

La théorie quantique : pourquoi ? Pourquoi faire ?

Claude Aslangul
(LPTMC - Sorbonne Université)

IX^{es} Rencontres de physique de l'infiniment grand à l'infiniment petit
Orsay, 15 juillet 2019

1 Introduction

L'objectif de cette contribution est ramassé dans son titre ; il consiste à rappeler comment on en est venu d'abord à construire une théorie extravagante pour le sens commun, puis à l'accepter en raison de ses innombrables et spectaculaires succès et applications, pour certaines proprement inimaginables il n'y a pas si longtemps¹. Roger Penrose résume bien l'extraordinaire singularité de la théorie quantique, décrivant celle-ci comme "... *that most exact and mysterious of physical theories*"².

Extravagante, la théorie quantique l'est en effet en ce qu'elle nie la pertinence de certains concepts pour les objets atomiques ou subatomiques, comme celui de trajectoire³ ou de séparabilité⁴. Encore plus gravement, le cadre de pensée quantique, une fois admis, oblige à repenser la notion même de *réalité physique*⁵. C'est pourquoi, cette théorie a donné lieu, depuis sa construction dans les années 1920, à des débats qui ne relèvent pas seulement de la physique mais, au sens strict, de la métaphysique (la connaissance qui est *au-delà* de la physique). À l'heure actuelle, nul ne saurait remettre en cause quoi que ce soit puisqu'aucune expérience n'est venue démentir la prévision quantique, mais des interrogations légitimes n'ont pas toutes reçu une réponse pleinement satisfaisante. On peut dire que, majoritairement, les physiciens ont adopté une attitude positiviste exprimée en raccourci dans un article récent de van Kampen⁶, que l'on pourrait résumer d'une formule un peu abrupte : que diable vouloir *de plus* ?

¹ Qui aurait osé imaginé que des banquiers suisses utiliseraient un jour comme argument publicitaire la garantie absolue du secret bancaire grâce à la cryptographie quantique ?

Pour un point, sur cette question, voir Valerio Scarani, Helle Bechmann-Pasquinucci, Nicolas J. Cerf, Miloslav Dušek, Norbert Lütkenhaus et Momtchil Peev, "*The security of practical quantum key distribution*", *Reviews of Modern Physics* **81**, 1301 (2009).

² Roger Penrose, *The emperor's new mind*, p. 292 (Oxford University Press, 1989).

Pour un panorama récent des bizarreries quantiques, voir l'ouvrage de Serge Haroche et Jean-Michel Raimond : *Exploring the quantum : Atoms, Cavities, and Photons* (Oxford University Press, 2006)

³ Selon Paul Langevin, "... *la nature ne connaît pas de mobile corpusculaire*". (*La notion de corpuscule et d'atomes* (Hermann, Paris, 1934)).

⁴ "... *il n'y a rien dans le domaine de l'atome, cet infiniment petit, qui corresponde à la notion d'objet individualisable que la mécanique classique a introduite*" (Paul Langevin, *Les courants positiviste et réaliste dans la philosophie de la physique*, dans *Les nouvelles théories de la physique* (Paris, 1939)).

Paul Langevin (1872-1946) a apporté des contributions décisives pour la compréhension du magnétisme. Il est aussi universellement connu pour l'équation qui porte son nom, qui est la base phénoménologique du mouvement brownien. Enfin, on lui doit aussi la mise au point du *sonar*, avec un ingénieur, Constantin Chilowski.

⁵ La question de l'assimilation entre réalité et connaissance humaine est très ancienne. Selon Michel Paty (dans *Enquête sur le concept de causalité*, L. Viennot et C. Debru eds. (PUF, Paris, 2003)), il y a chez D'Alembert (au contraire de Laplace) "*la conscience d'une distance irréductible entre le point de vue de la connaissance humaine et la réalité immanente de la nature.*"

⁶ Nico van Kampen, "*The Scandal of Quantum Mechanics*", *American Journal of Physics* **76**, 989 (2008). On peut voir dans le choix de ce titre un clin d'œil à Eugene Wigner, auteur d'un fameux article intitulé "*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*", *Communications in Pure and Applied Mathematics* **13**, 1 (1960).

Sur la représentation des lois naturelles par le langage mathématique, voir le bel article (à quelques petites inexactitudes près) de Didier Robert et Jean Leray : "*Mathématiques et physique. Le langage de la Nature est-il mathématique ?*", disponible à l'adresse : http://www.math.sciences.univ-nantes.fr/~robert/conf_upn_07.pdf.

Les mystères quantiques sont en réalité le tribut à payer pour accepter un *corpus* théorique dont la cohérence interne est incontestable et qu’aucune expérience, à ce jour, n’est venue faire trembler sur ses bases. On peut certes s’en tenir à vouloir maîtriser technique et formalisme et se lancer une demi-heure après le premier cours dans la résolution du puits carré infini – prenant à la lettre ces mots de David Mermin⁷ résumant pour lui la position majoritaire “*Shut up and calculate*”. Ce serait passer à côté d’une histoire⁸ admirable, et rater une belle occasion de parfaire la formation de l’esprit : il est non moins important de connaître avec précision les étapes qui, par essai et erreur, ont finalement conduit la communauté des physiciens à s’estimer plus que satisfaits par une théorie qui fournit une explication quantitative admirable aux phénomènes les plus fins et, souvent, les plus paradoxaux quand le langage commun se substitue au formalisme pour en donner une description biaisée et incohérente, qu’il s’agisse des fentes d’Young, de l’effet-tunnel ou de l’intrication. Découvrir que les plus grands esprits ont suivi une marche tortueuse – mais qui n’avait rien d’une marche *au hasard* – est un apport essentiel à la formation intellectuelle et à l’esprit scientifique – sans compter avec l’humilité et la réserve que ce constat est en mesure d’inspirer.

Comme toute époque connaissant une effervescence intellectuelle hors du commun, celle qui a vu l’élaboration de la théorie quantique regorge d’éléments et de faits passionnants, ne serait-ce que sur le strict plan historique ; la relation chronologique que l’on peut trouver ici et là contient parfois des erreurs contribuant à perpétuer des légendes tenaces, voire à accepter des affirmations pourtant grossièrement incompatibles avec les faits. Sur cette période fascinante, on se doit de recommander la lecture du livre de Max Jammer⁹, référence incontournable et sans égal par sa rigueur d’analyse et l’extraordinaire richesse de sa documentation.

Par ailleurs, le bouillonnement des idées, parfois antagonistes, l’accumulation des expériences dans des domaines très divers, et pour certains en pleine jeunesse, rendent impossible une narration linéaire où les événements et leur interprétation se succèdent suivant un ordre naturel. Sans vouloir jouer avec les mots, la genèse de la théorie quantique est sans doute l’une des plus *intriquées* que l’histoire des sciences ait jamais connue.

2 État de la physique à l’orée du XX^e siècle

2.1 Ce qui allait (très) bien

Jusque vers la fin du XIX^e siècle, la physique était triomphante. Grâce à Newton, puis Lagrange, Hamilton et Jacobi, la mécanique dite *rationnelle* était capable de rendre compte des faits observés sur des échelles de distance très variables pour des objets perceptibles avec les sens ordinaires. Du côté de l’“infiniment grand”, la prévision de l’existence de Neptune par Le Verrier (1846) par l’étude fine des irrégularités du mouvement d’Uranus est l’un des succès spectaculaires qui faisaient de cette discipline un objet d’admiration et paraient les *savants* d’une *aura* fort légitime. Quant aux expériences conduites sur Terre, la loi de Newton apparaissait sans discussion possible comme *la* loi fondamentale les formalisant toutes avec un succès jamais démenti.

Vers le milieu du siècle, Maxwell avait posé les équations fondamentales réunissant électricité et magnétisme dans un formalisme permettant d’expliquer toutes les expériences mettant en jeu la lumière, dont l’interprétation avait été un objet de controverses véhémentes durant les décennies précédentes, notamment entre Newton d’une part, Huygens et

⁷ La citation complète de Mermin doit être faite : “*If I were forced to sum up in one sentence what the Copenhagen interpretation says to me, it would be “Shut up and calculate !”*” (Physics Today **42**, 9 (1989)).

⁸ Pour Auguste Comte (*Cours de philosophie positive*), “*On ne connaît pas complètement une science tant qu’on n’en sait pas l’histoire.*”

⁹ Max Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1966).

Fresnel d'autre part, le premier préconisant une vision corpusculaire¹⁰, les autres prônant une conception ondulatoire, seule capable d'expliquer les phénomènes de diffraction et d'interférences. Si l'expérience de Young (1801) força à accepter la nature ondulatoire de la lumière, ces deux visions apparemment antagonistes allaient pourtant resurgir bien plus tard pour se fondre finalement dans une conception complexe où les deux aspects apparaissent selon les circonstances comme deux faces d'une seule et même réalité physique à l'impossible dichotomie.

Enfin, la thermodynamique de Carnot et Clausius avait trouvé, grâce à Boltzmann et Gibbs allant jusqu'au bout de la voie ouverte par Maxwell, une assise théorique permettant de comprendre par des arguments de nature statistique que ses principes et sa *phénoménologie* n'avait rien d'empirique mais traduisaient en termes pragmatiques et techniquement simples une vérité première d'essence *microscopique* sur la nature intime des systèmes composés d'un très grand nombre de particules, comme les gaz.

Ces succès incontestables des trois grands champs disciplinaires formant l'ossature de la physique¹¹ n'allaient pas sans quelques contre-sens profonds ou conceptions erronées (la croyance en l'*éther* par exemple) mais n'ébranlèrent pas vraiment les fondements de la physique classique, au moins jusqu'aux expériences de Michelson et Morley (1887). Tout au plus, à la suite des travaux visionnaires de Hamilton établissant une équivalence formelle entre mécanique et optique (*ca* 1840)¹² fondée sur l'analogie entre phase ϕ d'une onde et action S d'un point matériel, certains esprits, dont le baron Nicolai von Dellingshausen, se mirent à imaginer¹³ une autre physique qui, vue d'aujourd'hui, n'était pas conceptuellement aux antipodes de celle que l'on admet de nos jours puisqu'elle posait d'emblée une sorte de *dualité onde-corpuscule*¹⁴. À l'époque cependant, aucune expérience ne forçait à remettre en cause des *dogmes* apparemment infaillibles, et ces extravagances intellectuelles, en strict respect de la méthodologie scientifique fondée sur l'observation des phénomènes, furent considérées comme des divagations – ce terme n'étant nullement à prendre dans son acception péjorative. Certes, on ne peut pas refaire l'histoire, néanmoins il ne me semble pas abusif d'affirmer que si Hamilton avait disposé de l'égalité $E = h\nu$ introduite quelque soixante ans plus tard par Planck, il aurait jeté les bases de la théorie quantique. Quoi qu'il en soit, vers la fin du XIX^e, et même si déjà des expériences attendaient leur interprétation, nul sans doute ne pouvait imaginer la radicalité de la révolution¹⁵ qui allait survenir durant les deux ou trois décennies suivantes.

2.2 Ce qui, déjà, n'allait pas bien ou pas du tout

Selon la loi de Dulong et Petit (1819) la chaleur spécifique¹⁶ des solides est une constante, indépendante de la température. La première observation d'une déviation significative est due à F. H. Weber (1872) qui nota une chute importante du côté des basses températures ($\sim -50^\circ\text{C}$), schématisée sur la figure 1. Cette expérience fut peu après confirmée par d'autres, permettant à Behn de suggérer en 1898 que toute chaleur spécifique tend vers

¹⁰ Newton emploie le mot *corpuscles* pour désigner les grains de lumière, bien plus tard appelés *photons*... une fois survenue la révolution quantique.

¹¹ Dans son livre *The Trouble with Physics* (2008), Lee Smolin écrit : “William Thomson (Lord Kelvin), an influential British physicist, famously proclaimed [le 27 avril 1900] that physics was over, except for two small clouds on the horizon. These “clouds” turned out to be the clues that led us to quantum theory and relativity theory”. C'était juste quelques mois avant la percée révolutionnaire de Planck...

¹² Jammer, *op. cit.* (note 9), § 5.3.

¹³ Le titre de son ouvrage *Versuch einer speculativen Physik* (Wigand, Leipzig, 1851) est tout un programme.

¹⁴ L'expression est historique, remontant aux prémisses de la théorie quantique. Une vision plus contemporaine affirme que *les champs sont tout ce qui est*. Pour une discussion sur cette question, voir Art Hobson, “There are no particles, there are only fields”, *American Journal of Physics* **81**, 211 (2013).

¹⁵ Sur la notion de *révolution* en science, la référence est l'ouvrage de Thomas S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions* (University of Chicago Press, 1996).

¹⁶ Toutes choses égales par ailleurs, la chaleur spécifique est le taux de variation de l'énergie avec la température absolue T .

zéro à température nulle. Inexplicable à l'époque, cette décroissance rapide est en fait, comme on le comprendra plus tard, la signature de la *quantification* de l'énergie.

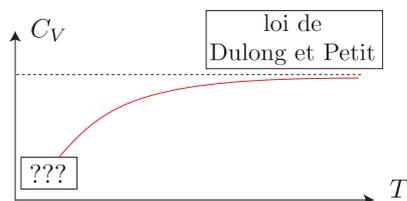


Figure 1: Allure schématique de la chaleur spécifique d'un solide. À haute température C_V tend vers une constante (loi de Dulong et Petit), mais chute assez rapidement à basse température.

L'effet photoélectrique a été découvert par Hertz¹⁷ en 1887 avec un simple électroscope, et consiste en l'émission de charges négatives par un métal lorsqu'il est exposé à un rayonnement lumineux (fréquence ν). Des expériences ultérieures ont d'abord établi sans doute possible que ces charges étaient des électrons¹⁸, puis, fait extraordinaire et alors incompréhensible, ont démontré l'existence d'une fréquence-seuil ν_S au-dessous de laquelle aucune émission ne se produit (pour les métaux usuels, Zn, Al,..., ce seuil se situe dans l'UV proche). En quelque sorte, l'effet se caractérise par tout ou rien : ou bien $\nu < \nu_S$ et il n'y a pas émission, ou bien $\nu > \nu_S$ et, dans les conditions *ordinaires*, l'émission se produit *instantanément*. Aucun de ces aspects (et quelques autres) ne peuvent se comprendre dans le cadre classique ; notamment, si le rayonnement apportait peu à peu et *continûment* de l'énergie aux électrons emprisonnés dans le métal, on s'attendrait à ce que, tôt ou tard, ceux-ci en aient emmagasiné assez pour finalement s'échapper et ce indépendamment de la *fréquence* d'illumination.

