

L'astronomie des ondes gravitationnelles: des cataclysmes cosmiques au frémissement des miroirs

Guillaume Faye

Institut d'Astrophysique de Paris

Un anniversaire dignement fêté

844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1916

Die Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen¹ habe ich gezeigt, wie man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem Postulat allgemeiner Relativität entsprechen, d. h. die in ihrer allgemeinen Fassung beliebigen Substitutionen der Raumzeitvariablen gegenüber kovariant sind.

Der Entwicklungsgang war dabei folgender. Zunächst fand ich Gleichungen, welche die NEWTONSCHE Theorie als Näherung enthalten und beliebigen Substitutionen von der Determinante 1 gegenüber kovariant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen allgemein kovariante entsprechen, falls der Skalar des Energietensors der »Materie« verschwindet. Das Koordinatensystem war dann nach der einfachen Regel zu spezialisieren, daß $\sqrt{-g}$ zu 1 gemacht wird, wodurch die Gleichungen der Theorie eine eminent Vereinfachung erfahren. Dabei mußte aber, wie erwähnt, die Hypothese eingeführt werden, daß der Skalar des Energietensors der Materie verschwinde.

Neuerdings finde ich nun, daß man ohne Hypothese über den Energietensor der Materie auskommen kann, wenn man den Energietensor der Materie in etwas anderer Weise in die Feldgleichungen einsetzt, als dies in meinen beiden früheren Mitteilungen geschehen ist. Die Feldgleichungen für das Vakuum, auf welche ich die Erklärung der Perihelbewegung des Merkur gegründet habe, bleiben von dieser Modifikation unberührt. Ich gebe hier nochmals die ganze Betrachtung, damit der Leser nicht genötigt ist, die früheren Mitteilungen unangesehen heranzuziehen. [2]

Aus der bekannten RIEMANNSCHEM Kovariante vierten Ranges leitet man folgende Kovariante zweiten Ranges ab:

$$G_{im} = R_{im} + S_{im} \quad (1)$$

$$R_{im} = -\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \begin{matrix} im \\ j \end{matrix} \right\} + \sum_{ij} \left\{ \begin{matrix} ij \\ i \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} im \\ j \end{matrix} \right\} \quad (1a)$$

$$S_{im} = \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \begin{matrix} ij \\ i \end{matrix} \right\} - \sum_{ij} \left\{ \begin{matrix} im \\ j \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} ij \\ i \end{matrix} \right\} \quad (1b)$$

¹ Sitzungsber. XLIV. S. 778 (und XLVI. S. 700. 1916.



Crédit: Patrick Cerf (Images Doc)



Un dernier replâtrage pour finir le quinquennat

Marqué par l'arrivée de l'écologiste Emmanuelle Cosse et le retour de Jean-Marc Ayrault, le remaniement suscite le scepticisme général.

ENTRETIEN Bruno Retailleau : « Qui à la décharge, non à l'apartidisme »

SYRIE Les négociations de paix tournent au bras de fer entre Washington et Moscou

JUSTICE La question prioritaire de constitutionnalité, nouvelle arme de la défense

CANNABIS Dans un centre de consultation pour adolescents

RUGBY Guy Novès remanie le XV de France

PÉTROLE Face à la chute des cours, Total résiste mieux que ses concurrents

Les doutes sur la solidité des banques font plonger les marchés

La dette à l'égard du secteur bancaire, fragilisée par la baisse de la cotation, s'empêche de se lever. Les investisseurs du secteur ont donc plié, entraînant la baisse de l'indice à 4,25 %

leur chute. Dans un contexte bancaire, fragilisée par la baisse de la cotation générale, l'indice de la bourse a donc plié, entraînant la baisse de l'indice à 4,25 %

Ondes gravitationnelles : la découverte qui donne raison à Albert Einstein

C'est une après la publication de la découverte de deux trous noirs, qui a permis de confirmer la théorie d'Albert Einstein sur la gravité. Les observations de l'onde gravitationnelle ont été faites par le LIGO, un observatoire américain de physique expérimentale.

Bienvenue sur le « Titanic » !

Les élections européennes ont été marquées par une victoire surprise de la droite. Les résultats ont été décevants pour la gauche et le centre. Les élections ont été marquées par une victoire surprise de la droite. Les résultats ont été décevants pour la gauche et le centre.

REPORTAGE : KILL, le patriarche milliardaire de l'Église orthodoxe russe

LE BLOC-NOTES d'Ivan Roudolff

L'analyse de Jean-Marie Guénois

REPORTAGE : KILL, le patriarche milliardaire de l'Église orthodoxe russe

LE BLOC-NOTES d'Ivan Roudolff

L'analyse de Jean-Marie Guénois

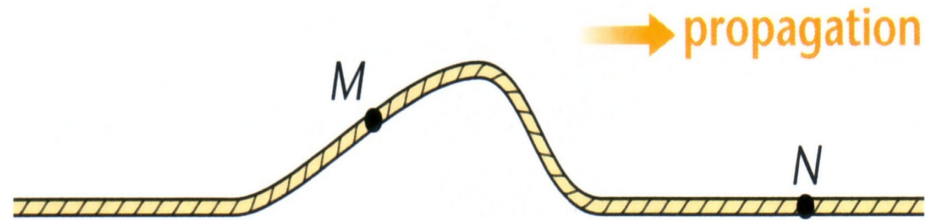


Crédit: Chris Maddaloni

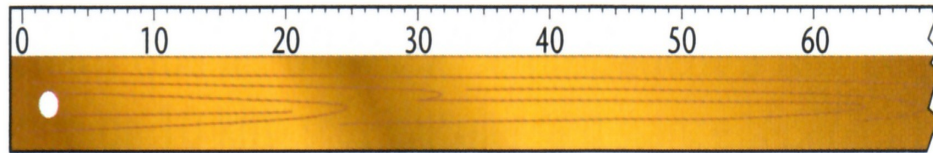


Qu'est-ce qu'une onde ?

Qu'est-ce qu'une onde ?



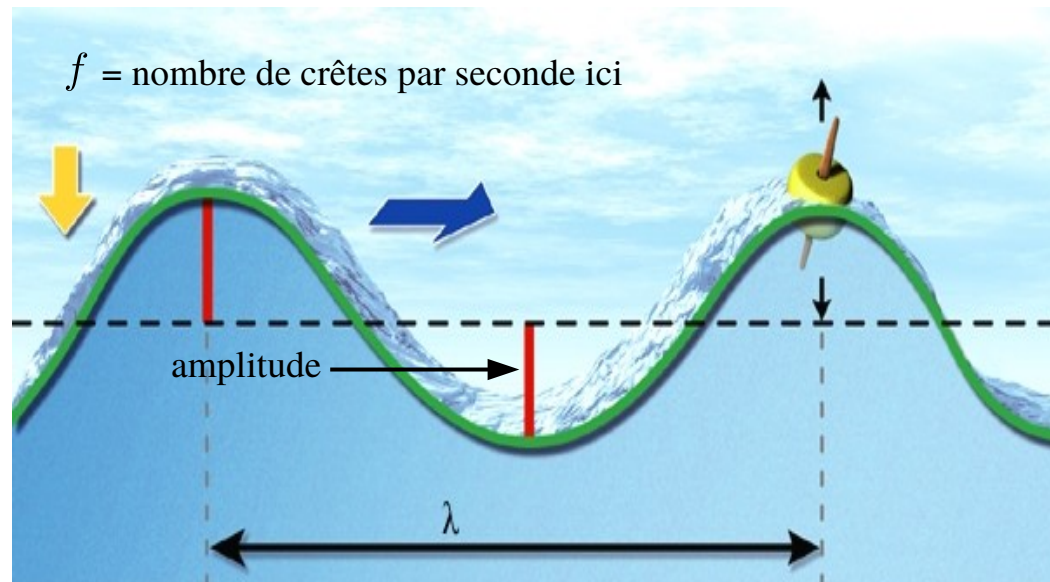
train d'onde



Crédit: rost-stimul.ru

ondes périodiques

$$c_{\text{onde}} = \lambda f$$



Crédit: Larousse

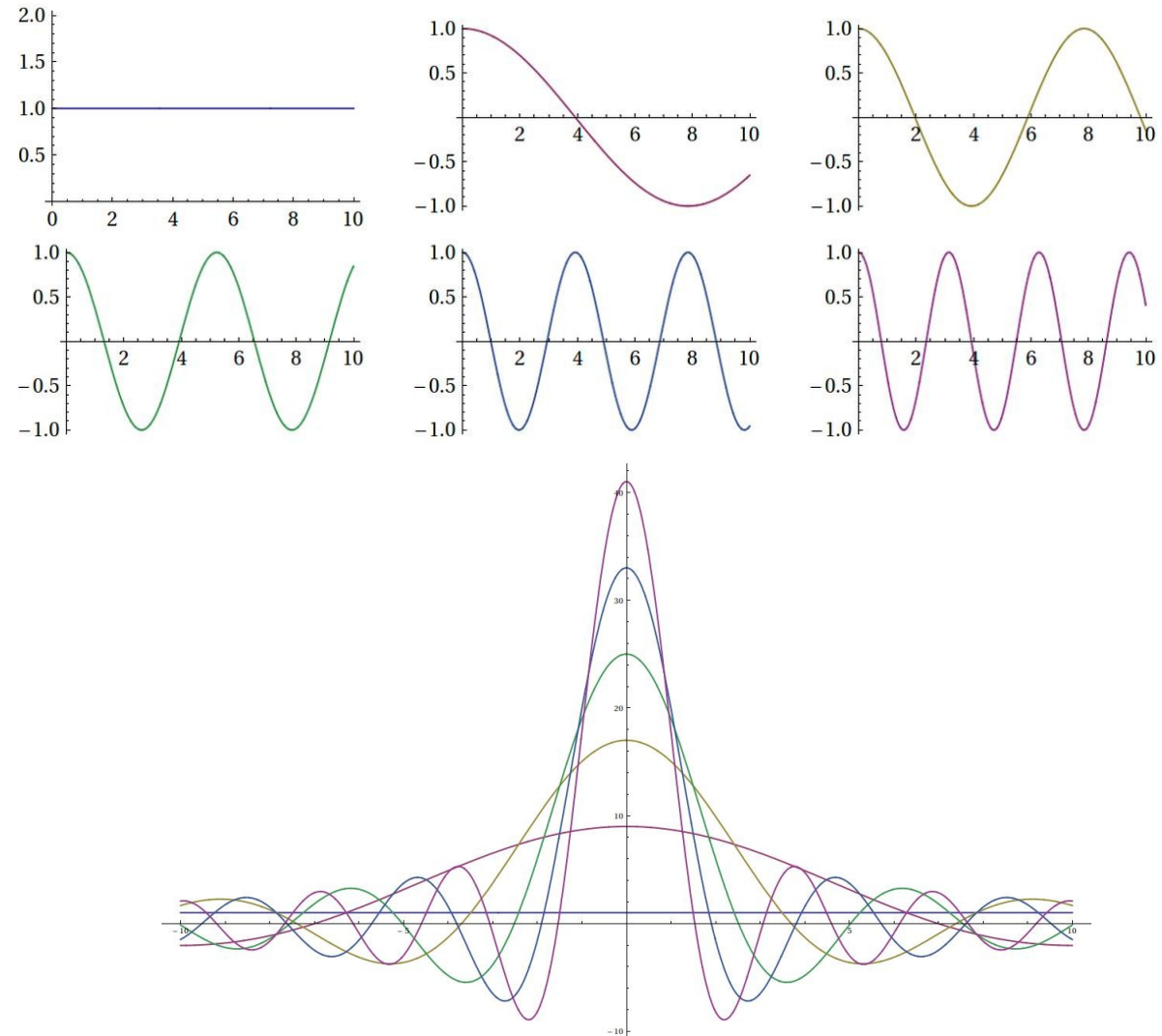
Cas général :

onde (signal) quelconque = somme d'ondes sinusoïdales

Crédit: J.-L. Boilly



J. B. Fourier (1768-1830)



dépendance de λ en f changée
... mais : $c \sim \lambda_{\text{typique}} f_{\text{typique}}$

Propriétés des ondes

- Transport d'information
- Transport d'énergie

Exemple : les ondes sonores

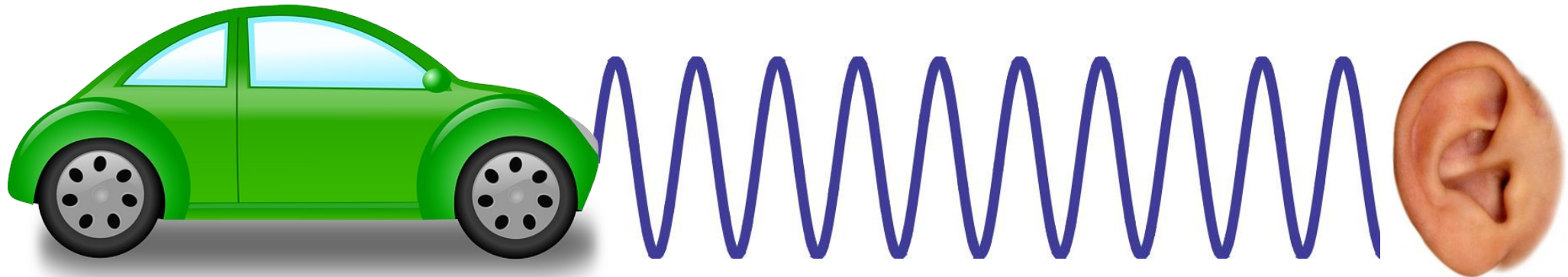
- Interférences



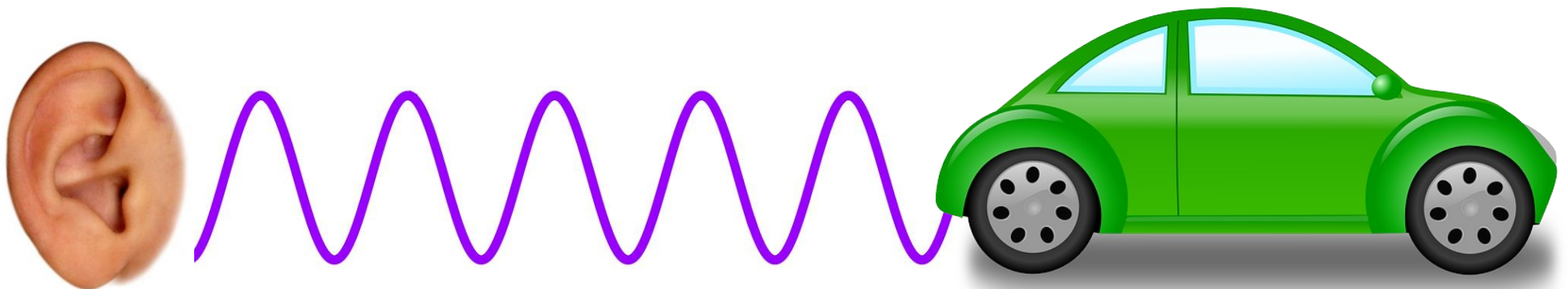
Crédit: dkfindout.com

- Effet Doppler

L'émetteur se rapproche : la fréquence augmente (son plus aigu)



