

Une approche inverse pour la reconstruction de données multidimensionnelles hétérogènes

Ferréol Soulez

¹Centre de Recherche Astrophysique de Lyon
Université Claude Bernard Lyon I
Ecole Normale Supérieure de Lyon

²Laboratoire Hubert Curien
Université Jean Monnet
St Etienne

³Laboratoire Contrôle Non Destructif par Rayonnement Ionisant
INSA Lyon.

23 avril 2009

Les problèmes inverses

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, **les paramètres x** et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle m reliant, aux erreurs e près, les paramètres x et les données y :

$$y = m(x) + e$$

Problème inverse

Quels sont les meilleurs paramètres x compte tenu des données y et du modèle m ?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (e.g. $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général **mal-conditionné** (solution instable) ou même **mal-posé** (plusieurs ou aucune solutions).

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{e} .$$

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{e} .$$



Objet

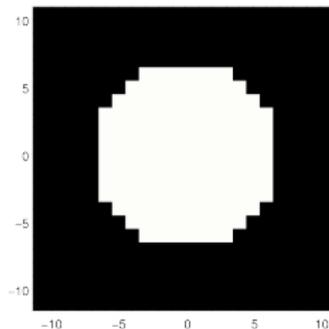
Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$y = \mathbf{H} \cdot x + e .$$



Objet



PSF

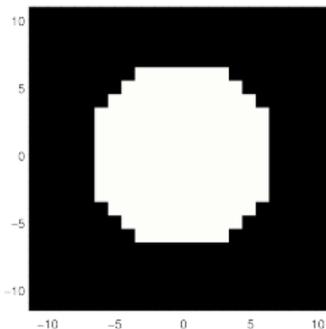
Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$y = H \cdot x + e.$$



Objet



PSF

+ Bruit

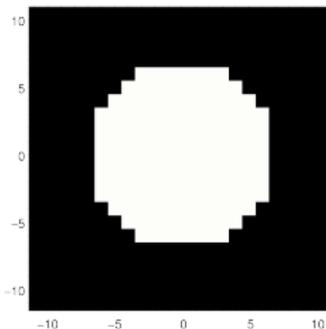
Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

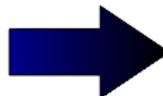
$$y = H \cdot x + e.$$



Objet



PSF



+ Bruit

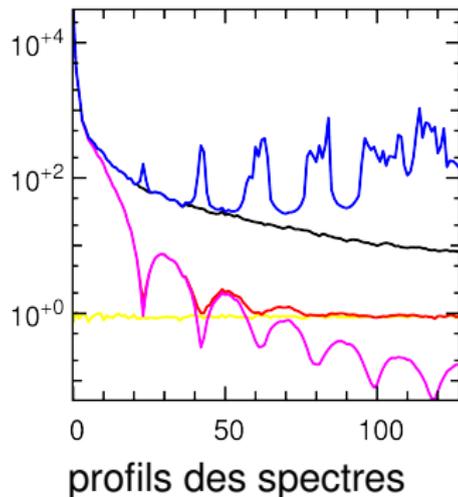


Données

$$\mathbf{x} = \text{FFT}^{-1} \left(\begin{array}{c} \text{FFT} \left(\begin{array}{c} \text{Image of a person with a camera on a tripod} \end{array} \right) \\ \hline \text{FFT} \left(\begin{array}{c} \text{Circular mask} \end{array} \right) \end{array} \right) = \text{Image of a noisy person with a camera on a tripod}$$

$$\widehat{x}(\mathbf{v}) = \frac{\widehat{y}(\mathbf{v})}{\widehat{h}(\mathbf{v})}$$

Qu'est-ce qui cloche ?



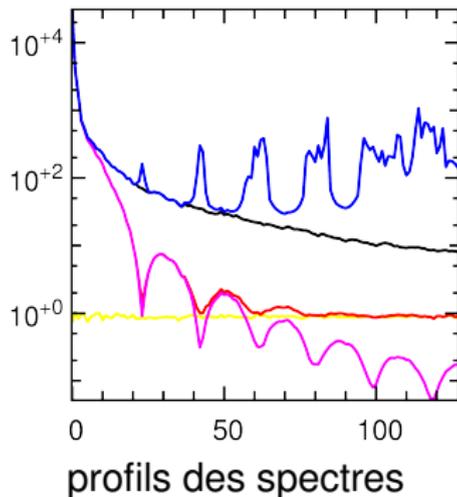
- — objet,
- — objet flou,
- — bruit,
- — objet flou + bruit,
- — inversion directe.

- inversion directe :

$$\widehat{x}_{\text{ML}}(\mathbf{v}) = \frac{\widehat{y}(\mathbf{v})}{\widehat{h}(\mathbf{v})} = \widehat{x}(\mathbf{v}) + \frac{\widehat{e}(\mathbf{v})}{\widehat{h}(\mathbf{v})}$$

- ▶ **amplification du bruit.** C'est un problème mal conditionné.

Qu'est-ce qui cloche ?



- — objet,
- — objet flou,
- — bruit,
- — objet flou + bruit,
- — inversion directe.

- inversion directe :

$$\widehat{x}_{\text{ML}}(\mathbf{v}) = \frac{\widehat{y}(\mathbf{v})}{\widehat{h}(\mathbf{v})} = \widehat{x}(\mathbf{v}) + \frac{\widehat{e}(\mathbf{v})}{\widehat{h}(\mathbf{v})}$$

- ▶ **amplification du bruit.** C'est un problème mal conditionné.

Maximum de vraisemblance : Objectif

- Quel est le meilleur modèle ?
- ⇒ **réponse** : c'est celui qui maximise la probabilité d'avoir observé les données :

$$\mathbf{x}_{\text{ML}} = \arg \max_x \Pr(\mathbf{y}|\mathbf{x})$$

où **ML = *Maximum Likelihood***

- ▲ C'est la meilleure solution au sens de la statistiques des erreurs...

Maximum de vraisemblance : Approximation gaussienne, modèle linéaire

- modèle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}$$

- fonction de pénalisation :

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})$$

- condition d'optimalité du 1^{er} ordre (*équations normales*) :

$$\left. \frac{\partial f_{\text{data}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{ML}}} = \mathbf{0}$$

$$\iff \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{\text{ML}} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

$$\iff \mathbf{x}_{\text{ML}} = \left(\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H} \right)^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

Maximum de vraisemblance : Approximation gaussienne, modèle linéaire

- modèle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}$$

- fonction de pénalisation :

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})$$

- condition d'optimalité du 1^{er} ordre (*équations normales*) :

$$\left. \frac{\partial f_{\text{data}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{ML}}} = \mathbf{0}$$

$$\iff \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{\text{ML}} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

$$\iff \mathbf{x}_{\text{ML}} = \left(\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H} \right)^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

Maximum de vraisemblance : Approximation gaussienne, modèle linéaire

- modèle :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}$$

- fonction de pénalisation :

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{x})$$

- condition d'optimalité du 1^{er} ordre (**équations normales**) :

$$\left. \frac{\partial f_{\text{data}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{\text{ML}}} = \mathbf{0}$$

$$\iff \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}_{\text{ML}} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}$$

$$\iff \boxed{\mathbf{x}_{\text{ML}} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot \mathbf{y}}$$

Maximum de vraisemblance : Application à la déconvolution

- approximation circulante :

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{H} = \text{diag}(\hat{\mathbf{h}}).$$

- bruit blanc stationnaire :

$$\mathbf{C}_e = \sigma_e \mathbf{I}.$$

-

$$x^{\text{MV}} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{y},$$

Dans l'espace de Fourier :

$$\hat{x}_u^{(\text{MV})} = \frac{\hat{h}_u^* \hat{y}_u}{|\hat{h}_u|^2}$$

$$= \frac{\hat{y}_u}{\hat{h}_u},$$

- Identique à l'inversion directe.

Maximum de vraisemblance : Application à la déconvolution

- approximation circulante :

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{H} = \text{diag}(\hat{\mathbf{h}}).$$

- bruit blanc stationnaire :

$$\mathbf{C}_e = \sigma_e \mathbf{I}.$$

-

$$x^{\text{MV}} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{y},$$

Dans l'espace de Fourier :

$$\hat{x}_u^{(\text{MV})} = \frac{\hat{h}_u^* \hat{y}_u}{|\hat{h}_u|^2}$$

$$= \frac{\hat{y}_u}{\hat{h}_u},$$

- Identique à l'inversion directe.

Maximum de vraisemblance : Application à la déconvolution

- approximation circulante :

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{H} = \text{diag}(\hat{\mathbf{h}}).$$

- bruit blanc stationnaire :

$$\mathbf{C}_e = \sigma_e \mathbf{I}.$$

-

$$x^{\text{MV}} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{y},$$

Dans l'espace de Fourier : $\hat{x}_u^{(\text{MV})} = \frac{\hat{h}_u^* \hat{y}_u}{|\hat{h}_u|^2}$

$$= \frac{\hat{y}_u}{\hat{h}_u},$$

- Identique à l'inversion directe.

Maximum de vraisemblance : Application à la déconvolution

- approximation circulante :

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{H} = \text{diag}(\hat{\mathbf{h}}).$$

- bruit blanc stationnaire :

$$\mathbf{C}_e = \sigma_e \mathbf{I}.$$

-

$$x^{\text{MV}} = (\mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H})^{-1} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{y},$$

Dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned} \hat{x}_u^{(\text{MV})} &= \frac{\hat{h}_u^* \hat{y}_u}{|\hat{h}_u|^2} \\ &= \frac{\hat{y}_u}{\hat{h}_u}, \end{aligned}$$

- Identique à l'inversion directe.

Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres

En imposant des contraintes de positivité (ISRA [Daube-Witherspoon86])

En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres



En imposant des contraintes de positivité (ISRA [Daube-Witherspoon86])

En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres



En imposant des contraintes de positivité (ISRA [Daube-Witherspoon86])



En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Minimum Mean Square Error

- Estimation de la qualité de reconstruction : Mesure de l'erreur quadratique moyenne.
- \mathbf{S}^{MMSE} : Opérateur de reconstruction minimisant cette erreur :

$$\mathbf{S}^{\text{MMSE}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{S}^{\text{MMSE}} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{x}^{\text{vrai}} \right\|_2^2 \right\} .$$

- Sous l'hypothèse d'un bruit décorrélé et centré, ce filtre s'écrit, dans l'espace de Fourier :

$$\hat{\mathbf{S}}_u^{(\text{MMSE})} = \frac{\hat{h}_u^*}{|\hat{h}_u|^2 + \frac{\mathbb{E} \{ |\hat{b}_u|^2 \}}{\mathbb{E} \{ |\hat{x}_u^{(\text{vrai})}|^2 \}}} .$$

- C'est le filtre de Wiener.

Minimum Mean Square Error

- Estimation de la qualité de reconstruction : Mesure de l'erreur quadratique moyenne.
- \mathbf{S}^{MMSE} : Opérateur de reconstruction minimisant cette erreur :

$$\mathbf{S}^{\text{MMSE}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{S}^{\text{MMSE}} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{x}^{\text{vrai}} \right\|_2^2 \right\} .$$

- Sous l'hypothèse d'un bruit décorrélé et centré, ce filtre s'écrit, dans l'espace de Fourier :

$$\hat{S}_u^{(\text{MMSE})} = \frac{\hat{h}_u^*}{|\hat{h}_u|^2 + \frac{\mathbb{E} \{ |\hat{b}_u|^2 \}}{\mathbb{E} \{ |\hat{x}_u^{(\text{vrai})}|^2 \}}} .$$

- C'est le filtre de Wiener.

Minimum Mean Square Error

- Estimation de la qualité de reconstruction : Mesure de l'erreur quadratique moyenne.
- \mathbf{S}^{MMSE} : Opérateur de reconstruction minimisant cette erreur :

$$\mathbf{S}^{\text{MMSE}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{S}^{\text{MMSE}} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{x}^{\text{vrai}} \right\|_2^2 \right\} .$$

- Sous l'hypothèse d'un bruit décorrélé et centré, ce filtre s'écrit, dans l'espace de Fourier :

$$\hat{\mathbf{S}}_u^{(\text{MMSE})} = \frac{\hat{h}_u^*}{|\hat{h}_u|^2 + \frac{\mathbb{E} \{ |\hat{b}_u|^2 \}}{\mathbb{E} \{ |\hat{x}_u^{(\text{vrai})}|^2 \}}} .$$

- C'est le filtre de Wiener.

Minimum Mean Square Error

- Estimation de la qualité de reconstruction : Mesure de l'erreur quadratique moyenne.
- \mathbf{S}^{MMSE} : Opérateur de reconstruction minimisant cette erreur :

$$\mathbf{S}^{\text{MMSE}} = \arg \min_{\mathbf{S}} \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{S}^{\text{MMSE}} \cdot \mathbf{y} - \mathbf{x}^{\text{vrai}} \right\|_2^2 \right\} .$$

- Sous l'hypothèse d'un bruit décorélé et centré, ce filtre s'écrit, dans l'espace de Fourier :

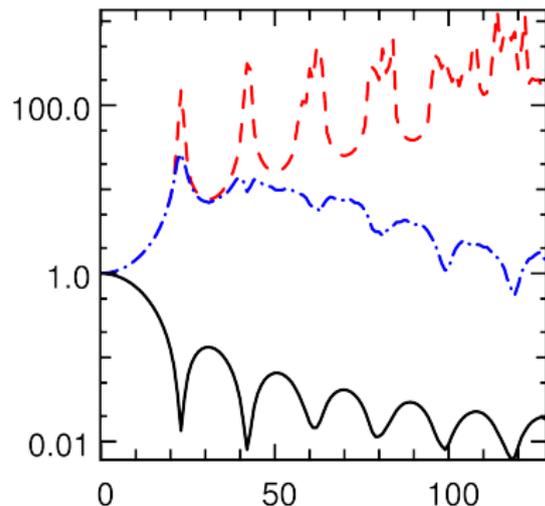
$$\hat{\mathbf{S}}_u^{(\text{MMSE})} = \frac{\hat{h}_u^*}{|\hat{h}_u|^2 + \frac{\mathbb{E} \{ |\hat{b}_u|^2 \}}{\mathbb{E} \{ |\hat{x}_u^{(\text{vrai})}|^2 \}}} .$$

- C'est le filtre de Wiener.

Filtre de Wiener



résultats du filtre de Wiener.



Spectre du filtre de Wiener (en bleu).

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

$$-\log \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = -\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x}) + \log \Pr(\mathbf{y})$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

$$-\log \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = -\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x}) + \log \Pr(\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x})}_{\text{data fit}} \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{x})}_{\text{prior}} \right\}$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

$$-\log \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = -\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x}) + \log \Pr(\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x})}_{f_{\text{data}}(\mathbf{x})} - \log \Pr(\mathbf{x}) \right\}$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

$$-\log \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = -\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x}) + \log \Pr(\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x})}_{f_{\text{data}}(\mathbf{x})} - \underbrace{\log \Pr(\mathbf{x})}_{f_{\text{prior}}(\mathbf{x})} \right\}$$

Approche bayésienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant données les mesures :

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y})$$

$$\Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = \frac{\Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) \Pr(\mathbf{x})}{\Pr(\mathbf{y})} \quad (\text{théorème de Bayes})$$

$$-\log \Pr(\mathbf{x} | \mathbf{y}) = -\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x}) - \log \Pr(\mathbf{x}) + \log \Pr(\mathbf{y})$$

$$\mathbf{x}_{\text{MAP}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\mathbf{y} | \mathbf{x})}_{f_{\text{data}}(\mathbf{x})} - \underbrace{\log \Pr(\mathbf{x})}_{f_{\text{prior}}(\mathbf{x})} \right\}$$

$$= \arg \min_{\mathbf{x}} f_{\text{post}}(\mathbf{x})$$

Maximum a posteriori

$f_{\text{post}}(\mathbf{x})$ = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$$

$f_{\text{data}}(\mathbf{x})$ = terme de **vraisemblance** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})), \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=\text{Pixels}} w_k (y_k - m(\mathbf{x})_k)^2 . \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$ = terme de **régularisation** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \mu \times \Omega(\mathbf{x}) .$$

Maximum a posteriori

$f_{\text{post}}(\mathbf{x})$ = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$$

$f_{\text{data}}(\mathbf{x})$ = terme de **vraisemblance** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})), \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=\text{Pixels}} w_k (y_k - m(\mathbf{x})_k)^2 . \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$ = terme de **régularisation** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \mu \times \Omega(\mathbf{x}) .$$

Maximum a posteriori

$f_{\text{post}}(\mathbf{x})$ = fonction pénalisante **a posteriori** :

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$$

$f_{\text{data}}(\mathbf{x})$ = terme de **vraisemblance** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x}))^T \cdot \mathbf{C}_e^{-1} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})), \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=\text{Pixels}} w_k (y_k - m(\mathbf{x})_k)^2 . \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\mathbf{x})$ = terme de **régularisation** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \mu \times \Omega(\mathbf{x}) .$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_r \sum_{k' \in V_k} \varphi \left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')} \right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k ,
- $d(k, k')$: distance entre les pixels k .