Dans un tout autre domaine, la théorie classique était dans la totale incapacité de fournir un début d'explication des observations. Si la spectroscopie atomique était encore balbutiante, il n'en demeure pas moins que grâce à Ångström et Balmer, il était avéré que les atomes émettent de la lumière sous la forme d'un spectre de *raies* – constituant d'ailleurs leur signature¹⁹ (ou leur empreinte digitale ou leur servant de code-barre) – c'est-à-dire pour une suite de fréquences bien séparées les unes des autres, nullement sous la forme d'un spectre continu. Stoney affirma dès 1868 que ce spectre discret tenait à la dynamique interne de l'atome, non à son mouvement en bloc dans la vapeur, posant ainsi la nécessité de construire un *modèle* d'atome.

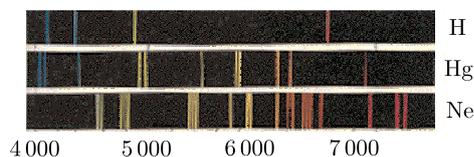


Figure 2: Spectre de raies dans le visible pour l'hydrogène, le mercure et le néon. La longueur d'onde est en abscisse, exprimée en Å.

Citons encore une dernière difficulté très grave de la théorie classique, formalisée par Hendrika Johanna van Leeuwen, une étudiante de Bohr, qui montra que l'application stricte de tous les préceptes de la théorie classique conduit à la conclusion que...

¹⁷ Heinrich Rudolf Hertz, "Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung", *Annalen der Physik* **267**, 987 (1887).

Toutefois, Antoine Becquerel l'avait déjà observé en 1839 en notant la variation d'un courant électrolytique sous l'effet de l'éclaircissement.

¹⁸ L'électron a été mis en évidence par Joseph John Thomson en 1897.

¹⁹ En 1862, Ångström affirma que l'atmosphère du soleil contenait de l'azote...

le magnétisme n'existe pas (*théorème de Miss van Leeuwen*²⁰). Très schématiquement, et classiquement, tout moment magnétique $\vec{\mu}$ (microscopique ou non d'ailleurs) est proportionnel à un moment cinétique \vec{L} , lui-même fonction *linéaire* d'une certaine vitesse \vec{v} . La moyenne thermodynamique à la température T passe par une intégration (sommation *continue*) sur positions et vitesses, donnant finalement $\langle \vec{v} \rangle = 0$, donc $\langle \vec{\mu} \rangle = 0$ en toute circonstance ! S'il fut néanmoins possible de construire une théorie du paramagnétisme grâce à Langevin²¹, celle-ci *postulait* l'existence de moments magnétiques microscopiques mais n'en interrogeait l'origine en aucune façon, la source première du magnétisme restant au fond un mystère total.

2.3 La situation empire

La progression des idées au tournant du siècle permit de mettre au premier plan des difficultés de plus en plus profondes. Notamment, à la suite de la découverte de l'électron par J. J. Thomson (1897), celui-ci et Jean Perrin proposèrent deux modèles d'atomes qui, pour différents qu'ils étaient, n'étaient fondamentalement viables ni l'un ni l'autre. Dans les deux cas, on imaginait des électrons se déplaçant dans un champ de force créé par une distribution positive de charge, l'atome étant globalement neutre. Le mouvement des électrons étant *confiné* dans un espace de petite dimension (de l'ordre de 10^{-10} m), l'accélération est forcément non nulle. Surgit alors une nouvelle catastrophe : selon l'électromagnétisme classique, toute charge accélérée rayonne ; ce faisant, elle perd de l'énergie, avec pour conséquence inéluctable que la trajectoire de l'électron est une spirale amortie convergeant vers le noyau, l'atome ayant de ce fait une durée de vie limitée. Quel que soit le modèle mécanique adopté, les estimations conduisent toujours au même ordre de grandeur : la durée de vie de l'atome est d'environ un milliardième de seconde ! À ce stade, on ne sait ce qui doit être remis en cause : la théorie du rayonnement, le modèle d'atome, la notion de mouvement de l'électron le long d'une trajectoire que personne n'avait observée, n'étant que l'extrapolation conceptuelle à cette échelle de ce qui est avéré pour des objets macroscopiques... ?

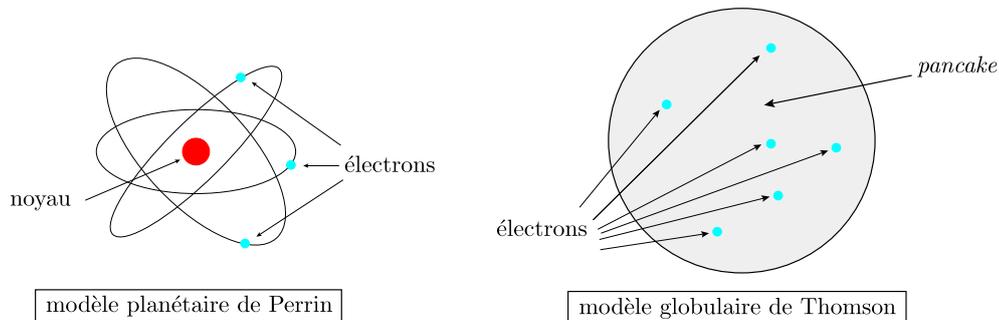


Figure 3: Représentation schématique des modèles d'atome de Perrin et de Thomson.

En rapport avec cette instabilité électrodynamique foncière de l'atome classique, des développements dans le même cadre ont mis en évidence d'autres problèmes de première importance, cette fois au plan des principes fondamentaux devant imprégner toute méthodologie scientifique. On peut ainsi citer le modèle d'Abraham-Lorentz décrivant la réaction sur une particule accélérée de son propre rayonnement, l'idée étant de représenter la perte d'énergie de la particule de vitesse $\vec{v} \equiv \dot{\vec{r}}$ par une force de freinage \vec{F}_{rad} , dont le travail

²⁰ Hendrika Johanna van Leeuwen, Dissertation, Leiden 1919, et "*Problèmes de la théorie électronique du magnétisme*", Journal de physique **2**, 361 (1921).

Selon van Vleck (voir son discours de réception du Nobel, 8 décembre 1977), Bohr avait déjà établi ce résultat en 1911, d'une autre façon.

²¹ Paul Langevin, "*Magnétisme et théorie des électrons*", Annales de Chimie Physique **5**, 70 (1905).

élémentaire est $\vec{F}_{\text{rad}} \cdot \vec{v} dt$. Par un bilan d'énergie et la comparaison avec la formule classique de Larmor donnant la puissance rayonnée en raison de l'accélération, on trouve $\vec{F}_{\text{rad}} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{\vec{v}} \propto \ddot{\vec{r}}$; l'apparition d'une dérivée *troisième* provoque la surprise (elle est d'ordre *supérieur* au terme d'inertie !), mais il y a bien plus grave puisque, introduite dans l'équation de Newton, elle provoque ni plus ni moins qu'une violation de la causalité. On trouve en effet que, soumise à une force-échelon F_0 , une particule chargée se met en mouvement *avant* l'application de F_0 ... Si cet intervalle de temps²² τ est tout petit, de l'ordre de 10^{-24} s, ceci n'en est pas moins gravissime : nul ne peut admettre que l'effet²³ puisse *précéder* la cause !

Continuant avec les expériences décisives – différant le résumé des tentatives conduites en parallèle pour surmonter les difficultés qui s'accumulaient –, il faut citer d'abord celle de Stern et Gerlach²⁴ (1921 – exactement 100 ans après les *ampériens* d'Ampère²⁵), qui vint jeter un trouble supplémentaire, et considérable. Elle consiste à étudier la déviation d'atomes massifs (Ag par exemple) par un long aimant où règne un champ magnétique *inhomogène*. Un raisonnement simple montre que, dans un tel champ, chaque atome subit une force dirigée parallèlement à son moment magnétique²⁶ $\vec{\mu}_{\text{at}}$, de sorte que l'observation des impacts atomiques sur un écran constitue une *mesure* de ce moment magnétique. Les résultats observés démontrent que $\vec{\mu}_{\text{at}}$ (supposé exister...) semble pouvoir ne prendre que *deux valeurs* le long d'une certaine direction imposée par l'expérience. Autrement dit, contrairement à la conception classique où toutes les orientations sont possibles, *tout se passe comme si*, quand on mesure sa valeur, le vecteur $\vec{\mu}_{\text{at}}$ ne pouvait avoir que la tête en haut *ou* la tête en bas. Si l'on accepte toujours la relation obligée entre moments cinétique et magnétique – comme l'exigent la pensée classique et la simple analyse dimensionnelle – cette quantification de $\vec{\mu}_{\text{at}}$ renvoie à la quantification du moment cinétique, manifeste dans la théorie de Bohr comme on le verra ci-dessous.

Avec l'effet Compton, cette expérience est sans doute l'une des plus cruciales de cette période car, outre la quantification du moment magnétique, elle força à en revenir sur le mystère de l'origine de ce dernier, obligeant à poursuivre la route qui déboucha sur l'introduction du spin de l'électron (et par la suite, de toute particule), quelques années après.

L'effet Compton, parlons-en. L'irradiation aux rayons X d'une cible d'un élément léger (bore, graphite) produit tout naturellement une diffusion de lumière à la *même* longueur d'onde λ_0 que le rayonnement incident, dont la théorie classique peut donner

²² Très précisément, $\tau \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3}$ est le seul temps que l'on peut construire (à un facteur numérique près) à partir des constantes fondamentales disponibles ; de façon imagée, c'est en fait le temps mis par la lumière pour traverser l'électron *supposé* être – ce que l'on imaginait à l'époque – une petite bille de rayon $r_e \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 mc^2} \sim 10^{-15}$ m (“rayon classique de l'électron”).

Pour en savoir plus sur cette question (*préaccélération d'une particule chargée*), voir John David Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1999), chapitre 16.

²³ Le principe de causalité est l'une des clés de voûte de la physique – selon Leibniz “*Jamais rien n'arrive sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante...*” (Théodicée, I, 44, (1710)). Le problème général de la causalité est une immense question dont quelques aspects ont été abordés dans le débat du 17 juillet 2012 (voir https://www.youtube.com/watch?v=Zn_vbpyT15M).

²⁴ Otto Stern et Walther Gerlach, “*Das Magnetische Moment des Silberatoms*”, *Zeitschrift für Physik* **9**, 353 (1922).

Otto Stern (1888-1969), prix Nobel 1943 “*for his contribution to the development of the molecular ray method and his discovery of the magnetic moment of the proton*”. Expérimentateur exceptionnel, il s'amusa à interdire l'accès de son laboratoire à Wolfgang Pauli, son ami (théoricien), invoquant le... *principe d'exclusion de Pauli* ! L'exposé des motifs, ainsi que l'éviction de Gerlach de cette récompense, ont sans doute des raisons intelligibles.

Walther Gerlach (1889-1979), soupçonné d'implication dans l'effort allemand pour la mise au point de l'arme nucléaire, fut conduit au Royaume-Uni et interné à Farm Hall avec dix autres physiciens allemands (*Opération Epsilon*) afin d'être interrogé. On consultera avec grand intérêt la transcription intégrale de leurs échanges verbaux (le bâtiment était truffé de micros), tout particulièrement leurs réactions contrastées à l'annonce de la nouvelle du bombardement d'Hiroshima – voir Charles Franck, *Operation Epsilon : The Farm Hall Transcripts* (University of California Press, Berkeley, 1993).

²⁵ André-Marie Ampère (1775-1836) a suggéré en 1821 que les sources primaires du magnétisme sont des petits “courants moléculaires”, proposition qui fut rejetée par ses contemporains.

²⁶ On savait déjà que cet atome est paramagnétique.

une explication très convaincante : c'est tout simplement la vibration forcée des électrons à une fréquence identique à l'onde incidente²⁷. Toutefois, et en utilisant des rayons X assez durs, Compton observa *en plus* une composante diffusée de longueur d'onde légèrement plus grande, $\lambda_0 + \Delta\lambda$, le décalage étant donné par une relation simple que Compton réussit d'abord à écrire sur la base de ses mesures, soit $\Delta\lambda \propto 1 - \cos\theta$, θ étant l'angle entre la direction incidente et celle d'observation de la composante molle. La constante de proportionnalité étant numériquement identifiée, il obtint finalement la remarquable formule portant depuis son nom :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (1)$$

Un aspect extraordinaire de cette formule est le fait que la constante de proportionnalité ne dépend que de trois des constantes fondamentales de la physique : la masse m de l'électron, la vitesse de la lumière c , et la petite dernière, h , introduite une vingtaine d'années auparavant par Planck. L'irruption sans fard de ces trois constantes prouve sans contestation possible que le phénomène donnant lieu à l'effet Compton n'implique que des objets fondamentaux à l'état brut, c'est-à-dire indépendamment de leur engagement spécifique dans tel ou tel matériau.

Compton ne se borna donc pas à la mise en évidence expérimentale quantitative²⁸, mais en livra l'interprétation théorique débouchant sur la formule (1) : selon lui (et tout le monde après lui !), cet effet est le résultat d'une interaction entre les grains de lumière²⁹ d'Einstein et les électrons présents au sein de la matière. Usuellement, on force le trait en décrivant le phénomène comme une *collision* photon-électron, ce qui, pour éviter tout contre-sens, doit immédiatement faire abandonner l'idée d'un *choc* au sens ordinaire (le photon n'est pas localisable dans l'espace physique, encore moins que l'électron si l'on peut dire – on le comprendra bien plus tard). La seule caractéristique commune avec la rencontre de deux boules de billard est l'application stricte des lois de conservation énergie-impulsion dans les états initial et final, lois qui traduisent deux principes fondamentaux de la physique liées d'une part à l'uniformité du temps, d'autre part à l'homogénéité de l'espace, que toute théorie, tout modèle théorique, se doivent de respecter même s'il s'agit d'écrire les premières pages permettant de soupçonner une prochaine révolution conceptuelle.