L'émetteur s'éloigne : la fréquence diminue (son plus grave)



Ondes électromagnétiques

Phénomènes électriques et magnétiques unifiés par J. C. Maxwell en 1864



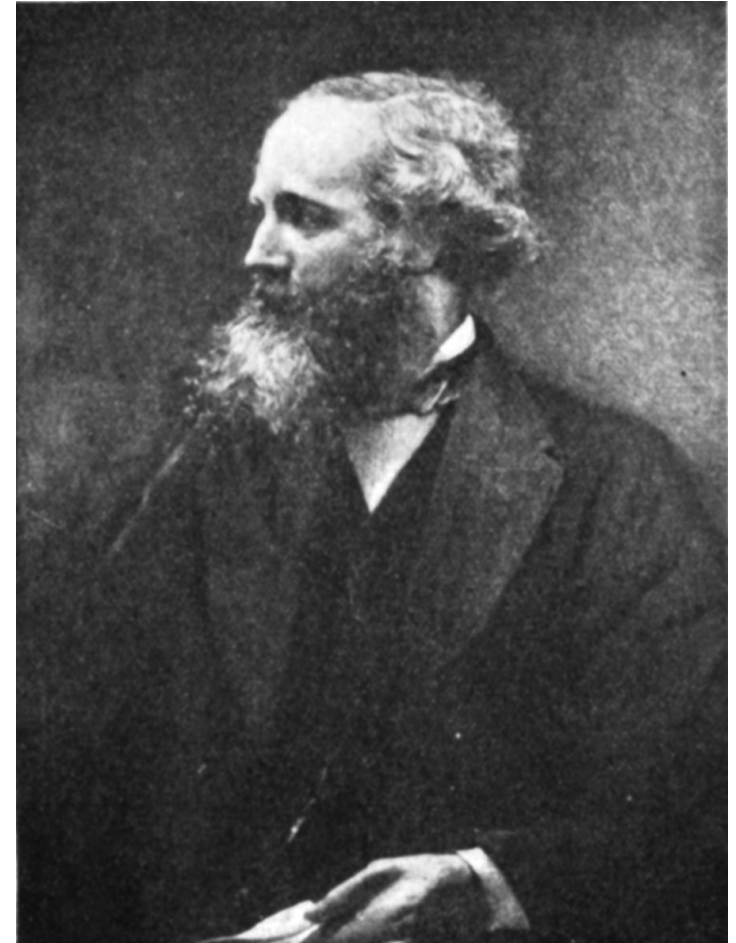
force électromagnétique

Propriétés :

- est produite par les charges et les courants de charges
- se propage à vitesse finie c
- peut être décrite indépendamment des particules sur lesquelles elle agit
→ concept de *champ*

lumière = onde électromagnétique

Crédit: Practical Physics, Millikan and Gale, 1920

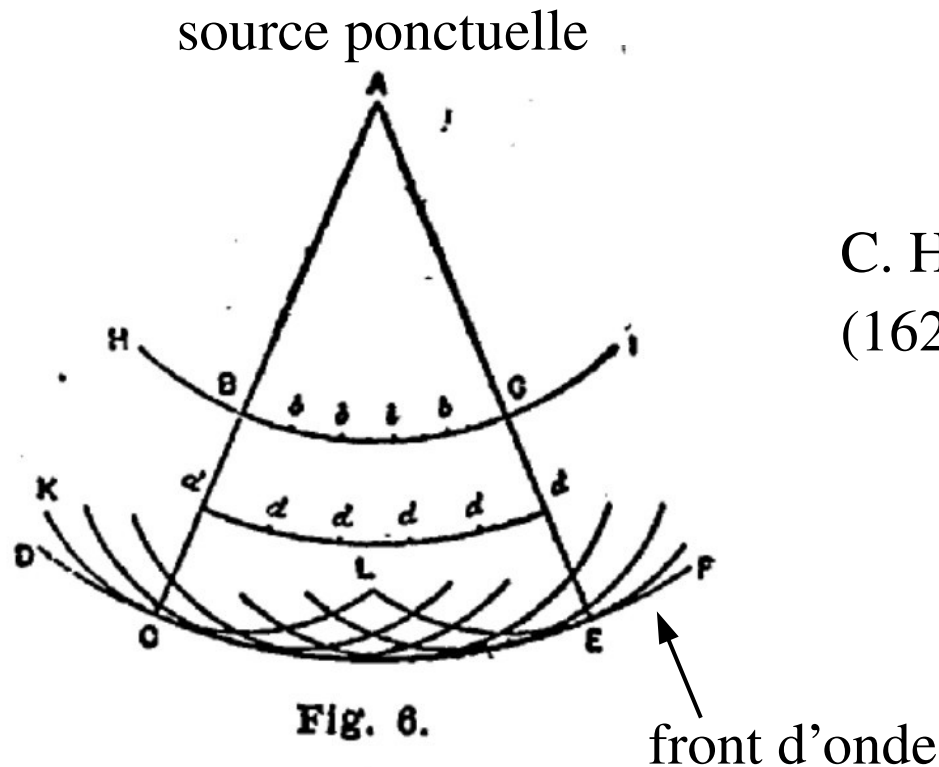


J. C. Maxwell (1831-1879)

Principe de Huygens pour la lumière

« Il y a encore à considérer dans l'émanation de ces ondes, que chaque particule de la matière, dans laquelle une onde s'étend, ne doit pas communiquer son mouvement seulement à la particule prochaine, qui est dans la ligne droite tirée du point lumineux, mais qu'elle en donne aussi nécessairement à toutes les autres qui la touchent et qui s'opposent à son mouvement. »

Huygens, *Traité de la lumière* (1690)



C. Huygens
(1629-1695)



Crédit: Caspar Netscher

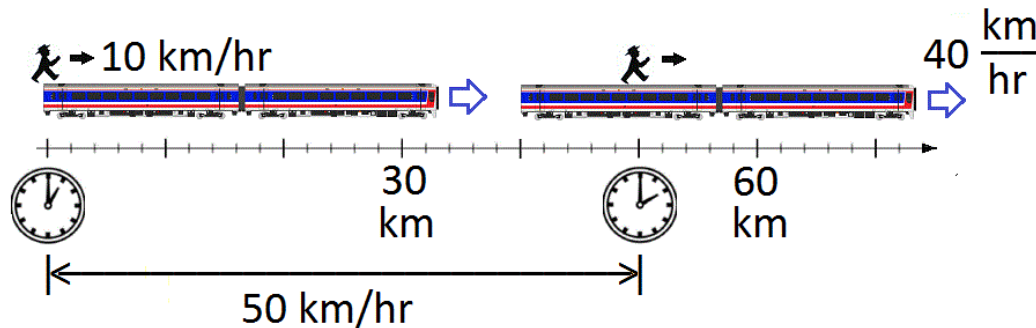


La relativité en 10 planches

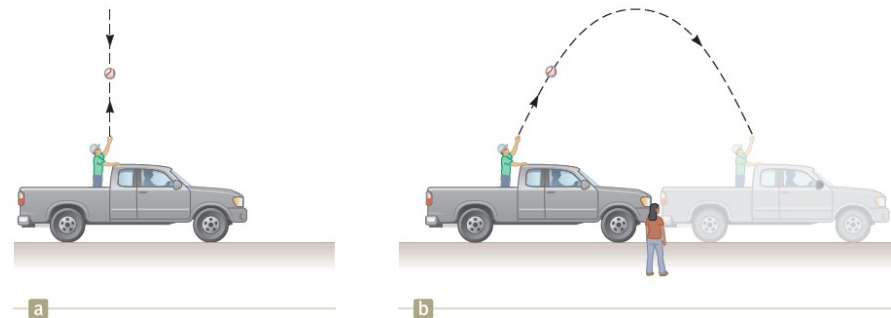
Invariance de c

- En mécanique newtonienne
 - Tout mouvement est décrit relativement à un « observateur »
 - Les lois de la physique sont décrites de la même façon pour une classe d'observateurs « galiléens »

Crédit: Guy Vandegrift



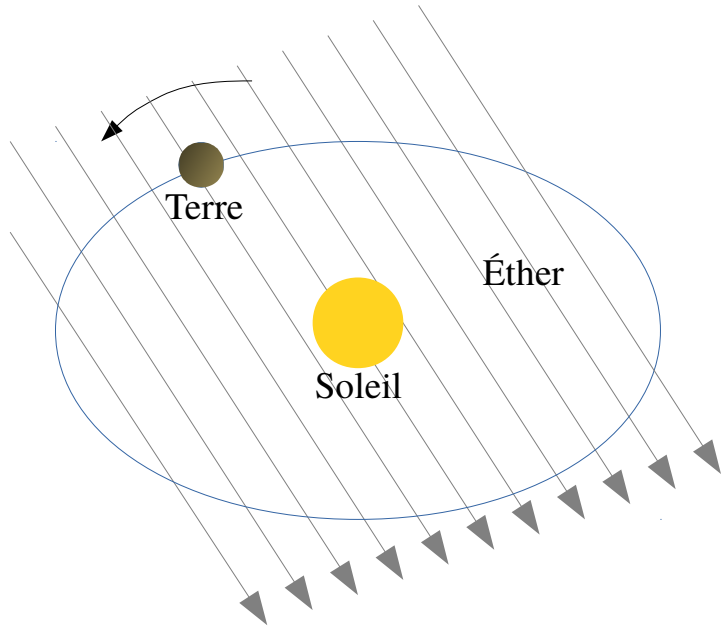
Crédit: Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics



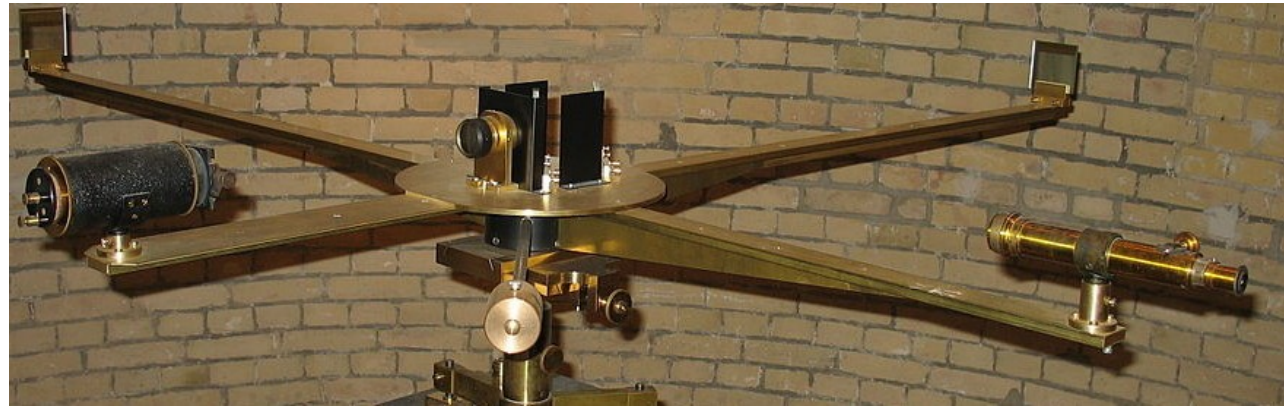
- c à la fois constante physique et vitesse
 c doit-elle être une quantité invariante pour les observateurs ?

Une vitesse invariante semblait impossible au XIX^e...