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$
(voir Charbonnier97) :

$$\varphi(t; \eta) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log \left(1 + \frac{|t|}{\eta} \right) \right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_r \sum_{k' \in V_k} \varphi \left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')} \right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k ,
- $d(k, k')$: distance entre les pixels k .

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$
(voir Charbonnier97) :

$$\varphi(t; \eta) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log \left(1 + \frac{|t|}{\eta} \right) \right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_r \sum_{k' \in V_k} \varphi \left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')} \right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k ,
- $d(k, k')$: distance entre les pixels k .

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$
(voir Charbonnier97) :

$$\varphi(t; \eta) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log \left(1 + \frac{|t|}{\eta} \right) \right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_r \sum_{k' \in V_k} \varphi \left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k, k')} \right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k ,
- $d(k, k')$: distance entre les pixels k .

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$
(voir Charbonnier97) :

$$\varphi(t; \eta) = 2\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log \left(1 + \frac{|t|}{\eta} \right) \right),$$

Résultats simulations



Données simulées.



Vérité.

Résultats simulations



Régularisation quadratique.



Régularisation
avec norme $\ell_2 - \ell_1$.

Régularisations quadratiques

- régularisation de Tikhonov :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|^2 = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{x}$$

- contrainte de lissage :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \sum_{i,j} [x(i+1, j) - x(i, j)]^2 + \sum_{i,j} [x(i, j+1) - x(i, j)]^2$$

- corrélation \sim a priori Gaussien [Tarantola-Valette1984] :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mathbf{p})^T \cdot \text{Cov}(\mathbf{x})^{-1} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p})$$

- régularisation de Tikhonov généralisé :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{p}\|_{\mathbf{Q}}^2 = (\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{p})^T \cdot \mathbf{Q} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{p})$$

⇒ solution analytique si linéaire ;

Régularisations non-quadratiques

- maximum d'entropie (avec a priori \mathbf{p}) :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}|\mathbf{p}) = \sum_i [p_i - x_i + x_i \log(x_i/p_i)]$$

- Contrainte de support + positivité [Kundur1996]

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}} [\min(\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{g}, 0)]^2 + \gamma \sum_{\mathbf{x} \notin \mathcal{S}} [\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{g}]^2$$

- lissage avec norme non quadratique

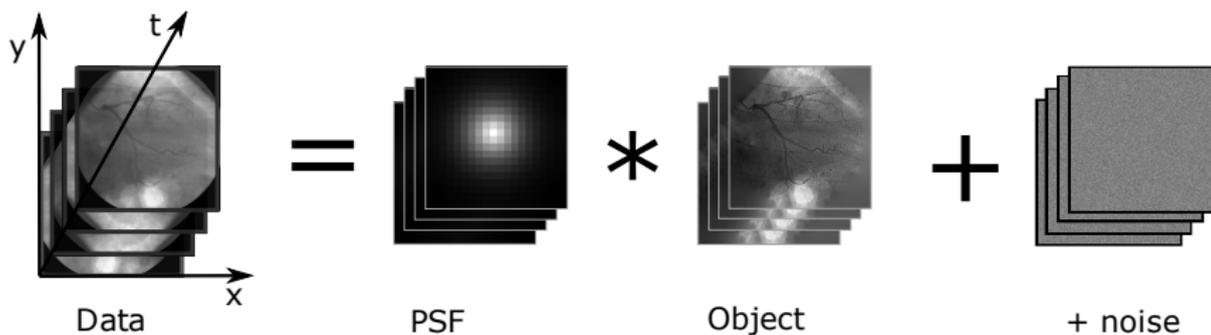
$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = \sum_i \mathcal{N}_{1-2}(x_{i+1} - x_i)$$

⇒ pas de solution analytique (en général)

Déconvolution multidimensionnelle

Formation de données multidimensionnelles

Exemple, séquence video (x,z,t) :



Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t} \Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t} \Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\mathbf{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k} \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{x}_{\lambda,k})$$

Déconvolution et démosaiçage

Mosaïçage

Pour la plupart de capteurs couleurs :
 Capteurs monochromes où chaque pixel
 code une des trois couleurs RVB
 disposées généralement selon le motif de
 Bayer.

$$y = \mathbf{B} \cdot x .$$

	B	G	B	
R	G	R	G	R
G	B	G	B	G
R	G	R	G	R
	B	G	B	

Mosaïçage

Pour la plupart de capteurs couleurs :
 Capteurs monochromes où chaque pixel
 code une des trois couleurs RVB
 disposées généralement selon le motif de
 Bayer.

$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}.$$

	B	G	B	
R	G	R	G	R
G	B	G	B	G
R	G	R	G	R
	B	G	B	

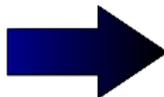


Mosaïçage

Pour la plupart de capteurs couleurs :
 Capteurs monochromes où chaque pixel
 code une des trois couleurs RVB
 disposées généralement selon le motif de
 Bayer.

$$y = \mathbf{B} \cdot x.$$

	B	G	B	
R	G	R	G	R
G	B	G	B	G
R	G	R	G	R
	B	G	B	



Modèle de formation de l'image

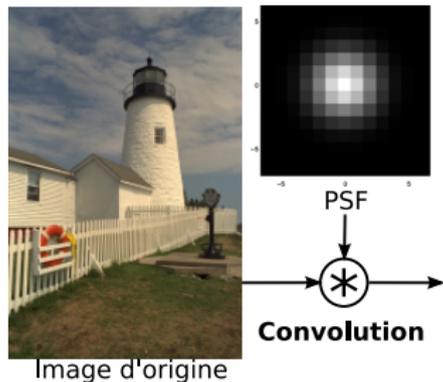


Image d'origine

$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + e.$$

- **Objet : x**
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

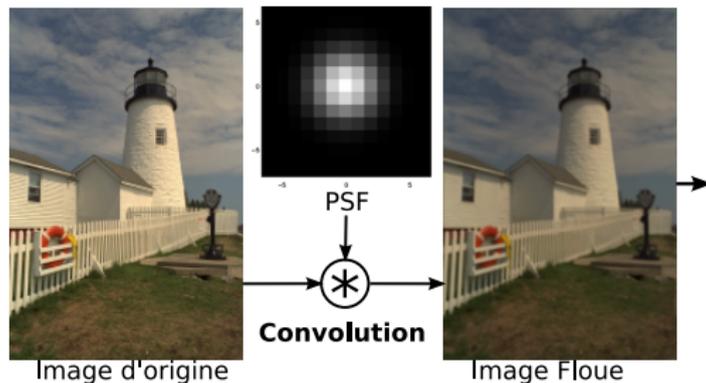
Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e .$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

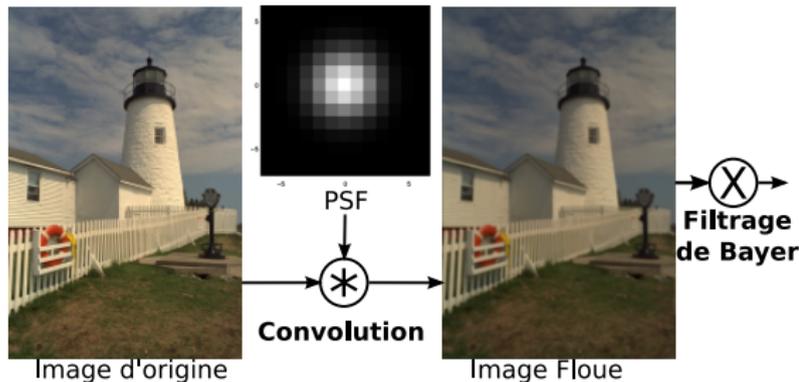
Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + e .$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

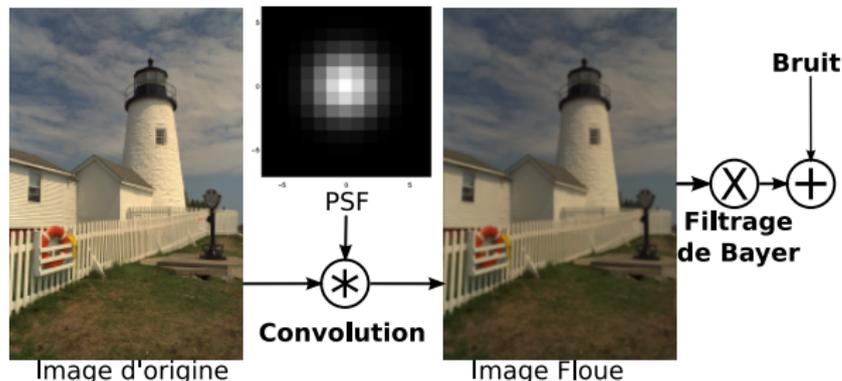
Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e .$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

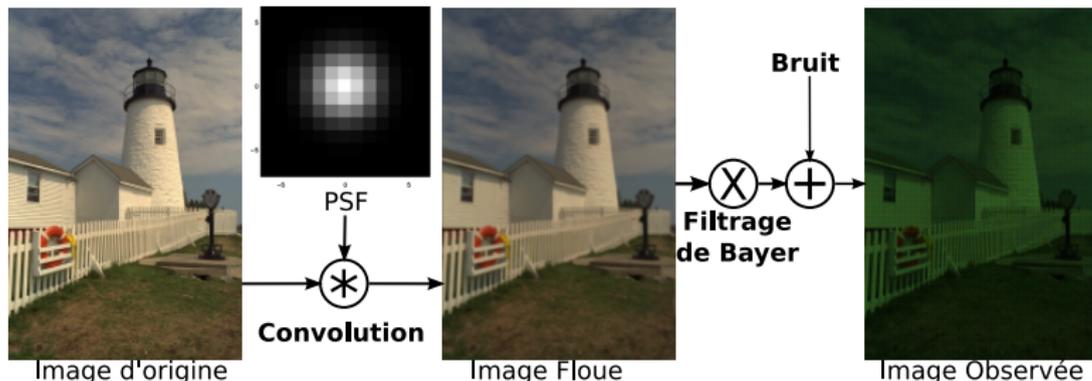
Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e.$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e .$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : \mathbf{H}
- Projection d'après la matrice de Bayer : \mathbf{B}
- Bruit additif : e
- Image observée : y

Bayer : régularisation spectrale

D'après Gunturk (2002), les hautes fréquences de chaque canal spectral sont très corrélées.

Fonction de régularisation :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^R - \mathbf{x}^V)\|_2^2 + \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^R - \mathbf{x}^B)\|_2^2 + \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^B - \mathbf{x}^V)\|_2^2,$$

avec \mathbf{P} : un filtre passe-haut.

Bayer : régularisation spectrale

D'après Gunturk (2002), les hautes fréquences de chaque canal spectral sont très corrélées.

Fonction de régularisation :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^R - \mathbf{x}^V)\|_2^2 + \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^R - \mathbf{x}^B)\|_2^2 + \|\mathbf{P} \cdot (\mathbf{x}^B - \mathbf{x}^V)\|_2^2,$$

avec \mathbf{P} : un filtre passe-haut.

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale



Floue (PSNR = 29.8dB)

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale



Floue (PSNR = 29.8dB)



Observations

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale



Floue (PSNR = 29.8dB)



Observations



Interpolation (-0.5dB)

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale



Floue (PSNR = 29.8dB)



Observations



Interpolation (-0.5dB)



Interpolation +
Déconvolution (+2.9dB)

Simulations (flou vertical de 5 pixels sans bruit)



Originale



Floue (PSNR = 29.8dB)



Observations



Interpolation (-0.5dB)



Interpolation +
Déconvolution (+2.9dB)



Déconvolution Jointe
(+5.6dB)

Résultats expérimentaux



Interpolation de l'image
défocalisée

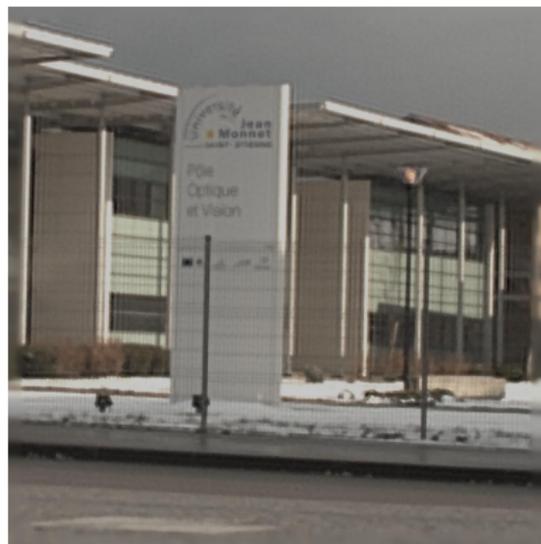
Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Résultats expérimentaux



Interpolation de l'image
défocalisée



Déconvolution Jointe

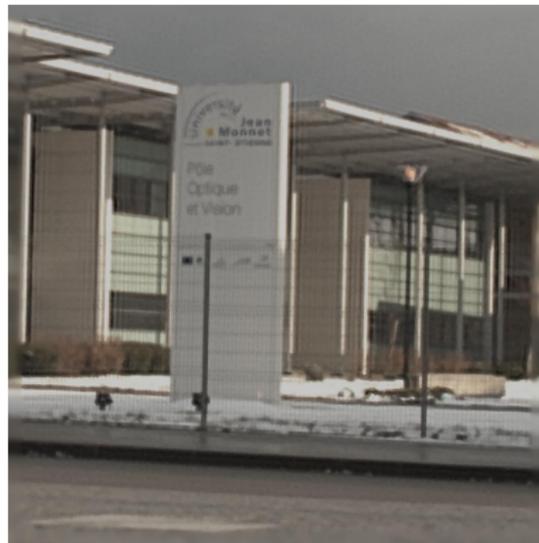
Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Résultats expérimentaux



Mise au point
et réglages automatiques



Déconvolution Jointe

Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Déconvolution multispectrale

Projet Supernovæ factory

But de la collaboration SNfactory :

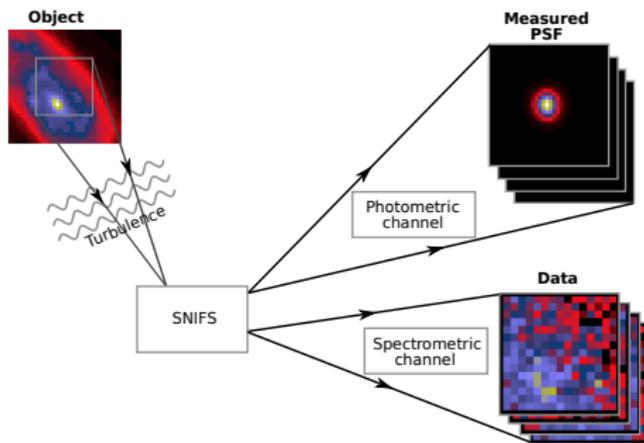
- Utilisation des Supernovæ de type Ia comme sondes cosmologiques,
- construire précisément le diagramme de Hubble pour des décalages vers le rouge compris dans la plage $0.03 < z < 0.08$.