3 La marche par essai et erreur (1900-1928) : de l'hypothèse de Planck à l'équation de Dirac

3.1 Le rayonnement du corps noir et l'hypothèse de Planck

1900 est usuellement considérée comme la *date de naissance* de la théorie quantique puisque, le 14 décembre, Planck faisait une communication orale³⁰ à la Société allemande

²⁷ En termes actuels, on dit qu'il s'agit d'une diffusion *élastique* des photons par les électrons.

²⁸ Arthur Holly Compton, "A Quantum Theory of the Scattering of X-Rays by Light Elements", Physical Review **21**, 483 (1923).

Arthur Holly Compton (1892-1962) partagea le prix Nobel 1927 avec Charles Thomson Rees Wilson (l'inventeur de la chambre à bulles) ; son frère Karl était également physicien. En hommage, un cratère de la Lune porte leur nom.

²⁹ Ces *atomes* de lumière furent appelés plus tard *photons* sur la suggestion de Gilbert Newton Lewis (1926).

³⁰ Max Planck, "Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum", Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft **4**, 237 (1900), publié peu après dans Annalen der Physik, **4**, 553 (1901) sous le titre "Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum".

Max Planck (1858-1947), pionnier de l'idée de quantification, ne s'est rallié que tardivement (vers 1890) au modèle atomiste des gaz que proposaient Maxwell et Boltzmann. C'est d'ailleurs lui qui introduisit (1899) la constante dite de Boltzmann, en même temps que la constante qui porte son nom et la notion de *quantum*.

de physique où était introduite explicitement et pour la première fois, la notion de *quantification* des échanges d'énergie entre matière et rayonnement. Pour Planck, l'objectif était la résolution d'un problème majeur concernant le rayonnement à l'équilibre thermodynamique (champ électromagnétique à l'équilibre canonique) puisque le calcul classique de Rayleigh et Jeans ne reproduit pas les résultats expérimentaux du côté des hautes fréquences ; poussé à l'extrême dans cette direction, il donne même une intégrale divergente³¹, ce qu'Ehrenfest a appelé la *catastrophe ultraviolette*.

Le calcul célèbre de Rayleigh-Jeans réunit magnifiquement électromagnétisme et mécanique statistique classiques et procède essentiellement en trois temps :

1. le champ électromagnétique dans une cavité est une collection d'oscillateurs harmoniques (immatériels) *indépendants*, comme le montre immédiatement l'analyse de Fourier des équations de Maxwell (qui sont *linéaires*).
2. Entre les fréquences ν et $\nu + d\nu$, il y a $g(\nu) \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ oscillateurs par unité de volume.
3. Classiquement, à la température T , chaque oscillateur possède une énergie *moyenne* $\langle E_{\text{osc cl}} \rangle$ égale à $k_{\text{B}}T$ (somme *continue* sur q et p conduisant au théorème d'équipartition de l'énergie).

On en déduit la densité volumique d'énergie dans la bande $[\nu, \nu + d\nu]$, $u_{\text{R-J}}(\nu, T)$, sous la forme $\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \times k_{\text{B}}T$, qui reproduit bien les courbes expérimentales à basse fréquence mais s'en écarte rapidement à haute fréquence – d'où la catastrophe ultraviolette quand on veut en calculer l'intégrale de zéro à l'infini.

Il est impossible de résumer en quelques mots la démarche de Planck pour la résolution de cette profonde difficulté mais elle est marquée principalement par deux étapes successives. Dans la première³², que Planck qualifie de *thermodynamique*, il s'agit pour lui de réconcilier deux formes distinctes d'une certaine fonction thermodynamique³³ Ξ , valides l'une pour les basses températures, l'autre pour les hautes températures, eu égard aux lois avérées expérimentalement :

$$\text{basses températures : } \Xi \propto \frac{1}{E}, \quad \text{hautes températures : } \Xi \propto \frac{1}{E^2}, \quad (2)$$

E désignant ici l'énergie moyenne d'un oscillateur à la température T . Afin de raccorder ces deux expressions asymptotiques, Planck introduit une simple interpolation en posant :

$$\Xi \propto \frac{a}{E(E+b)}, \quad (3)$$

Il semble que ses travaux sur le rayonnement ont démarré (1894) à la demande de compagnies d'électricité soucieuses de rendre les ampoules plus lumineuses tout en consommant le moins possible. Interpolant entre les lois de Wien et de Rayleigh-Jeans, il présenta sa loi sur des bases empiriques le 19 octobre 1900 devant la *Deutsche Physikalische Gesellschaft* (DPG), avant d'en trouver la dérivation théorique peu après (14 décembre, le "jour de naissance de la théorie quantique", selon von Laue) en s'appuyant d'une part sur les idées statistiques de Boltzmann qu'il avait auparavant rejetées : "... an act of despair... I was ready to sacrifice any of my previous convictions about physics...", d'autre part en adoptant l'hypothèse révolutionnaire de la *quantification* des échanges d'énergie entre matière et rayonnement.

Max Planck reçut le prix Nobel (1918) (décerné en 1919) "In recognition of the services he rendered to the advancement of Physics by his discovery of energy quanta."

Planck était aussi très doué pour les activités musicales et pratiquait le piano, le violoncelle et l'orgue avec un talent que lui reconnurent ceux qui jouèrent avec lui dont... Einstein, qui dit de lui qu'il est "un homme à qui il a été donné de doter le monde d'une grande idée créatrice." On ne saurait trop recommander la lecture de la biographie de Planck par Heilbron (John L. Heilbron, *The Dilemmas of an Upright Man : Max Planck and the Fortunes of German Science* (Harvard University Press, 2000)), non pas tant pour suivre la démarche scientifique de celui-ci que pour prendre la mesure d'un homme à la conscience écartelée.

³¹ La divergence se produit quand on intègre jusqu'à l'infini, ce qui, en toute rigueur n'est pas légitime physiquement et semble relativiser la réalité de la *catastrophe*. En fait, l'argument ne tient pas : le point essentiel est que à *haute* fréquence (finie !), la loi de Rayleigh-Jeans s'écarte rapidement de la loi observée expérimentalement. Le terme *catastrophe* est justifié pour marquer l'ampleur de la difficulté.

³² Max Planck, "Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung", Verhandlungen der Deutschen Physikalische Gesellschaft **2**, 202 (1900), communication orale le 19 octobre 1900.

³³ C'est en fait la dérivée seconde de l'entropie S par rapport à l'énergie E .

les grandeurs a et b étant certaines fonctions de la fréquence ν . Quelques manipulations de relations thermodynamiques suivies d'une certaine hypothèse d'échelle sur la dépendance en fréquence des grandeurs a et b lui permettent d'obtenir, pour la première fois, une expression de la densité du rayonnement du corps noir rendant compte quantitativement des observations sur tout le spectre de fréquence et, notamment, faisant disparaître la catastrophe ultraviolette.

Conscient du caractère pragmatique de sa démarche, et afin de lui donner un substrat théorique, Planck s'est lancé dans une deuxième étape à une argumentation de type statistique dans le droit-fil des idées récemment développées par Boltzmann – auxquelles il venait tout juste de se rallier – centrée sur l'entropie S , le calcul de cette dernière exigeant nécessairement un certain *dénombrement*. C'est à ce point précis que Planck, ne pouvant faire cette énumération avec des variables *continues*³⁴, pose par hypothèse que l'énergie d'un oscillateur est un multiple entier d'une certaine énergie ("*Energie-elemente*"), initiant ainsi la révolution culturelle sur les échanges d'énergie : si l'énergie E_{osc} d'un oscillateur est de la forme entier \times quelque chose, c'est parce qu'elle ne varie pas continûment mais seulement en perdant ou gagnant une certaine quantité finie (*quantum*). Comme un oscillateur est entièrement caractérisé par une et une seule grandeur, sa fréquence ν , le *quelque chose*, qui est une énergie, est une fonction de cette seule fréquence. La fonction la plus simple est la fonction linéaire, $E = C^{\text{ste}}\nu$, exigeant si elle est retenue que la constante de proportionnalité C^{ste} soit homogène au produit d'une énergie par un temps : c'est une *action*. Planck introduit ainsi une certaine action fondamentale, choisissant le symbole h (pour "hilfe", qui signifie *auxiliaire*), pose que le *quantum d'énergie* insécable est égal à $h\nu$, et retient finalement l'énergie mécanique d'un oscillateur sous la forme :

$$E_{\text{osc Planck}} = n h \nu \quad (n \text{ entier naturel}) \quad (4)$$

Cela fait, la sommation sur les états permettant de calculer l'énergie moyenne d'un oscillateur à la température T implique non plus une *intégrale* comme dans le cas classique, mais une *sommation discrète* sur les entiers, avec pour résultat :

- 3'. l'énergie moyenne d'un oscillateur à la température T n'est pas $k_B T \equiv \beta^{-1}$ mais $\langle E_{\text{osc Planck}} \rangle = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$ – qui d'ailleurs redonne le résultat classique à très haute température³⁵ ($\beta h\nu \ll 1$).

Revenant alors à l'argumentation amorcée dans les points 1 et 2 ci-dessus, mais remplaçant 3. par 3', on trouve maintenant :

$$u_{\text{Planck}}(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1} \quad (5)$$

qui constitue la formule de Planck pour le rayonnement thermique, et qui rend magnifiquement compte de toutes les expériences et des lois phénoménologiques ou théoriques³⁶ déjà avérées (Wien, Stefan). Sans doute possible, la différence essentielle est le passage du continu au discret, un changement que Planck lui-même a longtemps considéré comme un pur *artefact* sans réelle signification physique, le présentant comme un *acte de désespoir* face à la nécessité absolue de trouver une issue au problème, quel qu'en soit le prix, quels qu'en soient les moyens... Cet acte de désespoir lui a valu le Prix Nobel 1918 "*in recognition of the services he rendered to the advancement of Physics by his discovery of energy quanta*".

³⁴ "Hierzu ist es notwendig, U_N nicht als eine stetige, unbeschränkt teilbare, sondern als eine discrete, aus einer ganzen Zahl von endlichen gleichen Teilen zusammengesetzte Grösse aufzufassen", ce que l'on peut traduire en : Dans ce but, il est nécessaire de concevoir U_N [l'énergie de N oscillateurs] non pas comme une variable continue divisible à l'infini, mais comme une grandeur discrète, formée d'un multiple entier de parties finies et égales.

³⁵ Il s'agit d'un résultat *universel* : à haute température, les fluctuations quantiques cèdent toujours le pas aux fluctuations thermiques.

³⁶ Par un argument purement thermodynamique Boltzmann avait démontré en 1884 la loi empirique de Stefan ; voir par exemple Cl. A., *Mécanique quantique*, tome 1, chapitre 4, sous-section 4.1.3 (3^{ème} édition, De Boeck Supérieur, 2018).

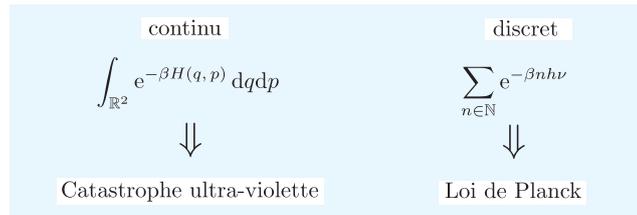


Figure 4: Comment le passage d'une somme continue à une somme *discrète* règle le problème.

3.2 L'interprétation par Einstein de l'effet photoélectrique

L'interprétation d'Einstein de la loi de Planck, et surtout de l'effet photoélectrique, figure dans l'un des papiers de 1905, la célèbre *Annus mirabilis*. Dans cet article³⁷, et sur un plan tout à fait général, Einstein questionne d'emblée l'alternative continu/discret pour la description mathématique des systèmes physiques, qu'il s'agisse de l'énergie d'un corps ou de la nature intime de la lumière. Après une analyse de la démarche de Planck où il affirme sa conviction de l'existence d'*atomes* de lumière³⁸, il insiste sur le fait qu'à basse densité lumineuse, l'aspect corpusculaire doit être manifeste.

Son interprétation de l'effet photoélectrique apparaît dans l'avant-dernier paragraphe. Einstein suggère que le processus élémentaire le plus simple consiste en ce que chaque grain de lumière cède intégralement son énergie à un électron du métal et *de facto* disparaisse. En se calant sur les expériences de Lenard et la valeur numérique de la constante de Planck h , déjà assez bien connue, Einstein en conclut que l'énergie d'un grain de lumière est égale à $h\nu$ et que l'énergie cinétique d'un électron au sortir du métal vaut celle que lui a donné le grain lumineux diminuée de l'énergie W_S nécessaire pour extraire l'électron du métal ; ainsi est obtenue l'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique :

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_S} \quad (6)$$

Posant $\nu_S \stackrel{\text{def}}{=} \frac{W_S}{h}$, elle se réécrit comme $\frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_S)$, mettant clairement en évidence l'existence d'une fréquence-seuil minimale pour que l'effet se produise, et ouvrant la voie à Millikan pour des mesures précises de h , sur un coin de paillasse, avec une simple cellule photoélectrique.

C'est pour cette interprétation qu'Einstein reçut le prix Nobel en 1921 (annoncé le 9 novembre 1922), le comité Nobel faisant explicitement référence à la conception d'Einstein de l'effet photoélectrique dans sa motivation de lui attribuer cette récompense³⁹ : “*for his*

³⁷ Albert Einstein, “Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt”, *Annalen der Physik* **17**, 132 (1905), où l'on peut lire :

“Die Energie eines ponderablen Körpers kann nicht in beliebig viele, beliebig kleine Teile zerfallen,....”

ce que l'on peut traduire en : *L'énergie d'un corps pesant ne peut pas être décomposée en morceaux aussi nombreux et aussi petits que l'on veut,...*

On notera l'adjectif *heuristique* figurant dans le titre même de l'article... Une traduction anglaise, due à A.B. Arons et M.B. Pappard, est disponible dans *American Journal of Physics* **33**, 367 (1965).

