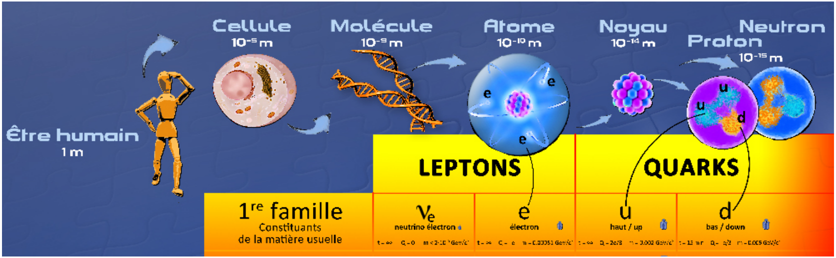
Comprendre l'infiniment petit (2)

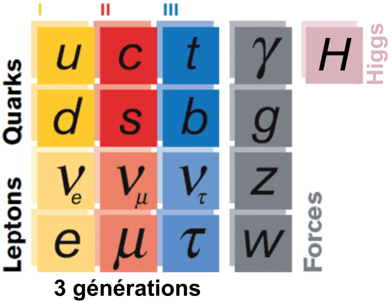
Sébastien Descotes-Genon

descotes@th.u-psud.fr
Laboratoire de Physique Théorique
CNRS & Université Paris-Sud, 91405 Orsay, France

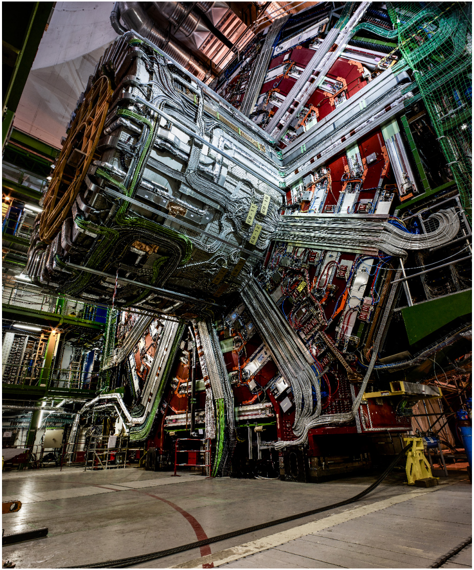
Orsay, 16 juillet 2019

Les briques de l'infiniment petit

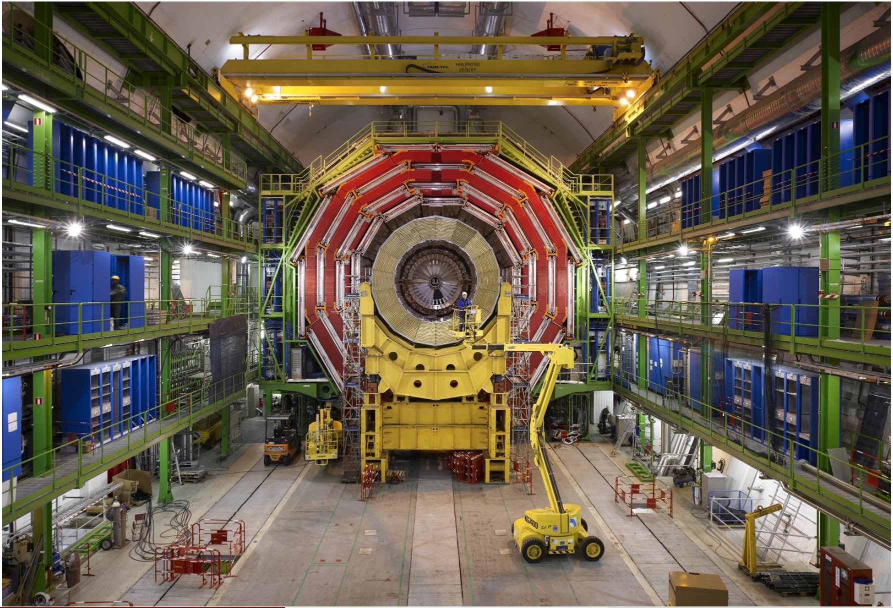




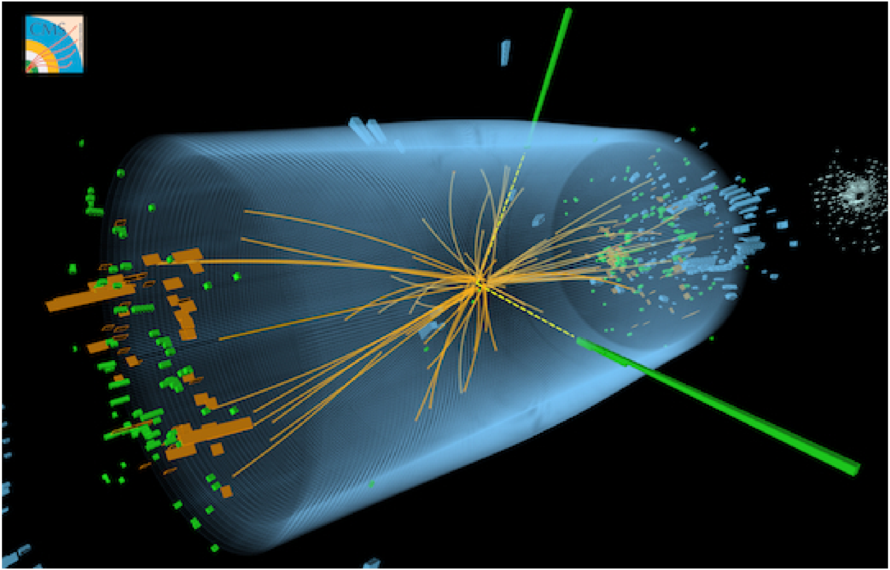
Des détecteurs au coeur de d'accélérateurs