Contraintes :

- Suivi temporel sur quelques semaines,
- mesure précise du spectre,
- mesure précise de la photométrie ($\leq 1\%$).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



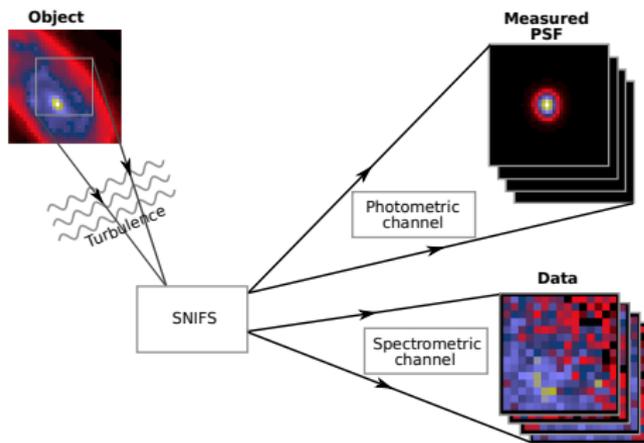
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



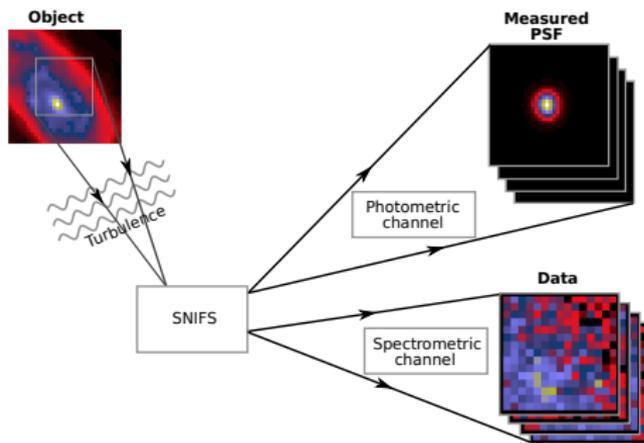
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



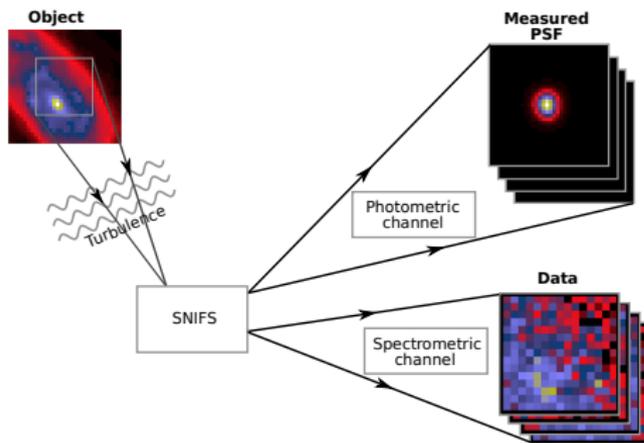
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



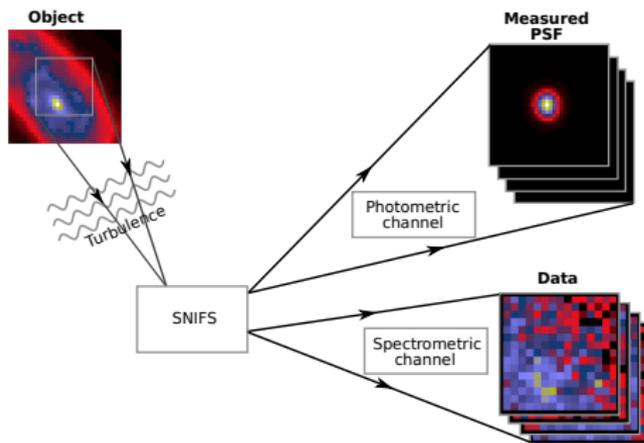
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



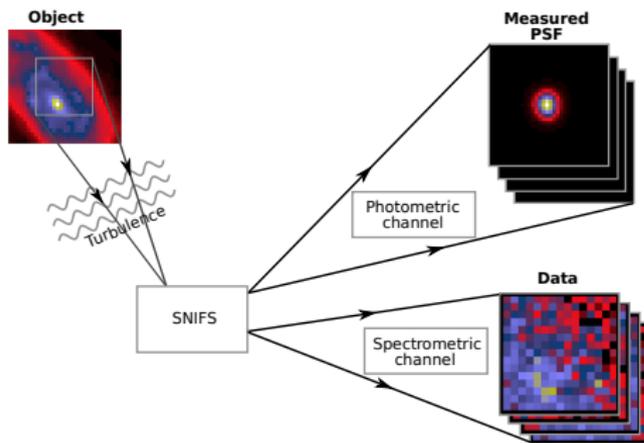
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798λ de 3200\AA à 5096\AA ,
- Bas flux : bruit de Poisson.

⇒ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson - Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson \approx Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma_{k,\lambda}^2 = \gamma(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda} + \sigma_{\text{CCD}}^2 \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma_{\text{CCD}}^2$$

γ : facteur de quantification

σ_{CCD}^2 : variance de bruits additifs gaussiens (e.g. bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\mathbf{x}) = \sum_k^{\text{Pixels}} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \left[\underbrace{(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \right]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \text{diag } \mathbf{C}_e^{-1} = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_{k,\lambda}^2} & \text{si le pixel } \{k, \lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen
des données (SED) est \approx constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen
des données (SED) est \approx constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
 multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen
 des données (SED) est \approx constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(x_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
 multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen
 des données (SED) est \approx constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(x_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
 multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen
 des données (SED) est \approx constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\mathbf{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

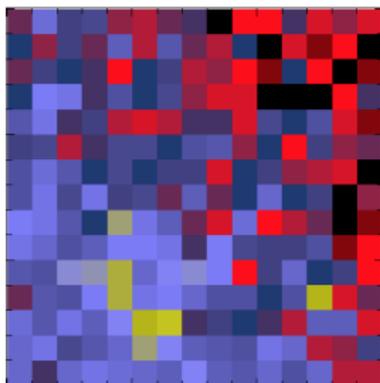
Constat

Les structures spatiales de chaque image x_λ sont proches,
 \approx les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante
multiplicative près.

Réglage des hyper-paramètres

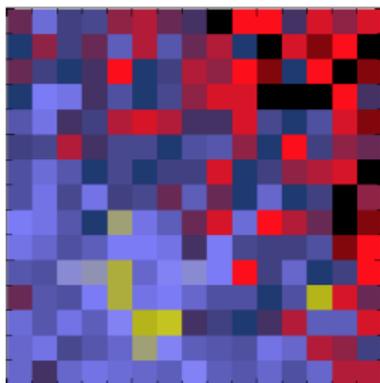
- Hyper-paramètres spatiaux α_λ normalisés par le flux moyen dans l'image x_λ .
- Tous les spectres x_k suivent le même *a priori* : hyper-paramètres sur les spectres β_k constant.

Résultats déconvolution : Simulations

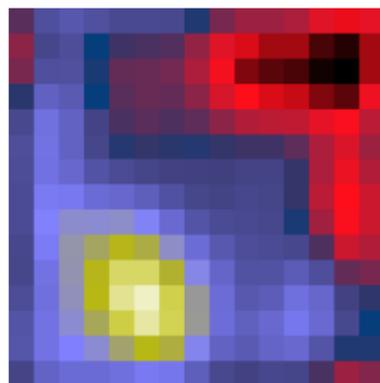


Données (3975Å)

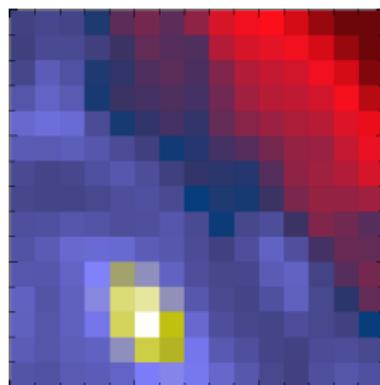
Résultats déconvolution : Simulations



Données (3975Å)

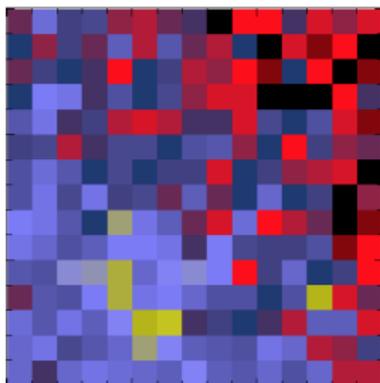


Richardson-Lucy

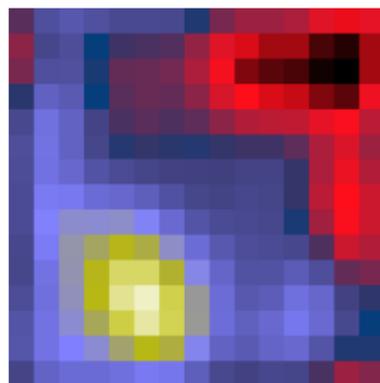


vérité

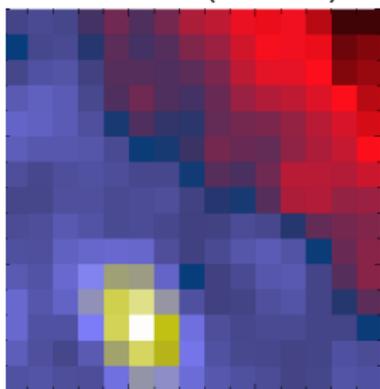
Résultats déconvolution : Simulations



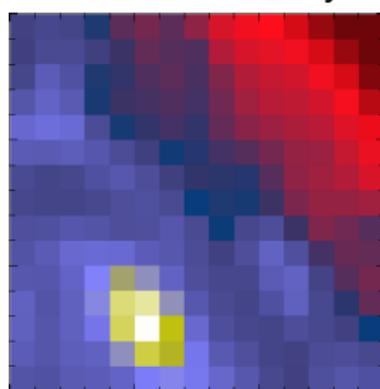
Données (3975Å)



Richardson-Lucy

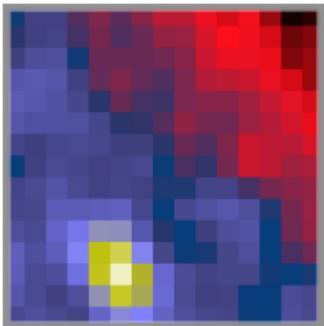


Reconstruction

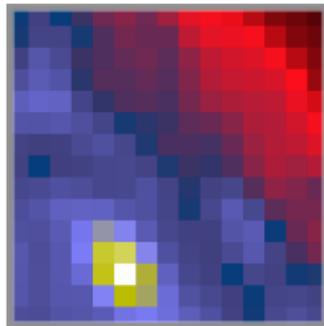


vérité

Extrapolation du champ.

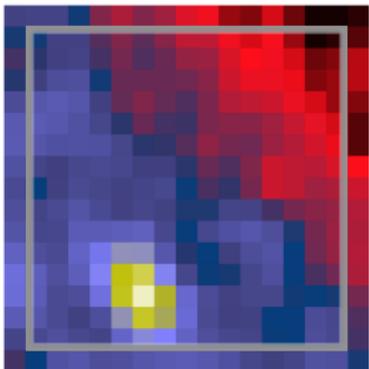


Reconstruction (3975Å)

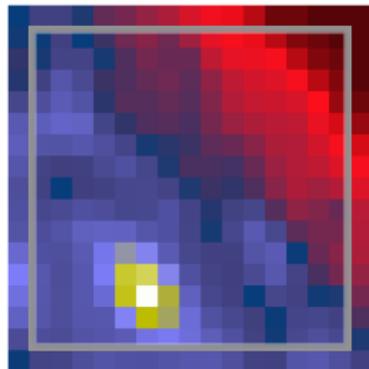


Vérité

Extrapolation du champ.

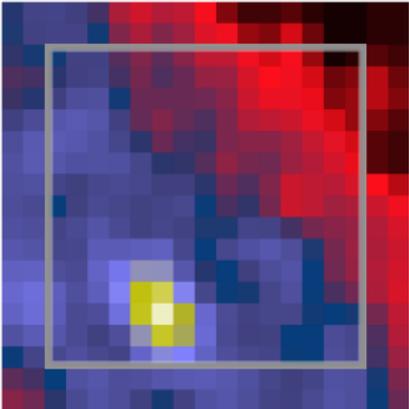


Reconstruction (3975Å)

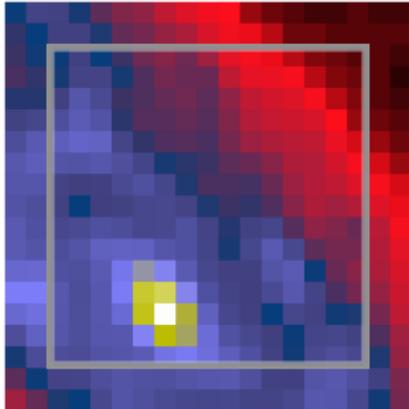


Vérité

Extrapolation du champ.

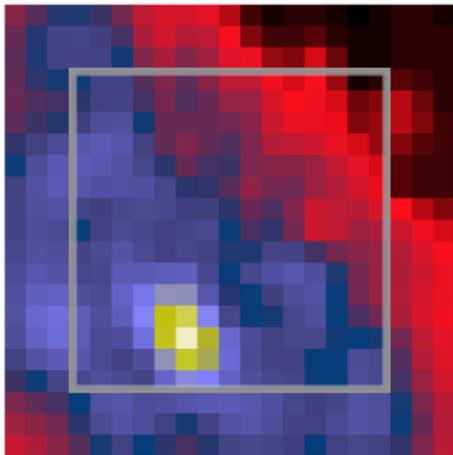


Reconstruction (3975Å)

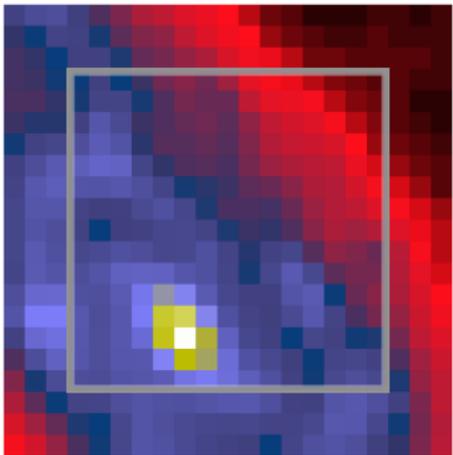


Vérité

Extrapolation du champ.

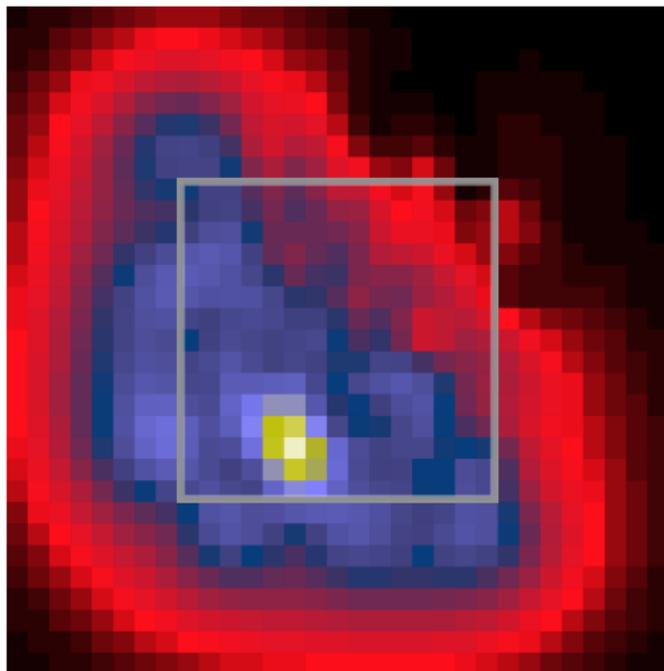


Reconstruction (3975Å)

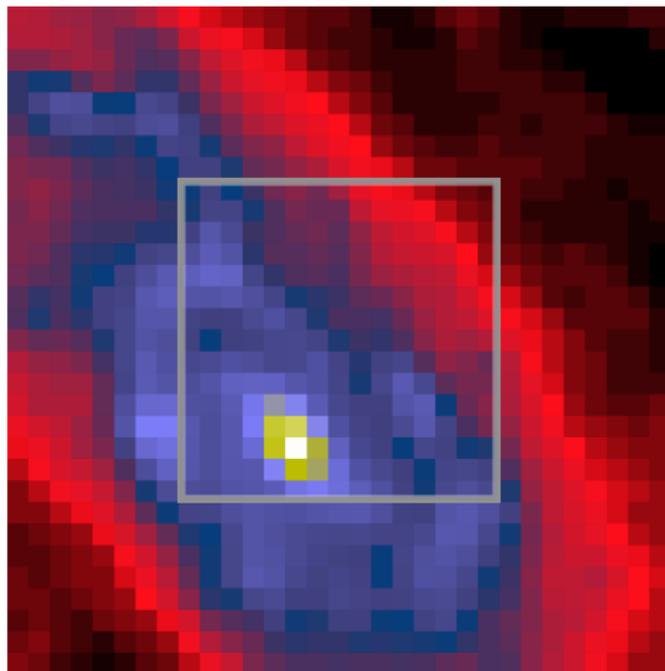


Vérité

Extrapolation du champ.