Résolution d'une crise majeure



Crédit: Boson



1881-1887 : expériences de Michelson et Morley ; c est constante

1904-1905 :
Lorentz et Poincaré comprennent ce résultat

1905 : annus mirabilis ; Einstein réinterprète complètement les travaux précédents

naissance de la relativité restreinte



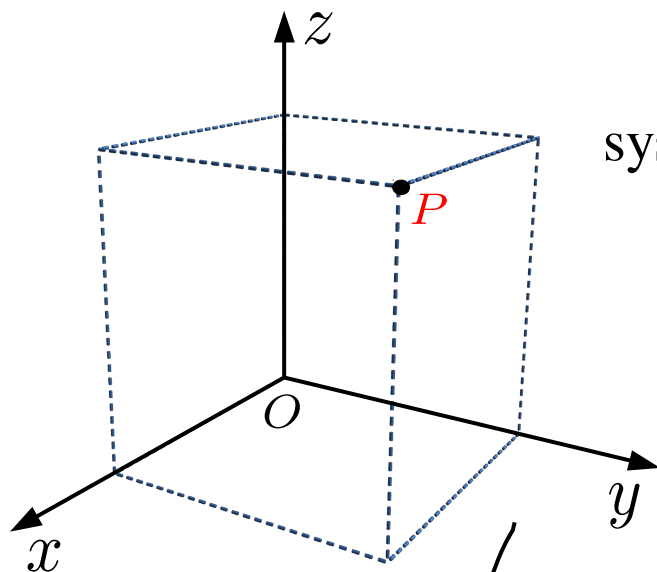
Crédit: Corbis



Crédit: Anne Ronan (Getty Images)

Relativité restreinte

Idée centrale : espace et temps ne peuvent être considérés séparément



système de référence \mathcal{R}

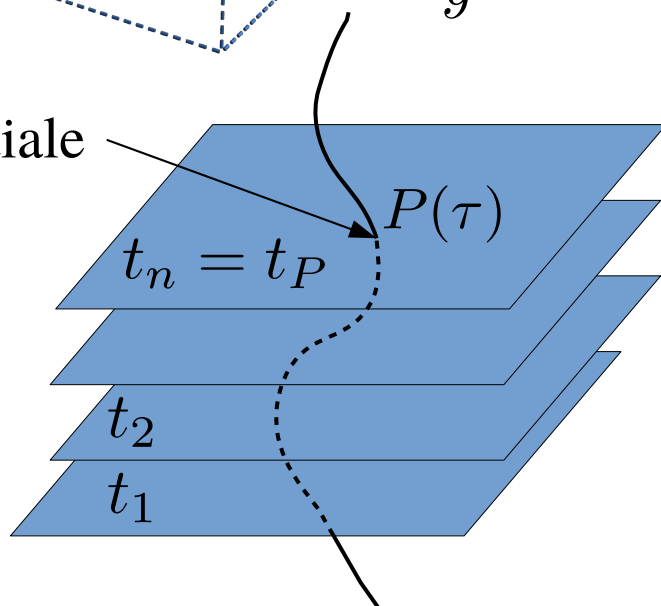


Crédit: Pearson Education

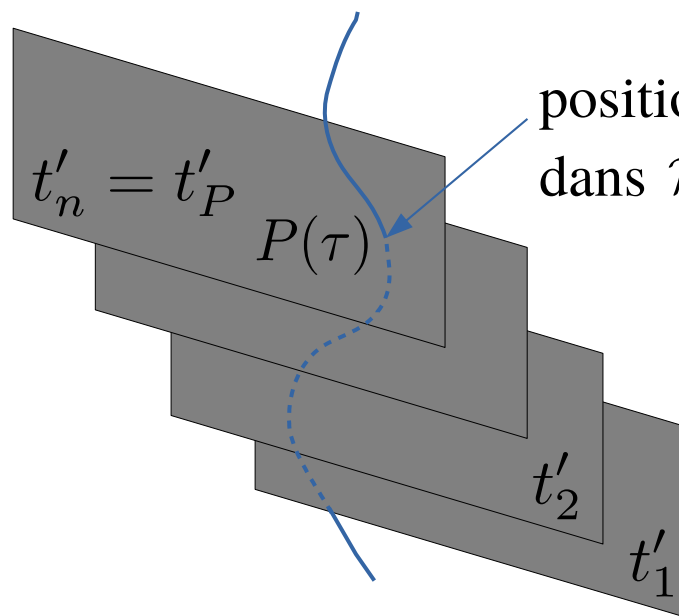
dans ce « référentiel »

P repéré par :
 (t_P, x_P, y_P, z_P)

position spatiale
dans \mathcal{R}



position spatiale
dans \mathcal{R}'



quantité fondamentale : τ

Principe de relativité

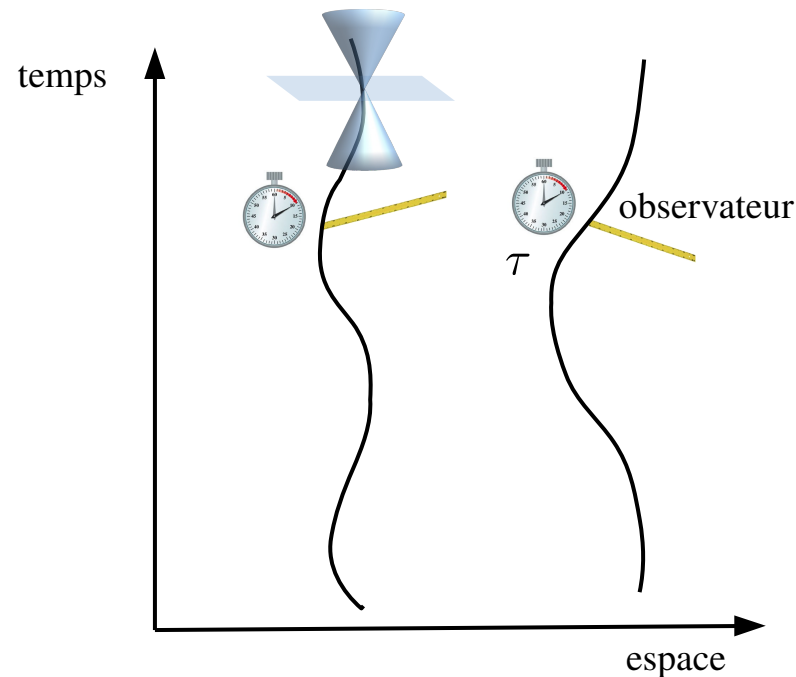
Les lois de la physique, dont l'électromagnétisme, se décrivent de la même façon dans tous les référentiels « galiléens »

Conséquences :

- c est bien un invariant \Rightarrow vitesse maximale possible
- distances spatiales et temps sont relatifs aux observateurs
- distance et temps « propres » d'un mobile :

constante de structure de l'espace-temps

$$E_{\text{propre}} = mc^2$$



Quid de la gravitation ?

gravitation =
champ d'interaction fondamentale responsable du poids

Propriétés :

- la plus faible des quatre interactions (10^{36} fois plus faible que la force électrique pour deux protons)
 - produite par tout objet massif
 - ressentie par tout objet massif
 - obéit (au moins approximativement) à la loi instantanée de Newton
- Fait remarquable :

masse gravitationnelle =
masse traduisant l'inertie d'un corps soumis à une force



Gravitation à action non-instantanée

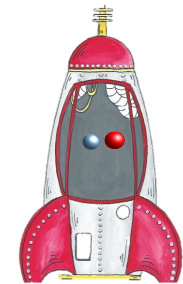
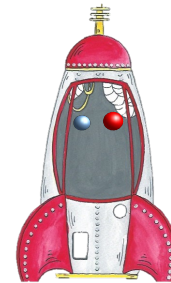
- 1912-1913 : théorie relativiste de Nordström
- 1915 : relativité générale d'Einstein

Deux principes :

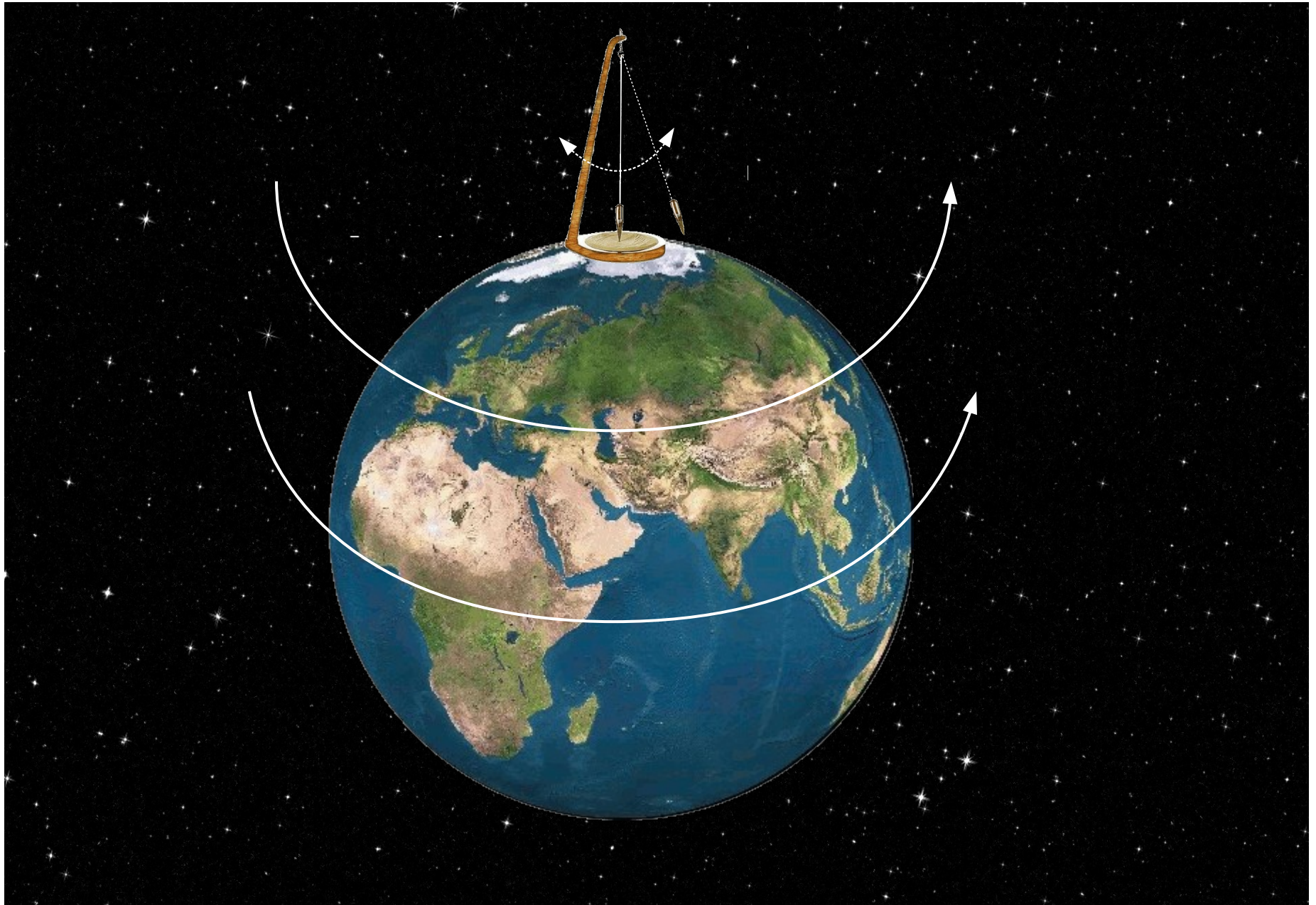
- le principe d'équivalence



Crédit: ONERA

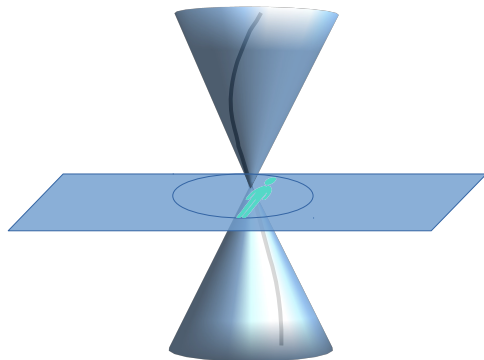


- le principe de Mach



Cadre théorique

- Lois de la physique localement celles de la relativité restreinte



- Formulation de ces lois identique pour tout observateur

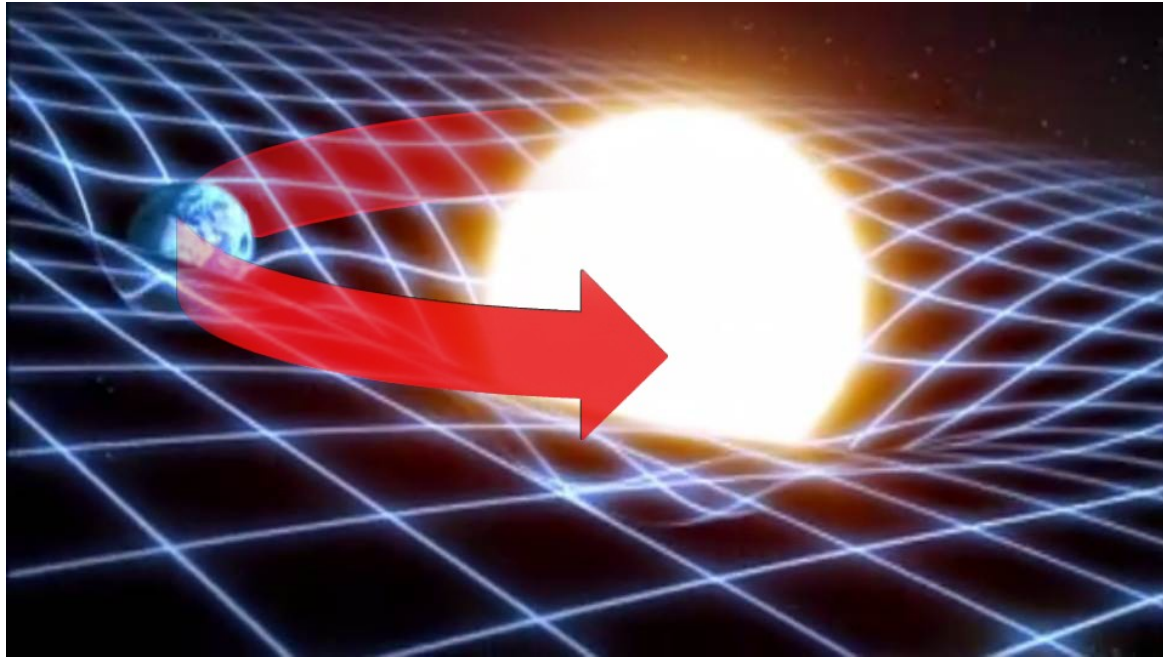
relativité généralisée



- Existence d'une « distance » quadridimensionnelle
 - nulle entre événements reliés par un signal de « vitesse » c
 - définie par un objet à 10 composantes

$g_{\mu\nu}$ = champ gravitationnel

- Espace-temps courbe



Crédit: Shutterstock



Crédit: Salvador Dalí (Fine Art Print)