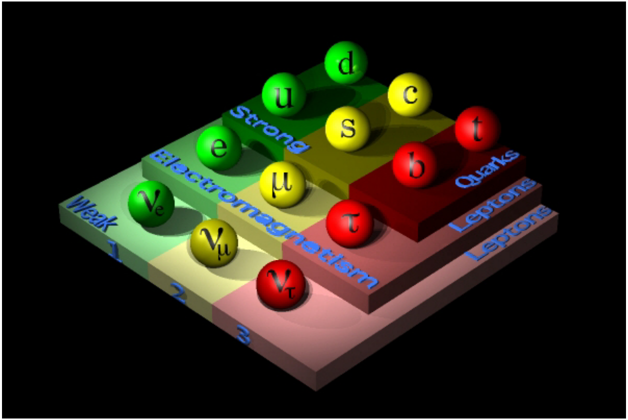
De très grande taille



Pour voir (parfois) de nouvelles particules

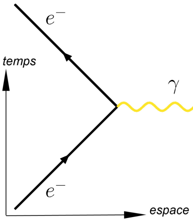


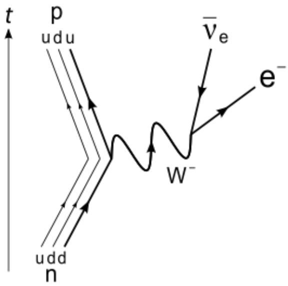
A chaque interaction ses particules



- Interaction faible: leptons et quarks
- Interaction électromagnétique: leptons chargés et quarks
- Interaction forte: seulement les quarks

Interaction électromagnétique, interaction faible





- Portée infinie
- Interaction à distance, capable de créer états liés
- ... via un photon
- Médiateur de masse nulle (stable), neutre électr.

- Portée très courte
- Désintégration, en particulier désintégration β
- ... via un boson $W^\pm$
- Médiateur lourd (instable), chargé électriquement

Un pas de plus dans l´inconnu

Quand je vais vous décrire comment la Nature marche, vous ne comprendrez pas pourquoi la Nature marche comme cela. Mais vous savez, personne ne le comprend.

Richard Feynman (1918-1988)

Lumière et matière
l'électrodynamique quantique

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \dfrac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (\mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})\right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \qquad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbf{I}_4$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (\mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})\right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \qquad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbf{I}_4$$

Un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \qquad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right]$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (\mathrm{t}, \mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})\right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \qquad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbf{I}_4$$

Un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \qquad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{I}_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\right]$$

Comment ajouter des interactions à cette particule libre ?

Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée

Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée

Une symétrie du Hamiltonien donne lieu à
la conservation d'une quantité (le générateur de cette symétrie)

Grandeur non observable	Invariance	Conservation
Position absolue	Translation	Impulsion
Temps absolu	Dépl. dans le temps	Energie
Direction absolue	Rotations	Moment cinétique

Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée

Une symétrie du Hamiltonien donne lieu à
la conservation d'une quantité (le générateur de cette symétrie)

Grandeur non observable	Invariance	Conservation
Position absolue	Translation	Impulsion
Temps absolu	Dépl. dans le temps	Energie
Direction absolue	Rotations	Moment cinétique

Outil puissant pour contraindre la structure des interactions à partir d'observations de lois de conservation lors de processus
…qu'il va falloir imposer en chaque point de l'espace et du temps

Electric Elasticity.

(66) When an electromotive force acts on a dielectric, it puts every part of the dielectric into a polarized condition, in which its opposite sides are oppositely electrified. The amount of this electrification depends on the electromotive force and on the nature of the substance, and, in solids having a structure defined by axes, on the direction of the electromotive force with respect to these axes. In isotropic substances, if k is the ratio of the electromotive force to the electric displacement, we may write the

Equations of Electric Elasticity,

$$\left.\begin{array}{l} P=kf, \\ Q=kg, \\ R=kh. \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (E)$$

Electric Resistance.

(67) When an electromotive force acts on a conductor it produces a current of electricity through it. This effect is additional to the electric displacement already considered. In solids of complex structure, the relation between the electromotive force and the current depends on their direction through the solid. In isotropic substances, which alone we shall here consider, if ϱ is the specific resistance referred to unit of volume, we may write the

Equations of Electric Resistance,

$$\left.\begin{array}{l} P=-\varrho p, \\ Q=-\varrho q, \\ R=-\varrho r. \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (F)$$

Electric Quantity.