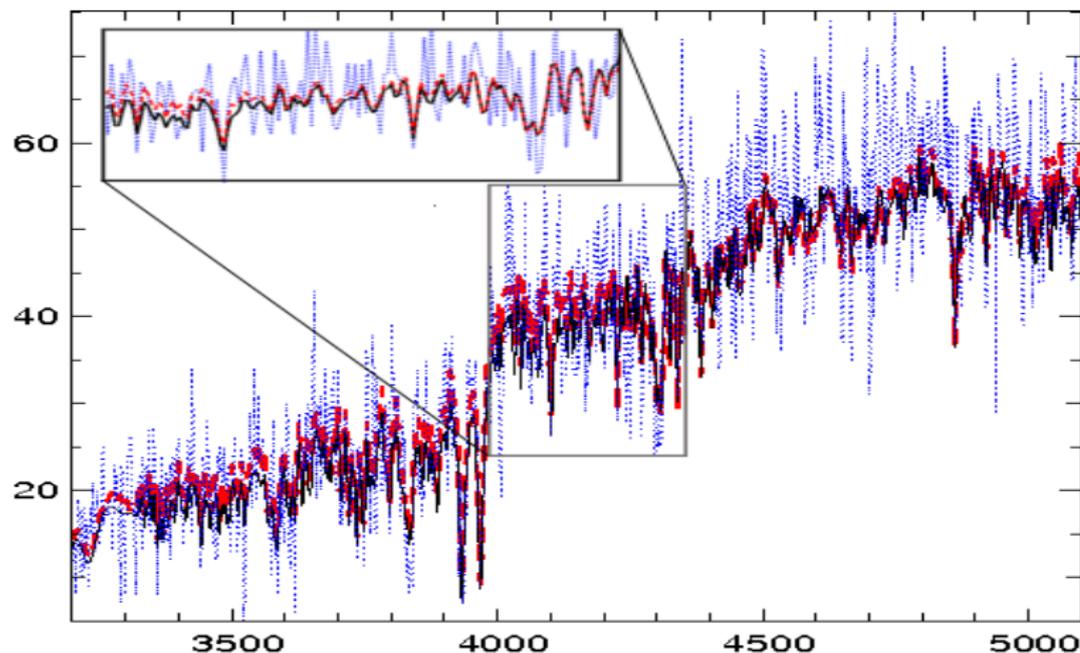


Reconstruction (3975Å)



Vérité

Résultats : Spectre du pixel central



- bleu : Données
- rouge : Reconstruction
- noir : Vérité

Démélange et déconvolution

Démélange : Formation des données (1)

Cas idéal

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{ciel}(\lambda, t) + I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

avec : $\mathbf{a} = \{a_1, a_2\}$ coordonnées spatiales.

Fond de ciel $I_{ciel}(\lambda, t)$

- Constant spatialement,
- inconnu et variable suivant $\{\lambda, t\}$.

Galaxie hôte $I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda)$

- Constant temporellement,
- spatialement et spectralement structurée.

Supernova $F_{SN}(\lambda, t)$

- Ponctuelle et centrée en \mathbf{a}' ,
- Variant spectralement et temporellement.

Démélange : Formation des données (1)

Cas idéal

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{ciel}(\lambda, t) + I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

avec : $\mathbf{a} = \{a_1, a_2\}$ coordonnées spatiales.

Fond de ciel $I_{ciel}(\lambda, t)$

- Constant spatialement,
- inconnu et variable suivant $\{\lambda, t\}$.

Galaxie hôte $I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda)$

- Constant temporellement,
- spatialement et spectralement structurée.

Supernova $F_{SN}(\lambda, t)$

- Ponctuelle et centrée en \mathbf{a}' ,
- Variant spectralement et temporellement.



Démélange : Formation des données (1)

Cas idéal

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{ciel}(\lambda, t) + I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

avec : $\mathbf{a} = \{a_1, a_2\}$ coordonnées spatiales.

Fond de ciel $I_{ciel}(\lambda, t)$

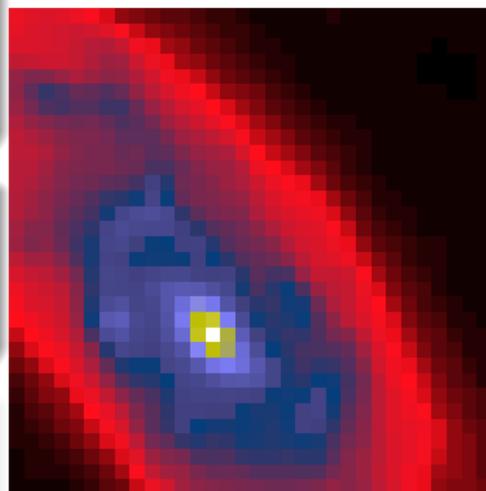
- Constant spatialement,
- inconnu et variable suivant $\{\lambda, t\}$.

Galaxie hôte $I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda)$

- Constant temporellement,
- spatialement et spectralement structurée.

Supernova $F_{SN}(\lambda, t)$

- Ponctuelle et centrée en \mathbf{a}' ,
- Variant spectralement et temporellement.



Démélange : Formation des données (1)

Cas idéal

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{ciel}(\lambda, t) + I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

avec : $\mathbf{a} = \{a_1, a_2\}$ coordonnées spatiales.

Fond de ciel $I_{ciel}(\lambda, t)$

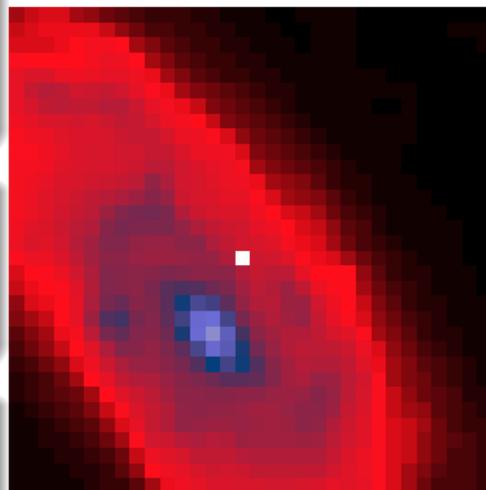
- Constant spatialement,
- inconnu et variable suivant $\{\lambda, t\}$.

Galaxie hôte $I_{gal}(\mathbf{a}, \lambda)$

- Constant temporellement,
- spatialement et spectralement structurée.

Supernova $F_{SN}(\lambda, t)$

- Ponctuelle et centrée en \mathbf{a}' ,
- Variant spectralement et temporellement.



Démélange : Formation des données (2)

En réalité :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{\text{SN}}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{data} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}} + \mathbf{b}_{\text{ph}} + \mathbf{b}_{\text{CCD}},$$

PSF lié à la turbulence h

Mesurée par la voie photométrique.

Réfraction atmosphérique différentielle δ_{ADR}
et erreur de pointage δ_{pointage}

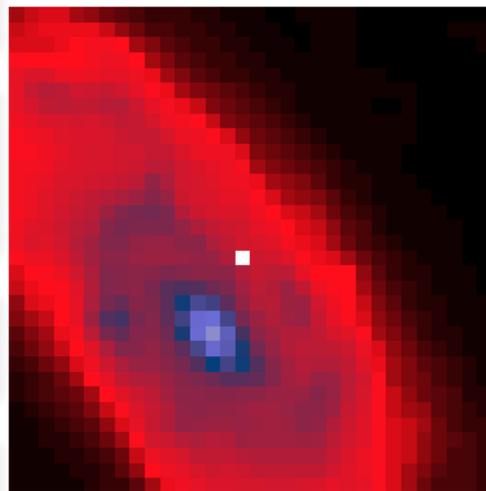
Décalage du champ.

Troncature

Champ réduit ($6'' \times 6''$).

Bruits de mesure

Bruit de photon \mathbf{b}_{ph} + bruit gaussien du
détecteur \mathbf{b}_{CCD} .



Démélange : Formation des données (2)

En réalité :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{\text{SN}}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{data} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}} + \mathbf{b}_{\text{ph}} + \mathbf{b}_{\text{CCD}},$$

PSF lié à la turbulence \mathbf{h}

Mesurée par la voie photométrique.

Réfraction atmosphérique différentielle δ_{ADR}
et erreur de pointage δ_{pointage}

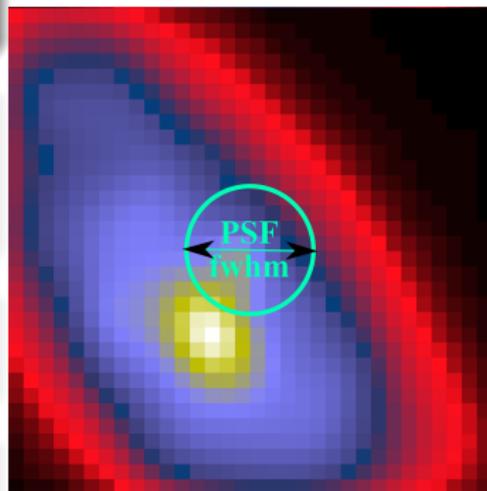
Décalage du champ.

Troncature

Champ réduit ($6'' \times 6''$).

Bruits de mesure

Bruit de photon \mathbf{b}_{ph} + bruit gaussien du
détecteur \mathbf{b}_{CCD} .



Démélange : Formation des données (2)

En réalité :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{\text{SN}}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{data} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}} + \mathbf{b}_{\text{ph}} + \mathbf{b}_{\text{CCD}},$$

PSF lié à la turbulence \mathbf{h}

Mesurée par la voie photométrique.

Réfraction atmosphérique différentielle δ_{ADR}
et erreur de pointage δ_{pointage}

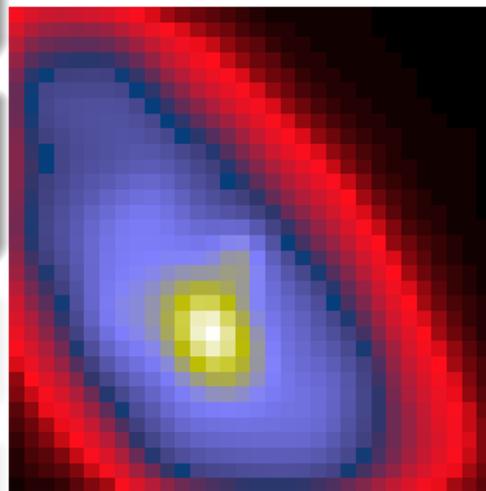
Décalage du champ.

Troncature

Champ réduit ($6'' \times 6''$).

Bruits de mesure

Bruit de photon \mathbf{b}_{ph} + bruit gaussien du
détecteur \mathbf{b}_{CCD} .



Démélange : Formation des données (2)

En réalité :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{data} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}} + \mathbf{b}_{\text{ph}} + \mathbf{b}_{\text{CCD}},$$

PSF lié à la turbulence \mathbf{h}

Mesurée par la voie photométrique.

Réfraction atmosphérique différentielle δ_{ADR}
et erreur de pointage δ_{pointage}

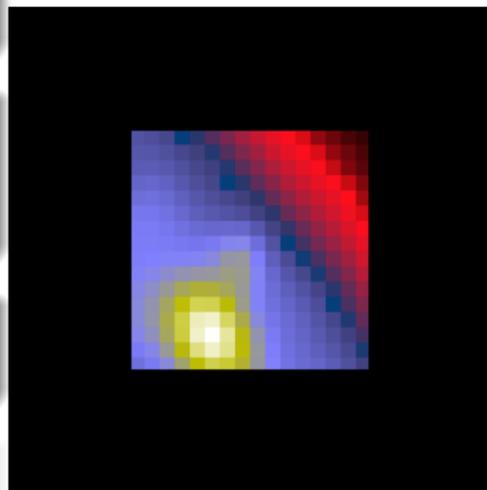
Décalage du champ.

Troncature

Champ réduit ($6'' \times 6''$).

Bruits de mesure

Bruit de photon \mathbf{b}_{ph} + bruit gaussien du
détecteur \mathbf{b}_{CCD} .



Démélange : Formation des données (2)

En réalité :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{data} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}} + \mathbf{b}_{\text{ph}} + \mathbf{b}_{\text{CCD}},$$

PSF lié à la turbulence \mathbf{h}

Mesurée par la voie photométrique.

Réfraction atmosphérique différentielle δ_{ADR}
et erreur de pointage δ_{pointage}

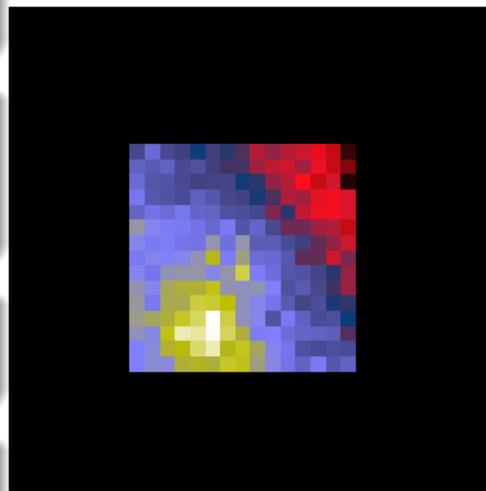
Décalage du champ.

Troncature

Champ réduit ($6'' \times 6''$).

Bruits de mesure

Bruit de photon \mathbf{b}_{ph} + bruit gaussien du
détecteur \mathbf{b}_{CCD} .



Démélange : Approche problèmes inverses

Modèle :

$$I(\mathbf{a}, \lambda, t) = I_{\text{ciel}}(\lambda, t) + I_{\text{gal}}(\mathbf{a}, \lambda) + F_{SN}(\lambda, t) * \delta(\mathbf{a}_c),$$

$$\mathbf{model} = \mathbf{I} * \mathbf{h} * \delta_{\text{ADR}} * \delta_{\text{pointage}},$$

Résolution approche inverse

- Solution $\{\mathbf{F}_{SN}, \mathbf{I}_{gal}\}^+$ qui minimise

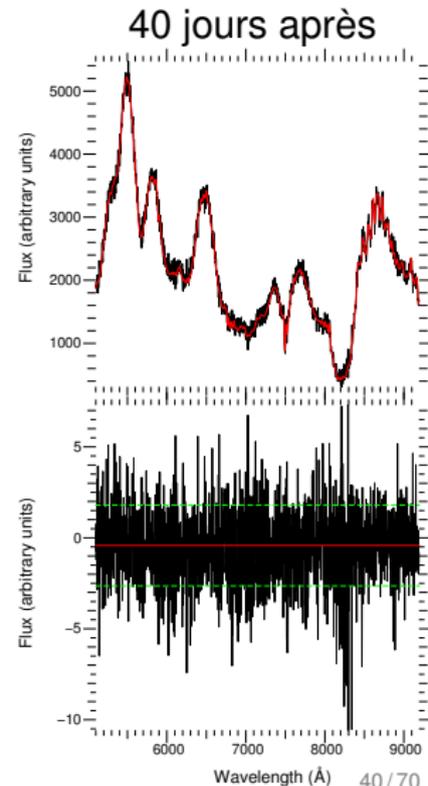
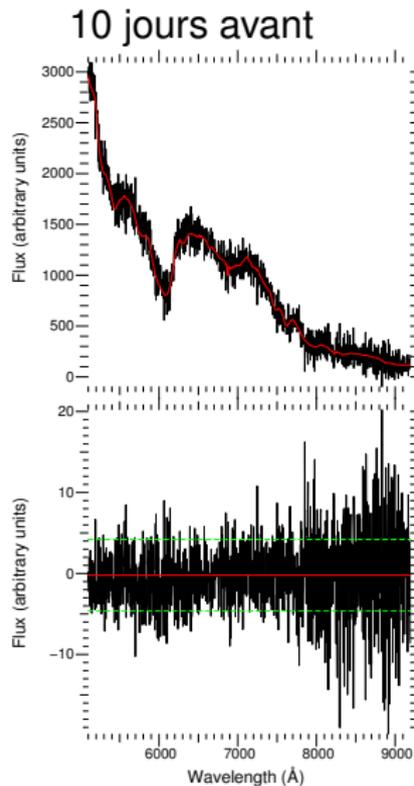
$$f = \|\mathbf{model} - \mathbf{data}\|^2 + f_{\text{prior}}(\mathbf{I}_{gal}),$$

- $f_{\text{prior}}(\mathbf{I}_{gal})$: terme d'*a priori* sur la galaxie,
- *a priori* stricts sur le ciel (spatialement plat) et la supernova (ponctuelle),
- minimisation à grand nombre de paramètres ($\geq 10^5$) par méthode d'optimisation continue.