³⁸ “Es scheint mir (...), daß die Beobachtungen über (...) die Erzeugung bez. Verwandlung des Lichtes betreffende Erscheinungsgruppen besser verständlich erscheinen unter der Annahme, daß die Energie des Lichtes diskontinuierlich im Raume verteilt sei.”, soit : *Il me semble (...) que les observations sur (...) l'ensemble des phénomènes concernant la production ou la transformation de la lumière sont plus aisément compréhensibles si l'on admet l'hypothèse suivant laquelle l'énergie de la lumière est distribuée dans l'espace de façon discontinue.*

³⁹ Dans sa *Nobel lecture*, intitulée *Fundamental ideas and problems of the theory of relativity* (http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1921/einstein-lecture.html), Einstein ne dit pas un mot de l'effet photoélectrique. Il est vrai que cette conférence fut donnée en dehors de la cérémonie de remise du prix, à laquelle Einstein ne put se rendre.

services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photo-electric effect”.

3.3 Le modèle de Bohr (1913)

Le modèle de Bohr (1913) est sans doute la première tentative théorique pour rassembler d'une part l'idée de *quantum* d'énergie et le principe de combinaison de Ritz⁴⁰, énoncé devant l'accumulation de données sur les spectres atomiques et stipulant que la fréquence de toute raie atomique est la différence de deux quantités T_n et T_p (appelées *termes spectraux*), chacune de celles-ci étant entièrement fixée par un certain entier :

$$\boxed{\nu_{\text{raie atomique}} \propto T_n - T_p} \quad (7)$$

L'exemple le plus simple, et le plus connu, est la série de Balmer pour l'hydrogène dont Balmer, passionné de numérogie, avait montré (1885) qu'elle est entièrement caractérisable par la mystérieuse formule suivante donnant la longueur d'onde des différentes raies :

$$\frac{1}{\lambda} = \text{Ry} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (p = 3, 4, \dots), \quad (8)$$

Ry étant une certaine constante introduite par Rydberg sur des bases empiriques.

L'analyse de ces évidences expérimentales conduisit Bohr à proposer son modèle d'atome⁴¹, défini comme suit :

1. l'électron tourne autour du noyau⁴² sur un cercle, en équilibre par l'effet centrifuge et la force d'attraction de Coulomb. Autrement dit, la toute première hypothèse est la validité de la dynamique classique.
2. Les cercles ne sont pas tous autorisés. Théoriquement et classiquement, toute trajectoire est fixée par les conditions initiales du mouvement... que nul ne connaît. Bohr propose de passer au crible l'infinité (continue) de trajectoires classiques paramétrées par les conditions initiales inconnues, en appliquant une certaine condition de quantification due à Wilson et Sommerfeld, suggérée par une analyse subtile revisitant l'oscillateur harmonique à la lumière de la formule de Planck-Einstein $E = h\nu$; cette condition s'énonce :

$$\boxed{\oint p dq = nh \quad (n = \text{entier})} \quad (9)$$

l'intégrale étant calculée sur une période du mouvement. Cette opération sélectionne une suite *discrète* de cercles et, par bonne fortune, annihile en les effaçant les effets de l'ignorance des conditions initiales, tout en fixant l'énergie (mécanique) totale qui s'en trouve de ce fait *quantifiée*, tout comme le moment cinétique. Un calcul élémentaire donne alors les valeurs possibles E_n et J_n de l'énergie et du moment cinétique, écrites ici sous leur forme historique :

$$\boxed{E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad J_n = n \frac{h}{2\pi} \quad (n \in \mathbb{N}^*)} \quad (10)$$

⁴⁰ Walter Ritz, “On a new law of series spectra”, *Astrophysical Journal* **28**, 237 (1908). Ritz (1878-1909), également célèbre pour la méthode variationnelle dite *de Rayleigh-Ritz*.

⁴¹ Niels Bohr, “On the Constitution of Atoms and Molecules”, *Philosophical Magazine* **26**, 1-25 (1913) ; “Part II. – Systems containing only a Single Nucleus”, *ibid.*, 476-502.

Niels Henrik David Bohr (1885-1962) reçut le prix Nobel en 1922, juste trois ans avant la première construction de la mécanique quantique (mécanique des matrices) par Heisenberg. L'une de ses plus célèbres citations : “If quantum mechanics hasn't profoundly shocked you, you haven't understood it yet”. À propos du *spin*, il déclara à Pauli : “Your theory is crazy, but it's not crazy enough to be true”.

⁴² Les expériences de Rutherford (~1912) – diffusion de particules α par une mince feuille métallique – avaient montré que l'atome est constitué d'un noyau central très petit ($\sim 10^{-15}$ m), autour duquel se déplacent (?) des électrons, imposant définitivement de la matière ordinaire une image particulièrement lacunaire condamnant le modèle de Thomson tout en redonnant une seconde jeunesse au modèle planétaire de Jean Perrin – pourtant lui aussi miné en raison de son instabilité électrodynamique.

l'entier n étant le prototype de ce qui est dès lors appelé *nombre quantique*.

3. Bohr affirme que, quand il tourne sur l'un de ces cercles privilégiés, l'électron ne rayonne pas (pourquoi diable ?), en violation des lois de l'électromagnétisme au sujet desquelles, en la circonstance, rien n'est dit – d'où la colère de von Laue⁴³ “*This is all nonsense ! Maxwell's equations are valid under all circumstances !*”.
4. L'atome ne peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur que lorsque l'électron “saute” d'un cercle à l'autre, et c'est alors forcément sous forme de *quantum* puisqu'il passe d'une orbite “isolée” à une autre, les deux étant inévitablement séparées en énergie d'une quantité *finie*. Cette transition du cercle fixé par l'entier n (énergie E_n) à celui associé à n' (énergie $E_{n'}$) donne lieu à l'émission (si $E_n > E_{n'}$) ou l'absorption (si $E_n < E_{n'}$) d'un grain de lumière de fréquence ν fixée par la règle⁴⁴ dite *de Bohr* :

$$\nu_{nn'} = \frac{1}{h} |E_n - E_{n'}| \quad (11)$$

ou si l'on préfère pour être plus précis et avec des notations plus “modernes” ($\omega = 2\pi\nu$, $\hbar \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{h}{2\pi}$) :

$$\boxed{E_n - E_{n'} = \hbar\omega_{nn'}} \quad (12)$$

Par construction, le modèle Bohr rend compte du principe de Ritz et, de ce fait, constitue un modèle théorique reproduisant un grand nombre d'expériences. Celles-ci se précisant – révélant notamment la structure fine des raies atomiques, l'exemple le plus célèbre étant le doublet H_α de l'hydrogène –, il fut nécessaire – et possible – de raffiner ce modèle. On doit à Sommerfeld⁴⁵ un calcul admirable reproduisant, qualitativement et *quantitativement*, la position des raies de ce doublet.

Malgré ses succès, le cadre de réflexion de Bohr complété par d'autres (Ehrenfest, Sommerfeld, Wilson) souffrait d'incohérences internes⁴⁶ (que faire du *diktat* de l'électromagnétisme sur la charge accélérée qui rayonne ?), et se révéla notamment dans l'incapacité de traiter des atomes plus complexes, sans compter avec le fait qu'il fut pris de vitesse par les percées foudroyantes de Heisenberg et de Schrödinger très peu de temps après.

3.4 La construction de la théorie quantique : Heisenberg, Schrödinger et Dirac

Les années 1925-1928 furent sans doute les plus riches et les plus denses de l'histoire de la physique. Trop nombreux pour être tous cités, les physiciens les plus prodigieux unirent leurs efforts pour que naisse en un temps record une théorie révolutionnaire, avec en personnage central, Pauli, génie absolu (et humainement dévastateur, aussi exigeant avec les autres qu'avec lui-même) dont la *sanction* était attendue comme une sentence, ou un verdict – Paul Ehrenfest n'est plus là pour en témoigner.

Cette époque extraordinaire est aussi marquée par une collaboration intense et féconde entre physiciens et mathématiciens : Pascual Jordan prêta main forte à Heisenberg pour dominer les matrices et Weyl, l'ami de toujours, aida Schrödinger à dénicher

⁴³ Jammer, *op. cit.* (note 9), § 2.2.

⁴⁴ Cette égalité ignore le recul de l'atome, très massif comparé à l'électron.

⁴⁵ Arnold Sommerfeld, “*Zur Quantentheorie der Spektrallinien*”, *Annalen der Physik* **51**, 1 (1916).

Sommerfeld (1868-1951) a joué un rôle majeur dans les premiers développements de la théorie quantique. Pédagogue extraordinaire, comme en témoignent ses livres, notamment ses *Lectures on Theoretical Physics* qui demeurent aujourd'hui encore de très grands classiques, il forma un très grand nombre de physiciens, dont Pauli, Heisenberg, Debye et Bethe, pour ne citer que ceux qui furent lauréats Nobel. De façon très surprenante, Sommerfeld ne reçut pas le prix Nobel lui-même – bien qu'il fut “nommé” 81 fois, bien plus que n'importe quel autre physicien de l'époque.

⁴⁶ Selon Jammer (*op. cit.* (note 9), § 5.1) : “*quantum theory... prior to 1925, was, from the methodological point of view, a lamentable hodgepodge of hypotheses, theorems, and computational recipes rather than a logical consistent theory.*”

les polynômes associés de Laguerre ou ceux de Hermite afin d'éliminer les solutions divergentes à l'infini qu'en tant que physicien il ne pouvait accepter⁴⁷. Ce rapprochement entre deux communautés trop souvent éloignées l'une de l'autre se révéla nécessaire, l'arsenal mathématique requis par la théorie naissante dépassant de loin les connaissances jusqu'alors considérées comme *basiques* – à commencer par le calcul matriciel –, imposant *ipso facto* une nouvelle réalité : la théorie quantique exige un bagage de mathématiques appliquées dont la maîtrise doit pouvoir démentir Hilbert qui affirma un jour (à propos de la relativité générale) “*La physique est devenue trop difficile pour les physiciens*”.

Les bases définitives de la théorie quantique ont été posées en quelques mois par Heisenberg et Schrödinger, avant d'être peu après synthétisées par Dirac. Le premier arrivé dans ce *sprint* stupéfiant fut Heisenberg avec sa *Mécanique des matrices*, un ensemble proprement fascinant où se mêlent connaissance encyclopédique et audace intellectuelle au point que Born⁴⁸ a dit de cette approche qu'elle était “*mystique mais sûrement exacte*”. Peu après, Schrödinger publia quatre articles présentant sa *Mécanique ondulatoire* dont le même Born parla comme d'un “*insurpassable monument de physique théorique*”. Enfin Dirac, surgissant en bout de course, unifia les deux approches précédentes avant de compléter la théorie en lui donnant une première version relativiste et en jetant les bases de ce qui allait devenir l'électrodynamique quantique.

3.4.1 Heisenberg et la Mécanique des matrices

Le cheminement de Heisenberg (à 24 ans !) n'est pas seulement fort complexe, il est aussi ponctué à des moments décisifs par des sauts d'une audace à la limite de la pure rationalité. Par ailleurs, l'*abstract* de l'article fondateur⁴⁹ est un modèle de méthodologie, où Heisenberg rappelle que le but d'une théorie physique est d'expliquer ce qui est observé – notamment en la circonstance la lumière émise par les atomes –, en aucune façon de vouloir décrire la trajectoire de l'électron que personne n'a jamais vue, émettant de surcroît des doutes sur la possibilité de jamais l'observer.

⁴⁷ Pour en savoir plus, voir par exemple Cl. A., *op. cit.* (note 36) chapitre 16, section 16.2 et tome 2, chapitre 19, section 19.2 (4^{ème} édition, De Boeck Supérieur, 2018).

⁴⁸ Max Born (1882-1970) était à la fois mathématicien et physicien. Supervisant les travaux de Heisenberg, il doit être considéré comme l'un des pères fondateurs de la théorie quantique puisque c'est lui qui, en collaboration avec Pascual Jordan (un autre de ses étudiants, plutôt mathématicien lui – il contribua grandement à l'élaboration du monumental traité de Courant et Hilbert), a le premier compris l'extrême importance de la contribution de Heisenberg et lui a donné toute sa dimension en la reformulant et en la généralisant.

Il est assez stupéfiant d'apprendre que Born ne reçut le prix Nobel qu'en... 1954, presque trente ans après, avec pour seule référence le sens physique qu'il proposa (très vite d'ailleurs, en 1926) d'attribuer à la fonction d'onde Ψ . Si cette interprétation de Ψ est très importante, la contribution de Born à l'élaboration première de la mécanique quantique l'est indéniablement plus. On peut comprendre que le comité Nobel ait voulu éviter toute référence à la mécanique des matrices, puisque la suprême distinction avait été donnée à Heisenberg tout seul... vingt-deux ans plus tôt.

⁴⁹ Werner Heisenberg, “*Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*”, *Zeitschrift für Physik* **33**, 879 (1925).

Werner Karl Heisenberg (1901-1976) fut lauréat Nobel en 1932 “*for the creation of quantum mechanics...*”. Dans son livre de souvenirs *La partie et le tout* (Flammarion, Collection *Champs*, Paris 1990), Heisenberg compare les avancées de la science avec la découverte de nouveaux territoires, évoquant Christophe Colomb au passage. Il continue en disant “*De manière similaire, dans la science, on ne peut gagner une terre nouvelle que si l'on est prêt, dans une étape décisive, à quitter le terrain sur lequel reposait la science antérieure et à sauter pour ainsi dire dans le vide.*”

L'implication de Heisenberg dans le processus d'élaboration de l'arme nucléaire par les Allemands pendant la deuxième guerre mondiale est encore, semble-t-il, l'objet de controverses.

L'article de Heisenberg, reçu le 29 juillet 1925, commence ainsi^a :

On essaiera dans ce travail de poser les bases d'une mécanique quantique théorique reposant exclusivement sur des relations entre des grandeurs en principe mesurables.

On sait qu'il existe une objection de poids à l'encontre des règles formelles généralement utilisées dans la théorie des Quanta pour le calcul des grandeurs observables (par exemple l'énergie de l'atome d'hydrogène). En effet, ces règles impliquent pour une part essentielle des relations entre des grandeurs qui, semble-t-il, sont fondamentalement inobservables (par exemple la position et la vitesse de révolution de l'électron), et que par conséquent ces règles sont visiblement dénuées du moindre fondement physique clair, sauf à vouloir se raccrocher à l'espoir que l'on pourrait peut-être un jour les observer expérimentalement.

a

In der Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist.

Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen (z. B. der Energie im Wasserstoffatom) benutzt werden, der schwerwiegende Einwand erheben, daß jene Rechenregeln als wesentlichen Bestandteil Beziehungen enthalten zwischen Größen, die scheinbar prinzipiell nicht beobachtet werden können (wie z. B. Ort, Umlaufzeit des Elektrons), daß also jenen Regeln offenbar jedes anschauliche physikalische Fundament mangelt, wenn man nicht immer noch an der Hoffnung festhalten will, daß jene bis jetzt unbeobachteten Größen später vielleicht experimentell zugänglich gemacht werden könnten.

Une observation capitale de Heisenberg est la suivante : dans la limite des très grands nombres quantiques ($1 \sim |n - m| \ll n, m$), la règle de Bohr $\nu_{nm} = \frac{1}{h}(E_n - E_m)$ donne une fréquence très voisine de la fréquence de rotation ν_n de l'électron sur son cercle ; en effet, on a d'une part (modèle de Bohr) :

$$E_n \propto \frac{1}{n^2} \implies \nu_{n+1n} \stackrel{n \gg 1}{\propto} \frac{1}{n^3} .$$

D'autre part, la période de révolution de l'électron sur le cercle de Bohr de rayon R_n est :

$$T_n = \frac{2\pi R_n}{v} \propto \frac{n^2}{\sqrt{1/n^2}} \propto n^3 \iff \nu_n \propto \frac{1}{n^3}$$

et, vu comme un dipôle oscillant, ne peut être que la fréquence de la lumière émise par l'atome mis en régime forcé. En définitive, dans la limite des grands nombres quantiques, la règle de Bohr rejoint l'image classique de l'atome :

$$n \gg 1 : \nu_{n+1n} \simeq \nu_n$$

Quantique	grands nombres quantiques	Classique
	→	

Ce fait peut être plus profondément compris en comparant l'action typique S_{typique} d'un problème donné avec la désormais incontournable constante de Planck h , et peut être illustré comme indiqué sur la figure 5. De surcroît, quelques applications numériques permettent d'en être vraiment convaincu :

- Électron dans l'atome d'hydrogène : $S_{\text{typique}} \sim h$
- Le pendule du Pr Tournesol : $S_{\text{typique}} \sim 10^{30} h$
- La Terre autour du Soleil : $S_{\text{typique}} \sim 10^{74} h$

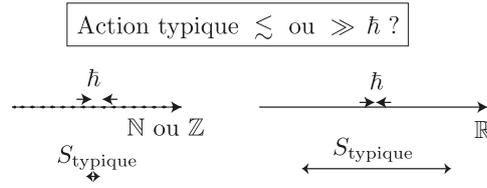


Figure 5: En physique, tout est toujours une question d'échelles. Pour les très grands entiers (et pour les physiciens), le discret tend à se confondre vers le continu.

Ou si l'on préfère : le pendule du Pr Tournesol ayant une énergie de 1 J, le nombre quantique associé par la formule de Planck-Einstein $E = nh\nu$ est $n \sim 10^{34} \dots$. À la réflexion, que les manifestations quantiques tendent à s'évanouir quand les nombres quantiques deviennent très grands ressemble à une évidence : quand n vaut des milliards de milliards de milliards, tout quantum $h\nu$ en plus ou en moins pour l'énergie $nh\nu$ est une sorte d'infiniment petit (pour le physicien). Comme on le verra dans la suite, l'identification de la situation classique en tant que limite obtenue avec les très grands nombres quantiques joue un rôle décisif dans la construction de l'algèbre conduisant finalement à la relation quantique fondamentale (16).

Sur le plan technique, le point de départ de Heisenberg est le rappel que tout mouvement mécanique *lié* et périodique est en principe susceptible d'une analyse harmonique faisant apparaître des séries de Fourier dont chaque terme représente une oscillation à une pulsation ω_k multiple entier d'une pulsation fondamentale ω_E fonction de l'énergie, soit $\omega_k = k\omega_E$, $k \in \mathbb{Z}$; pour une coordonnée $q(t)$, on a ainsi des développements du type :

$$q(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q_k e^{ik\omega_E t} . \quad (13)$$

Cette analyse harmonique du mouvement classique étant faite, Heisenberg invoque formellement les conditions de quantification $\oint pdq = nh$ pour quantifier l'énergie E en une suite discrète de valeurs E_n , ce qui, redéfinissant les écritures ($k\omega_E \rightarrow k\omega_{E_n} \equiv \omega(n, k)$), lui permet d'écrire :

$$(13) \text{ et } \oint pdq = nh \implies q_n(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q(n, k) e^{i\omega(n, k)t} , \quad (14)$$

développement où l'on voit apparaître des quantités $q(n, k)$ et $\omega(n, k)$ dépendant cette fois de *deux* entiers n et k – à ce stade, seul le premier peut être considéré comme *quantique* ; la même analyse peut être faite avec le moment conjugué p . Par des manipulations formelles sur ces objets quasi-classiques (que l'on peut tout autant noter q_{nk} et p_{nk}), et en prenant appui sur la règle de Bohr (12) pour les différences d'énergie, Heisenberg trouva des expressions qui ne le satisfirent pas. C'est ainsi que, analysant finement le carré de la coordonnée q , il rencontra des produits du genre $q_{n, n-k'} q_{n, n-k}$ là où il attendait $q_{n, n-k'} q_{n-k', n-k}$.

C'est à ce point que le pur génie prend la barre⁵⁰. Tout ceci résultant de manipulations *strictement* issues de la situation classique tout juste criblée par $\oint pdq = nh$, les grandeurs $q_{nn'}$ doivent être appréciées sans être trop rigide sur des variations de quelques unités des indices puisque le cas classique correspond aux très grands nombres quantiques. C'est ce que fit Heisenberg : *bricolant* les indices *à la main*, il arrangea ses expressions de façon à en être pleinement satisfait :

$$q_{n, n-k'} q_{n, n-k} \rightarrow q_{n, n-k'} q_{n-k', n-k} , \quad (15)$$

et ceci tant pour la coordonnée que pour le moment conjugué. Cette manipulation, innocente si $n \gg 1$ et $k, k' \sim 1$, devient au contraire déterminante du côté des *petits* entiers et change radicalement le statut du deuxième entier, faisant de lui un second authentique nombre quantique – on peut même déceler que c'est à ce point précis qu'un concept aussi banal que la notion de trajectoire d'une bille disparaît en tant que telle du formalisme théorique.

⁵⁰ Pour plus de détails voir Cl. A., *op. cit.* (note 36), section 9.2 (3^e édition, De Boeck Supérieur, 2018)

Avec l'aide de Born (qui, lui, connaissait le calcul matriciel) et de Jordan (théoricien pour qui les matrices n'avaient pas de secret), les trois compères réussirent à montrer d'une part que les quantités à deux indices étaient en réalité des éléments de matrice $-q_{nn'}$ étant ceux de la matrice représentant un certain opérateur \mathbf{q} , et de même pour les $p_{nn'}$ associés à un autre opérateur \mathbf{p} , d'autre part que le commutateur $[\mathbf{q}, \mathbf{p}] \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{qp} - \mathbf{pq}$ était proportionnel à l'opérateur identité $\mathbf{1}$, le facteur de proportionnalité, à la stupéfaction de Born, étant égal à... $i\hbar$ ($i^2 = -1$). Ainsi jaillit en pleine lumière le lien indissoluble et sidérant entre la théorie et les complexes puisque le nombre *imaginaire*⁵¹ fondamental figure à la place d'honneur dans la relation fondatrice de la mécanique quantique :

$$\boxed{[\mathbf{q}, \mathbf{p}] = i\hbar \mathbf{1} \quad (i^2 = -1)} \quad (16)$$

Pire que tout, cette égalité proclame la représentation des grandeurs physiques par des êtres mathématiques obéissant à une algèbre *non-commutative*. Ces premiers pas, et de nombreux développements – dont l'obtention⁵² de $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\nu$ pour l'oscillateur harmonique –, furent rassemblés dans un article fabuleux⁵³ auquel l'histoire a donné le nom de *Dreimännerarbeit* (*The three men's paper*), contenant déjà toute l'essence de la théorie quantique.

3.4.2 Schrödinger et la Mécanique ondulatoire

Les quatre articles de Schrödinger, qualifiés par Born comme on l'a dit plus haut, ont été publiés en quelques mois sous le titre "*Quantisierung als Eigenwertproblem*" (*Quantification et valeurs propres*), I, II, III et IV, auquel il convient d'ajouter d'autres contributions d'égale importance. L'un des axes majeurs de la profonde réflexion de Schrödinger est l'équivalence optico-mécanique de Hamilton, dûment citée, schématisée dans la figure 9, réflexion également inspirée par les récents travaux de de Broglie ramassés dans l'affirmation⁵⁴ de celui-ci : "*La nouvelle dynamique du point matériel libre est à l'ancienne dynamique (y compris celle d'Einstein) ce que l'optique ondulatoire est à l'optique géométrique*", que l'on peut illustrer en ajoutant le sommet manquant au rectangle de Hamilton (figure 6).

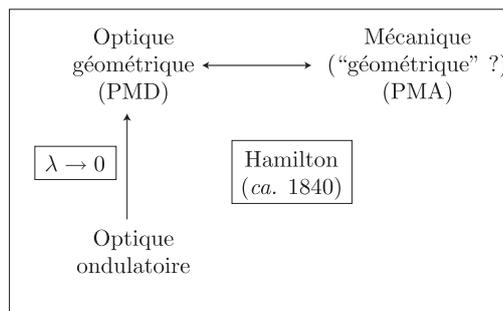


Figure 6: Analogie optico-mécanique de Hamilton.

⁵¹ Il est difficile de résister à la tentation de citer Sophus Lie : "*Si la vie est complexe, c'est parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire*".

Aurait-il renié la substitution de *mécanique quantique* à *vie* ?

⁵² Le terme additif $\frac{1}{2}$ ne doit pas troubler : ce résultat est bien la validation théorique de l'hypothèse de Planck sur la quantification des *échanges* d'énergie, ce terme disparaissant dans toute différence. D'un autre côté, il est incontournable, en tant que conséquence de la non-commutation de q et p , laquelle est à l'origine de la relation d'indétermination de Heisenberg $\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$.

⁵³ Werner Heisenberg, Max Born et Pascual Jordan, "*Zur Quantenmechanik II*", *Zeitschrift für Physik* **35**, 557 (1926).

⁵⁴ Louis de Broglie, "*Quanta de lumière, diffraction et interférences*", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* (Paris) **177**, 548 (1923).

Louis Victor de Broglie (1892-1987) reçut le prix Nobel en 1929. Sa thèse, intitulée *Recherches sur la théorie des quanta* fut soutenue le 29 novembre 1924 devant un jury comprenant notamment Jean Perrin et Paul Langevin. C'est ce dernier qui attira l'attention d'Einstein – tout de suite enthousiaste – sur les idées de de Broglie, et insista auprès de Schrödinger – plutôt dédaigneux au premier abord "*That's rubbish*" (ouvrage cité dans la note 9, p. 259) – pour le convaincre de l'importance de ces travaux.

L'analogie optico-mécanique de Hamilton repose sur des relations que l'on rencontre en mécanique analytique et en optique. En mécanique, moment conjugué \vec{p} et énergie E sont reliés comme suit à l'action S :

$$\vec{p} \equiv m\vec{v} = \vec{\nabla}S \quad E = -\frac{\partial S}{\partial t}, \quad (17)$$

étant entendu que la trajectoire réelle est celle minimisant l'action (d'où le *Principe de Moindre Action* (PMA), initialement formulé sous une forme un peu restrictive par Maupertuis en 1744). L'égalité de gauche dans (17) dit que \vec{p} est la normale aux surfaces d'action constante (figure 7 à gauche).



Figure 7: À gauche : la trajectoire de la mécanique est la normale aux surfaces d'équi-action. À droite : les rayons de l'optique géométrique sont les normales aux surfaces d'équiphase

Du côté de l'optique (géométrique), le Principe de Fermat (*Principe de Moindre Durée* (PMD), 1657) affirme que le chemin suivi par les rayons lumineux est celui du temps de parcours minimum, soit $\int \frac{1}{c/n} ds$ minimum, permettant à Hamilton de conclure que l'indice n et le moment $p = mv$ jouent des rôles analogues. En fait, l'analogie va beaucoup plus loin ; en optique ondulatoire, la phase d'une onde *plane* (analogue de la particule *libre* en mécanique) a l'expression $\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ ($\|\vec{k}\| = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi\nu$), d'où :

$$\vec{k} = \vec{\nabla}\phi \quad \omega = -\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (18)$$

d'où l'on déduit notamment que \vec{k} est normal aux surfaces d'équiphase $\phi = C^{\text{ste}}$ (figure 7 à droite).

L'atout-maître de Schrödinger, intensément utilisé dans le deuxième article⁵⁵, était la relation $E = \hbar\omega$ de Planck-Einstein (dont ne disposait pas Hamilton en 1850 !), suggérant fortement de *poser* la proportionnalité entre phase optique ϕ et action mécanique S , poussant l'équivalence jusqu'au bout par l'identification formelle des surfaces d'équiphase de l'optique et des surfaces d'équi-action de la mécanique, ce que résume la figure 8.

⁵⁵ Erwin Schrödinger, "*Quantisierung als Eigenwertproblem*", *Annalen der Physik* **79**, 489 (1926).

Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger (1887-1961) consacra plusieurs périodes de sa vie à la philosophie. Pressenti pour le Nobel dès 1927, Schrödinger le reçut en 1933, un an après Heisenberg, le partageant d'ailleurs avec Dirac, "*for the discovery of new productive forms of atomic theory*". Les hésitations du comité Nobel s'expliquent par le caractère trop mathématique des travaux de Schrödinger (ceci vaut aussi pour la distinction de Heisenberg). Oseen, l'un des membres de ce comité, écrivit en 1932 : "*According to the will of Nobel, the prize in physics should be awarded to the person who had made the most important discovery or invention, words which used in the ordinary sense mean either an advance in our knowledge of factual reality or, secondly, a useful application of such knowledge. It is apparent to me neither of these theoreticians [Heisenberg, Schrödinger, Dirac ???] has been able to make such a discovery or invention.*" (voir Walter Moore, *Schrödinger, life and thought* (Cambridge University Press, 1993), p. 287). Pour une analyse de l'attitude du comité Nobel face à la théorie quantique, voir Robert Marc Friedman, "*Quantum theory and the Nobel prize*", *Physics World*, août 2002, p. 33, disponible à <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/2058-7058/15/8/33>

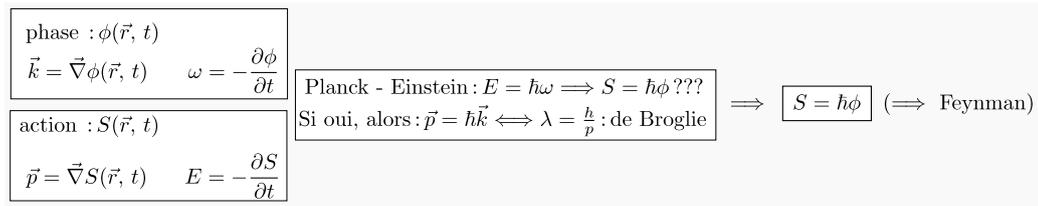
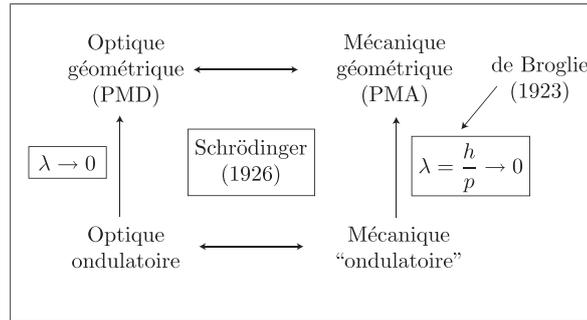
Figure 8: Les relations entre phase ϕ et action S .

Figure 9: La mécanique ondulatoire de Schrödinger comme généralisation de la mécanique ordinaire.

Cette proportionnalité étant admise et autorisant dès lors à prendre ancrage sur la familière équation de propagation des ondes, Schrödinger parvint (après plusieurs acrobaties à faire perdre la tête) à écrire son équation à Arosa, près de Davos, à Noël 1925, dans des circonstances personnelles⁵⁶ très particulières ayant certainement contribué à l'exaltation de son génie et au succès de ses efforts :

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}, t) \quad (i^2 = -1)} \quad (19)$$

Ici comme ailleurs, le résumé de son argumentation relève d'un défi impossible et on ne peut que renvoyer à ses articles, disponibles en traduction française⁵⁷. Si leur lecture est vivement recommandée, ce n'est pas seulement pour suivre les raisonnements de Schrödinger, mais aussi pour percevoir les états d'âme successifs et la perplexité parfois grande de leur auteur face à ses propres résultats. En particulier, les hésitations de Schrödinger sur le caractère *complexe* de sa *Wellenfunktion* (fonction d'onde) sont patentes, à lire ses changements de conviction d'une note de pied de page à l'autre dans les versions pourtant définitives puisque publiées en l'état⁵⁸. Tout comme dans l'approche de Heisenberg, les nombres complexes, décidément, semblaient devoir être les invités obligés de la nouvelle théorie – autre contraste saisissant avec les théories classiques où les complexes ne sont jamais qu'un accessoire technique commode mais *jamais* indispensable.

⁵⁶ La découverte de l'équation se produisit à Arosa (près de Davos), où Schrödinger avait demandé à une amie de le rejoindre, à Noël 1925, son épouse étant restée à Zürich. Selon Moore (*op. cit.*, p. 195) : “*Like the dark lady who inspired Shakespeare's last sonnets, the lady of Arosa may remain forever mysterious*”.

⁵⁷ Erwin Schrödinger, *Mémoires sur la Mécanique Ondulatoire* (J. Gabay, Paris, 1988). En outre, cet ouvrage livre des réflexions ultérieures de Schrödinger traduisant parfois ses doutes sur l'interprétation de la théorie dont il fut l'un des pères fondateurs.

⁵⁸ C'est ainsi que dans la note 1 p.66 de l'ouvrage cité dans la note 57 ci-dessus et au sujet d'une égalité où une exponentielle complexe apparaît à droite, Schrödinger écrit : “*Comme d'habitude, il ne faut prendre que la partie réelle du second membre*” – recommandation qu'il renouvelle plusieurs fois –, pour se reprendre p. 166 en écrivant à propos d'une expression de ψ “... *expression qui ne doit plus être limitée à sa partie réelle mais prise dans son sens mathématique propre, la fonction d'onde étant considérée maintenant comme essentiellement complexe.*”

Immédiatement, Schrödinger entreprit de développer les premières applications de ses équations. Un instant troublé par l'apparition de solutions divergentes qu'il ne pouvait accepter, il fut secouru par son ami Hermann Weyl : celui-ci lui montra que certaines conditions aux limites éliminaient ces solutions pathologiques pour le physicien et, ô miracle, engendraient spontanément la *quantification* de l'énergie. Pour l'oscillateur harmonique, Schrödinger retrouva ainsi exactement l'énergie obtenue par Heisenberg *et al.*, nouvelle confirmation de l'hypothèse de Planck. Pour l'atome d'hydrogène, Schrödinger obtint l'expression suivante ($e'^2 \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$) :

$$E_n = -\frac{me'^4}{2n^2\hbar^2} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad (20)$$

qui, de façon très surprenante – encore aujourd'hui ! –, coïncide exactement avec celle obtenue dans le modèle de Bohr (voir (10)), et donc reproduit pour l'essentiel les différentes séries spectroscopiques de cet atome.

Les résultats démontrés indépendamment par Heisenberg et Schrödinger auguraient de succès ultérieurs, qui n'ont cessé de se multiplier, et qui avaient aussi un caractère énigmatique : comment deux approches aussi différentes – l'une absconse car utilisant des objets – les matrices – plutôt réservés aux mathématiciens, l'autre familière pour les physiciens par son langage emprunté aux ondes – pouvaient-elles, en bout de course donner des résultats identiques ? Un autre immense mérite de Schrödinger est d'avoir ouvert la voie à la démonstration de l'équivalence des deux approches, parachevée par Dirac et exposée magistralement dans son insurpassable livre⁵⁹, fort heureusement réédité à chaque fois qu'il est épuisé : la Mécanique des matrices et la Mécanique ondulatoire ne sont que (!) deux manières d'écrire une seule et même théorie, la Mécanique quantique.

3.4.3 Dirac, son équation et l'électrodynamique quantique

Dirac, à 25 ans à peine, a marqué de son empreinte indélébile les dernières années de la prodigieuse décennie. Déjà fortement impliqué dans les premiers développements conceptuels, il fut le premier⁶⁰ à formaliser l'interaction lumière-matière, description qui doit être considérée comme le prélude de l'électrodynamique quantique (*QED*) que l'on connaît aujourd'hui, parachevée par Dyson, Feynman, Schwinger et Tomonaga – Dyson fut injustement écarté du Nobel pour des raisons réglementaires (pas plus de trois lauréats). Le second volet de son grand œuvre est sa théorie de l'électron⁶¹ où il proposa une équation destinée à donner à la théorie sa généralisation relativiste pour les fermions, l'électron en étant le représentant le plus fameux. L'exploitation de son équation dévoile spontanément l'existence d'un degré de liberté supplémentaire qui n'est autre que le spin, vertu qui a fait croire un moment que cet attribut intrinsèque de toute particule était d'origine relativiste, interprétation dont Wigner montra par la suite qu'elle est erronée : le spin est inscrit

⁵⁹ Paul Adrien Maurice Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford (1930). Cet ouvrage reste, aujourd'hui encore, un très grand classique où, notamment, l'équivalence des formalismes de Heisenberg et de Schrödinger est exposée magnifiquement. Il y introduit aussi la fameuse "fonction" δ qui porte son nom, s'attirant pour ceci les foudres de von Neumann.

Dirac (1902-1984) était d'origine suisse. Il partagea le Nobel avec Schrödinger en 1933 "*for the discovery of new productive forms of atomic theory*". Son œuvre scientifique en fait l'un des plus grands génies de la physique du XX^e siècle : fondation de l'électrodynamique quantique (1928, à 26 ans...), théorie quantique relativiste de l'électron (un an après le travail de Klein et Gordon) et prévision du positron (observé par C.D. Anderson en 1932). Il est aussi présenté comme l'*inspirateur* de Feynman pour la (re)formulation par celui-ci de la mécanique quantique en intégrale de chemins.

Dirac était inspiré par le concept de *beauté mathématique*, et était persuadé qu'une *belle* théorie a plus de chance d'être exacte qu'une théorie inélégante. Cette recherche métaphysique du beau, sans doute outrancière, peut expliquer que la seconde partie de sa carrière a été beaucoup moins féconde que la première.

⁶⁰ Paul Adrien Maurice Dirac, "*The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation*", *Proceedings of the Royal Society of London* **A114**, 243 (1927).

⁶¹ Paul Adrien Maurice Dirac, "*The Quantum theory of electron I*", *Proc. Roy. Soc.*, **A117**, 610 (1928) ; "*The Quantum theory of electron II*", *ibid.* **A118**, 351 (1928).

dans le groupe des rotations, lequel existe en dehors de toute référence à la nature relativiste et/ou quantique des choses. L'*invisibilité* d'un tel concept quand $\hbar = 0$ renvoie à l'alternative réels/complexes puisqu'elle provient du fait que la physique classique peut *toujours* se passer des nombres complexes, ces derniers étant au contraire, si l'on peut dire, consubstantiels à la théorie quantique.

Si, par la suite, l'équation de Dirac se révéla plus que problématique, elle lui permit néanmoins de prévoir l'existence du positron – et plus généralement de l'anti-matière. Les difficultés d'interprétation qui ne firent que grandir ne furent pas stériles : l'impasse où elles conduisirent força à faire demi-tour et à repartir dans une nouvelle direction dont l'aboutissement fut la théorie quantique des champs (*QFT*) ; ne serait-ce que pour cette seule raison, l'apport de Dirac est d'une ampleur difficilement mesurable.

4 Les succès

4.1 Expliquer le monde, et calculer avec $N \gg 1$ décimales

Il est strictement impossible de faire l'inventaire exhaustif des succès de la théorie quantique, dont je présenterai quelques exemples dans la conférence suivante. On peut toutefois donner une idée de son immense pouvoir explicatif en reprenant un aphorisme de Tomonaga⁶² : “*Sans la mécanique quantique, l'univers s'effondrerait*”, formule ramassée signifiant plus précisément que si les lois de la Nature n'avaient pas le caractère déroutant que lui assigne cette théorie, nous ne serions pas là pour en parler puisque nous n'existerions pas tels que nous sommes.

En effet, sans parler de l'extrême variété des phénomènes particuliers dont cette théorie rend compte actuellement sans la moindre faille, ce qui me semble le plus important et le plus universel est son aptitude à expliquer la *stabilité* de la matière⁶³ – ce qui renvoie en définitive au fait que l'univers, en effet, ne s'effondre pas sur lui-même. Quelques exemples, l'un élémentaire, le deuxième touchant à un domaine familier, le dernier plus ésotérique, en donnent une idée :

1. l'énergie de l'atome d'hydrogène est *bornée inférieurement* grâce notamment aux relations d'indétermination de Heisenberg, alors que classiquement et compte tenu du théorème du Viriel, l'état le plus bas en énergie est celui où la distance entre l'électron et le noyau (!?) est nulle, l'énergie étant égale à $\dots -\infty$.
2. Il n'est guère de phénomène plus banal que celui justifiant la distinction isolant/conducteur (sans rentrer dans la zoologie des catégories intermédiaires), dont l'explication fait intervenir toutes les dimensions quantiques, depuis les aspects *géométriques* liés à la symétrie spatiale d'un réseau cristallin et à l'implication de la théorie des groupes (théorème de Bloch), jusqu'au caractère fermionique des électrons et à l'indiscernabilité des particules identiques qui va avec, en conséquence de la disparition d'un concept aussi “inébranlable” que celui de *trajectoire*. C'est d'ailleurs pour de telles questions que l'on rencontre des paradoxes si l'on essaie de transcrire en langage commun la dynamique d'un électron, comme la réflexion de Bloch où celui-ci semble violer la loi de Newton – sauf à admettre qu'il possède, au sens commun, une masse *négative* (!?).
3. Le magnétisme microscopique trouve enfin un fondement grâce au spin des électrons (un attribut également possédé par toutes les autres particules). Ainsi se trouvent expliqués non seulement le paramagnétisme de certains atomes mais aussi le ferromagnétisme observé pour le fer, le cobalt, le nickel,... et bien d'autres structures magnétiques mises en évidence en phase condensée.

⁶² Sin-itiro Tomonaga, *The Story of Spin* (University of Chicago Press, Chicago, 1997).

⁶³ Elliott H. Lieb, “*The Stability of Matter*”, *Reviews of Modern Physics* **48**, 553 (1976).

4. Pour un grand système (macroscopique) contenant des particules de charges opposées en nombre égal, c'est la théorie quantique qui empêche le *collapse* du système, levant ainsi une autre difficulté majeure du cadre classique, stigmatisée par Jeans dès 1915 : l'univers tout entier devrait s'effondrer sous l'action de la force attractive en $\frac{1}{r^2}$ entre particules de charges contraires. Les relations de Heisenberg viennent certes ériger un premier rempart contre cette instabilité, mais il n'est pas suffisant : pour assurer l'existence de la limite thermodynamique d'un tel système électriquement neutre, il faut de surcroît que l'une des espèces soit *fermionique*. Sans le principe d'exclusion de Pauli, l'énergie de l'état fondamental varierait comme⁶⁴ $N^{7/5}$: n'étant pas extensive en N (*i. e.* proportionnelle à N), il n'y aurait pas de limite thermodynamique !