(68) Let e represent the quantity of free positive electricity contained in unit of volume at any part of the field, then, since this arises from the electrification of the different parts of the field not neutralizing each other, we may write the

Equation of Free Electricity,

$$e+\frac{df}{dx}+\frac{dg}{dy}+\frac{dh}{dz}=0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (G)$$

(69) If the medium conducts electricity, then we shall have another condition, which may be called, as in hydrodynamics, the

Equation of Continuity,

$$\frac{de}{dt}+\frac{dp}{dx}+\frac{dq}{dy}+\frac{dr}{dz}=0. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (H)$$

(70) In these equations of the electromagnetic field we have assumed twenty variable

quantities, namely,

For Electromagnetic Momentum	F	G	H
„ Magnetic Intensity	α	β	γ
„ Electromotive Force	P	Q	R
„ Current due to true conduction	p	q	r
„ Electric Displacement	f	g	h
„ Total Current (including variation of displacement)	p'	q'	r'
„ Quantity of free Electricity	e		
„ Electric Potential	Ψ		

Between these twenty quantities we have found twenty equations, viz.

Three equations of Magnetic Force	(B)
„ Electric Currents	(C)
„ Electromotive Force	(D)
„ Electric Elasticity	(E)
„ Electric Resistance	(F)
„ Total Currents	(A)
One equation of Free Electricity	(G)
„ Continuity	(H)

These equations are therefore sufficient to determine all the quantities which occur in them, provided we know the conditions of the problem. In many questions, however, only a few of the equations are required.

Intrinsic Energy of the Electromagnetic Field.

(71) We have seen (33) that the intrinsic energy of any system of currents is found by multiplying half the current in each circuit into its electromagnetic momentum. This is equivalent to finding the integral

$$E=\tfrac{1}{2}\Sigma(Fp'+Gq'+Hr')dV \quad \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

over all the space occupied by currents, where p, q, r are the components of currents, and F, G, H the components of electromagnetic momentum.

Substituting the values of p', q', r' from the equations of Currents (C), this becomes

$$\frac{1}{8\pi}\Sigma\left\{F\left(\frac{d\gamma}{dy}-\frac{d\beta}{dz}\right)+G\left(\frac{d\alpha}{dz}-\frac{d\gamma}{dx}\right)+H\left(\frac{d\beta}{dx}-\frac{d\alpha}{dy}\right)\right\}dV.$$

Integrating by parts, and remembering that α, β, γ vanish at an infinite distance, the expression becomes

$$\frac{1}{8\pi}\Sigma\left\{\alpha\left(\frac{dH}{dy}-\frac{dG}{dz}\right)+\beta\left(\frac{dF}{dz}-\frac{dH}{dx}\right)+\gamma\left(\frac{dG}{dx}-\frac{dF}{dy}\right)\right\}dV,$$

where the integration is to be extended over all space. Referring to the equations of Magnetic Force (B), p. 482, this becomes

$$E=\frac{1}{8\pi}\Sigma\{\alpha.\mu\alpha+\beta.\mu\beta+\gamma.\mu\gamma\}dV, \quad \ldots \ldots \quad (38)$$

On peut partir des équations de Maxwell. . .

Electrodynamique classique

- Equations de Maxwell $\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho & \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{B} - \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla}\times\vec{E} + \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$

  avec les potentiels $\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$

Electrodynamique classique

- Equations de Maxwell $\begin{cases} \vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\rho & \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{B}-\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\vec{J} & \vec{\nabla}\times\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}=\vec{0} \end{cases}$

  avec les potentiels $\vec{E}=-\vec{\nabla}V-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu}=J^\nu$

$$F^{\mu\nu}=\partial^\mu A^\nu-\partial^\nu A^\mu=\begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c} A^\mu=(V,\vec{A}) \\ J^\mu=(\rho,\vec{J}) \end{array}$$

Electrodynamique classique

- Equations de Maxwell $\left\{\begin{array}{ll} \vec{\nabla}\cdot\vec{E}=\rho & \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \\ \vec{\nabla}\times\vec{B}-\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\vec{J} & \vec{\nabla}\times\vec{E}+\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}=\vec{0} \end{array}\right.$

  avec les potentiels $\vec{E}=-\vec{\nabla}V-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu}=J^\nu$

$$F^{\mu\nu}=\partial^\mu A^\nu-\partial^\nu A^\mu=\begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{c} A^\mu=(V,\vec{A}) \\ J^\mu=(\rho,\vec{J}) \end{array}$$

- Invariance de jauge : même équation et même physique
  si changement arbitraire du potentiel $A^\mu\to A^\mu+\partial^\mu\Lambda$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$

  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}\psi(x)$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu \psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu \psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x) Q}\psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu \psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}[\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q]\psi(x)$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}\psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}[\partial_\mu + i(\partial_\mu\alpha)Q]\psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu\psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu)\psi \to e^{i\alpha(x)Q}D_\mu\psi$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}\psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}[\partial_\mu + i(\partial_\mu\alpha)Q]\psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu\psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu)\psi \to e^{i\alpha(x)Q}D_\mu\psi$$

  - A_μ quantité qui doit se transformer comme
    $A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha$ i.e., comme le potentiel !