Résultats : spectres de la supernova

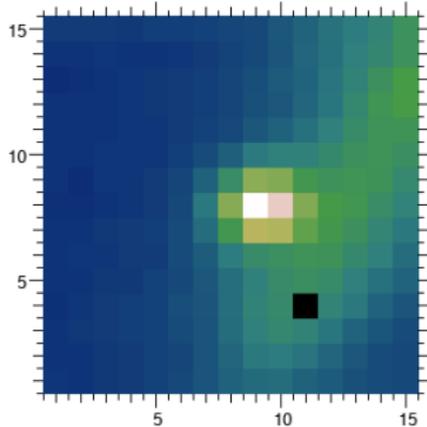
Spectres de la supernova
(vérité en rouge,
reconstruction en noir).

Erreur de reconstruction.

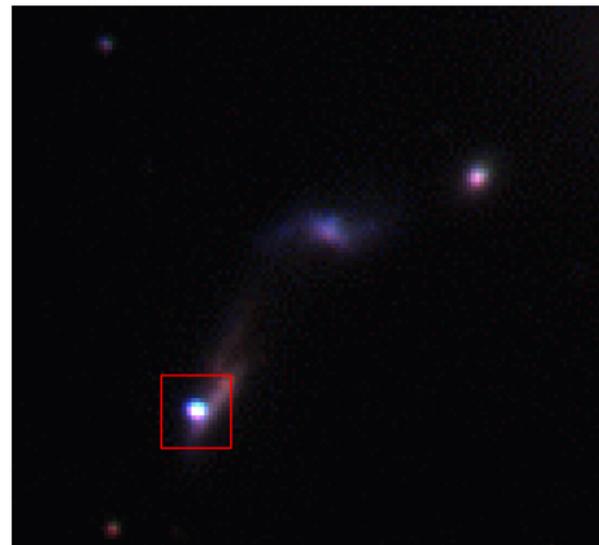


Données réelles : sn2004gc

data, full cubemin 0.00e+00, max 1.89e-17, mean 4.30e-18

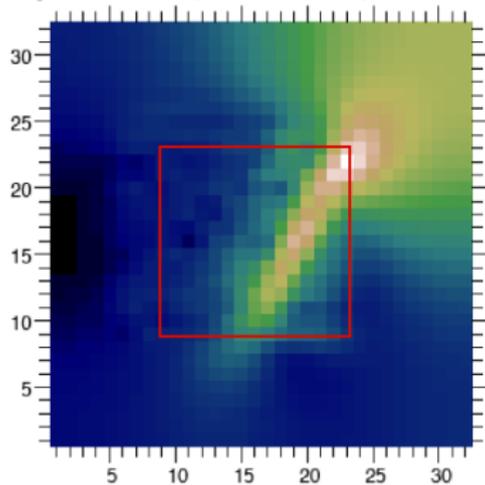


Données (moyenne).

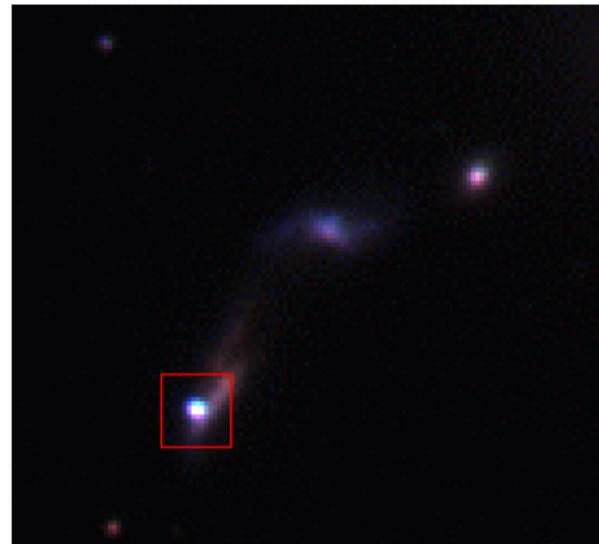


sn2004gc vue par le SDSS.

Données réelles : sn2004gc

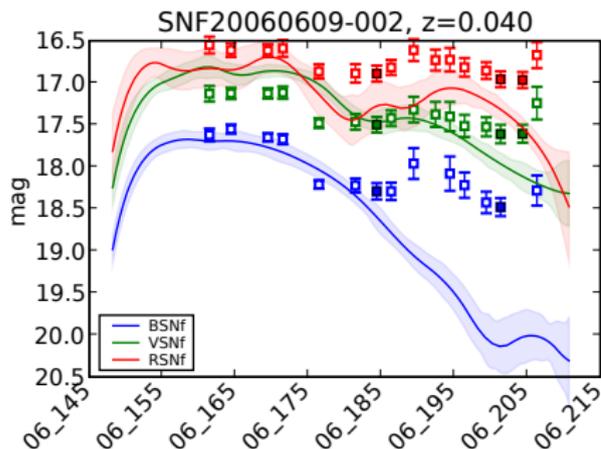
galaxymin $4.66e-18$, max $1.42e-17$, mean $6.82e-18$ 

Reconstruction (moyenne).

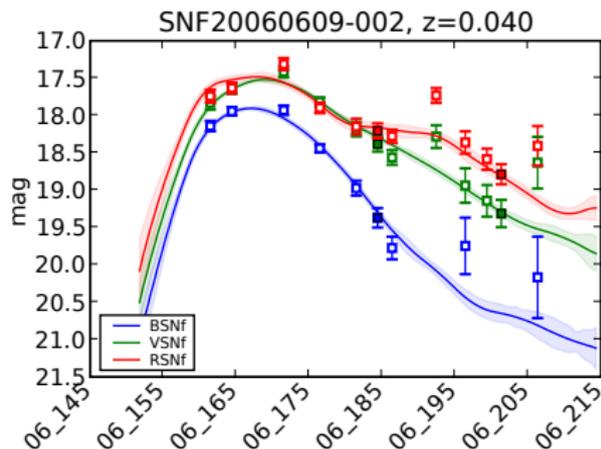


sn2004gc vue par le SDSS.

Données réelles : Courbe de lumière de sn2006 ?



Sans démélange



avec démélange.

Mesures et courbes de luminosité estimées par SALT2 sans et avec le démélange.

Déconvolution aveugle

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}).$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}).$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}).$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}).$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) .$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF h et objet x inconnus

Estimer h et x d'après les données y :
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}) = f_{\text{data}}(\mathbf{x}, \mathbf{h}; \mathbf{y}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{x}) + f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) .$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\mathbf{h}) = f_{\text{spatial}}(\mathbf{h}) + f_{\text{spectral}}(\mathbf{h}) + f_{\text{temporel}}(\mathbf{h})$$

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

- 1 Identique à la régularisation spatiale,
- 2 Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{h}_{\lambda,t}) = (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta))^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta)),$$

où \mathbf{W} est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuellement (temporellement ou spectralement) :

$$\text{e.g. } \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{h}) = \|2\mathbf{h}_t - \mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{h}_{t+1}\|_2^2.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

- 1 Identique à la régularisation spatiale,
- 2 Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{h}_{\lambda,t}) = (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta))^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta)),$$

où \mathbf{W} est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuellement (temporellement ou spectralement) :

$$\text{e.g. } \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{h}) = \|2\mathbf{h}_t - \mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{h}_{t+1}\|_2^2.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

- ① Identique à la régularisation spatiale,
- ② Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{h}_{\lambda,t}) = (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta))^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta)),$$

où \mathbf{W} est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuellement (temporellement ou spectralement) :

$$\text{e.g. } \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{h}) = \|2\mathbf{h}_t - \mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{h}_{t+1}\|_2^2.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

- 1 Identique à la régularisation spatiale,
- 2 Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{h}_{\lambda,t}) = (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta))^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta)),$$

où \mathbf{W} est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuellement (temporellement ou spectralement) :

$$\text{e.g. } \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{h}) = \|2\mathbf{h}_t - \mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{h}_{t+1}\|_2^2.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

- 1 Identique à la régularisation spatiale,
- 2 Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\mathbf{h}_{\lambda,t}) = (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta))^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{h}_{\lambda,t} - \mathbf{p}(\theta)),$$

où \mathbf{W} est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuellement (temporellement ou spectralement) :

$$\text{e.g. } \Omega_{\text{temporel}}(\mathbf{h}) = \|2\mathbf{h}_t - \mathbf{h}_{t-1} - \mathbf{h}_{t+1}\|_2^2.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre une bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- 1 Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- 2 estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- 3 estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- 4 répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- 1 Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- 2 estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- 3 estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- 4 répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre une bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- PSF Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- Objet $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- **Objet** $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre une bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée [Chan1998]

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\mathbf{x}, \mathbf{h})$:

- ① Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- ② estimation de l'objet optimal $\mathbf{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\mathbf{h}^{(k)}$,
- ③ estimation de la PSF optimale $\mathbf{h}^{(k+1)}$ étant donné $\mathbf{x}^{(k+1)}$,
- ④ répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{p}$,
- **Objet** $\mathbf{x}^{(0)}$ doit permettre une bonne estimation de la PSF $\mathbf{h}^{(1)}$.

Estimation d'un objet initial

Exemple sur deux types de flou.



Flou disque.



Flou gaussien.

Estimation d'un objet initial

Idée : “Calibrer” la PSF sur les bords francs.

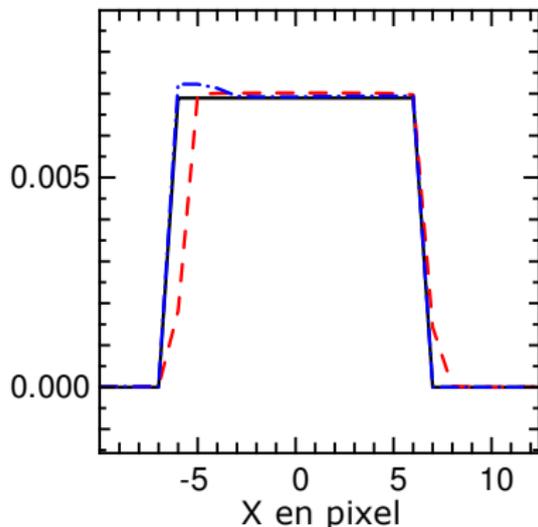
Segmenter les données pour mettre en évidence les bords francs.



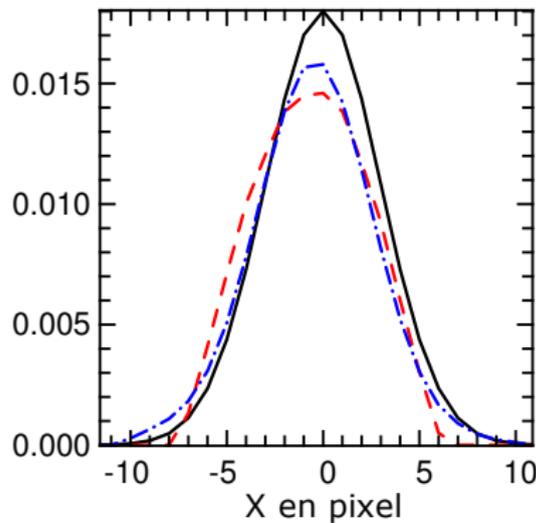
Objet initial proposé ($x^{(0)}$).

Estimation d'un objet initial

Résultats sur deux types de flou.



Coupe de la PSF (disque).

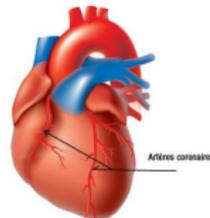
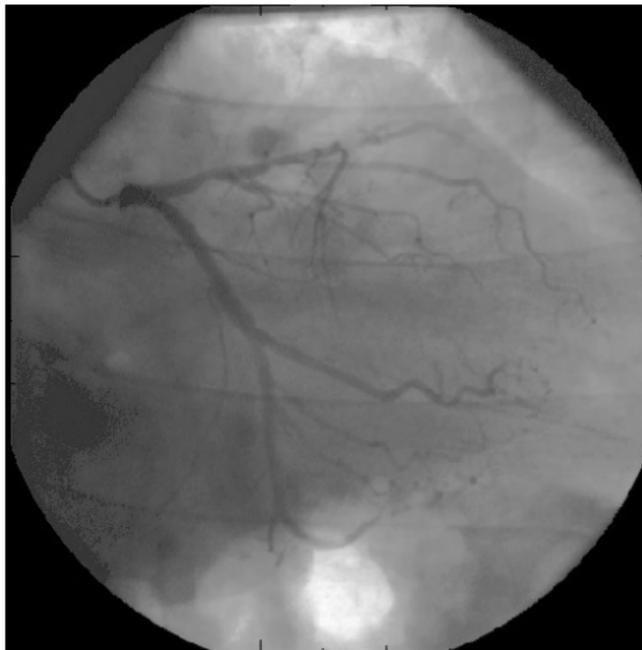


Coupe de la PSF (gaussienne).

--- Première itération ($h^{(1)}$), --- Convergence ($h^{(fin)}$), — Verité.

Séquence vidéo coronarographique

Examen radiologique des artère coronaires :



Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

→ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

→ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariants.

