

# Interacción Onda-Partícula en los Cinturones de Radiación

O. Gómez Flores<sup>1</sup> P. Alejandra Sallago<sup>2</sup> O. Vázquez  
Rodríguez<sup>3</sup> V. M. Vázquez Báez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Ingeniería  
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias Astrónomicas y Geofísicas  
Universidad Nacional de La Plata

<sup>3</sup>Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Universidad Autónoma de Chiapas



# Índice

Tabla de  
Contenido

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- 1** Motivación
  - Estado de arte
  - Consideraciones
  - Trabajo previo
  
- 2** Resultados
  - Resultados preliminares



# Índice

Facultad de  
Ciencias

**Gómez, et al.**

Motivación

**Introducción**

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## 1 Motivación

- Estado de arte
- Consideraciones
- Trabajo previo

## 2 Resultados

- Resultados preliminares



# Estado de arte

## Investigación Actual.

Gómez, et al.

Los cinturones de radiación han sido estudiados arduamente recientemente a través de diversos satélites como: THEMIS, Van Allen Probes, PAMELA o Cluster; los cuales se han encargado de descubrir y analizar los diversos procesos que tienen lugar ahí: aceleración de partículas cargadas, amortiguamiento de Landau, precipitación de partículas cargadas, entre otros fenómenos.

- Aproximación cuasi-lineal: Teoría de Perturbaciones
- Aproximación no lineal: Simulaciones y soluciones numéricas (Fenómenos de Difusión)



# Estado de arte

## Investigación Actual.

Gómez, et al.

Los cinturones de radiación han sido estudiados arduamente recientemente a través de diversos satélites como: THEMIS, Van Allen Probes, PAMELA o Cluster; los cuales se han encargado de descubrir y analizar los diversos procesos que tienen lugar ahí: aceleración de partículas cargadas, amortiguamiento de Landau, precipitación de partículas cargadas, entre otros fenómenos.

- Aproximación cuasi-lineal: Teoría de Perturbaciones
- Aproximación no lineal: Simulaciones y soluciones numéricas (Fenómenos de Difusión)



# Estado de arte

## Investigación Actual.

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

Los cinturones de radiación han sido estudiados arduamente recientemente a través de diversos satélites como: THEMIS, Van Allen Probes, PAMELA o Cluster; los cuales se han encargado de descubrir y analizar los diversos procesos que tienen lugar ahí: aceleración de partículas cargadas, amortiguamiento de Landau, precipitación de partículas cargadas, entre otros fenómenos.

- Aproximación cuasi-lineal: Teoría de Perturbaciones
- Aproximación no lineal: Simulaciones y soluciones numéricas (Fenómenos de Difusión)



# Background

Física de  
Plasmas

**Gómez, et al.**

Motivación

**Introducción**

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Teoría Orbital: Análisis dinámico de una partícula cargada en un campo magnético
- Teoría Magnetohidrodinámica: Estudio del plasma como un fluido conductor
- Teoría Cinética: Análisis estadístico de las partículas que componen el plasma



# Background

Facultad de  
Física

**Gómez, et al.**

Motivación

**Introducción**

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Teoría Orbital: Análisis dinámico de una partícula cargada en un campo magnético
- Teoría Magnetohidrodinámica: Estudio del plasma como un fluido conductor
- Teoría Cinética: Análisis estadístico de las partículas que componen el plasma



# Background

Índice de  
Plasmas

**Gómez, et al.**

Motivación

**Introducción**

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Teoría Orbital: Análisis dinámico de una partícula cargada en un campo magnético
- Teoría Magnetohidrodinámica: Estudio del plasma como un fluido conductor
- Teoría Cinética: Análisis estadístico de las partículas que componen el plasma