De fait, la théorie quantique (avec comme alliée la théorie quantique des champs) fournit une explication du monde, à toutes les échelles analysables expérimentalement, des *gluons* et *quarks* aux objets astrophysiques⁶⁵. La limitation actuelle est l'horizon de Planck⁶⁶, au-delà duquel la physique d'aujourd'hui est aveugle puisque gravitation et théorie quantique ne sont pas encore unifiées dans une *Théorie du Tout* (*TOE, Theory Of Everything*).

Le pouvoir explicatif ne réside pas seulement dans la *compréhension* des phénomènes, mais également dans la fabuleuse *précision* des calculs que l'on sait faire, parfois à (très) grande peine. L'exemple le plus connu est probablement l'écart $g_e - 2$ pour l'électron, connu théoriquement avec près d'une douzaine de décimales au prix de calculs difficiles, toutes coïncidant avec celles que des expériences variées ont pu établir ; l'usage étant de poser $a_e \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{1}{2}(g_e - 2)$, la valeur expérimentale est⁶⁷ :

$$a_e^{(\text{exp})} = 0.001\,159\,652\,181\,11 \quad , \quad (21)$$

alors que les calculs les plus précis actuellement disponibles⁶⁸ donnent :

$$a_e^{(\text{th})} = 0.001\,159\,652\,182\,79 \quad . \quad (22)$$

Sans risque de se tromper, on peut affirmer que cette précision diabolique n'a pas d'égal dans l'histoire des sciences, toutes disciplines confondues.

4.2 La symétrie mise au premier plan

Une autre grande fécondité de la théorie quantique est la réaffirmation décisive de l'importance de la notion de symétrie, sous toutes ses formes, et en particulier de la structure de groupe. Si l'exploitation de la symétrie permet d'emblée de simplifier à peu de frais des modèles théoriques complexes, son intérêt ne se limite pas au plan technique dans la mesure où elle permet de construire presque *ex nihilo* un cadre théorique contraint par les invariances de toute sorte (au sens de Galilée ou celui d'Einstein), débouchant inéluctablement sur des concepts inédits – au moins pour les physiciens.

⁶⁴ Nigel Goldenfeld, *Lectures on phase transitions and the renormalization group*, p. 27 (Addison-Wesley, Reading, 1992).

⁶⁵ Pour une analyse très détaillée de ces questions, voir : Elliott H. Lieb et Robert Seiringer, *The Stability of Matter in Quantum Mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).

⁶⁶ Les échelles de Planck sont des grandeurs fabriquées avec les seules constantes fondamentales pertinentes en électromagnétisme (c , vitesse de la lumière), gravitation (constante G) et enfin mécanique quantique (la désormais inévitable constante de Planck h) :

- le temps de Planck, $\tau_P = \sqrt{\hbar G/c^5} \sim 3 \times 10^{-43}$ s,
- la longueur de Planck, $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3}$, voisine de 9×10^{-35} m,
- l'énergie de Planck $E_P = \sqrt{\hbar c^5/G}$, de l'ordre de 4×10^8 J, soit à peu près 2.5×10^{18} GeV.

⁶⁷ <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ae>. g_e est le *facteur anormal de l'électron*, nombre pur venant corriger la relation classique entre moment magnétique et moment cinétique intrinsèque ; la relation précise est $\vec{\mu} = g_e \frac{e}{2m} \vec{S}$.

⁶⁸ T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita et M. Nio, "Revised value of the eighth-order QED contribution to the anomalous magnetic moment of the electron", *Physical Review D* **77**, 053012 (2008).

L'émergence du concept de *spin*, magnifiquement narrée dans l'ouvrage de Tomonaga⁶⁹, est à cet égard particulièrement significative. Les physiciens l'ont introduit en 1926 sous la pression des faits expérimentaux (hypothèse d'Uhlenbeck et Goudsmit, reprenant l'idée de Laer Kronig, pour expliquer le doublet D_α du sodium), s'en forgeant d'ailleurs une image complètement fautive (la petite bille chargée qui tourne sur elle-même⁷⁰) ; Pauli lui a donné sa robustesse théorique sur la base de l'invariance *nécessaire* du couplage magnétique (covariance d'un scalaire), laquelle conduit inéluctablement aux spineurs à deux composantes. Mais c'est dès 1913 (l'année du modèle de Bohr !) qu'Élie Cartan⁷¹ avait découvert ces étranges objets mathématiques (qu'Einstein et son ami Besso appelaient des *demi-vecteurs*⁷²) en démontrant que les nombres *réels* ne pouvaient servir de cadre aux représentations de dimension *paire* du groupe des rotations spatiales, une incapacité qui n'a rien à voir avec le fait que la constante de Planck est nulle ou non ! Encore un exemple où les nombres complexes se sont conviés sans autorisation dès qu'il s'est agi de rendre compte proprement de la dynamique des atomes, ne serait-ce que par ses manifestations spectroscopiques.

4.3 Mission accomplie...

C'est pourquoi il est possible d'affirmer que la théorie quantique, conformément au rappel méthodologique de Heisenberg dans son article fondateur, remplit de A à Z le programme assigné à toute théorie physique : fournir un cadre explicatif non contradictoire où *toutes* les expériences accomplies reçoivent une interprétation, ceci sans compter ni avec les phénomènes non encore observés mais qu'il suggère de mettre en évidence, ni avec de nouveaux concepts émergents et auxquels il donne leur assise théorique. L'énigmatique changement de signe d'un spin 1/2 à qui l'on fait faire un tour complet le reste, c'est sûr, mais est passé de l'affirmation théorique à la vérité expérimentale, notamment à la suite des *manips'* de Colella *et al.*⁷³. La perplexité (le scepticisme ?) de Jean Perrin lors de la discussion pendant la soutenance de de Broglie (29 novembre 1924) sur la diffraction des particules matérielles n'a plus lieu d'être : depuis longtemps observée avec des électrons (G.P. Thomson⁷⁴ simultanément à Davisson et Germer en 1927, mais pressentie dès 1914 par Åkesson), elle a été confirmée récemment⁷⁵ avec des molécules de C_{60} (fullerènes), objets certes encore tout petits à notre échelle mais quand même plus d'un million de fois plus massifs qu'un électron. Quant au morceau de choix que constitue le "paradoxe" EPR – paradoxe pour Einstein & Co –, on sait depuis le début des années 1980, grâce

⁶⁹ *op. cit.* (note 62).

⁷⁰ D'où le vocable *spin*, tout comme on parle du *spin* de la Terre pour désigner sa rotation diurne.

⁷¹ Élie Cartan, "Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane", Bulletin de la S.M.F., **41**, 53 (1913). Cet article est disponible à l'adresse : http://archive.numdam.org/ARCHIVE/BSMF/BSMF_1913__41_/BSMF_1913__41__53_1/BSMF_1913__41__53_1.pdf

Élie Cartan (1869-1951), l'un des plus grands mathématiciens français de son époque, est un bel exemple de l'ascenseur social que peut constituer l'école républicaine. Issu d'un milieu fort modeste (son père était forgeron), ses dons précoces attirèrent l'attention d'un inspecteur de l'Éducation nationale, Antonin Dubost, qui lui permit, grâce à une bourse, de poursuivre des études pour finalement entrer à l'École Normale Supérieure à 19 ans.

Quoique surtout connu pour son travail sur les groupes et les algèbres de Lie, son œuvre est considérable, et contient la démonstration de relations importantes et définitives entre géométrie, algèbre et analyse.

⁷² Albert Einstein, *Correspondance avec Michele Besso, 1903-1955* (Hermann, collection *Savoirs*, Paris, 1979)

⁷³ R. Colella, A.W. Overhauser et S.A. Werner, "Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference", Physical Review Letters, **33**, 1237 (1974).

⁷⁴ George Paget Thomson (1892-1975) et Clinton Joseph Davisson (1881-1958) ont partagé le prix Nobel en 1937, "pour leur découverte expérimentale de phénomènes d'interférences avec des cristaux irradiés par des électrons". G.P. Thomson était le fils de J.J. Thomson ; comme le fait malicieusement remarquer Jammer (ouvrage cité dans la note 9, p. 255), le père a eu le Nobel pour avoir découvert que l'électron est une particule, le fils pour avoir montré que c'est une onde...

Sur les observations premières dévoilant avant l'heure les propriétés ondulatoires des électrons, voir le livre de Jammer p. 251 *et sq.*

⁷⁵ M. Arndt, O. Nairz, J. Voos-Andrae, C. Keller, G. van der Zouw et A. Zeilinger, "Wave-particle duality of C_{60} ", Nature **401**, 680 (1999).

aux expériences d'Aspect, Dalibard et Roger⁷⁶ démontrant la violation des inégalités de Bell⁷⁷, que Einstein, Podolski et Rosen sont arrivés à une conclusion erronée, le seul point litigieux de leur argumentation logiquement irréfutable étant justement *leur* définition du concept de séparabilité et, plus généralement, de *réalité physique*.

En fait, la seule et unique difficulté de la théorie quantique – mais en est-ce une ? – est l'impossibilité d'exprimer les *réalités* qu'elle décrit dans les termes du langage commun, lequel ne peut proprement traduire le monde quantique et qui, tenant obstinément à s'en faire l'interprète malgré tout, sombre vite dans l'absurdité. Feynman déclara un jour "*I think I can safely say that nobody understands Quantum Mechanics*" ; bien d'autres comme lui parmi les plus grands ont publiquement exprimé leurs interrogations, voire leurs doutes, à commencer par Schrödinger⁷⁸ lui-même, qui n'a pas vécu assez longtemps pour connaître, par exemple, les expériences mettant en évidence les *sauts quantiques* imaginés par Bohr. L'extravagance quantique peut aussi être mesurée au fait qu'elle a suscité des interprétations très diverses, dont on peut dire de certaines, sans exagération, qu'elles semblent pénétrer dans le domaine de la science-fiction, quoique nées dans l'imagination de très grands physiciens – exemple, les *multivers* de Everett⁷⁹ et Wheeler dont le moins que l'on puisse penser est que, ne pouvant se prêter au moindre test expérimental, ils n'appartiennent pas au domaine de la physique à proprement parler.

4.4 ... en dépit des étrangetés

Revenons sur quelques aspects ou phénomènes qui heurtent le sens commun quand il refuse, consciemment ou non, de quitter le continent classique, ou la présentation abusivement schématique tendant à stigmatiser ce qui est présenté comme une faiblesse de la théorie.

1. L'expérience des fentes d'Young révèle la non-pertinence absolue du concept de trajectoire pour les tout petits objets ; en fait, si l'on refuse d'abandonner cette notion, la seule issue *logique* compte tenu des résultats de l'expérience est de dire que l'électron *passé par les deux trous à la fois*. À peine la phrase prononcée, son absurdité éclate en plein jour : si l'électron a une trajectoire, celle-ci ne peut dépendre de l'état d'un point situé à des années-lumière de celui où elle est censée passer !

On peut dire de cette expérience qu'elle est *emblématique* de la théorie quantique, révélant la dualité onde-corpuscule, mais pas seulement. Avec une lampe ordinaire et les deux fentes ouvertes, on voit immédiatement la figure d'interférences sur l'écran mais avec une source de très faible intensité, on observe des *spots* lumineux : ce sont les photons ! Et ce sont eux qui, à la longue, reconstituent *statistiquement* les franges. Avec un canon à électrons, on voit à nouveau des impacts et c'est leur accumulation qui reconstitue *statistiquement* les mêmes franges pourvu qu'il existe une relation précise (relation de de Broglie) entre la longueur d'onde de la source lumineuse, quelle qu'elle soit, et la vitesse des électrons.

2. La *réduction du paquet d'ondes* est sans doute la question qui a le plus été discutée (et l'est encore ici et là de nos jours). Il faut bien voir – face à l'impossibilité pratique

⁷⁶ Alain Aspect, Jean Dalibard et Gérard Roger, "*Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : A New Violation of Bell's Inequalities*", Physical Review Letters **49**, 91 (1982).

On ne peut qu'être surpris de constater que ces auteurs n'ont pas reçu le prix Nobel pour ces travaux questionnant les fondements mêmes de la théorie quantique et mettant un terme à de vives discussions pendant des décennies.

⁷⁷ John S. Bell, "*On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*", Physics **1**, 195 (1964)

⁷⁸ En 1952, Schrödinger écrivait "... *we never experiment with just one electron or atom. In thought experiments we sometimes assume we do ; this invariably entails ridiculous consequences.*". Comme l'écrit Harry Paul dans *Introduction to Quantum Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2008), p. 36, "*Schrödinger's scepticism could not have been disproved more convincingly !*"

⁷⁹ Hugh Everett, "*Relative State Formulation of Quantum Mechanics*", Reviews of Modern Physics **29**, 454 (1957) ; "*The theory of the universal wave function*" (1957). Voir aussi : Bryce S. DeWitt et Neill Graham, *The many-worlds interpretation of quantum mechanics*, Princeton Series in Physics (1973).

de décrire quantiquement l'appareil de mesure⁸⁰ – qu'elle est une *nécessité logique* (et pragmatique) pour assurer la cohérence d'une théorie dont la véracité et la légitimité se tiennent tout entières dans ses inépuisables validations expérimentales : il sera loisible de remettre en cause ce scénario lorsqu'une expérience dira *blanc* alors que la théorie dit *noir*. Le futur est de rigueur puisqu'aujourd'hui, toute expérience dit *noir*...

En relation avec cette question, il est juste de dire que la théorie de la mesure n'est pas formalisée en détail⁸¹, mais au fond le peut-elle ? En la circonstance, il ne faut pas se départir de l'esprit du physicien et poser une autre question, que seul un dogmatisme déplacé pourrait vouloir évacuer : qui sait écrire le Hamiltonien de l'appareil de mesure ou celui du *Chat de Schrödinger* ?!