- Espace-temps dynamique : gravitation non-instantanée



Crédit: Visual perception of viscous fluids (Prism network)

$g_{\mu\nu}$ solution des 10 équations

$$G^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}$$

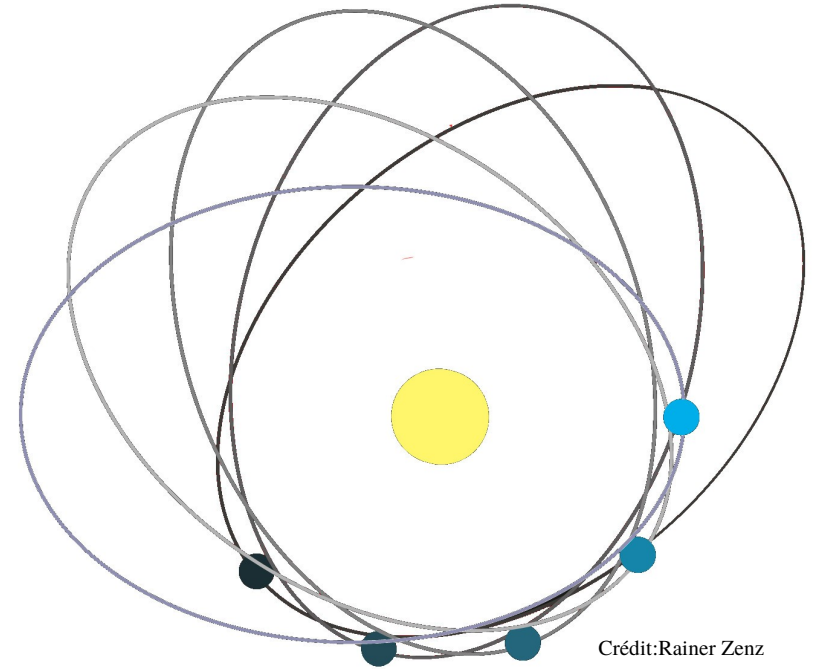
partie de la courbure intrinsèque

contenu en matière-énergie

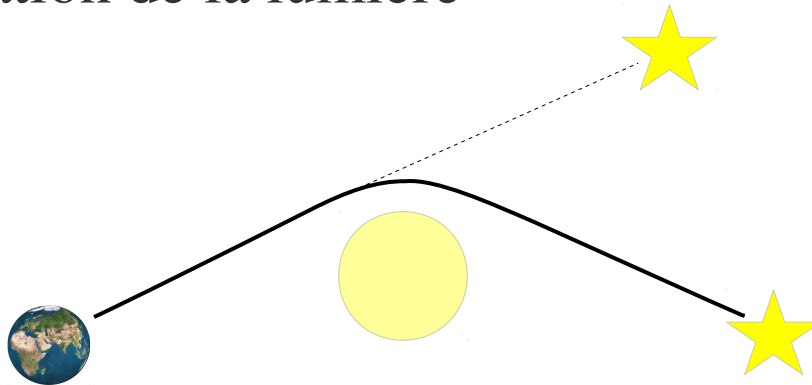
Premiers succès

- Précession du périhélie de mercure

Einstein (1915)

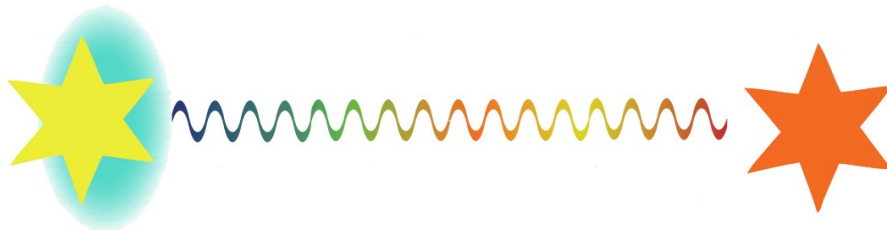


- Déviation de la lumière



expédition de Dyson, Eddington,
Crommelin et Davidson (1919)

- Décalage vers le rouge



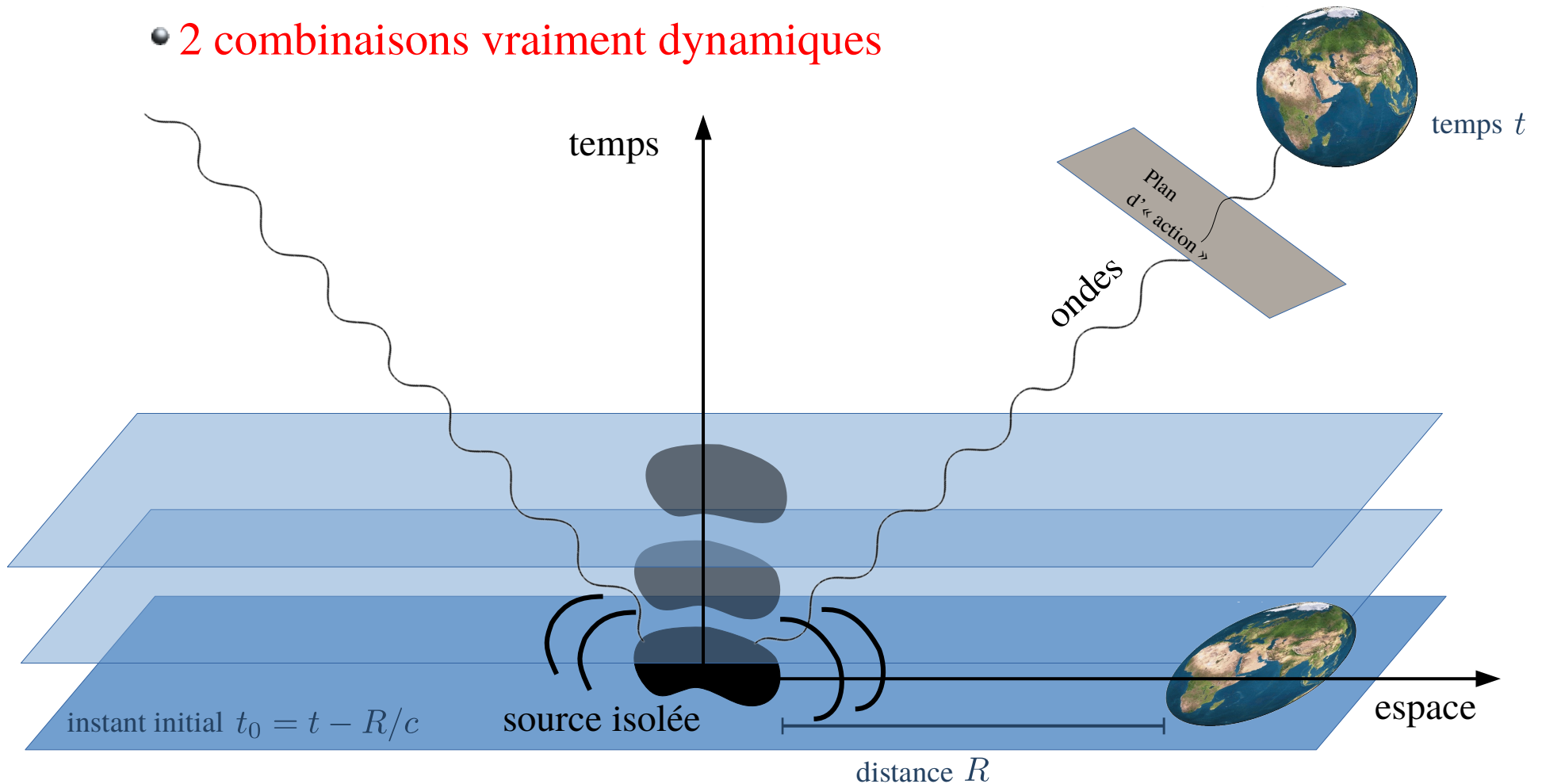
expérience de Pound et Rebka (1959)



Les ondes gravitationnelles

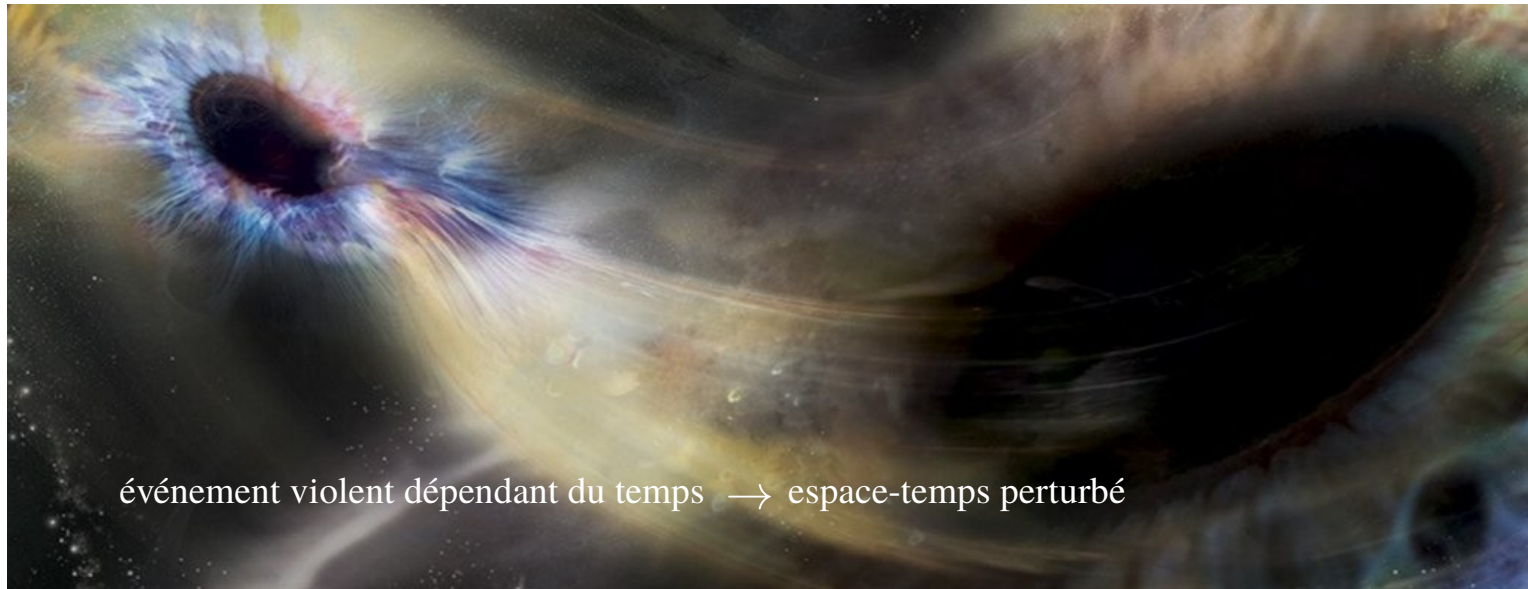
Au cœur de la dynamique de l'espace-temps

- Contenu du champ gravitationnel $g_{\mu\nu}$ (10 quantités)
 - 4 liées au choix du système de référence
 - 4 liées à la valeur du champ à l'instant initial
 - **2 combinaisons vraiment dynamiques**



• Mécanisme d'émission

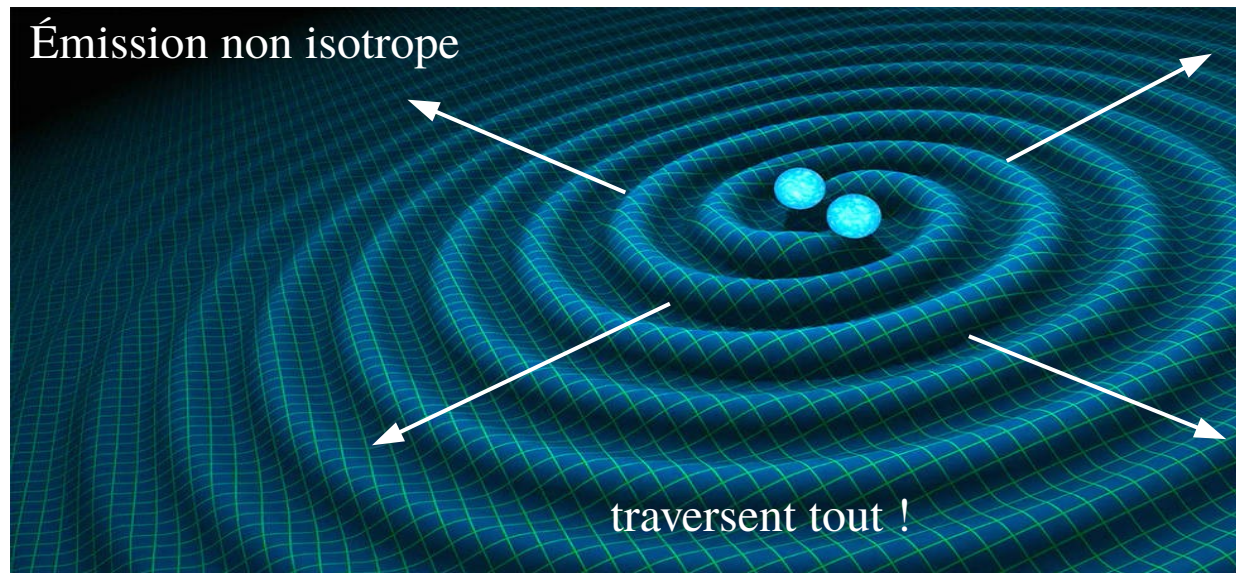
Crédit: LIGO/Aurore Simonnet/Sonoma State University



⇒ renseigne sur la dynamique du système (évolution)

• Propagation

- Se fait à la vitesse c
- Effets héréditaires :
 - sillage d'onde : violation du principe de Huygens
 - ↪ dépend faiblement du passé
 - mémoire
 - ↪ dépend fortement du passé