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}\psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}[\partial_\mu + i(\partial_\mu\alpha)Q]\psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu\psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu)\psi \to e^{i\alpha(x)Q}D_\mu\psi$$

  - A_μ quantité qui doit se transformer comme
    $A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha$ i.e., comme le potentiel !
  - A_μ est promu du statut de potentiel à celui de champ
    dont la particule associée est le photon

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
  "invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\psi(x) \qquad \partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha Q}\partial_\mu\psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}\psi(x)$$

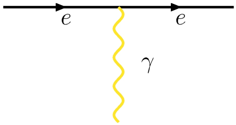
- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu\psi(x) \to e^{i\alpha(x)Q}[\partial_\mu + i(\partial_\mu\alpha)Q]\psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu\psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu)\psi \to e^{i\alpha(x)Q}D_\mu\psi$$

  - A_μ quantité qui doit se transformer comme
    $A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha$ i.e., comme le potentiel !
  - A_μ est promu du statut de potentiel à celui de champ
    dont la particule associée est le photon
  - L'equation de Dirac devient $(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi = 0$

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un couplage entre photon et électron



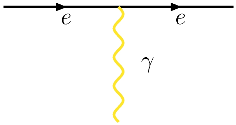
eQ

$$\begin{aligned} 0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu\gamma^\mu\psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction} \end{aligned}$$

- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un couplage entre photon et électron



eQ

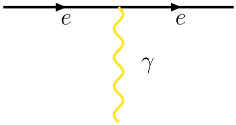
$$
\begin{aligned}
0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\
&= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu\gamma^\mu\psi \\
&= \text{theorie libre} + \text{interaction}
\end{aligned}
$$

- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$

- Théorème de Noether: invariance de QED sous redef de phase garantit interaction avec charge conservée, la charge électrique

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un couplage entre photon et électron



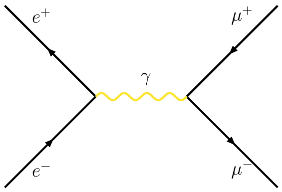
eQ

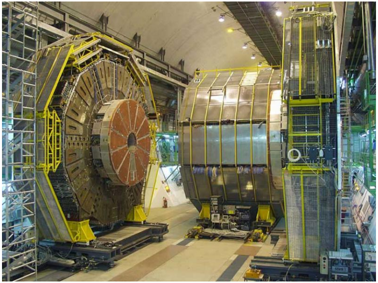
$$\begin{aligned} 0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction} \end{aligned}$$

- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$

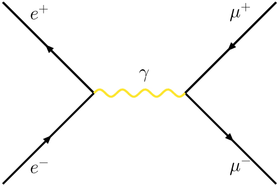
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redef de phase garantit interaction avec charge conservée, la charge électrique
- Invariance de jauge impose $m_\gamma = 0$ [exp $< 2 \cdot 10^{-16}$ eV] $\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\gamma^2 A^\nu = J^\nu$ $[A_\nu \to A_\nu + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha, F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \to F_{\mu\nu}]$

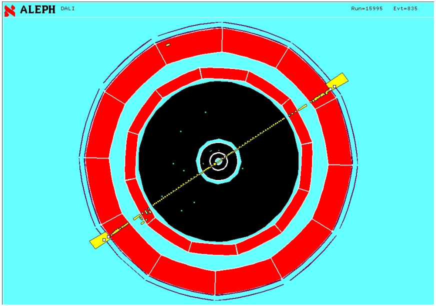
Tests expérimentaux : $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$





Tests expérimentaux : $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

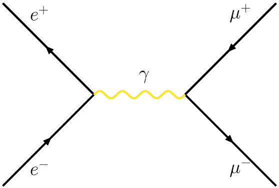


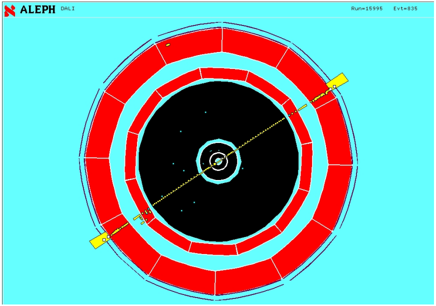


- Probabilité donnée par $|A|^2$, calculée via diagrammes de Feynman
- A = [couplage e-γ] $\times$ [propagation du photon] $\times$ [couplage μ-γ]

$$A \propto eQ \times \frac{1}{k^2} \times eQ$$

Tests expérimentaux : $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$





- Probabilité donnée par $|A|^2$, calculée via diagrammes de Feynman
- A = [couplage e-γ] $\times$ [propagation du photon] $\times$ [couplage μ-γ]

$$A \propto eQ \times \frac{1}{k^2} \times eQ$$

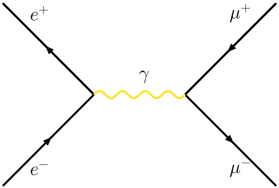
- Electrodynamique Quantique: couplage $eQ\gamma^\mu$
- Théorie sans interaction: propagation

Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \ldots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

