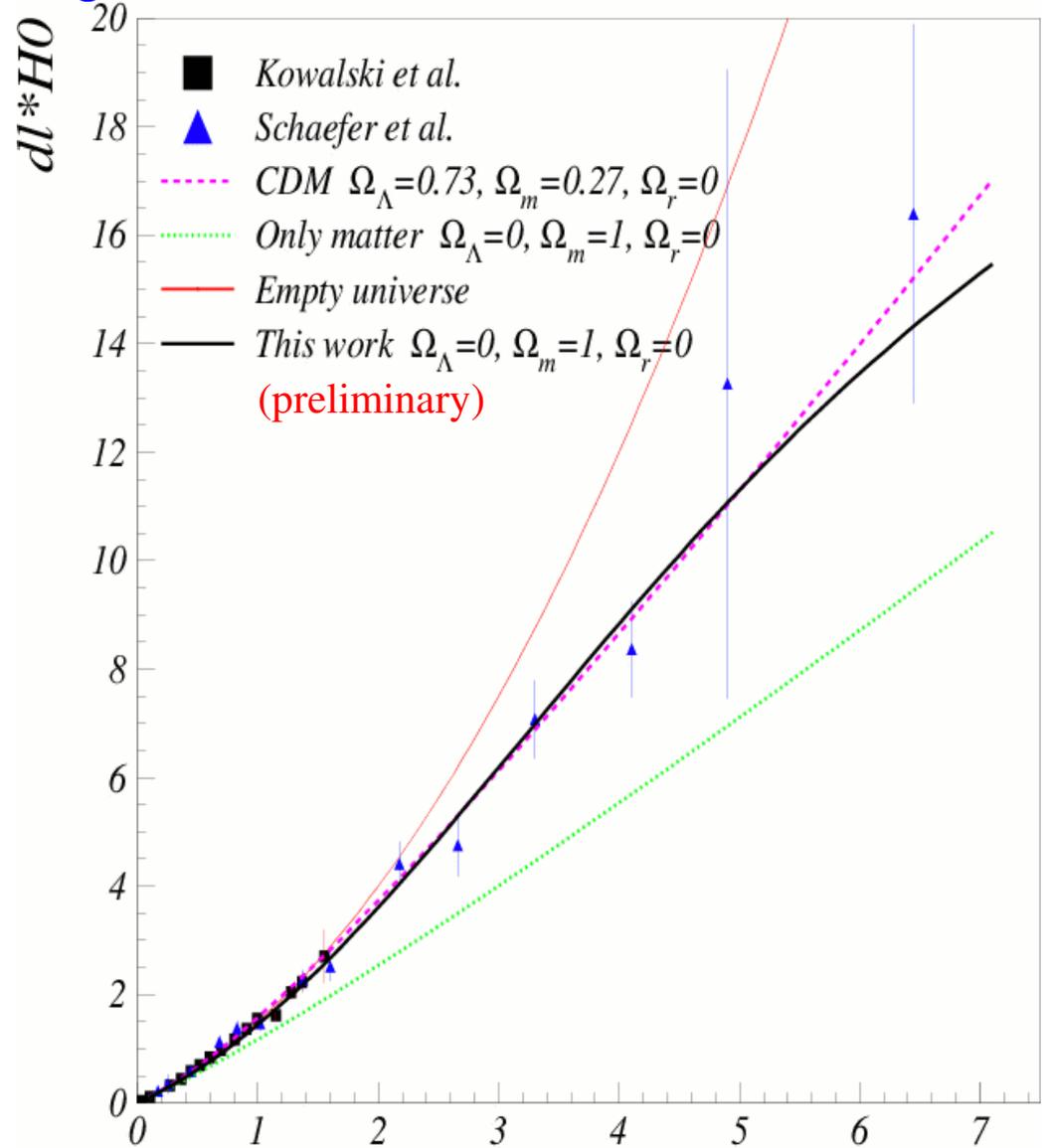
L'énergie sombre et la matière sombre ont réellement une origine commune.