# Background

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

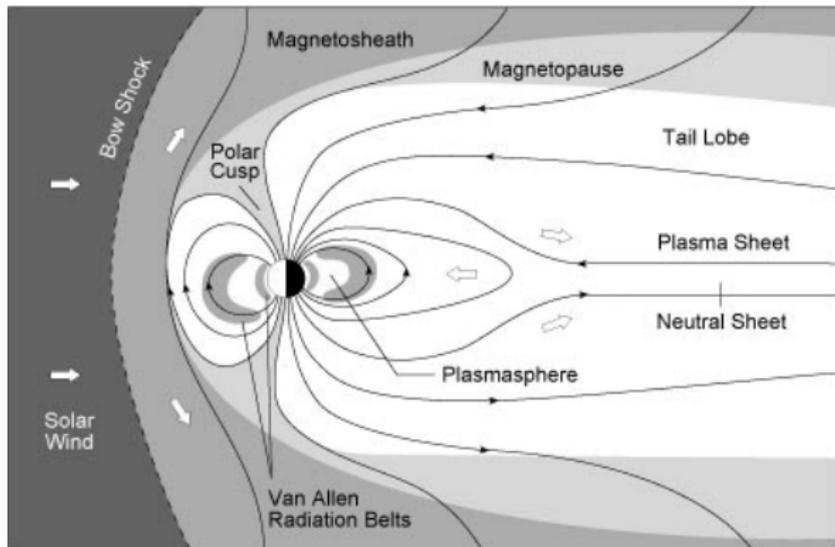


Figura: Estructura de la Magnetósfera (Baumjohann, 1997).



# Background

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Ondas paralelas al campo magnético terrestre.
- Ondas Whistler (Ondas polarizadas circularmente a la derecha de baja frecuencia).

## Ondas Whistler

- $k \simeq \frac{\omega_p}{c} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_c}}$ .
- *Frecuencias* : 1kHz – 30kHz.



# Background

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Ondas paralelas al campo magnético terrestre.
- Ondas Whistler (Ondas polarizadas circularmente a la derecha de baja frecuencia).

## Ondas Whistler

- $k \simeq \frac{\omega_p}{c} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_c}}$ .
- Frecuencias : 1kHz – 30kHz.



# Background

Índice de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Ondas paralelas al campo magnético terrestre.
- Ondas Whistler (Ondas polarizadas circularmente a la derecha de baja frecuencia).

## Ondas Whistler

- $k \simeq \frac{\omega_p}{c} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_c}}$ .
- *Frecuencias* : 1kHz – 30kHz.



# Background

Índice de  
Temas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Ondas paralelas al campo magnético terrestre.
- Ondas Whistler (Ondas polarizadas circularmente a la derecha de baja frecuencia).

## Ondas Whistler

- $k \simeq \frac{\omega_p}{c} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_c}}$ .
- Frecuencias : 1kHz – 30kHz.



# Background

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

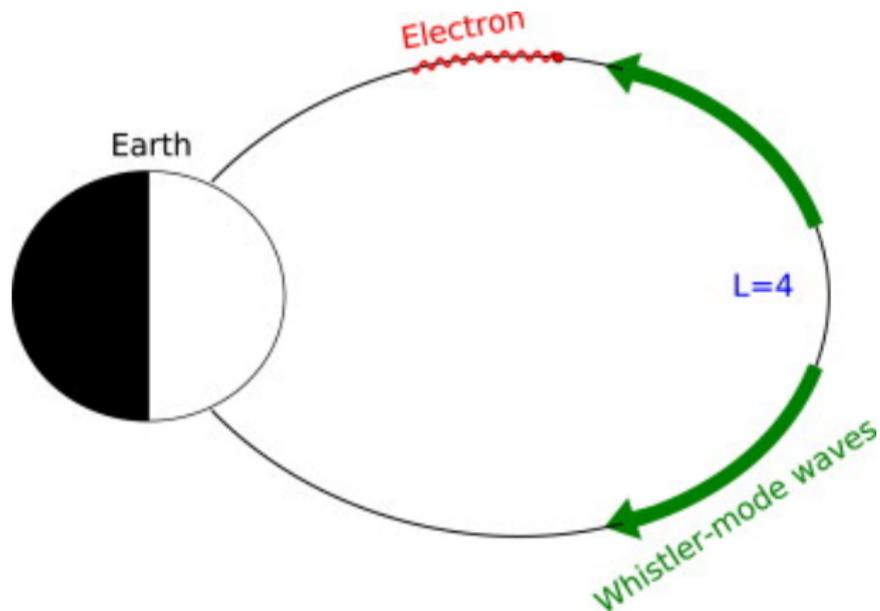


Figura: Propagación de las ondas Whistler (Zheng, 2013).