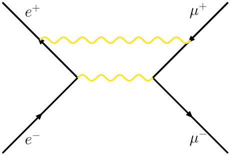


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

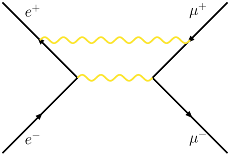
$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \ldots$$

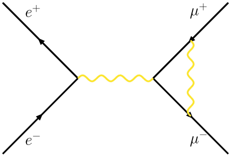
- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon



Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)
$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$
- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon



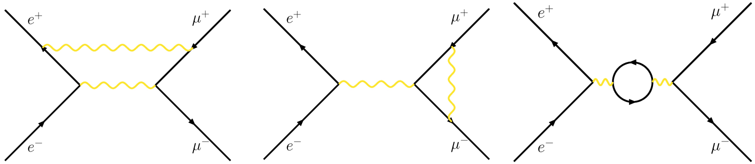


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \ldots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon



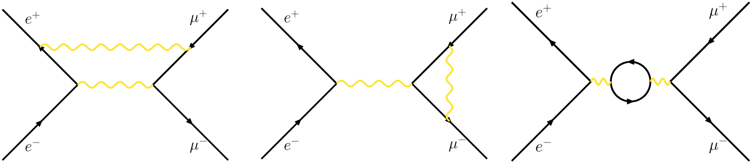
- Nombreux diagrammes non-classiques : relativiste (paires particule-antiparticule) + quantique (somme sur toutes configs)

Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \ldots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

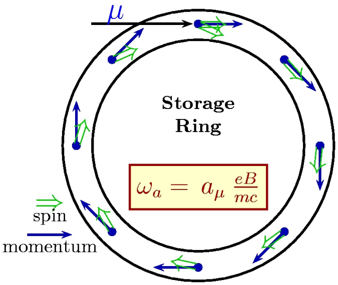


- Nombreux diagrammes non-classiques : relativiste (paires particule-antiparticule) + quantique (somme sur toutes configs)
- Somme sur toutes les impulsions possibles des particules internes qui sont virtuelles $(E^2 \neq \vec{p}^2 + m^2)$
- Sensibilité à toutes les particules couplant aux photons (chargées électriquement)

Tests expérimentaux : $(g-2)_\ell$

Moment magnétique anormal de e, μ, τ: interaction avec un champ magnétique (precession selon le facteur de Landé g)

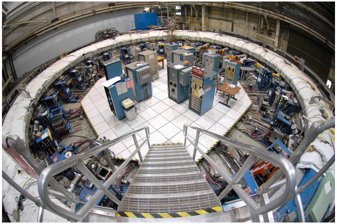
$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell} \qquad a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$



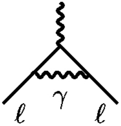
actual precession $\times$ 2

Tests expérimentaux : $(g-2)_\ell$

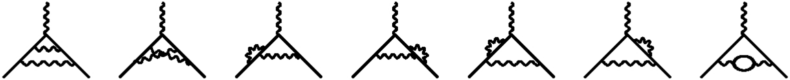
Moment magnétique anormal de e, μ, τ :
interaction avec un champ magnétique
(precession selon le facteur de Landé g)

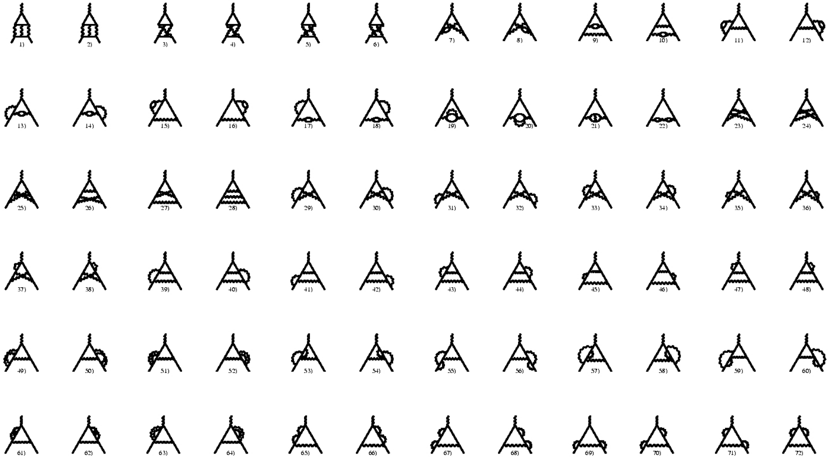


$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell} \qquad a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$



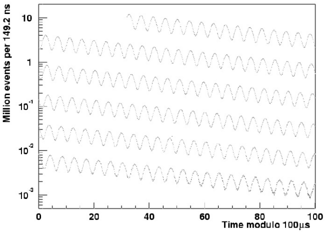
$$a_e = a_\mu = a_\tau = \frac{\alpha}{2\pi}$$




1) 2) 3) 4) 5) 6) 7) 8) 9) 10) 11) 12)
13) 14) 15) 16) 17) 18) 19) 20) 21) 22) 23) 24)
25) 26) 27) 28) 29) 30) 31) 32) 33) 34) 35) 36)
37) 38) 39) 40) 41) 42) 43) 44) 45) 46) 47) 48)
49) 50) 51) 52) 53) 54) 55) 56) 57) 58) 59) 60)
61) 62) 63) 64) 65) 66) 67) 68) 69) 70) 71) 72)