Energie sombre

Incluant D dans les équations
d'évolution de l'univers:

$d_l * H_0 \sim$ atténuation

“redshift” $z \sim$ distance

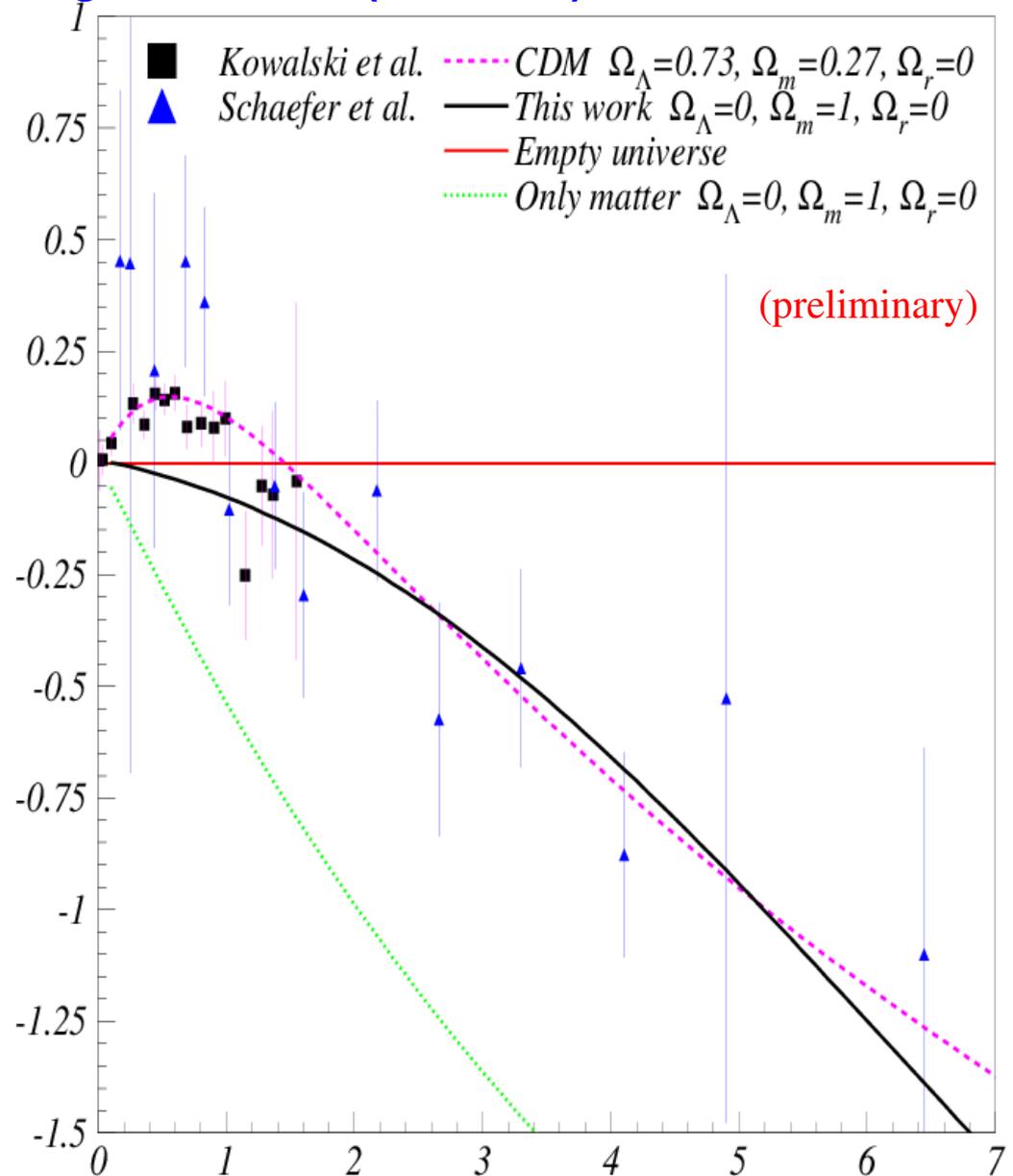


Energie sombre (résiduel)