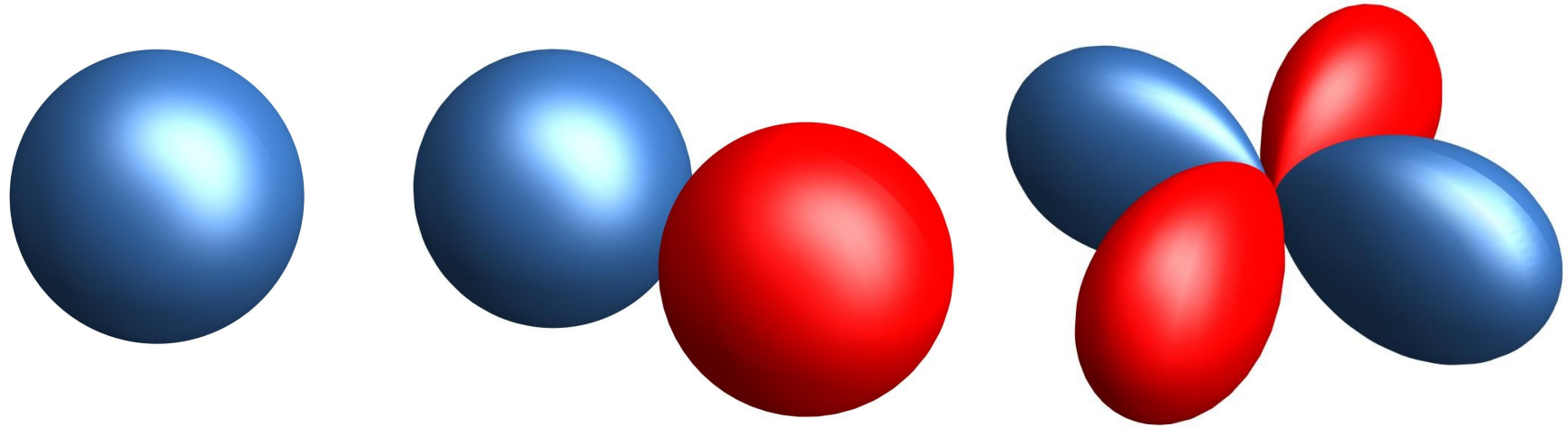


- Différences avec une onde électromagnétique

	Onde électromagnétique	Onde gravitationnelle
Émission	atomes individuels	ensemble du système
Vitesse de propagation	c au plus	c au plus
Propagation	portée infinie	portée infinie
Absorption	forte	très faible

Formule du quadrupôle

- Distribution des masses dans une source isolée



- Formule fondamentale établie par Einstein (1918)

$$h_{ij}^{\text{onde}} \approx \left[\frac{2G}{c^4 R} \frac{d^2 Q_{ij}}{dT^2} (T - R/c) \right]^{\text{TsT}}$$

Hypothèses :

- champ gravitationnel peu intense
- vitesses nettement inférieures à c

Conséquence de la formule du quadrupôle

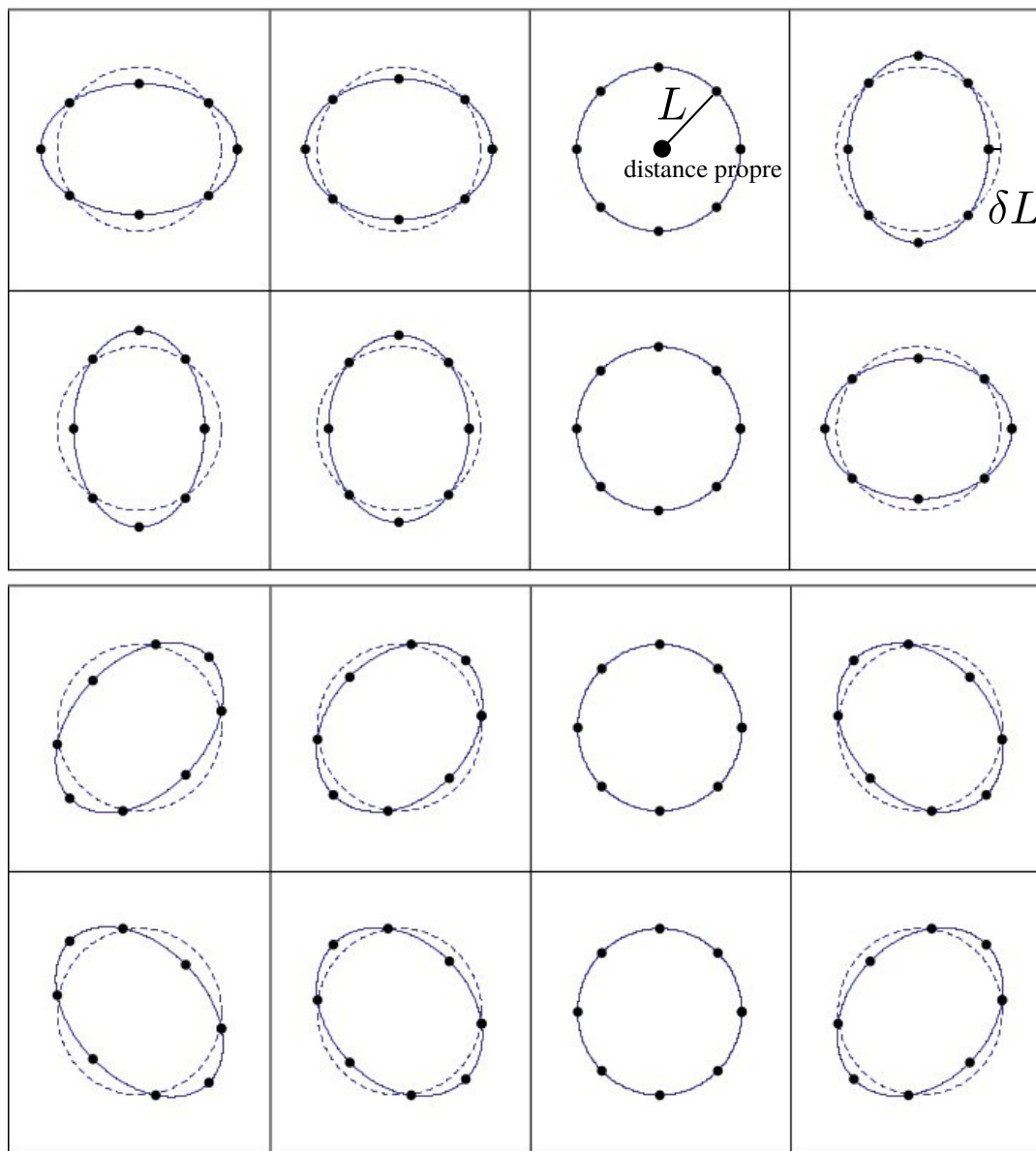
Une « bonne » source d'onde gravitationnelle doit :

- être dissymétrique
- posséder des grandes vitesses caractéristiques ($\sim c$)
- engendrer de forts champs gravitationnels ($\sim c^2$)
- être assez proche

événements astrophysiques violents et suffisamment fréquents

Cependant : événements non-cataclysmiques longs détectables

Action d'une onde gravitationnelle



polarisation (type d'action) h_+

polarisation h_\times

plan d'action

mouvement
 \Rightarrow énergie

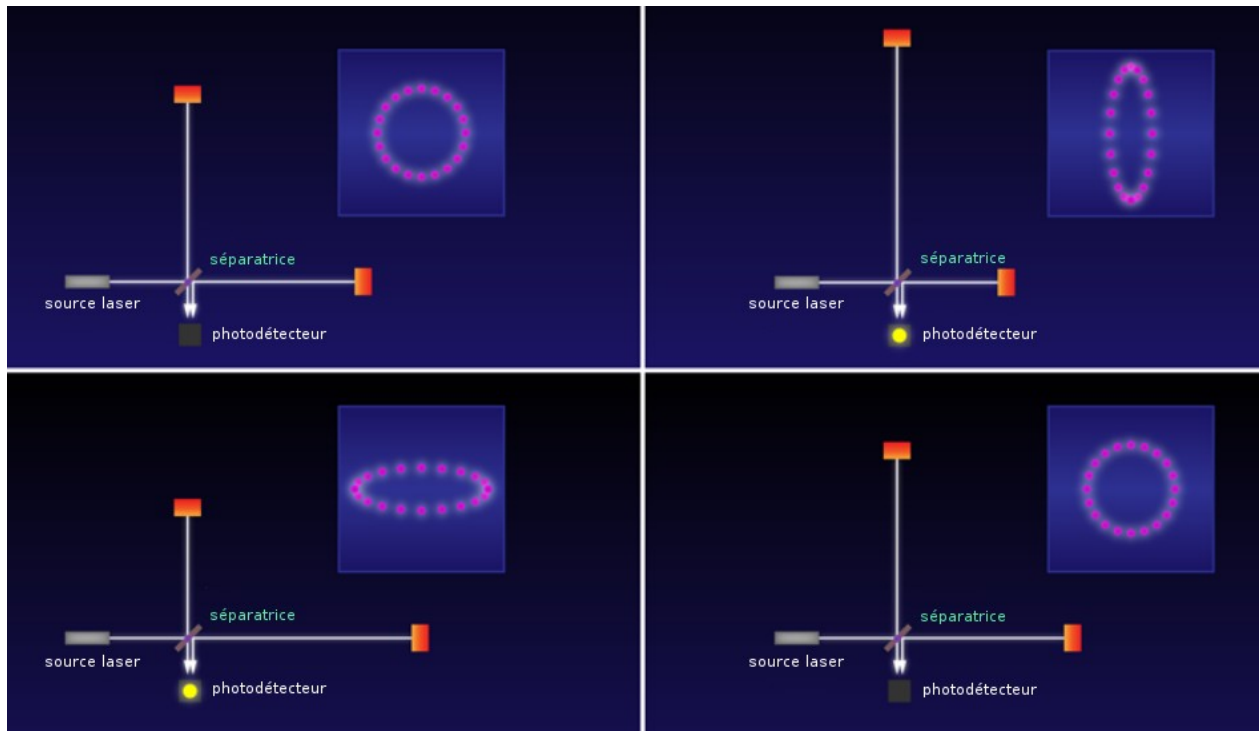
$$h \sim \frac{\delta L}{L}$$

généralement : signal = combinaison des 2 polarisations

provenance impossible à déterminer avec un seul détecteur

Méthodes de détection directe

- Barres de Weber
- Interféromètres de Michelson



Crédit: APS/Alan Stonebraker

déformation = combinaison de h_+ et h_\times

J. Weber (1919-2000)



Crédit: AIP, Emilio Segrè (Visual Archives)

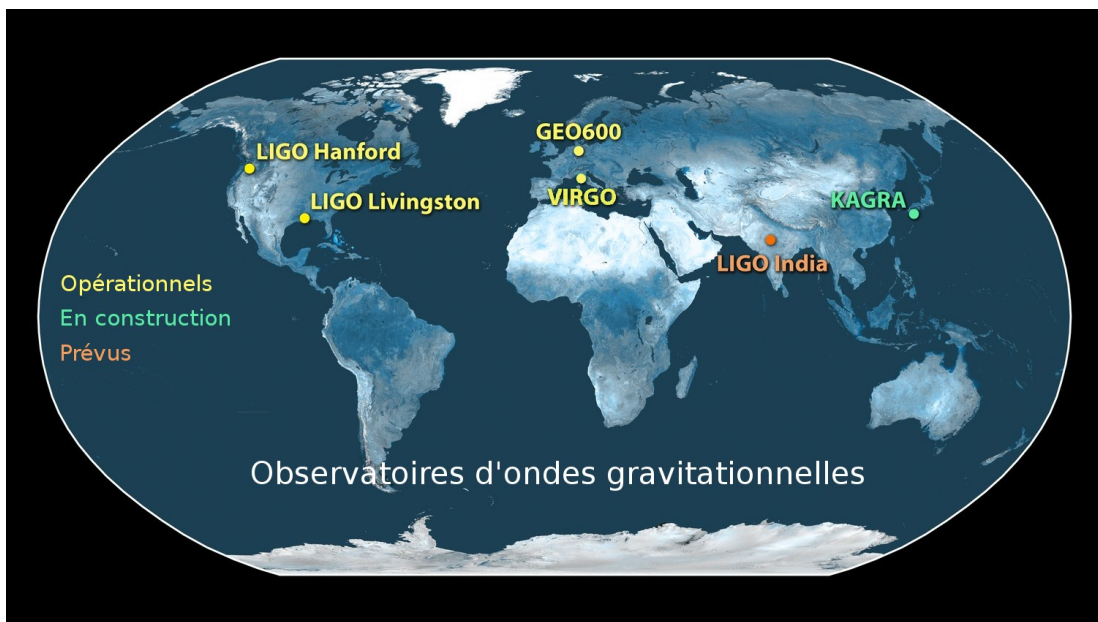
au mieux sur terre :

$$h \sim 10^{-21} \sim \frac{\delta L}{L}$$

nécessité d'un réseau
d'interféromètres
(analogie avec le son)

⇒

Détecteurs au sol actuels



Crédit: Caltech/MIT/LIGO Lab



Rainer Weiss
Kip Thorne
Ronald Drever



- 1992 : premier projet
- fin 90 : construction
- 2002-2010: LIGO initial
- 2015- : LIGO avancé