Tests expérimentaux : $(g-2)_\ell$

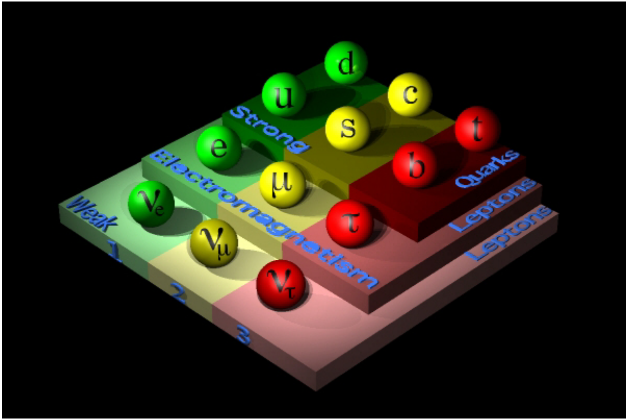
$$
\begin{aligned}
a_\mu^{th} &= a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{had} \\
a_\mu^{QED} &= \frac{\alpha}{2\pi} + 0.765857425(17)\,(\alpha/\pi)^2 \\
&\quad +24.05050996(32)\,(\alpha/\pi)^3 \\
&\quad +130.8796(63)\,(\alpha/\pi)^4 \\
&\quad +753.3(1.0)\,(\alpha/\pi)^5 + \ldots \\
&= 116\,584\,718.95(0.08) \cdot 10^{-11} \\
a_\mu^{EW} &= 153.6(1.0) \cdot 10^{-11} \\
a_\mu^{had} &= 6930(49) \cdot 10^{-11}
\end{aligned}
$$



$$a_\mu^{th} = (116\,591\,803 \pm 49) \cdot 10^{-11} \qquad a_\mu^{exp} = (116\,592\,091 \pm 63) \cdot 10^{-11}$$

A ce niveau de précision, on ne teste plus QED, mais aussi les autres secteurs du Modèle Standard (interaction faible et forte) via les boucles de quarks, les échanges de bosons W et Z...

Force électromagnétique, force forte



Quarks et hadrons
la chromodynamique quantique

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, $\Lambda\ldots$

Et la liste n'est pas close !

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ…

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron…

L’interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules ”élémentaires”, les hadrons sensibles à l’interaction forte : proton, neutron, Λ…

Et la liste n’est pas close !

proton, neutron…

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$…

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ…

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron…

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$…

a_0, f_0, π', N^*…

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, $\Lambda\ldots$

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta\ldots$

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa\ldots$

$a_0, f_0, \pi', N^*\ldots$

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ...

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron...	$\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta \ldots$
$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa \ldots$	$D, D_s, B, B_s \ldots$
$a_0, f_0, \pi', N^* \ldots$	

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ...

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron...	$\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta\ldots$
$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa\ldots$	$D, D_s, B, B_s\ldots$
$a_0, f_0, \pi', N^*\ldots$	$X(3850), Y(3950)\ldots$

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, $\Lambda\ldots$

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron...	$\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta\ldots$
$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa\ldots$	$D, D_s, B, B_s\ldots$
$a_0, f_0, \pi', N^*\ldots$	$X(3850), Y(3950)\ldots$

Wolfgang Pauli : *Si je pouvais me souvenir du nom de toutes ces particules, je serais devenu botaniste !*

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, $\Lambda\dots$

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron...	$\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta\dots$
$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa\dots$	$D, D_s, B, B_s\dots$
$a_0, f_0, \pi', N^*\dots$	$X(3850), Y(3950)\dots$

Wolfgang Pauli : *Si je pouvais me souvenir du nom de toutes ces particules, je serais devenu botaniste !*

$\Longrightarrow$Gell-Mann et Zweig (1964): les quarks, constituants des hadrons

La couleur

- Quarks constituants des: proton *uud*, neutron *udd*...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

La couleur

- Quarks constituants des: proton *uud*, neutron *udd*...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

$\Longrightarrow$La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u^\uparrow_\alpha u^\uparrow_\beta u^\uparrow_\gamma$$

avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

La couleur

- Quarks constituants des: proton *uud*, neutron *udd*...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

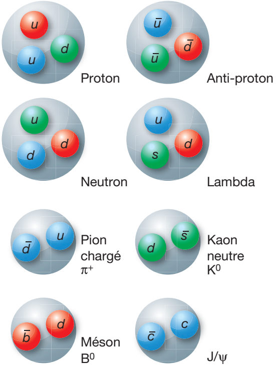
$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

$\Longrightarrow$ La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u^\uparrow_\alpha u^\uparrow_\beta u^\uparrow_\gamma$$

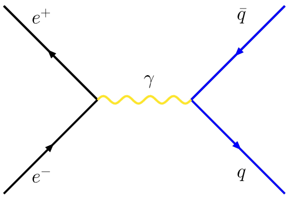
avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