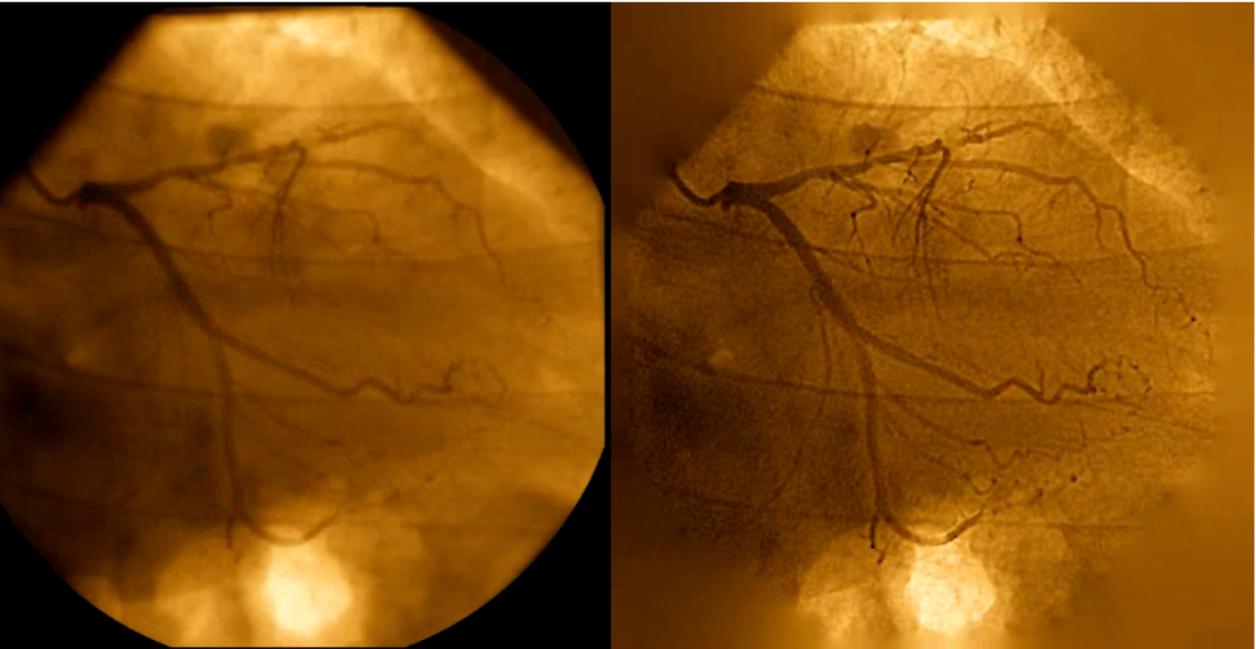
Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contrainte temporelle sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

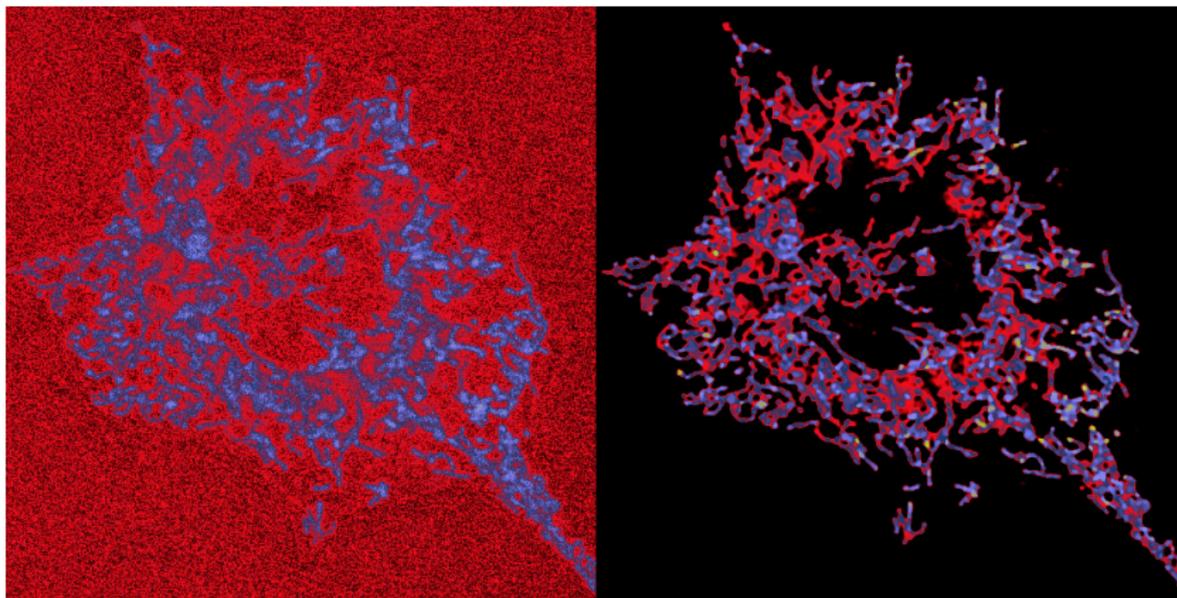
Déconvolution aveugle de séquences coronarographiques



(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)
[Soulez *et al.*, ICIP, 2008 ; Soulez *et al.*, EUSIPCO, 2008]

Microscopie Confocale

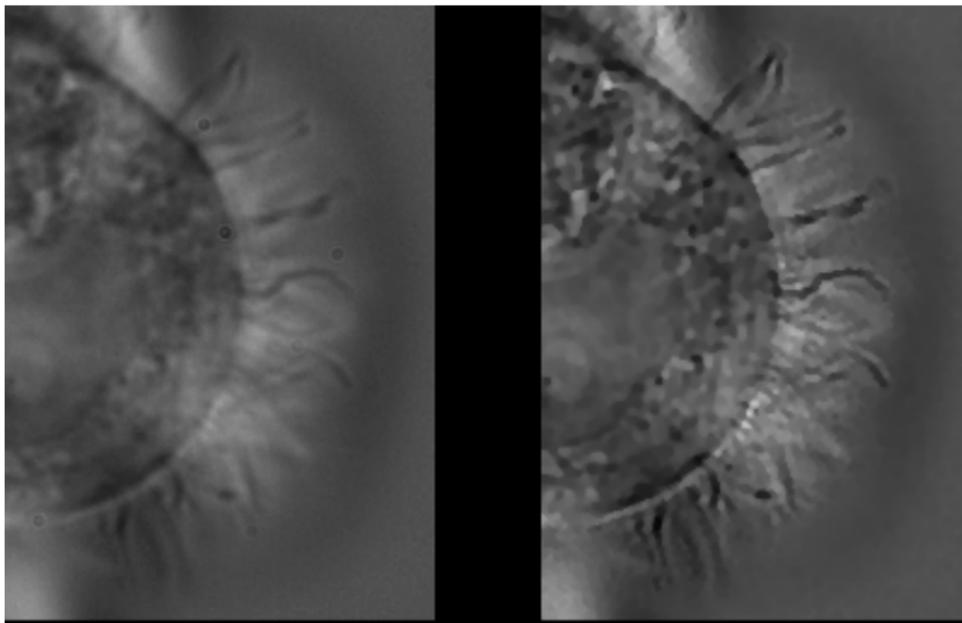
Observation de mitochondries d'une cellule cardiaque
Non-Beating HL-1 en microscopie confocale à fluorescence.



(Expérience effectuée par S. Pelloux et Y. Tourneur)

Microscopie conventionnelle

Observation d'une cellule ciliée épithéliale au microscope conventionnel.



Holographie numérique

La localisation de micro-particules holographie numérique

- **But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.**
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2 \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{x}_z + e.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

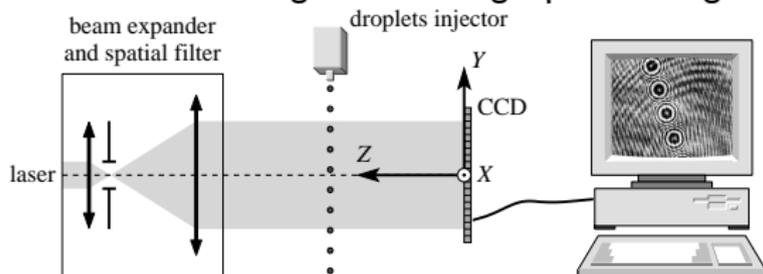
- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2 \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{x}_z + e.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

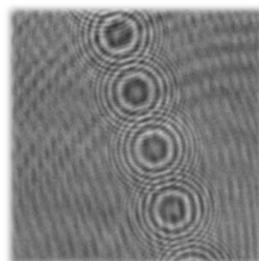
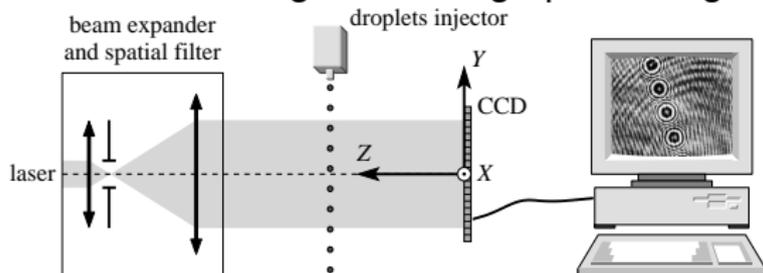


Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2 \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{x}_z + e.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

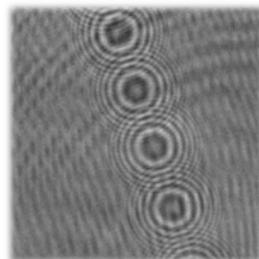
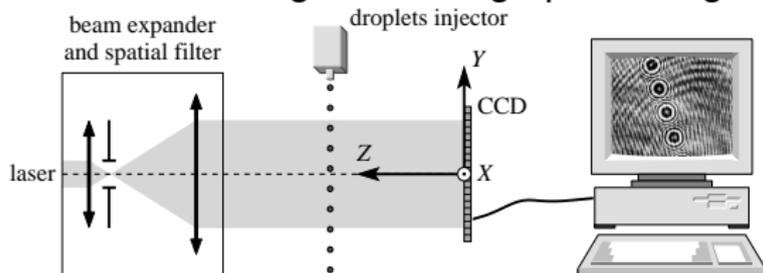


Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2 \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{x}_z + e.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

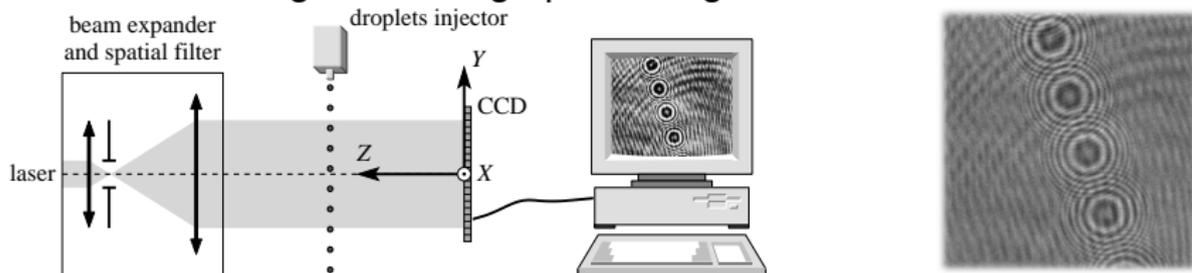


Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2R_z \cdot x_z + e.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

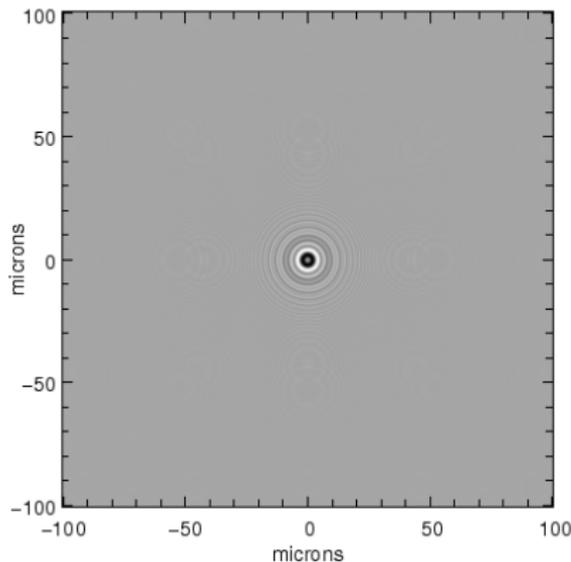


Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

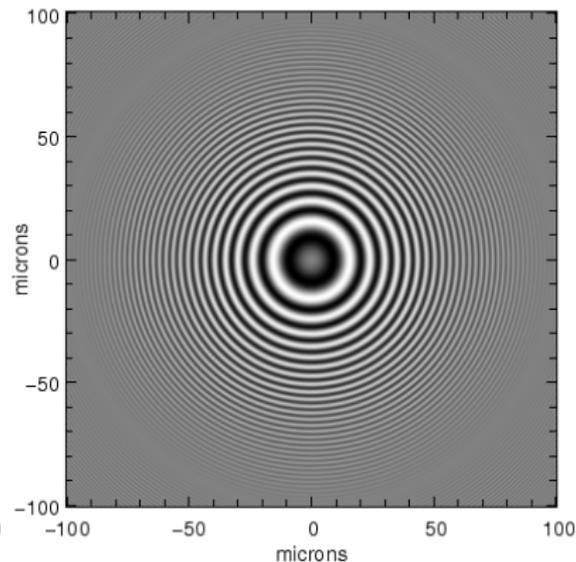
$$\mathbf{y} = \sum_z 2 \mathbf{R}_z \cdot \mathbf{x}_z + \mathbf{e}.$$

Codage de l'information 3D

depth = 50.0 μm / radius = 5.0 μm



depth = 300.0 μm / radius = 1.0 μm

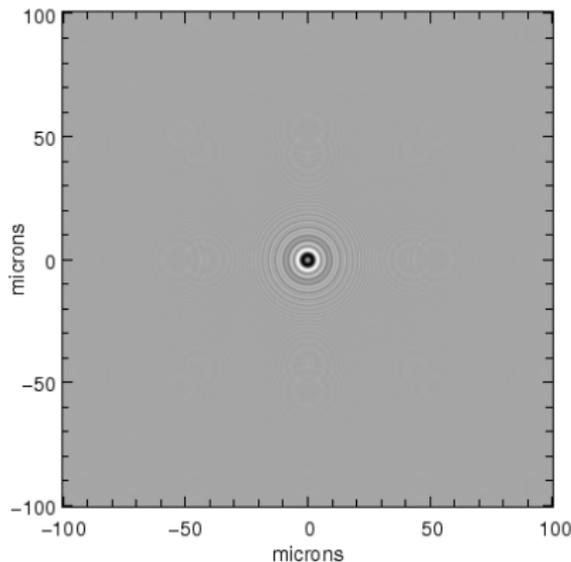


Centre de la figure de diffraction \rightarrow position latérale

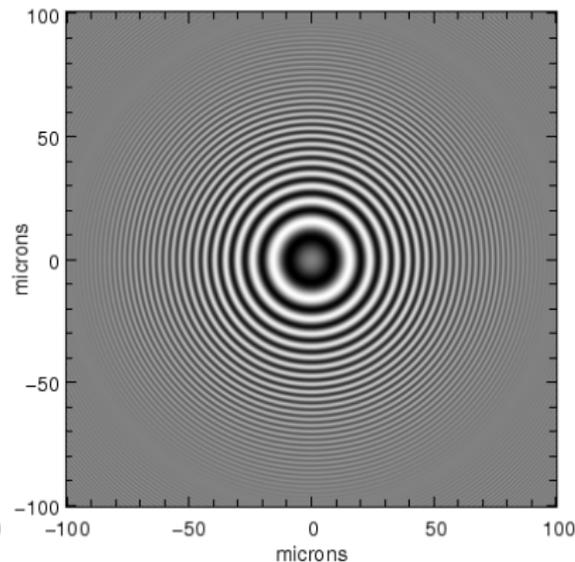
Modulation d'amplitude et fréquence \rightarrow rayon & profondeur

Codage de l'information 3D

depth = 50.0 μm / radius = 5.0 μm



depth = 300.0 μm / radius = 1.0 μm



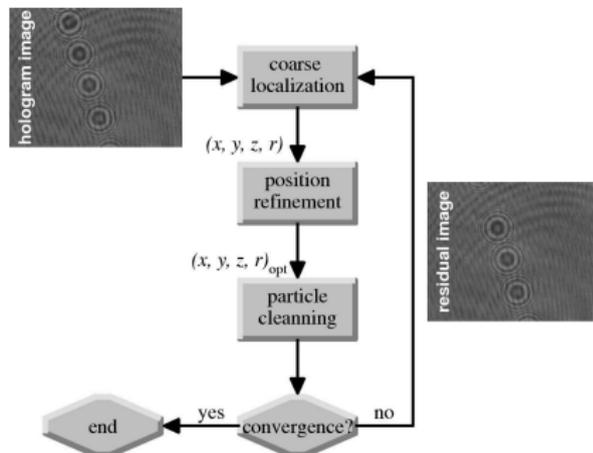
Centre de la figure de diffraction → position latérale

Modulation d'amplitude et fréquence → rayon & profondeur

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton en trois étapes :

- 1 Détection,
- 2 Ajustement précis,
- 3 Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

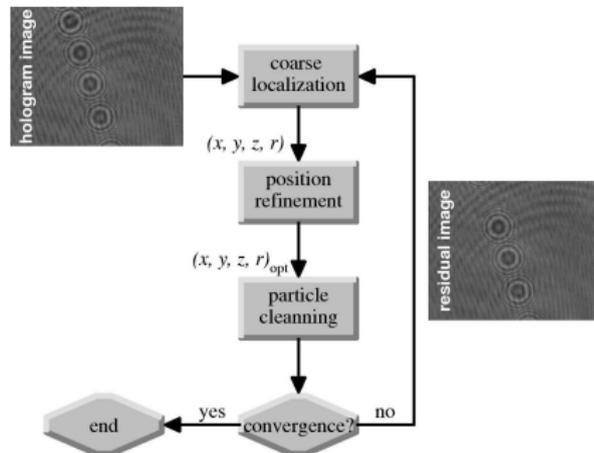


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton en trois étapes :