# Índice

Facultad de  
Ciencias

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

**Consideraciones**

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## 1 Motivación

- Estado de arte
- **Consideraciones**
- Trabajo previo

## 2 Resultados

- Resultados preliminares



# Consideraciones

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

**Consideraciones**

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Onda plana monocromática transversal polarizada circularmente

- $\vec{E}_1(z, t) = E_1 \cos(kz + \omega t) \hat{i} + E_1 \sin(kz + \omega t) \hat{j}$ .

- Campo magnético uniforme

- $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$ .

- Potencia ganada ( $P_1$ ) vs Potencia perdida ( $P_r$ )

- $P_1 = q \vec{E}_1 \cdot \vec{v}$

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} |\dot{\vec{v}}|^2$



# Consideraciones

Lista de  
Asignas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Onda plana monocromática transversal polarizada circularmente

- $\vec{E}_1(z, t) = E_1 \cos(kz + \omega t) \hat{i} + E_1 \sin(kz + \omega t) \hat{j}$ .

- Campo magnético uniforme

- $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$ .

- Potencia ganada ( $P_1$ ) vs Potencia perdida ( $P_r$ )

- $P_1 = q \vec{E}_1 \cdot \vec{v}$

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} |\dot{\vec{v}}|^2$



# Consideraciones

Índice de  
Módulo

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Onda plana monocromática transversal polarizada circularmente

- $\vec{E}_1(z, t) = E_1 \cos(kz + \omega t)\hat{i} + E_1 \sin(kz + \omega t)\hat{j}$ .

- Campo magnético uniforme

- $\vec{B}_0 = B_0\hat{k}$ .

- Potencia ganada ( $P_1$ ) vs Potencia perdida ( $P_r$ )

- $P_1 = q\vec{E}_1 \cdot \vec{v}$

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} |\dot{\vec{v}}|^2$



# Consideraciones

Unidad de  
Física III

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

**Consideraciones**

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- Onda plana monocromática transversal polarizada circularmente

- $\vec{E}_1(z, t) = E_1 \cos(kz + \omega t)\hat{i} + E_1 \sin(kz + \omega t)\hat{j}$ .

- Campo magnético uniforme

- $\vec{B}_0 = B_0\hat{k}$ .

- Potencia ganada ( $P_1$ ) vs Potencia perdida ( $P_r$ )

- $P_1 = q\vec{E}_1 \cdot \vec{v}$

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} |\dot{\vec{v}}|^2$



# Índice

Facultad de  
Fisicasmás

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

Consideraciones

**Trabajo previo**

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## 1 Motivación

- Estado de arte
- Consideraciones
- **Trabajo previo**

## 2 Resultados

- Resultados preliminares



# Referencias principales

Índice de  
Plasmas

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

Consideraciones

**Trabajo previo**

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## Ejemplo

Zheng, Q., Fok, M., Zheng, Y., & Lui, A. (2013). Non-linear whistler mode wave effects on magnetospheric energetic electrons. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 102, 8-16.

## Ejemplo

Horne, R., et al. (2005). Wave acceleration of electrons in the Van Allen radiation belts. *Nature*, 437, 227-230..



# Referencias principales

Inicio de  
Presentación

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

Consideraciones

**Trabajo previo**

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## Ejemplo

Zheng, Q., Fok, M., Zheng, Y., & Lui, A. (2013). Non-linear whistler mode wave effects on magnetospheric energetic electrons. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 102, 8-16.

## Ejemplo

Horne, R., et al. (2005). Wave acceleration of electrons in the Van Allen radiation belts. *Nature*, 437, 227-230..