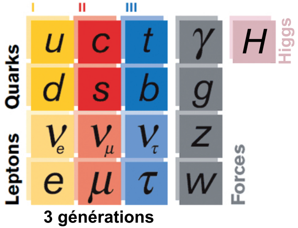


Plus généralement, pas de quarks seuls, mais en combinaison sans couleur, les hadrons

- Des baryons (3 quarks): $\epsilon^{\alpha\beta\gamma} q_\alpha q'_\beta q''_\gamma$
- Des mesons (quark antiquarks): $\delta^{\alpha\beta} q_\alpha \bar{q}'_\beta$

Tester le nombre de couleurs



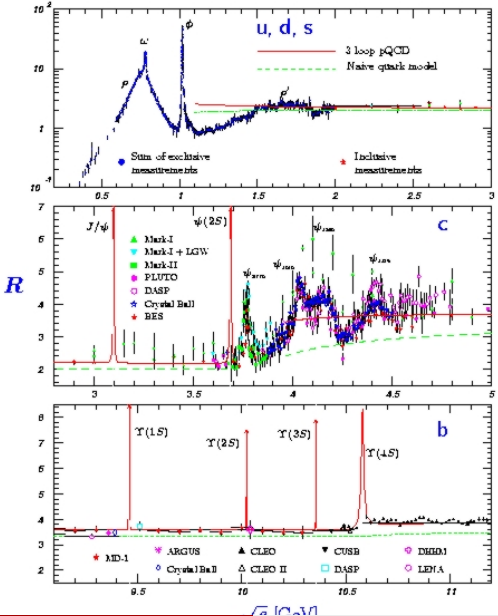


$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to hadrons)}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \simeq \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \to q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} \simeq N_c \sum_q Q_q^2$$

$$= \begin{cases} 2/3 \cdot N_c & (u, d, s) \\ 10/9 \cdot N_c & (u, d, s, c) \\ 11/9 \cdot N_c & (u, d, s, c, b) \end{cases}$$

augmente lorsque l'énergie disponible dépasse seuil $E = 2m_q c^2$

Trois couleurs



Des résonances juste après chaque seuil $q\bar{q}$ puis une asymptote en accord avec $N_c = 3$

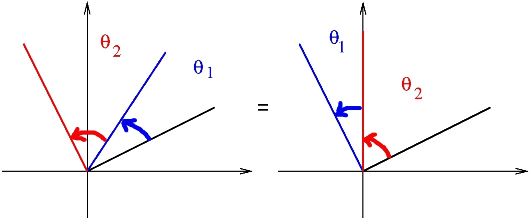
Au fait, des hadrons toujours blancs ? Une quantité conservée ?

Symétries

- En QED, symétrie sous une redéfinition de la phase

$$\psi \to e^{i\alpha Q}\psi$$

- Structure de groupe $U(1)$ equivalent to à des rotations à 2 dimensions [deux rotations successives = une rotation]



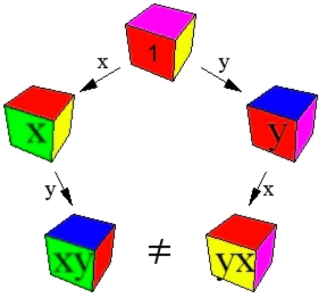
- Groupe abélien (commute): l'ordre des rotations n'importe pas

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_2)R(\theta_1)$$

Symétries non abéliennes

Les rotations à un plus grand nombre de dimensions ne sont pas abéliennes

par exemple, les rotations et réflexions à 3 dimensions



- Un groupe : si R_1 et R_2 rotations, $R_1 R_2$ est bien une rotation
- Mais pas abélien : $R_1 R_2 \neq R_2 R_1$
- Structure math nouvelle, avec des conséquences physiques !

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} \color{green}{q} \\ \color{blue}{q} \\ \color{red}{q} \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$

  "invariante" sous rotation globale de couleur $q(x) \to Uq(x)$

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$

  "invariante" sous rotation globale de couleur $q(x) \to Uq(x)$

- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]

  pour conserver probabilités + baryons et mésons "blancs"

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$

  "invariante" sous rotation globale de couleur $q(x) \to Uq(x)$

- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]

  pour conserver probabilités + baryons et mésons "blancs"

- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \to U(x)q(x)$

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$

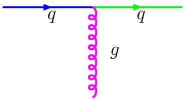
  "invariante" sous rotation globale de couleur $q(x) \to Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]

  pour conserver probabilités + baryons et mésons "blancs"
- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \to U(x)q(x)$
- Dérivée covariante : $D_\mu q = (\partial_\mu - ig_s G_\mu)q \to UD_\mu q$
- Avec G_μ doit satisfaire $G_\mu \to UG_\mu U^\dagger - \frac{i}{g_s}(\partial^\mu U)U^\dagger$
- G^μ correspond à 8 gluons
  - qui se couplent aux quarks
  - qui sont eux-mêmes colorés [couleur - anticouleur]

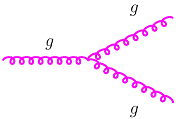
QCD

En Chromodynamique Quantique (QCD),

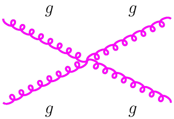
- seulement pour les quarks (pas pour les leptons)
- des gluons (colorés) échangés au lieu du photon (neutre)



[comme QED]



[nouveau !]