- 1 Détection,
- 2 Ajustement précis,
- 3 Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

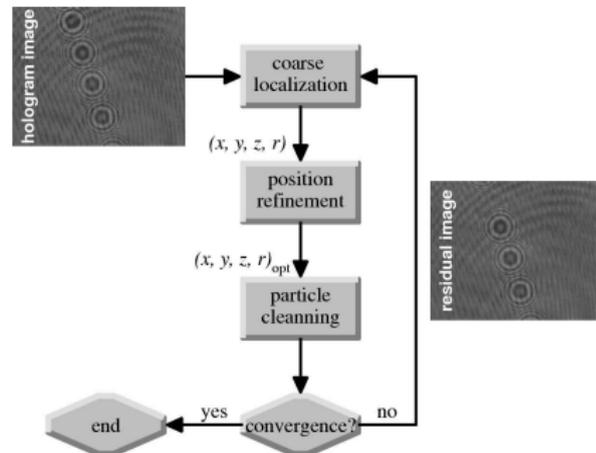


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton en trois étapes :

- 1 Détection,
- 2 Ajustement précis,
- 3 Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

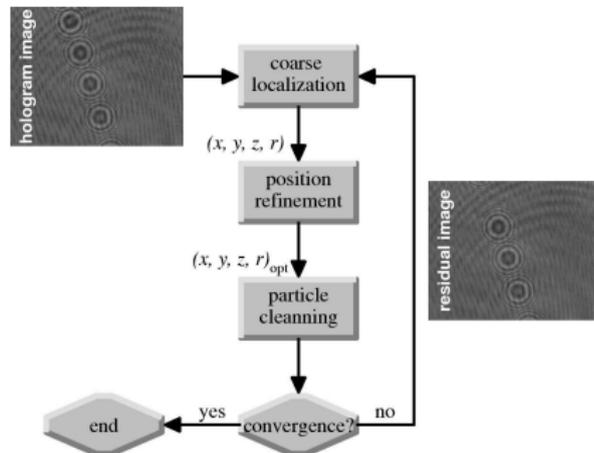


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton en trois étapes :

- 1 Détection,
- 2 Ajustement précis,
- 3 Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

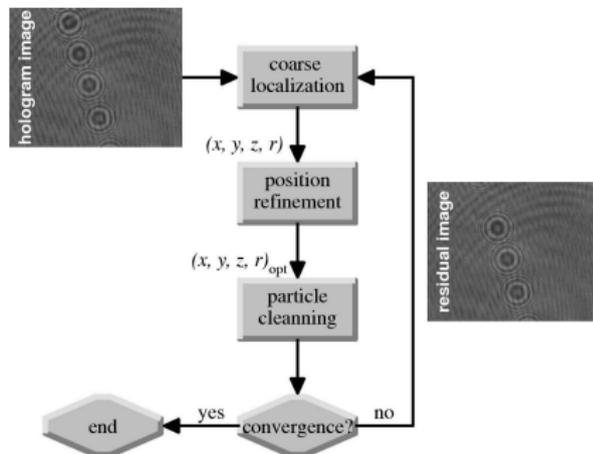


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton en trois étapes :

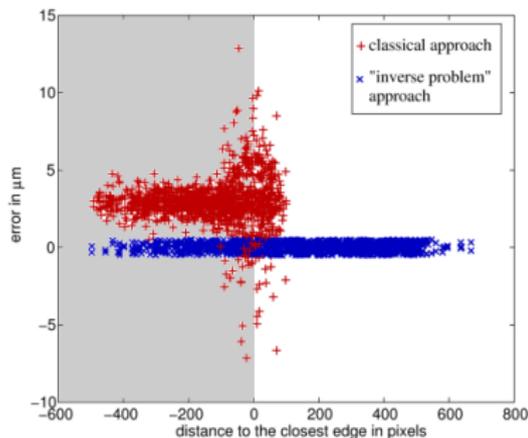
- 1 Détection,
- 2 Ajustement précis,
- 3 Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,



Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

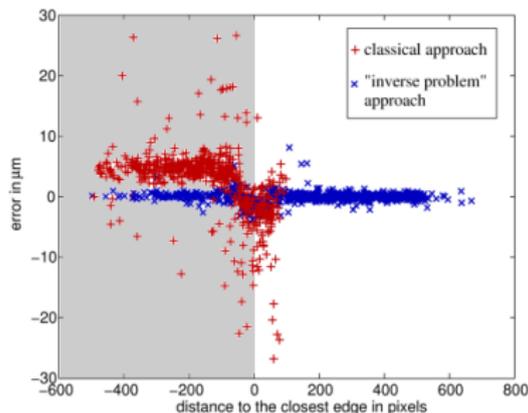
Résultats sur des simulations

Précisions sur les positions latérales.



$\Delta x = \Delta y \approx 0.3 \mu\text{m}$ ($\approx 1/20^{\text{ième}}$ de pixel).

Précisions sur la profondeur.

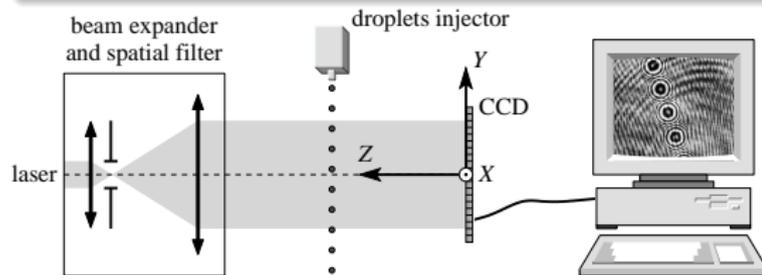


$\Delta z < 1 \mu\text{m}$ ($< 1/6^{\text{ième}}$ de pixel).

Résultats expérimentaux

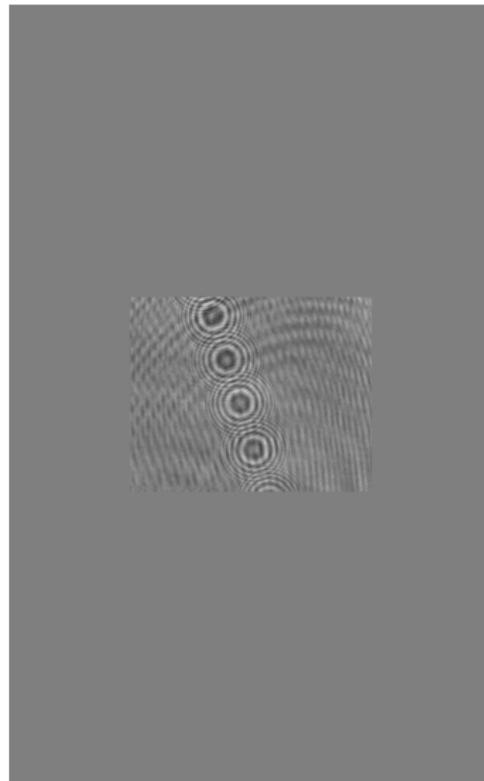
Conditions expérimentales

- Impulsion **laser** de 7 ns à $\lambda = 0.532 \mu\text{m}$.
- **camera** CCD 12-bit avec 1280×1024 pixels de taille $6.7 \times 6.7 \mu\text{m}$.
- Gouttelettes générées par un **injecteur** piézo-électrique à 1000 Hz placé à environ 25 cm de la caméra.

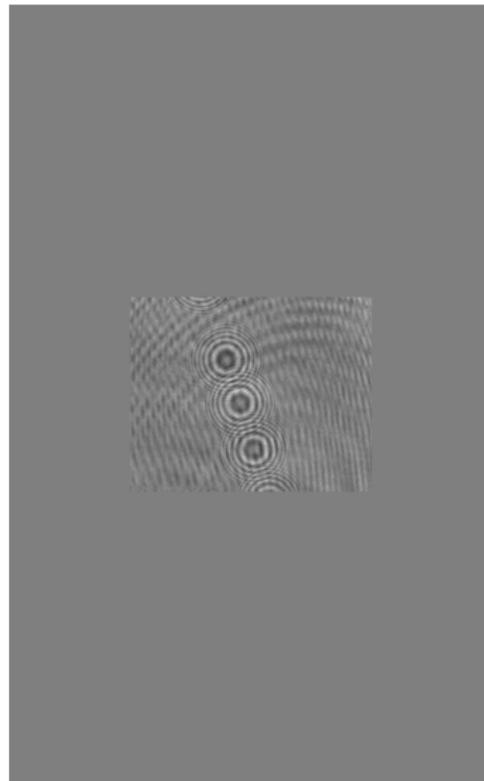
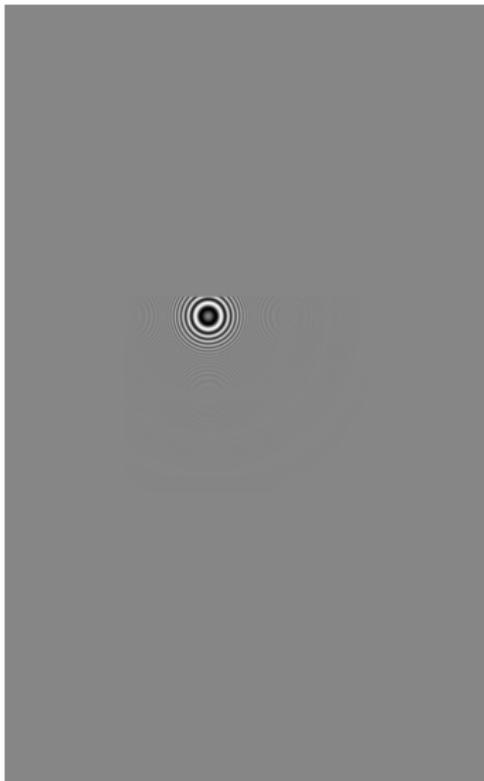


Expérience conduite par C. Fournier et C. Goepfert au Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique à Lyon.

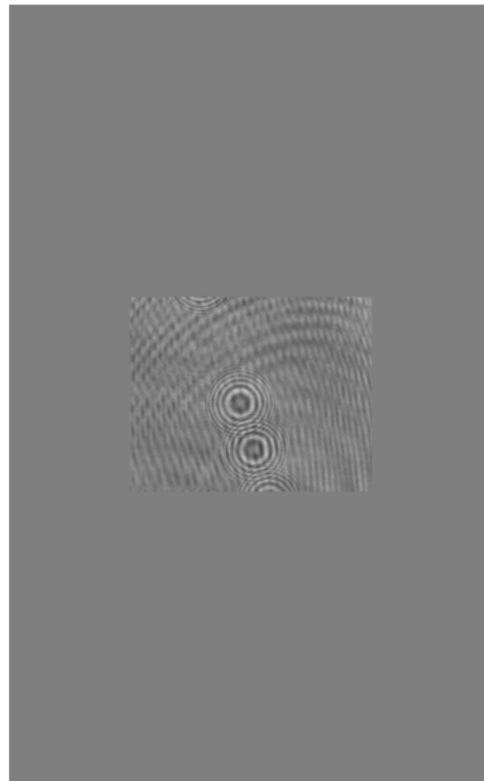
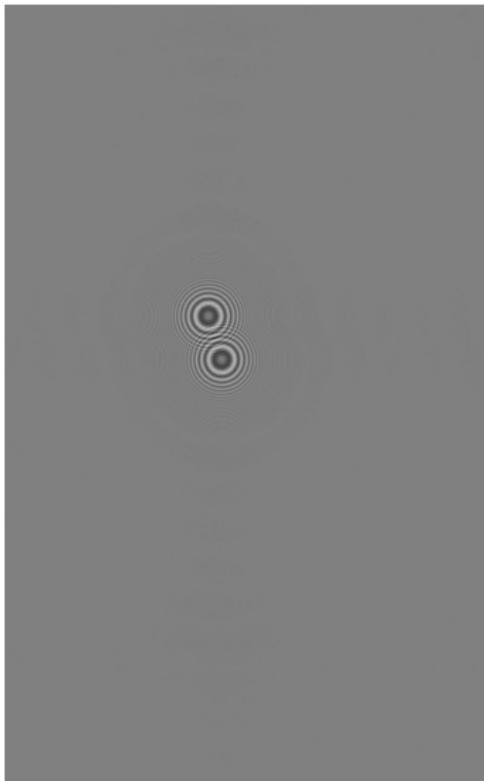
Détection hors-champ (0)



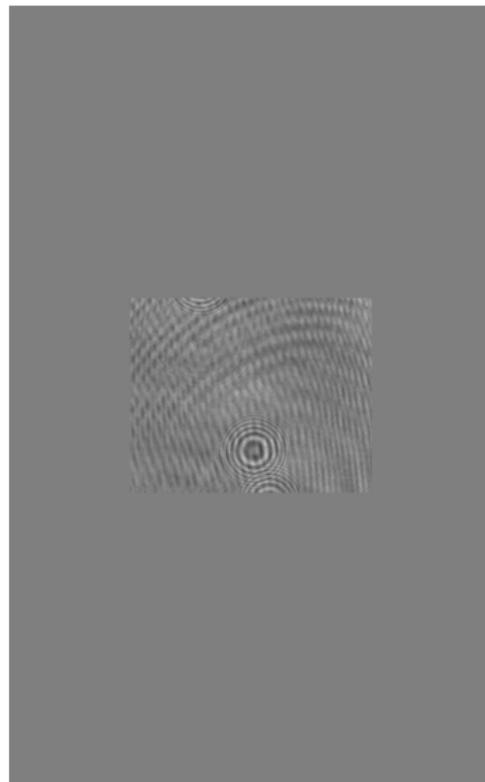
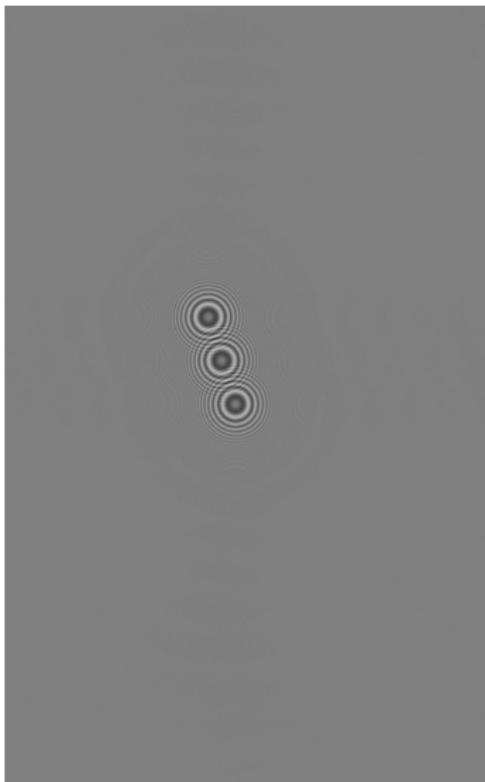
Détection hors-champ (1)