# Índice

Física de  
Plasmas

**Gómez, et al.**

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

- 1 Motivación
  - Estado de arte
  - Consideraciones
  - Trabajo previo

- 2 Resultados
  - Resultados preliminares



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$

- $y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Potencia perdida por radiación

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$

- $\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$

## ■ Potencia obtenida por la onda

- $P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Índice de  
Materia

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$

- $y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Potencia perdida por radiación

- $$P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

- $P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\blacksquare \left. \frac{2v_{\perp}E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$

- $y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Potencia perdida por radiación

- $P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$

- $\left. \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$

## ■ Potencia obtenida por la onda

- $P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$



# Interacción de onda Whistler sin tomar en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

$$\blacksquare x = \rho \sin(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare y = -\rho \cos(\omega_c t) + \frac{e}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)(kv_{\parallel} + \omega)} E_1 \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare z = v_{\parallel} t$$

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ \left( \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \right)^2 + \left( \frac{eE_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \right)^2 + \right.$$

$$\left. \blacksquare \frac{2v_{\perp} E_1(kv_{\parallel} + \omega)}{m\omega_c(\omega_c + kv_{\parallel} + \omega)} \sin(\omega_c t - kz - \omega t) \right]$$

## ■ Potencia obtenida por la onda

$$\blacksquare P_1 = ev_{\perp} E_1 \cos(\omega_c t - kz - \omega t)$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de Ciencias

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de Ciencias

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Unidad de  
Investigación

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\blacksquare \ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\blacksquare \ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Sistema de ecuaciones acoplado de segundo orden

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 (\sqrt{\epsilon\mu}\dot{z} - 1)^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}[\dot{x}(\ddot{x} + \dot{y}\omega_c) + \dot{y}(\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)]}{(1 - \sqrt{\epsilon\mu}\dot{z})}$$

## ■ Aproximación de $\sqrt{\epsilon\mu} \ll 1$

$$\ddot{x} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{y} - \dot{x}\omega_c)^2} - \dot{y}\omega_c$$

$$\ddot{y} = \sqrt{\omega_e^2 - (\ddot{x} + \dot{y}\omega_c)^2} + \dot{x}\omega_c$$

$$\ddot{z} = 0$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Física de Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{||} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{||} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{||} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{||} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{||} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{||} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$

- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{||} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$

- $b = \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{||} + \omega)^2)}$

- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{||} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{||} + \omega)^2}$

- $b' = \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{||} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$

- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{||} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{||} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{||} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$

- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$

- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$

- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$

- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$

- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Unidad de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$

- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$

- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$

- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$

- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$

- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$

- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Índice de  
Módulos

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

## ■ Ecuaciones de movimiento

- $x = a \sin(\omega_c t) - b \cos(\omega_c t) - c \cos(kz + \omega t)$
- $y = a \cos(\omega_c t) - b' \sin(\omega_c t) - c' \sin(kz + \omega t)$
- $z = v_{\parallel} t$

## ■ Constantes

- $a = \frac{\dot{x}(0)}{\omega_c}$
- $b = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) - \omega_e \omega_c}{\omega_c (\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2)}$
- $c = \frac{\omega_e \omega_c + \omega_e (kv_{\parallel} + \omega)}{\omega_c^2 - (kv_{\parallel} + \omega)^2}$
- $b' = \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$
- $c' = \frac{\dot{y}(0)}{\omega_c} - \frac{(kv_{\parallel} + \omega)^2 \dot{y}(0) - \omega_e (kv_{\parallel} + \omega) - \omega_c^2 \dot{y}(0) + \omega_e \omega_c}{\omega_c ((kv_{\parallel} + \omega)^2 - \omega_c^2)}$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\begin{aligned} & \blacksquare P_r = \\ & \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right. \\ & \quad \blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \\ & \quad \quad \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2 \\ & \quad \blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare + b'c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \left. \right] \end{aligned}$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\begin{aligned} & \blacksquare P_r = \\ & \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right. \\ & \quad \blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \\ & \quad \quad \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2 \\ & \quad \blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare + b'c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \left. \right] \end{aligned}$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Facultad de Ciencias

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\blacksquare P_r =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right]$$

$$\blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2$$

$$\blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)$$

$$\blacksquare + b' c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \Big]$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\begin{aligned} & \blacksquare P_r = \\ & \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right. \\ & \quad \blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \\ & \quad \quad \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2 \\ & \quad \blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare + b'c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \left. \right] \end{aligned}$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\begin{aligned} & \blacksquare P_r = \\ & \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right. \\ & \quad \blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \\ & \quad \quad \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2 \\ & \quad \blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare + b'c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \left. \right] \end{aligned}$$