Crédit: Collaboration Virgo

Crédit: Observatoire de la Côte d'Azur, Gran Sasso Science Institute



Alain Brillet



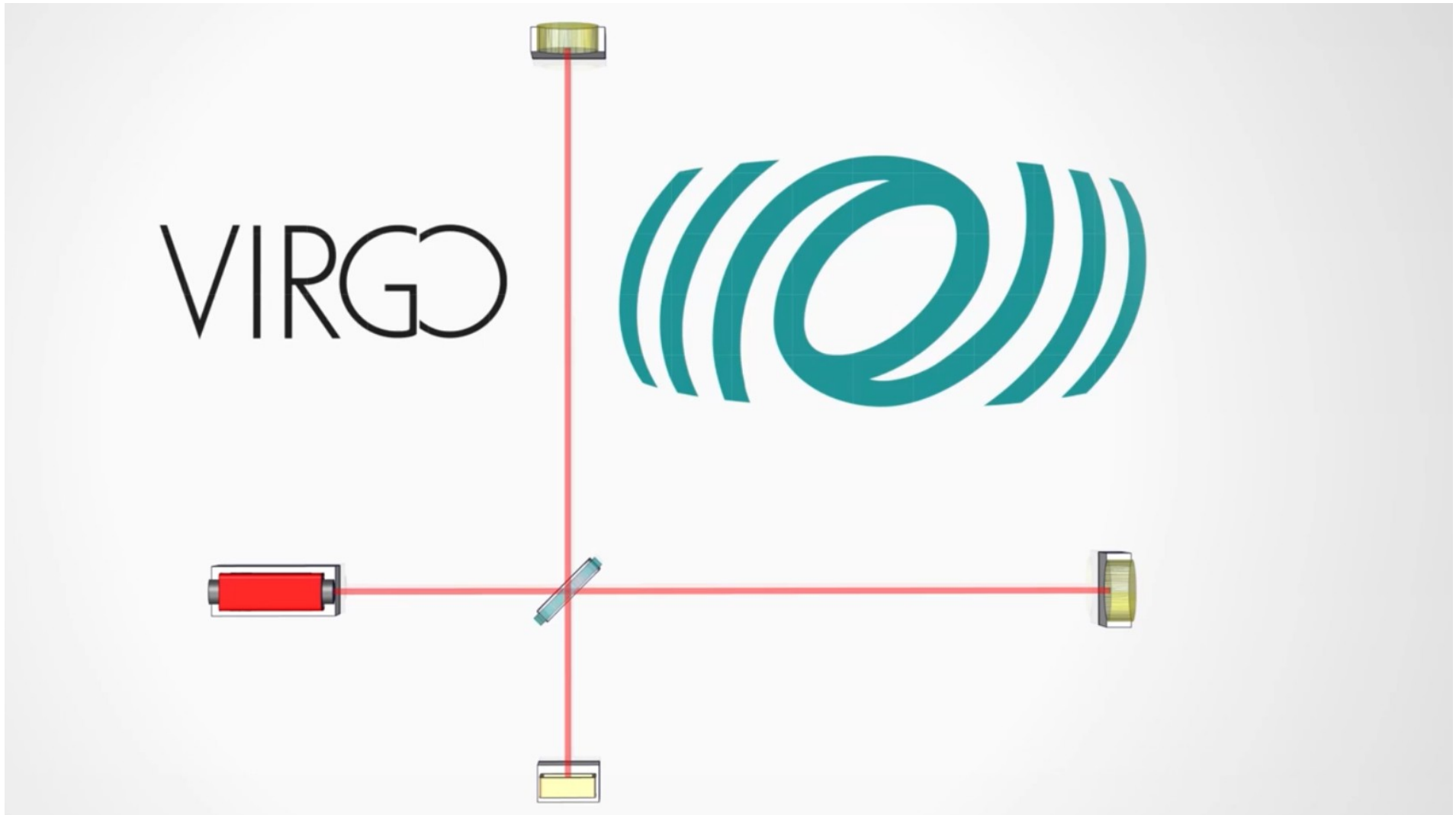
Adalberto Giazotto



- 1993 : premier projet
- 2000 : construction
- 2007-2011 : Virgo initial
- 2017 : Virgo avancé

Conception de Virgo

$$L = 3 \text{ km} \Rightarrow \delta L \sim 10^{-18} \text{ m} \sim \frac{\text{[atom icon]}}{1000}$$

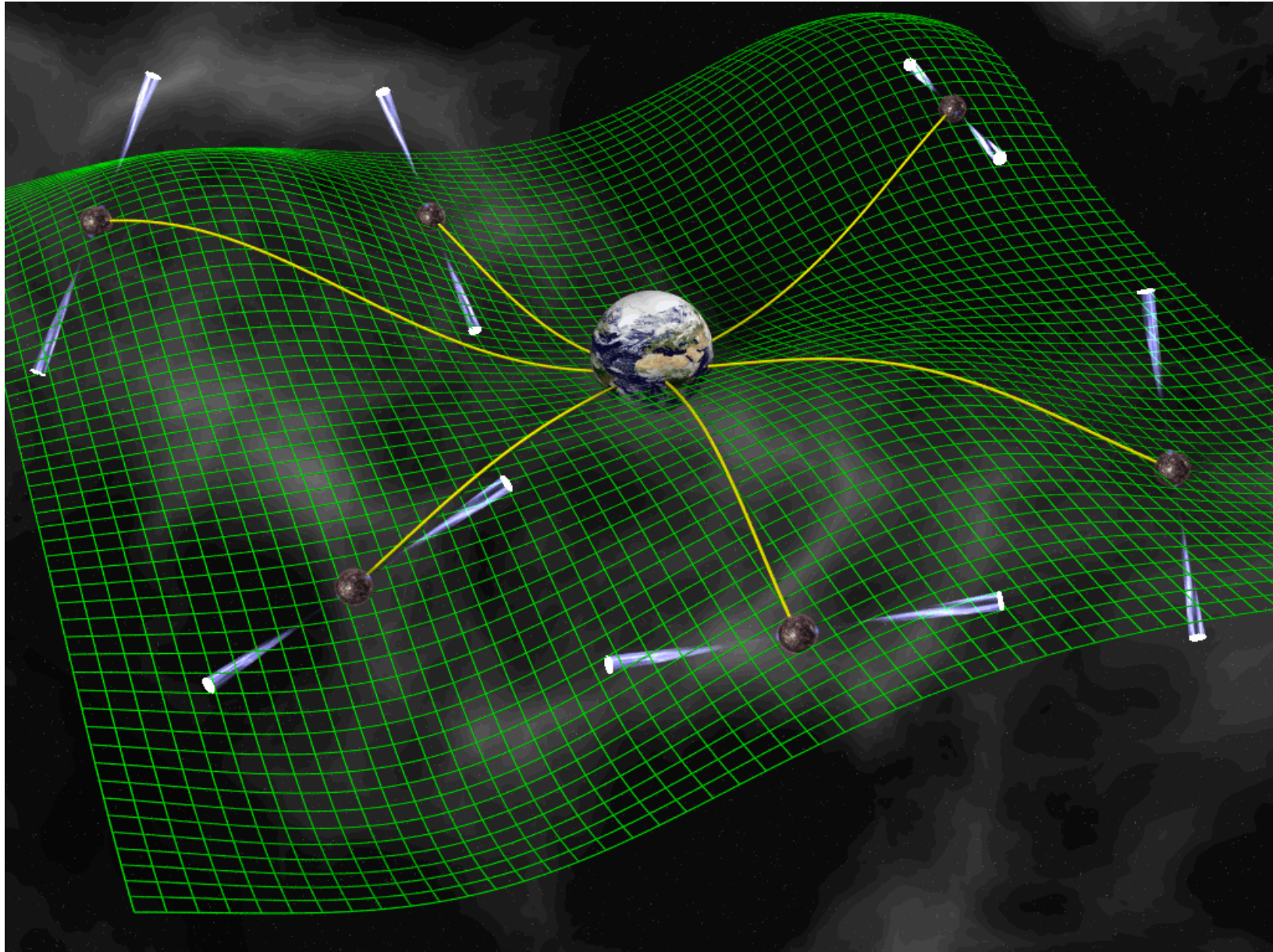


<https://www.youtube.com/watch?v=6raomYII9P4>, Marco Kraan, Nikhef

Des détecteurs naturels

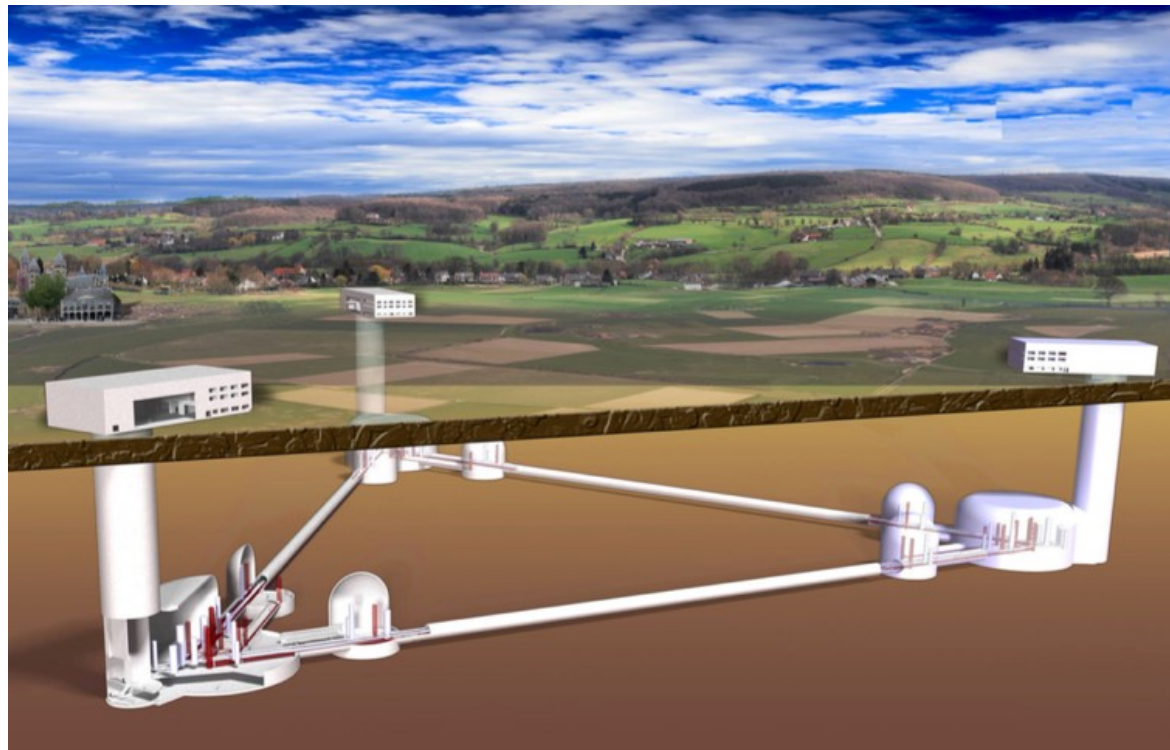
Observation par réseau de pulsars : PTA

Crédit: David J. Champion



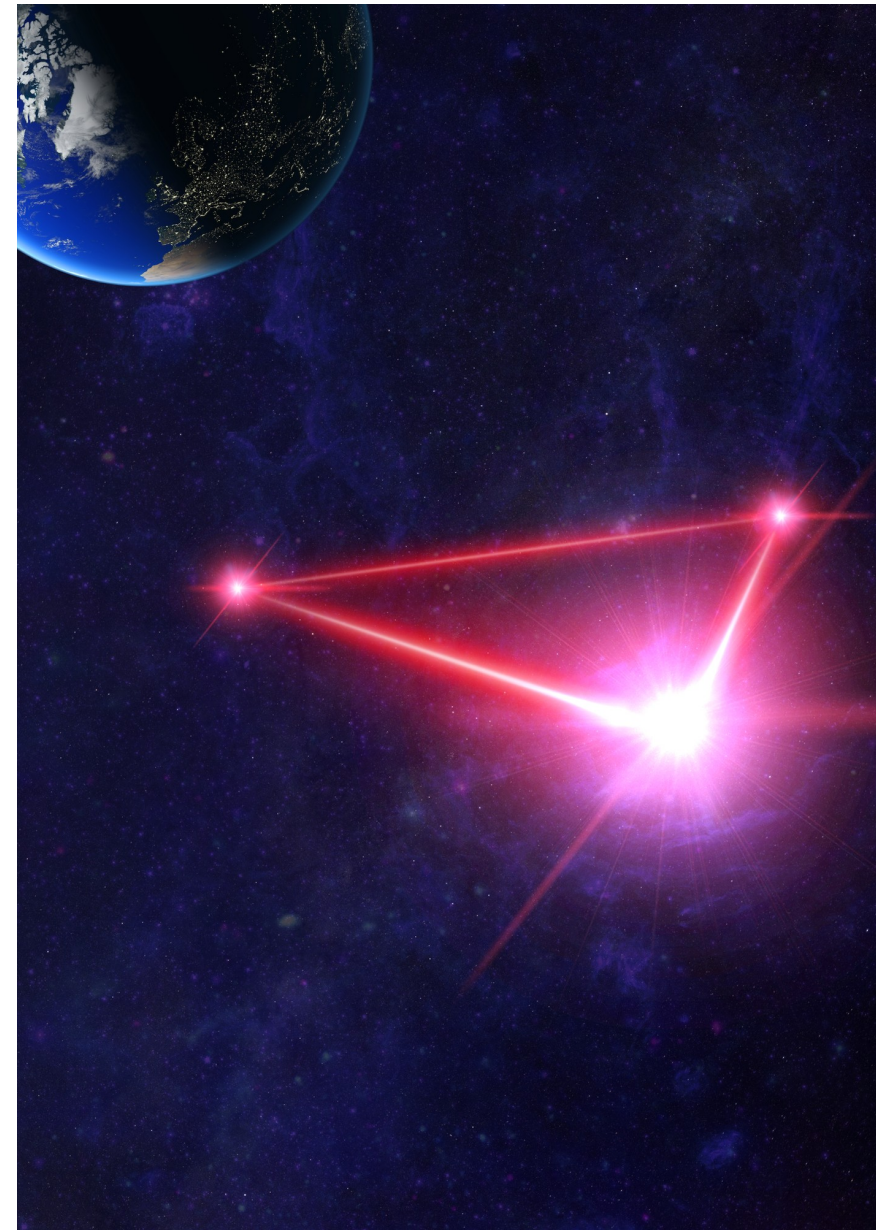
Les détecteurs du futur

Télescope Einstein



Crédit: Nikhef 2011

LISA (approuvé)