3. Cette deuxième interrogation renvoie d'ailleurs à une autre grave question (voir le débat⁸² de 2011), sur la *représentation* de la Nature par un formalisme mathématique, en toute circonstance et à propos de toute situation : peut-on affirmer que c'est *toujours* possible ? Serait-il vraiment raisonnable de vouloir appliquer la théorie quantique pour expliquer le fonctionnement du cerveau humain ? C'est le fond de la question du *réductionnisme*⁸³ déjà analysé par Philip Anderson⁸⁴ à propos de la matière *inerte* et montrant avec éclat comment le renoncement à une attitude rigoriste a permis de comprendre enfin des énigmes comme celles que posaient par exemple les exposants critiques caractérisant certaines transitions de phase.
4. La transition quantique \rightarrow classique a également fait l'objet de débats passionnés (et passionnants), étant admis par tout le monde que l'on n'a jamais vu des boules de billard diffracter à travers les grilles du campus Jussieu, et qu'il est physiquement admissible de distinguer nettement un comportement classique et un comportement quantique – tout comme il est légitime de distinguer isolant et conducteur alors que tous deux sont caractérisables par une conductivité variant *continûment*. Néanmoins, ne serait-ce que sur un strict plan de confort intellectuel, on aimerait disposer d'un schéma explicite décrivant en détail cette transition, tout comme on tend graduellement et sans accident de la mécanique relativiste vers celle de Galilée quand le rapport $\beta \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{v}{c}$ devient de plus en plus petit, ce que l'on formalise en disant schématiquement que c "tend vers l'infini".

On aimerait, c'est sûr, mais les deux limites sont-elles analogues ? Pour moi, la réponse est clairement *non*. Pourquoi ? "*parce que la Nature est ainsi*" répondrait sans doute Feynman et, de fait, la nature *singulière* de la théorie quantique (dans tous les sens du terme) s'exprime à travers une raison technique qui lui est propre, la distinguant radicalement sans contestation possible. Dans la dynamique d'Einstein, une quantité fondamentale par son omniprésence est $\gamma \stackrel{\text{déf}}{=} (1 - \beta^2)^{-1/2}$, très voisine de 1 si "*c tend vers l'infini*" ($\beta \rightarrow 0$) ; la fonction $(1 - z^2)^{1/2}$ possédant un développement de Taylor convergent dans le disque $|z| < 1$, elle est par définition analytique à l'origine, ce qui signifie que si $\beta \ll 1$, les corrections relativistes relèvent d'une perturbation *régulière*, leur prise en compte pouvant être raffinée *ad libitum* par le patient calcul des termes successifs d'une série *entière*.

La théorie quantique, elle, introduit d'emblée des termes également fondamentaux,

⁸⁰ Il n'est pas impossible de raisonner formellement en introduisant les produits tensoriels – pour une présentation élémentaire des tenseurs, voir Cl. A., *Des mathématiques pour les sciences*, tomes 1 et 2, chapitre 1 (De Boeck Supérieur, Louvain la Neuve, 2016) – du système mesuré et de l'appareil puis d'introduire l'opérateur densité réduit du système, mais cette formalisation ne peut qu'en rester à un niveau éthéré. Accepter la réduction du paquet d'ondes en tant que *postulat* est en quelque sorte un choix pragmatique assumant délibérément l'impossibilité d'aller au bout d'une telle tâche, en faisant *de facto* l'économie.

⁸¹ Pour un point récent sur cette question, voir le *preprint* de Armen E. Allahverdyan, Roger Balian et Theo M. Nieuwenhuizen, "*Understanding quantum measurement from the solution of dynamical models*", disponible à <https://arxiv.org/abs/1107.2138> ([quant-ph], 11 juillet 2011).

⁸² "*De l'équation au réel*", <https://indico.in2p3.fr/event/4988/page/15>

⁸³ À ce sujet, voir quelques éléments dans le débat de 2016, <https://indico.in2p3.fr/event/12114/material/slides/51>.

⁸⁴ Philip Warren Anderson, "*More Is Different*", *Science* **177**, 393 (1972).

mais du genre $e^{iS/\hbar}$, S étant une action typique du problème ; le comportement quasi-classique est réalisé si⁸⁵ $S \gg \hbar$, ce que l'on exprime, à nouveau schématiquement, en disant que " \hbar tend vers zéro" ($\hbar/S \ll 1$). La différence de taille avec le cas relativiste est que la fonction centrale, $e^{1/z}$, a une singularité *essentielle* à l'origine ; l'absence d'une série de Taylor a pour conséquence que l'approche classique est ultra-singulière et donne lieu à des comportements hautement accidentés, dernier pied-de-nez de la théorie quantique au moment où, à juste titre, on essaie de se passer de ses services. Dans la continuité de ces considérations techniques, mais allant bien au-delà, il convient de dire que la formulation de Feynman en intégrale fonctionnelle⁸⁶ a apporté sur le plan conceptuel un éclairage physique hors du commun.

La description théorique de cette transition a formellement un peu progressé durant les dernières décennies grâce à la théorie dite *de la décohérence*, qui reprend les idées très classiques (!) de la relaxation d'un système réputé quantique avec le reste du monde. Dans ce cadre, les modélisations utilisables conduisent à des équations du genre Fokker-Planck (encore lui), où il apparaît clairement que la cohérence quantique disparaît au bout d'un temps décroissant exponentiellement vite avec la taille du système. Constatant ainsi que la cohérence quantique d'une boule de billard a une durée de vie de l'ordre de 10^{-100} seconde, il n'est pas vraiment déraisonnable de lui substituer l'affirmation *de principe* suivant laquelle la boule de billard obéit à la loi de Newton⁸⁷. Cela étant acquis, il reste que la théorie de la décohérence n'apporte aucune réponse à une question pourtant essentielle : lors d'une mesure, *une* certaine valeur de l'observable est obtenue ; quel est le *diable* qui opère cette sélection parmi toutes les valeurs théoriquement possibles ?

5 En guise de conclusion

Ce tour d'horizon ultra-rapide a laissé de côté, ou passé sous silence, de multiples questions dont l'analyse approfondie permettrait de mieux saisir la robustesse unique de la théorie quantique, l'immensité de son pouvoir explicatif et enfin la part de mystère qu'elle porte en elle. Jamais dans son histoire, la physique n'a disposé d'autant de moyens humains et matériels pour mettre à l'épreuve une théorie et c'est pourquoi on ne saurait mieux dire que Penrose. Sur aucun plan, qualitatif, quantitatif et prédictif, la théorie quantique n'est prise en défaut ; si cela n'était pas assez, comme par provocation et s'agissant cette fois de ses propositions les plus ahurissantes, elle a eu jusqu'à présent le dernier mot.

En effet, le temps et l'espace manquent pour parler de développements assez ou très récents que l'on aimerait pouvoir partager avec Bohr, Heisenberg et Schrödinger ; ne serait-ce que pour piquer la curiosité du lecteur, il est judicieux d'en dresser une liste significative, mais non exhaustive, où l'ellipse est inévitable.

⁸⁵ Dans son mouvement sidéral autour du Soleil, la Terre a une action qui est de l'ordre de ... $10^{74}h$: aucun doute, ce mouvement relève de la loi de Newton !

⁸⁶ Richard P. Feynman, "*Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics*", *Reviews of Modern Physics* **20**, 367 (1948).

Toutes les "trajectoires" de Feynman (*chemins*) interviennent dans la construction de l'amplitude de probabilité, et sont rassemblées dans une sorte de tube spatio-temporel aux frontières floues ; il n'y a donc ni position, ni vitesse parfaitement définies à un instant donné : l'extension transversale du tube donne une idée de l'incertitude en position, cependant que l'impossibilité de définir une tangente commune aux différents points rassemblés dans le tube est l'illustration de l'indétermination sur la vitesse. On peut dire que la trajectoire elle-même est *floue*. Le passage à la limite classique peut se figurer comme la réduction graduelle de la dimension transversale du tube qui, à la limite $\hbar \rightarrow 0$, redonne une ligne – la trajectoire classique (dans cette limite, on récupère d'un coup d'un seul la ligne *et* sa tangente), c'est-à-dire une position et une vitesse.

⁸⁷ De même, il n'est pas choquant d'énoncer le second principe de la thermodynamique, tout en sachant grâce à Poincaré qu'un système à nombre fini de degrés de liberté repasse aussi près que l'on veut de son point de départ. Pour la physique, un temps de récurrence égal à $10^{10^{23}}$ fois l'âge de l'univers est, au sens le plus strict, proprement *insensé* et est, de ce fait, dénué de toute pertinence.



Figure 10: Un réseau de cryptographie quantique entre le CERN, la Haute école du paysage, d'ingénierie et d'architecture de Genève et l'université de Genève.

La cryptographie quantique, évoquée dans la note 1, n'en est sans doute pas encore au stade des applications militaires (et encore, allez savoir...) mais elle existe en pratique⁸⁸ (voir figure 10), ayant depuis un moment déjà quitté l'espace confiné d'une salle de *manip'*. L'effet Zénon quantique, germé dans l'imagination théorique de Misra et Sudarshan⁸⁹ – et qui a inspiré à Peres la saisissante formule “*It is common knowledge that a watched kettle never boils*”⁹⁰ –, a été observé⁹¹ en 1990. Quant aux sauts quantiques chers à Bohr, ils ont enfin été vus il n'y a pas si longtemps⁹¹. Enfin, il y aurait beaucoup à dire sur la téléportation quantique – qui semble relever de la science-fiction – mais qui conduit bel et bien à des expériences réalisées montrant que la réalité peut dépasser la fiction, et du rêve de l'ordinateur quantique (en fait, un rêve pour certains, un cauchemar pour d'autres).

À côté de ces phénomènes inimaginables dans la pensée classique, la théorie quantique a permis de résoudre des énigmes de longue date, qu'il s'agisse des spectres de raies atomiques, du magnétisme ou de la conductivité des solides ; certaines de ces questions (et d'autres, comme la condensation de Bose-Einstein) seront abordées dans la conférence d'après-demain. Bien sûr, tous ces succès ne signifient pas qu'il n'y a plus de questions ouvertes, que tout est compris et qu'il n'y a plus d'enjeu – les efforts pour aller vers l'ordinateur quantique en témoignent ou, sur un plan fondamental, les tentatives pour construire une théorie quantique de la gravitation.

Une autre grande question est celle de l'interprétation de la théorie quantique – dont Landau et Lifschitz⁹² ont depuis fort longtemps souligné l'unicité épistémologique puisque, pour être formulée, cette théorie exige de faire explicitement le lien avec une autre, la mécanique *classique*, qui ne semble pourtant en être qu'un cas particulier⁹³. Il s'agit d'un immense programme au sujet duquel on trouve mille propositions, mille positions, et où il est facile de se perdre, ce d'autant plus facilement qu'il oblige à franchir la frontière (floue ?) séparant physique et métaphysique puisque, fondamentalement, le cœur du problème est ce qu'il faut définir en tant que réalité physique – son *existence* ayant été préalablement posée en tant qu'axiome de départ ! De la conception de Bohr (interprétation dite *de Copenhague*) à celle de von Neumann et Wigner où la conscience de l'observateur agit (!) sur le système observé en passant par les *multivers* d'Everett et Wheeler, on doit pouvoir

⁸⁸ <https://www.generation-nt.com/cryptographie-quantique-swiss-quantum-fibre-optique-actualite-886451.html> et aussi <https://www.generation-nt.com/cryptographie-quantique-impact-entreprise-actualite-1946812.html> où l'on peut lire : “*Un premier exemple de cryptographie quantique a été réalisé lors de l'élection suisse de 2007, où une connexion quantique a été utilisée pour sécuriser la transmission des données d'un point d'entrée jusqu'au dépôt de données central du gouvernement.*”

⁸⁹ Baidyanath Misra et Ennackal Chandy George Sudarshan, “*The Zeno's paradox in quantum theory*”, *Journal of Mathematical Physics* **18**, 756 (1977).

⁹⁰ Wayne M. Itano, Daniel J. Heinzen, John J. Bollinger et David J. Wineland, “*Quantum Zeno effect*”, *Physical Review A* **41**, 2295 (1990).

⁹¹ Th. Sauter, Werner Neuhauser, Rainer Blatt et Peter E. Toschek, “*Observation of Quantum Jumps*”, *Physical Review Letters* **57**, 1696 (1986).

⁹² Lev D. Landau et Evgueni M. Lifschitz, *Mécanique quantique* (Mir, Moscou, 1967), p. 9.

⁹³ Au contraire, la relativité restreinte d'Einstein se construit *indépendamment* de celle de Galilée et redonne bien cette dernière en tant que cas particulier dans la limite $c = \infty$.

répertoire une bonne vingtaine⁹⁴ d'interprétations distinctes destinées à *expliquer* ce que nous ne comprenons pas vraiment⁹⁵, Feynman le premier, problématique dont on peut trouver une belle synthèse dans un article un peu ancien de Franck Laloë⁹⁶ mais actualisé et développé dans son livre récent⁹⁷.

Quoi qu'il en soit, on doit pouvoir résumer l'extraordinaire aventure intellectuelle que propose la théorie quantique par une formule *Si le paquet d'ondes ne s'effondre pas, c'est l'univers qui s'effondrerait*, complétée par une dernière interrogation, hautement spéculative, *Que f(s)erions-nous sans les nombres complexes, ces nombres qui décidément⁹⁸ n'ont plus rien d'imaginaire(s) ?*

⁹⁴ Outre une brève présentation des différentes formulations de la mécanique quantique, quelques interprétations sont succinctement décrites dans l'article de Daniel F. Styer, Miranda S. Balkin, Kathryn M. Becker, Matthew R. Burns, Christopher E. Dudley, Scott T. Forth, Jeremy S. Gaumer, Mark A. Kramer, David C. Oertel, Leonard H. Park, Marie T. Rinkoski, Clait T. Smith, et Timothy D. Wotherspoon, "*Nine formulations of quantum mechanics*", *American Journal of Physics*, **30**, 288 (2002).

⁹⁵ Selon Gell-Mann : "*If someone says that he can think or talk about quantum physics without becoming dizzy, that shows only that he has not understood anything whatever about it.*"

⁹⁶ Franck Laloë, "*Do we really understand quantum mechanics ? Strange correlations, paradoxes and theorems*", disponible à <http://www.phys.ens.fr/cours/notes-de-cours/fl-mq/mq-anglais.pdf>

⁹⁷ Franck Laloë, *Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique ?* (EDP Sciences, Paris, 2011).

⁹⁸ Au contraire de ce que pensait Descartes.