Incluant D dans les équations
d'évolution de l'univers:

$dI \cdot H_0 \sim$ atténuation

“redshift” $z \sim$ distance



Faiblesses (et justifications)

- Approximations dans la dérivation de \mathcal{L} scalaire à partir de \mathcal{L}_{EH} (elles ont été justifiées.)
- Approximations du réseau, ex mailles \Rightarrow coupure à haute énergie. (les modes de hautes énergies devraient être négligeables pour un champ faible et stationnaire.)
- Hypothèse pour le couplage k . Effets non-linéaires négligés alors que ce travail montrent qu'ils sont importants (mais ils ne peuvent qu'augmenter k .)
- Modèles simplifiés pour les galaxies et amas. (le modèle de galaxie est standard.)
- Choix particulier des conditions aux limites: $\varphi=0$. La condition circulaire typique est inadaptée à notre cas. (Nous avons testé ces conditions avec $k=0$ et retrouvé les potentiels de Newton et Yukawa).

Message principal: Certains effets, établis pour QCD, peuvent expliquer certaines observations cosmologiques sans introduire de matière sombre ou d'énergie sombre. Un calcul simple indique quantitativement que ces effets peuvent être pertinents.



Résumé

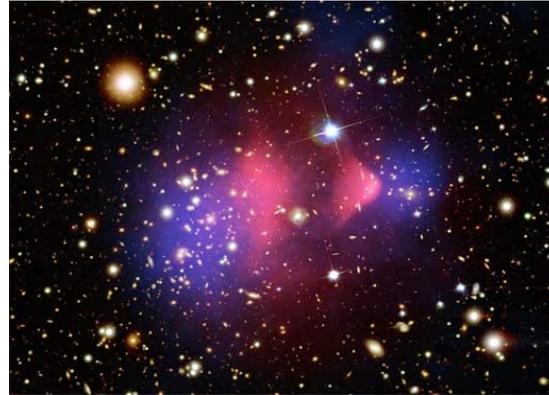
- L'auto-interaction du champ de gravité suggère un mécanisme naturel expliquant les courbes de rotations des galaxies et la dynamique des amas.
- Un calcul sous l'approximation des champs faibles est en bon accord avec les observations suggérant la matière sombre, sans requérir de paramètres arbitraires ou de particules exotiques.
- La relation de Tully-Fisher en découle naturellement.
- L'énergie sombre pourrait être en partie une conséquence de la conservation d'énergie entre l'augmentation de la liaison des constituants d'un système très massif et son énergie potentielle externe.
- Tous ces effets ont leurs parallèles en physique hadronique, peut être du fait que les théories respectives (gravité & QCD) ont de fortes similarités.

Back-up slides

Bullet cluster

- In 2006, “direct evidence” of dark matter was found in the Bullet Cluster:

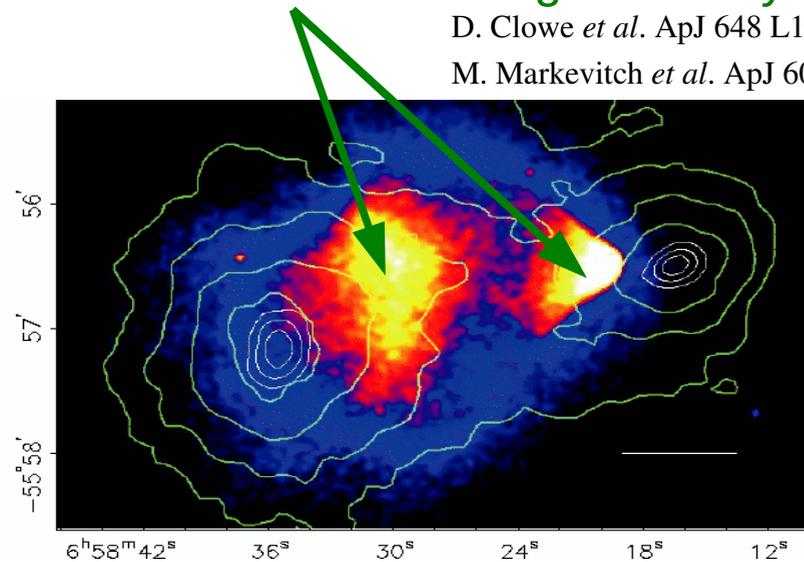
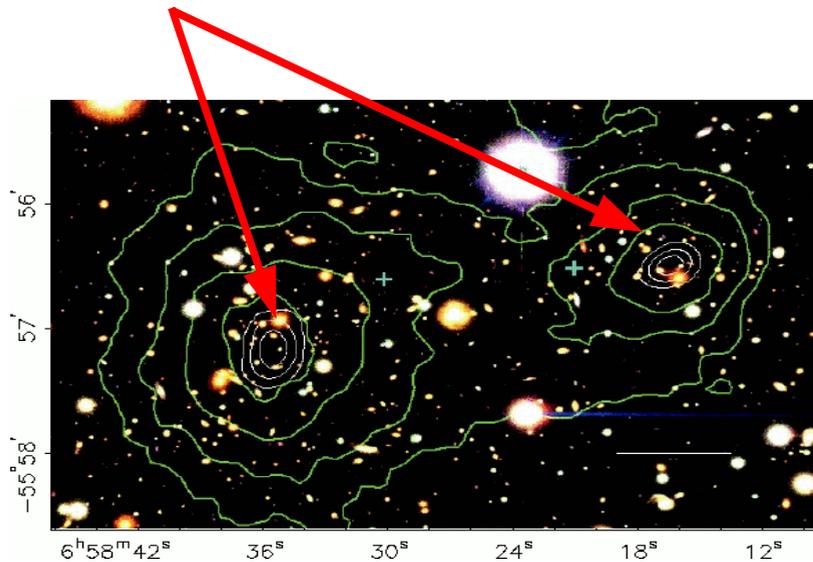
The bullet cluster is formed of two colliding clusters.



Gravitational lensing and x-ray imaging of the gas show that the locations of the **two total mass maximums** were offset from the **two maximums of the gas density**.

D. Clowe *et al.* ApJ 648 L109 (2006)

M. Markevitch *et al.* ApJ 606 819 (2004)



- ⇒
- Galaxies and whatever appears as dark mass are unaffected by the collision.
 - Gas (which dominates the cluster visible mass) was affected and stayed in the collision region.

Bullet cluster

This is compatible with:

- Galaxies: small cross section since galaxy sizes \ll cluster size.
- Dark matter: small cross section since weakly interacting particles.
- Gas: large cross section since interacts electromagnetically and size~cluster size.

⇒Since gas dominates the visible mass of a cluster, the observation is seen as the first proof for dark matter.

But it can be viewed as the fact that MOND (or any modification of gravity that scales with visible mass) fails in this particular case.

Bullet cluster

In our framework: **Field self-interaction effects** are associated with geometrically **asymmetric distributions**:



: no effects;



:some effects;



:large effects.

Field self-interaction effects (“dark matter”) should be less suppressed for the homogeneous gas.

The Field self-interaction effects are associated with the galaxies (increases of stars binding inside galaxies AND of galaxies interaction).

⇒ We should observe that most of the “dark matter” follows the galaxy system.

Caveats (and justifications)

- Approximations to go from \mathcal{L}_{EH} to scalar \mathcal{L} . (*Those seems justified.*)
- Lattice approximations, e.g. finite grid \Rightarrow high energy cut off. (*High energy modes should not be important for our stationary, classical, weak field.*)
- Guess for the coupling k . Neglects non-linear effects while those are important. (*but they can only make k larger.*)
- Simple models for galaxies and clusters. (*the spiral galaxy model is standard.*)
- Particular choice of boundary conditions: $\varphi=0$ on boundaries. Typical circular boundary conditions would not work for us:

Assuming a perfectly linear potential is created by \bullet :