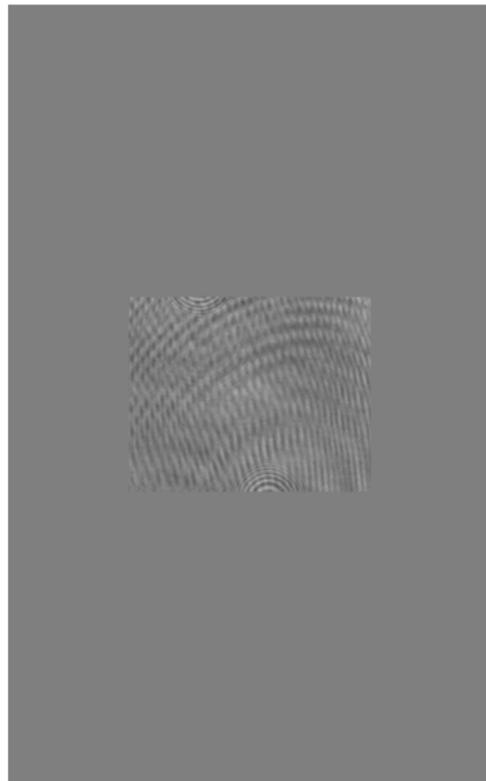
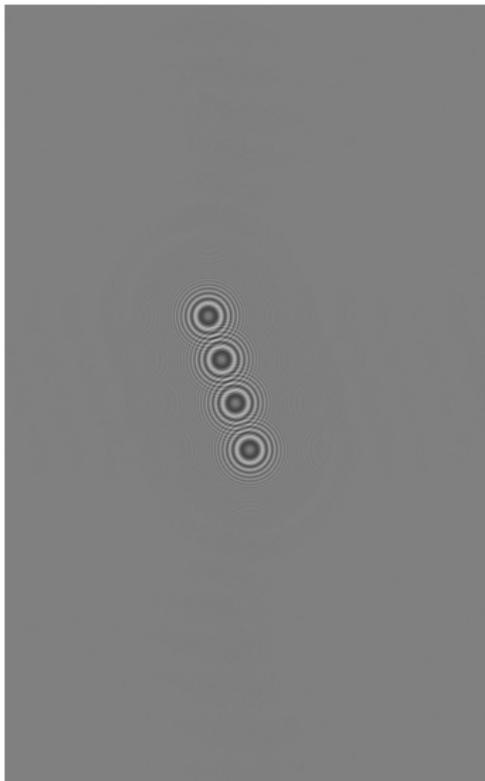
Détection hors-champ (2)



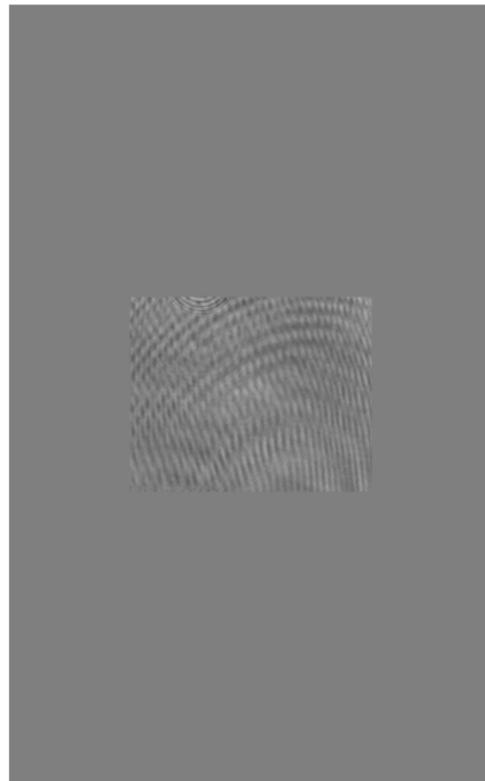
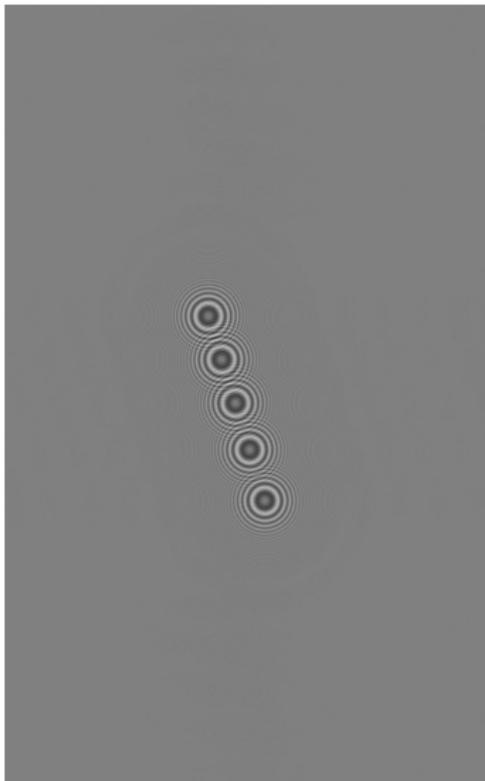
Détection hors-champ (3)



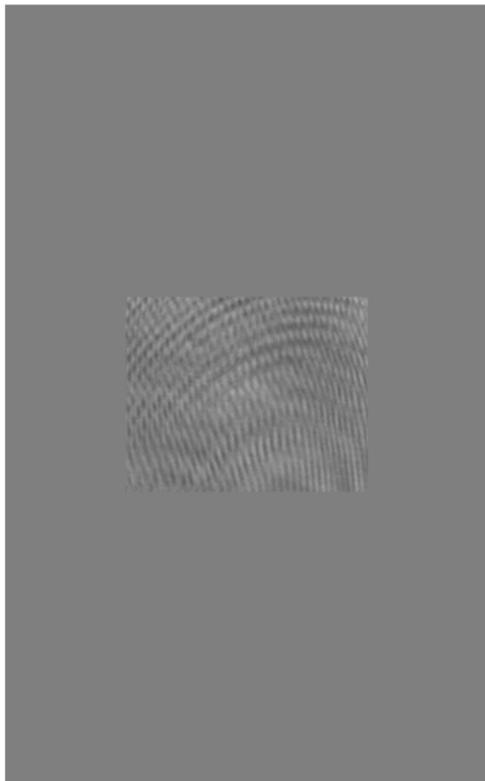
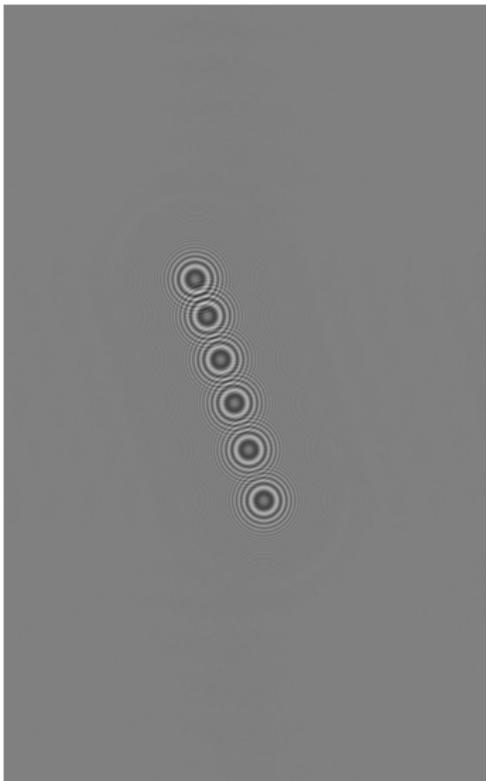
Détection hors-champ (4)



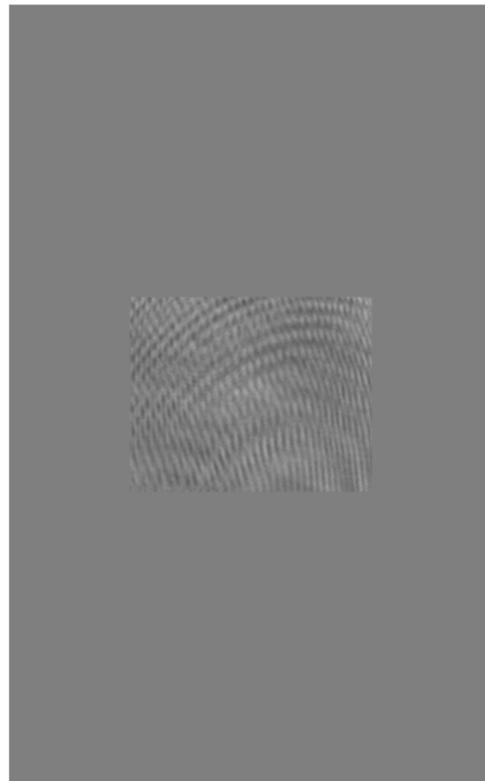
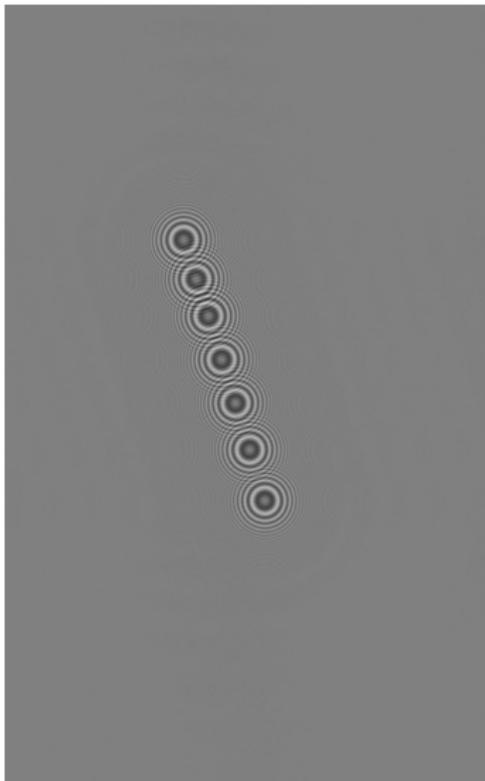
Détection hors-champ (5)



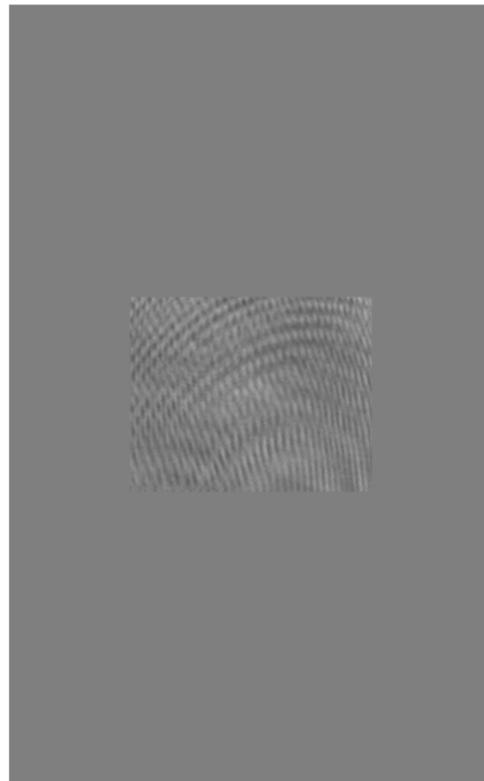
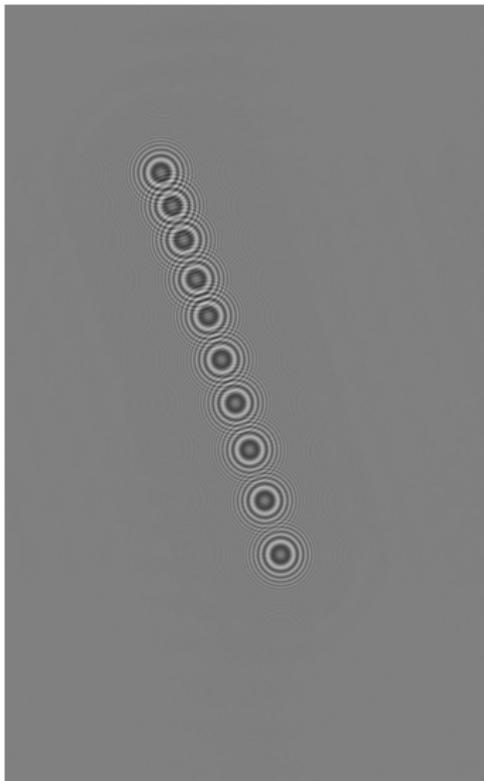
Détection hors-champ (6)



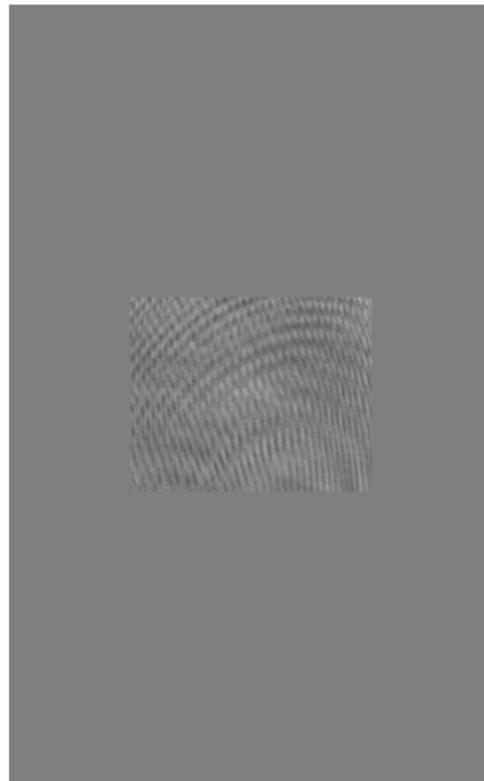
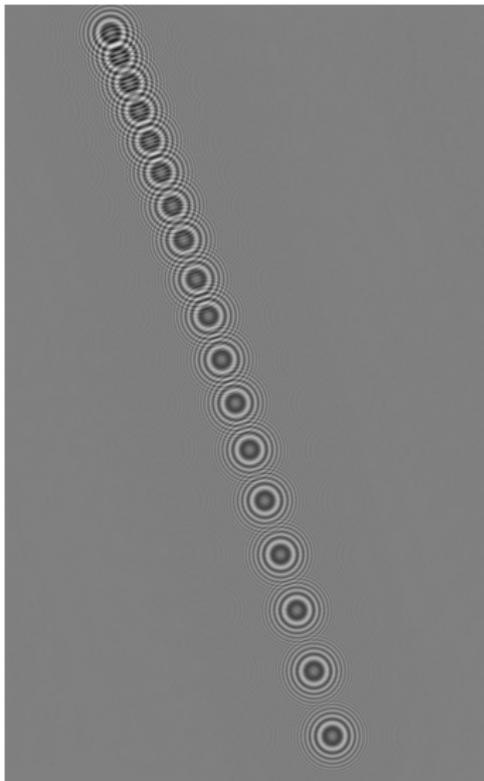
Détection hors-champ(7)



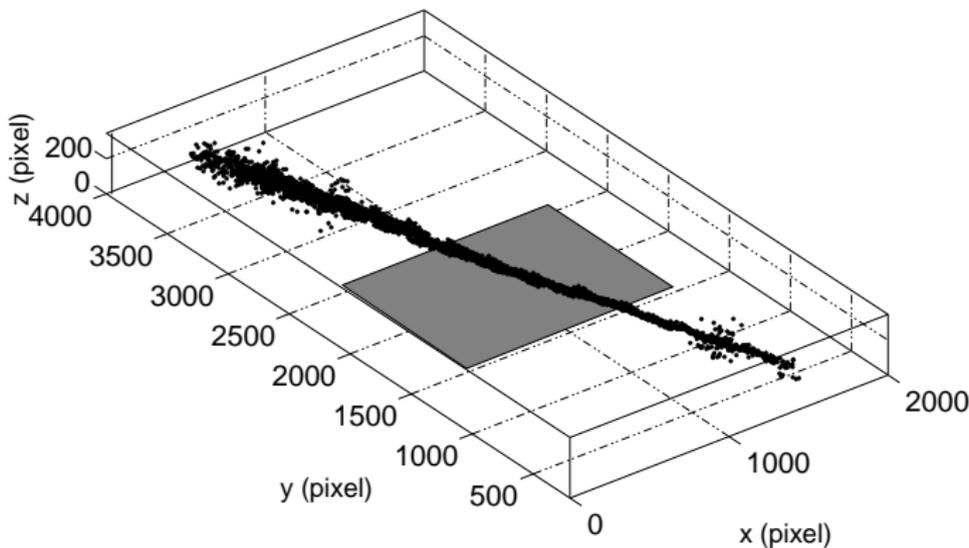
Détection hors-champ(10)



Détection hors-champ(18)



Statistiques sur 200 hologrammes



Représentation 3D du jet de gouttelettes.

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Utilisation d'*a priori* issus de la physique,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation. . .),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèles plus complexes.

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Utilisation d'*a priori* issus de la physique,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation...),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèles plus complexes.

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Utilisation d'*a priori* issus de la physique,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation. . .),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèles plus complexes.