Crédit: LISA proposal in response to the ESA call (2017)

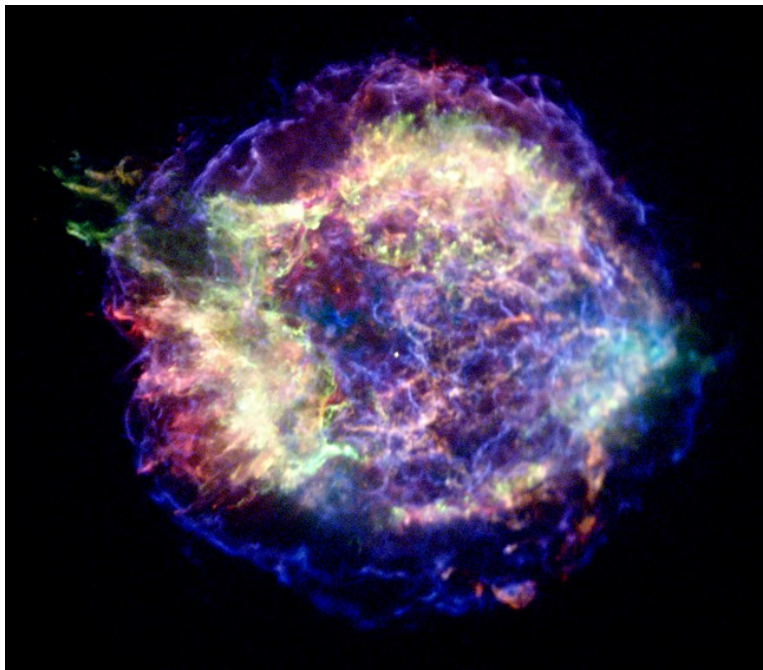


Les sources astrophysiques

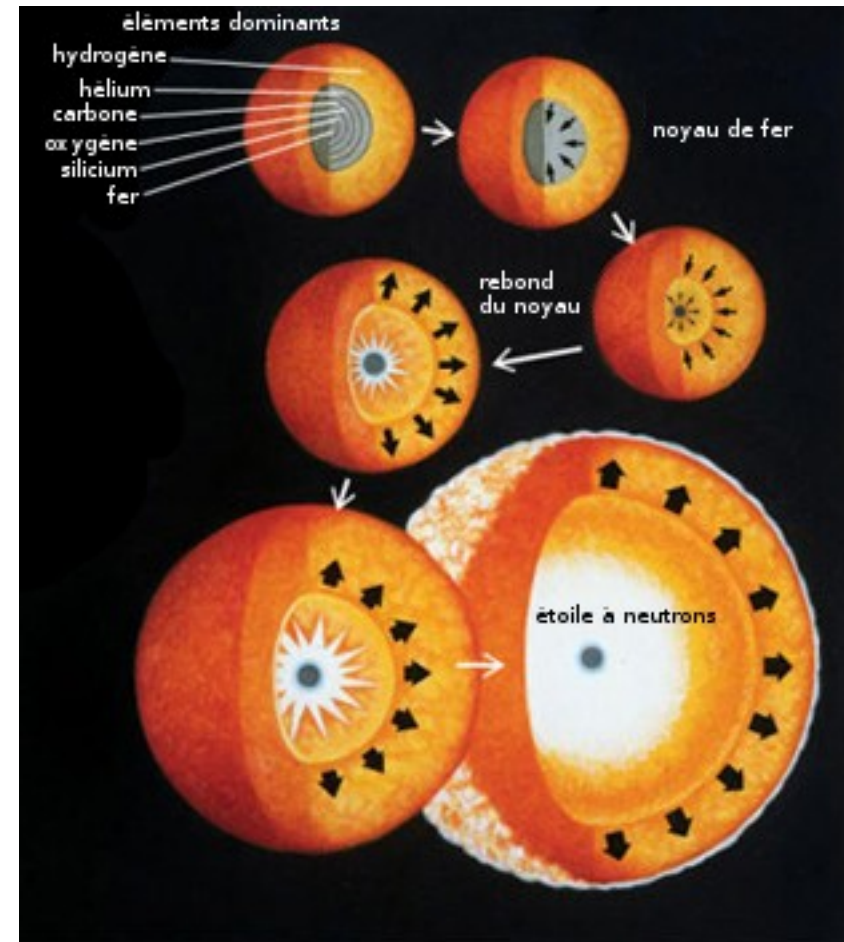
Supernovæ à effondrement de cœur

Effondrement d'une étoile qui a épuisé son combustible

Cassiopeée A



Crédit: NASA/JPL-Caltech, Oliver Krause *et al.*

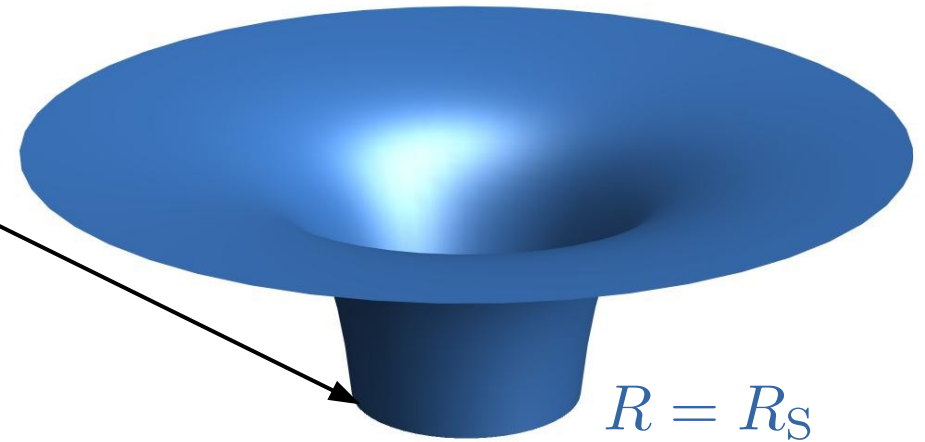


Crédit: Encyclopedia Britannica, James Merredith

Trou noir

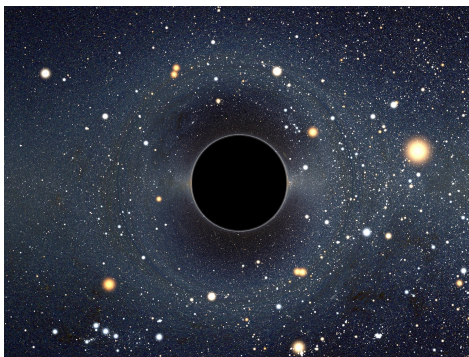
Objet où la gravitation est si intense que rien ne peut en sortir en-deçà d'une certaine distance au centre

$$R_{\text{Schwarzschild}} = \frac{2GM}{c^2}$$



- Autres propriétés

- invisibles (directement)
- dévient les trajectoires des corps passant à proximité
- dévient la lumière (comme une lentille)



Crédit: Alain Riazuelo

effets de
lentille



Crédit: Jean-Alain Mark

disque de gaz

Populations de trous noirs

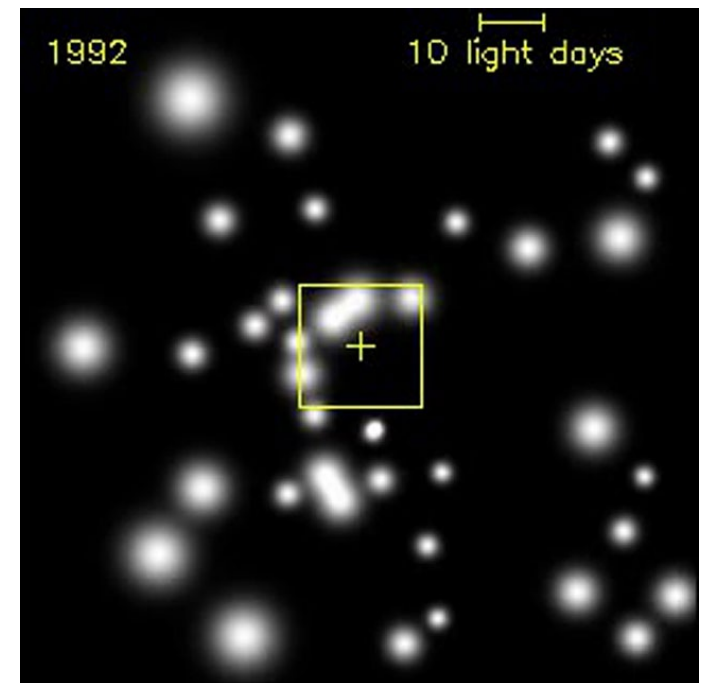
- Trous noirs stellaires

- formés à l'issue d'un effondrement d'étoile massive
- de cinq à quelques dizaines de fois la masse du soleil (M_{\odot})
- ~ 25 de connus avant LIGO/Virgo
 - ↳ Cygnus X-1 détecté en 1965

- Trous noirs supermassifs

- se situent au centre des galaxies
- croissent par collisions
- entre $10^4 M_{\odot}$ et $10^{10} M_{\odot}$
- des centaines de connus

Sgr A*



Crédit: ESO

- Trous noirs de masse intermédiaire ?

Étoile à neutrons

Étoile si dense que les atomes ne peuvent y exister et essentiellement constituée d'un fluide de neutrons

- Formation

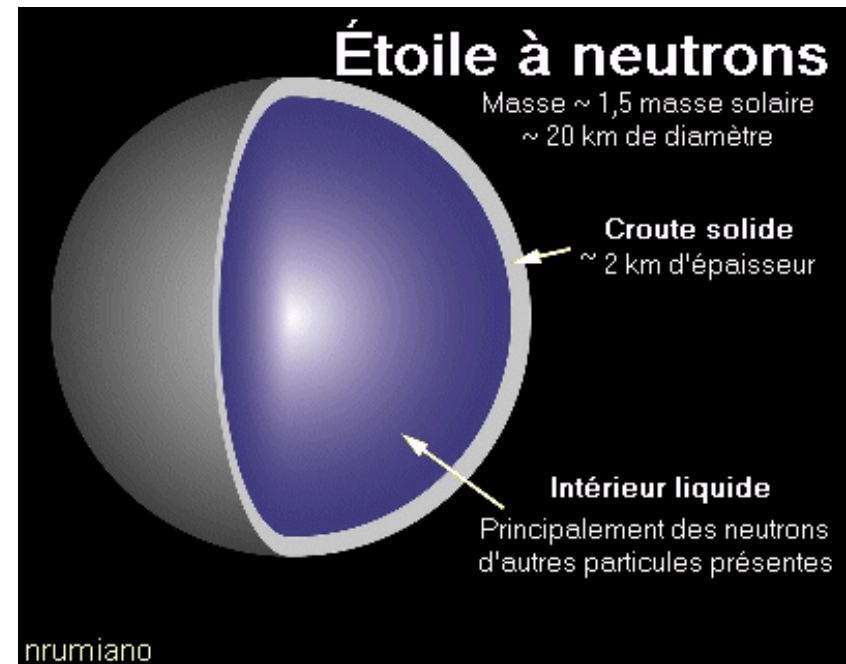
↪ à l'issue de l'effondrement d'une étoile de plus de $10M_{\odot}$

$$R \sim \frac{1}{0,2} \frac{R_S}{2}$$

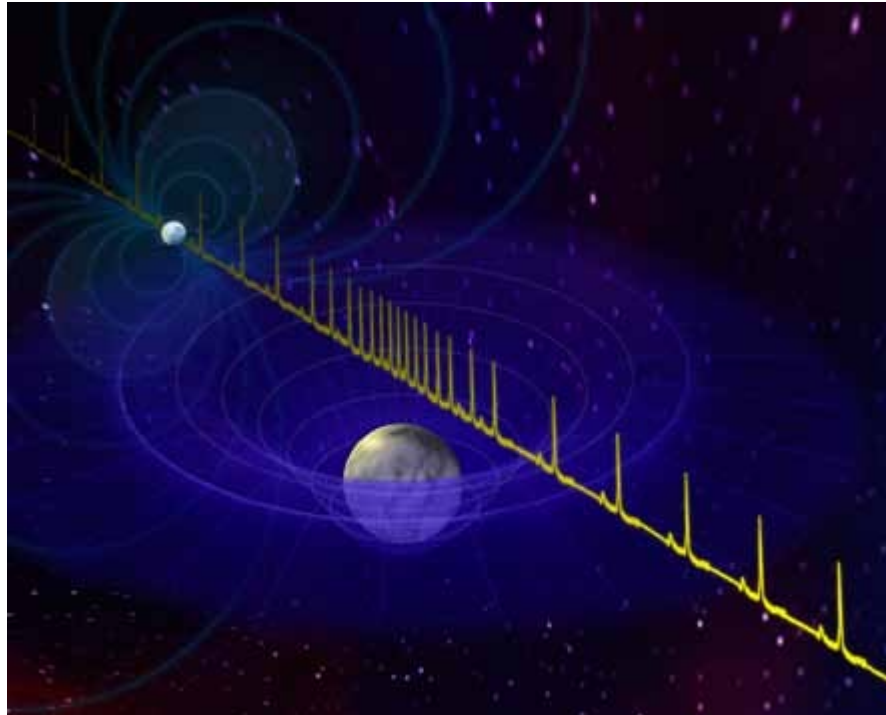
étoiles à neutrons et trous noirs
= objets compacts

- Caractéristiques

- taille : **10 km de rayon**
- masse : entre 1,4 et $3M_{\odot}$!!
- champ magnétique : intense (dizaine de milliards de teslas)

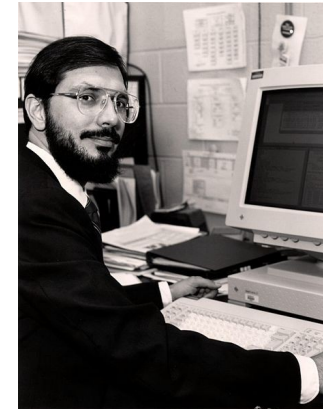


Pulsar binaire d'Hulse et Taylor



PSR B1913+16 (1974)