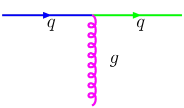


[nouveau !]

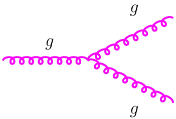
QCD

En Chromodynamique Quantique (QCD),

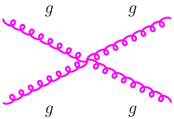
- seulement pour les quarks (pas pour les leptons)
- des gluons (colorés) échangés au lieu du photon (neutre)



[comme QED]

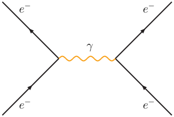


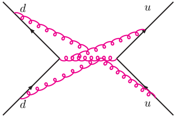
[nouveau !]



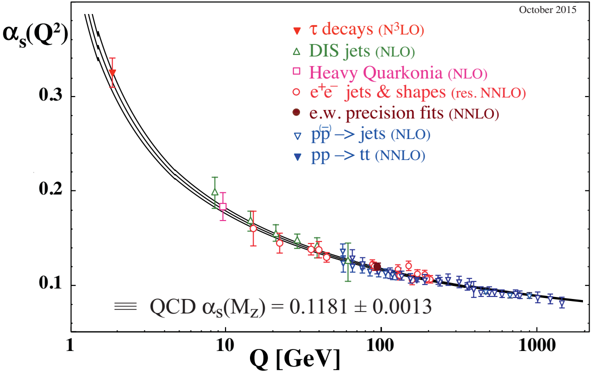
[nouveau !]

QED	QCD
1 photon	8 gluons
neutre electriquement	colorés
différentes charges eQ	une seule charge g_s





α_s à différentes énergies

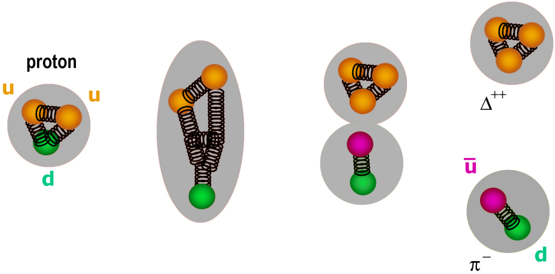


Gluons sensibles à l'interaction forte

- "Constante" de couplage $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ dépend fortement de l'énergie en jeu
- Liberté asympotique: à grande E, le couplage est petit, les interactions (fortes) sont de petites perturbations

Confinement

A des distances de l'ordre d'1 fm (10^{-15} m), $\alpha_s = O(1)$



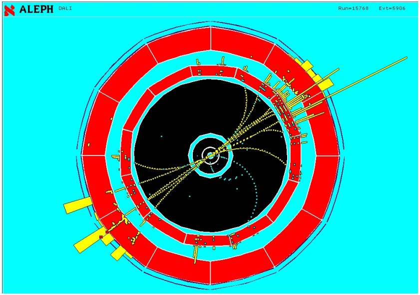
- Potentiel $V(r) \propto r$ à grand r
- Quarks ne peuvent sortir des hadrons,
  et restent donc confinés dans de objets de rayon $O(1$ fm$)$
- Difficile de connecter la théorie (quarks) et expérience (hadrons)
  Pas de théorie de perturbations !

Jets

Dans les collisions, les quarks/gluons émettent d'autres gluons/quarks en cascades et perdent de l'énergie

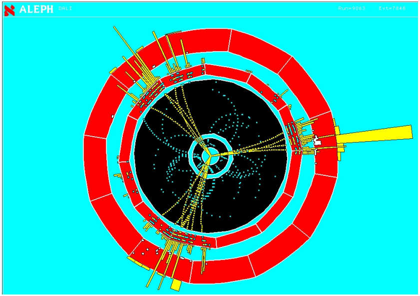
jusqu'à ce qu'ils deviennent "mous" ($\sim$ 1 GeV) pour s'unir en hadrons

$e^+e^- \to q\bar{q}$



Deux jets

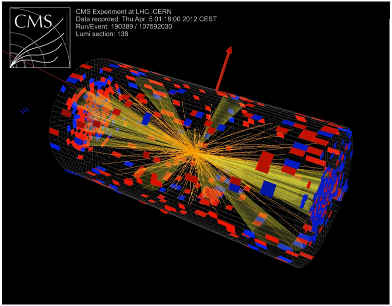
$e^+e^- \to q\bar{q}g$

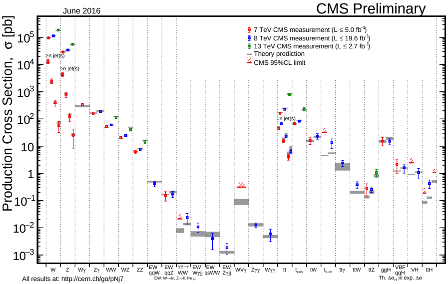


Trois jets

Collisionneurs

- Problème particulièrement crucial au LHC
- Collisionneur proton-proton : presque tous les évts sont QCD !
- Modèles de développement des jets et d'hadronisation, utilisés pour déterminer le bruit de fond des évenènements intéressants





$\Longrightarrow$Une source substantielle d'incertitude pour les mesures !

Fin de la seconde partie