# Interacción de onda Whistler tomando en cuenta la componente magnética

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

## ■ Potencia perdida por radiación

$$\begin{aligned} & \blacksquare P_r = \\ & \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e^2}{3c^3} \left[ (\omega_c^2 a)^2 + (\omega_c^2 b \cos(\omega_c t))^2 + (\omega_c^2 b' \sin(\omega_c t))^2 \right. \\ & \quad \blacksquare + \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c \sin(kz + \omega t) \right)^2 + \\ & \quad \quad \left( (kv_{\parallel} + \omega)^2 c' \cos(kz + \omega t) \right)^2 \\ & \quad \blacksquare + 2\omega_c^4 a \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) [b - b'] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 a (kv_{\parallel} + \omega)^2 [c' \cos(\omega_c t) \sin(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare - c \sin(\omega_c t) \cos(kz + \omega t)] + \\ & \quad \quad 2\omega_c^2 (kv_{\parallel} + \omega)^2 [bc \cos(\omega_c t) \cos(kz + \omega t) \\ & \quad \quad \blacksquare + b'c' \sin(\omega_c t) \sin(kz + \omega t)] \left. \right] \end{aligned}$$



# Potencia adquirida vs Potencia irradiada

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

**Resultados  
preliminares**

Sumario

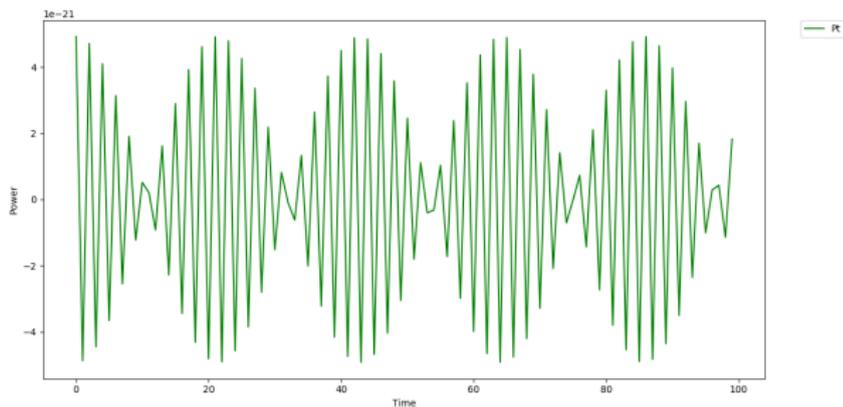


Figura: Potencia del electrón al interactuar con la onda Whistler



# Sumario

Facultad de  
Física

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- **Perspectiva**
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Sumario

Lista de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- **Perspectiva**
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Sumario

Lista de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- Perspectiva
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Sumario

Lista de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- **Perspectiva**
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Sumario

Título de  
Plasmas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- Perspectiva
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Sumario

Lista de  
Páginas

Gómez, et al.

Motivación

Introducción

Consideraciones

Trabajo previo

Resultados

Resultados  
preliminares

Sumario

- La **aceleración de partículas cargadas** debido a la interacción con ondas Whistler genera un intercambio de energía.
- El **contraste de potencia irradiada contra la potencia obtenida por la onda** es fundamental para entender otros procesos.
- La **aproximación realizada**, no es necesaria.
- Perspectiva
  - Realizar este análisis con las ondas transversales de Alfvén (¿Será el mismo procedimiento?).
  - Análisis de plasma frío o aproximación MHD



# Lecturas complementarias I

Gómez, et al.

Apéndice

Lecturas  
complementarias

- J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc. 1998.
- W. Baumjohann, R. A. Treumann. *Basic Space Plasma Physics*. Imperial College Press. 1997.
- Q. Zheng. *Non-linear whistler mode wave effects on magnetospheric energetic electrons*. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. 102, 8–16, 2013.
- L. Storey. *An investigation of whistling atmospherics*. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*. 204, 113-141, 1953.