R. Hulse



Crédit: Energy.gov

J. Taylor



Crédit: AIP Emilio Segrè (Visual Archives)



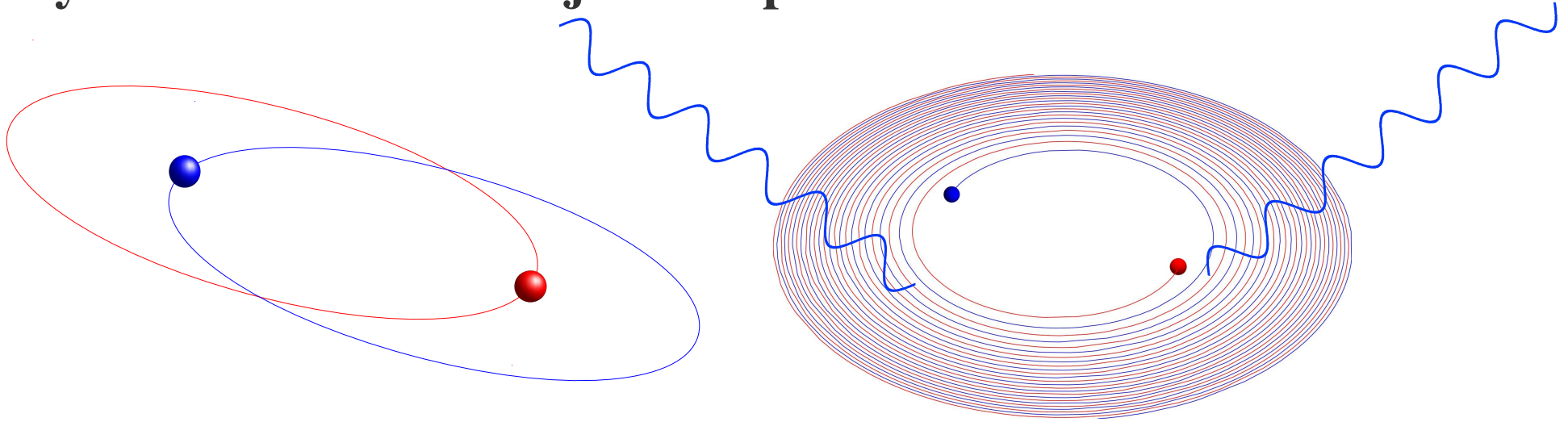
prix Nobel 1993

- période du pulsar : 59 ms
- période orbitale : 7h45
- variation de la période par s : $-2,423 \times 10^{-12}$

décroissance de la période par émission d'ondes gravitationnelles

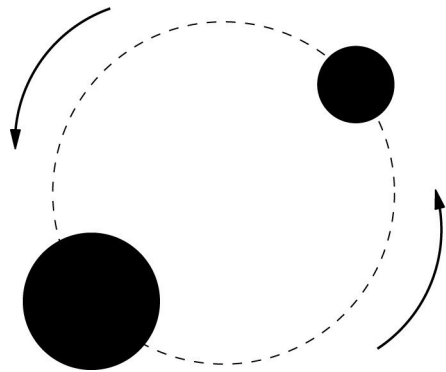
↪ relativité générale confirmée à 0,2 %

Systèmes binaires d'objets compacts

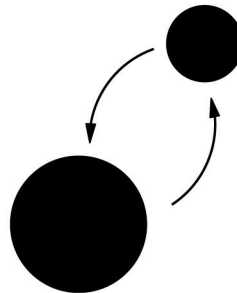


orbites liées

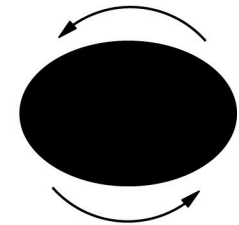
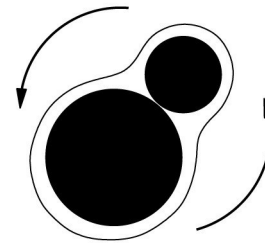
rayonnement gravitationnel : orbites circularisées



phase spiralante



fusionnement



vibration

Crédit: Andrea Taracchini

Quelques ordres de grandeur

- Fréquence caractéristique : $f_c \sim 4,40 \times 10^3 (m/M_\odot)^{-1} \text{Hz}$

- Rapport longueur d'onde/taille du système: $\frac{\lambda_c}{r_c} \sim 8$

- Fraction d'énergie rayonnée : $\Delta E / (mc^2) = 3\%$

- **Luminosité caractéristique :** $\mathcal{F}_c \sim 1,87 \times 10^{48} (4\nu)^2 \text{W}$

à comparer à la puissance électrique mondiale produite

(moyennée sur 1 an) :

$$2,3 \times 10^{12} \text{W}$$

Modélisation du signal

- Phase spiralante

résolution analytique approchée des équations d'Einstein

↔ contribution importante de l'école française

Thibault Damour



Crédit: John Foley/opale

Luc Blanchet



calcul des perturbations de l'espace-temps plat mené en raffinant de façon itérative

$$\text{perturbation} \sim \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{31}{64}(n_{12}v_2v_1^4) + \frac{23}{16}(a_1v_1)(v_1v_2)v_2^2 + v_1^2 \left[-\frac{9}{32}(a_1v_2)(n_{12}v_2)^2 \right. \\
& + \left. \frac{9}{32}(a_1n_{12})(n_{12}v_2)^3 + \frac{7}{2}(a_2v_2)(v_1v_2) + \frac{23}{32}(a_1v_2)v_2^2 - \frac{23}{32}(a_1n_{12})(n_{12}v_2)v_2^2 \right] \Big\} \\
& + (a_2v_1) \left\{ \frac{13}{64}(n_{12}v_1)^5 + \frac{11}{64}(n_{12}v_1)^4(n_{12}v_2) + 2(n_{12}v_2)(v_1v_2)v_1^2 \right. \\
& + (n_{12}v_1)^2 \left[-(n_{12}v_2)(v_1v_2) - \frac{13}{32}(n_{12}v_2)v_1^2 \right] + \frac{49}{64}(n_{12}v_2)v_1^4 \\
& + (n_{12}v_1)^3 \left[\frac{1}{4}(n_{12}v_2)^2 - \frac{1}{16}(v_1v_2) - \frac{77}{96}v_1^2 - \frac{1}{3}v_2^2 \right] + (n_{12}v_1) \left[\frac{3}{2}(v_1v_2)^2 + \frac{123}{64}v_1^4 \right. \\
& + \left. v_1^2 \left(-\frac{1}{2}(n_{12}v_2)^2 - \frac{3}{16}(v_1v_2) + \frac{7}{4}v_2^2 \right) \right] \Big\} + \frac{1}{r_{12}} \left\{ -\frac{17}{32}(v_1v_2)^4 + \frac{75}{128}v_1^8 \right. \\
& + v_1^4 \left[-\frac{11}{32}(n_{12}v_2)^2 - \frac{5}{4}(v_1v_2) + \frac{5}{8}v_2^2 \right] + (n_{12}v_1)^5 \left[\frac{35}{128}(n_{12}v_2)^3 - \frac{75}{128}(n_{12}v_2)v_2^2 \right] \\
& + (n_{12}v_1)^4 \left[-\frac{35}{256}(n_{12}v_2)^4 - \frac{75}{128}(n_{12}v_2)^2(v_1v_2) + \frac{75}{128}(v_1v_2)v_2^2 \right] \\
& + v_1^2 \left[\frac{37}{16}(n_{12}v_2)^2(v_1v_2)^2 + \frac{51}{32}(v_1v_2)^3 - \frac{7}{4}(v_1v_2)^2v_2^2 \right] \\
& + (n_{12}v_1)^3 \left[\frac{15}{16}(n_{12}v_2)^3(v_1v_2) + \frac{39}{32}(n_{12}v_2)(v_1v_2)^2 + v_1^2 \left(-\frac{55}{64}(n_{12}v_2)^3 \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{99}{64}(n_{12}v_2)v_2^2 \right) \right] + (n_{12}v_1)^2 \left[-\frac{57}{32}(n_{12}v_2)^2(v_1v_2)^2 - \frac{29}{32}(v_1v_2)^3 \right. \\
& + \left. v_1^2 \left(\frac{45}{64}(n_{12}v_2)^4 + (n_{12}v_2)^2 \left(\frac{99}{64}(v_1v_2) - \frac{3}{4}v_2^2 \right) - \frac{99}{64}(v_1v_2)v_2^2 \right) \right] \\
& + (n_{12}v_1) \left[\frac{11}{8}(n_{12}v_2)(v_1v_2)^3 + v_1^4 \left(\frac{93}{128}(n_{12}v_2)^3 - \frac{185}{128}(n_{12}v_2)v_2^2 \right) \right. \\
& + \left. v_1^2 \left(-\frac{21}{8}(n_{12}v_2)^3(v_1v_2) + (n_{12}v_2) \left(-\frac{73}{32}(v_1v_2)^2 + \frac{19}{8}(v_1v_2)v_2^2 \right) \right) \right] \\
& + v_1^4 \left[-\frac{15}{128}(n_{12}v_2)^4 + \frac{3}{4}(v_1v_2)^2 + (n_{12}v_2)^2 \left(\frac{3}{128}(v_1v_2) + \frac{23}{64}v_2^2 \right) - \frac{7}{128}(v_1v_2)v_2^2 \right. \\
& + \left. \left. \frac{3}{256}v_2^4 \right] \right] + 1 \leftrightarrow 2, \tag{5.6b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{4PN}^{(2)} = & m_1^2 m_2 \left[\frac{1}{r_{12}} \left\{ \left[-\frac{4247}{960}(a_1n_{12}) - \frac{2}{3}(a_2n_{12}) \right] (n_{12}v_1)^4 + (n_{12}v_1)^3 \left[-\frac{29}{12}(a_2v_1) \right. \right. \right. \\
& - \left. \frac{4501}{480}(a_1v_2) + \frac{51}{8}(a_2v_2) + \frac{519}{80}(a_1n_{12})(n_{12}v_2) - \frac{25}{6}(a_2n_{12})(n_{12}v_2) \right] \\
& - \frac{367}{10}(a_2v_2)(n_{12}v_2)(v_1v_2) + \left[-\frac{13129}{480}(a_1v_2)(n_{12}v_2) + \frac{437}{30}(a_2v_2)(n_{12}v_2) \right] v_1^2 \\
& + (a_1v_2) \left[\frac{8653}{480}(n_{12}v_2)^3 + (n_{12}v_2) \left(\frac{8291}{240}(v_1v_2) - \frac{6669}{160}v_2^2 \right) \right] + (a_2v_1) \left[\frac{42}{5}(n_{12}v_2)^3 \right. \\
& - \left. \frac{107}{12}(n_{12}v_2)v_1^2 + (n_{12}v_2) \left(\frac{112}{15}(v_1v_2) - \frac{367}{20}v_2^2 \right) \right] + (a_2n_{12}) \left[\frac{126}{5}(n_{12}v_2)^2(v_1v_2) \right. \\
& + \left. \frac{56}{15}(v_1v_2)^2 + \frac{19}{12}v_1^4 - \frac{367}{20}(v_1v_2)v_2^2 + v_1^2 \left(-\frac{47}{5}(n_{12}v_2)^2 - \frac{107}{12}(v_1v_2) + \frac{437}{60}v_2^2 \right) \right] \Big\}
\end{aligned}$$

084037-17

$$\begin{aligned}
& + (n_{12}v_1)^2 \left[\frac{1}{2}(a_2v_1)(n_{12}v_2) + \frac{10463}{480}(a_1v_2)(n_{12}v_2) - \frac{77}{15}(a_2v_2)(n_{12}v_2) \right. \\
& + (a_2n_{12}) \left(\frac{28}{5}(n_{12}v_2)^2 + \frac{1}{2}(v_1v_2) - \frac{89}{12}v_1^2 - \frac{77}{30}v_2^2 \right) + (a_1n_{12}) \left(-\frac{9661}{480}(n_{12}v_2)^2 \right. \\
& - \frac{94}{15}(v_1v_2) + \frac{3017}{240}v_1^2 + \frac{2177}{240}v_2^2 \Big) + (a_1v_1) \left[\frac{2507}{160}(n_{12}v_1)^3 - \frac{16183}{480}(n_{12}v_1)^2(n_{12}v_2) \right. \\
& - \frac{2543}{160}(n_{12}v_2)^3 + \frac{16589}{480}(n_{12}v_2)v_1^2 + (n_{12}v_1) \left(\frac{6261}{160}(n_{12}v_2)^2 + \frac{5213}{80}(v_1v_2) \right. \\
& - \left. \frac{16429}{480}v_1^2 - \frac{5113}{160}v_2^2 \right) + (n_{12}v_2) \left(-\frac{13129}{240}(v_1v_2) + \frac{18191}{480}v_2^2 \right) \Big] \\
& + (n_{12}v_1) \left[\left(\frac{7063}{160}(a_1v_2) - \frac{583}{24}(a_2v_2) \right) v_1^2 + (a_1n_{12}) \left(\frac{2233}{240}(n_{12}v_2)^3 - \frac{489}{40}(n_{12}v_2)v_1^2 \right. \right. \\
& + (n_{12}v_2) \left(\frac{37}{60}(v_1v_2) - \frac{56}{15}v_2^2 \right) \Big] + (a_2v_2) \left(\frac{127}{10}(n_{12}v_2)^2 + \frac{329}{30}(v_1v_2) - \frac{83}{5}v_2^2 \right) \\
& + (a_2v_1) \left(-\frac{77}{15}(n_{12}v_2)^2 + \frac{1}{4}(v_1v_2) + \frac{299}{12}v_1^2 + \frac{329}{60}v_2^2 \right) + (a_1v_2) \left(-\frac{13807}{480}(n_{12}v_2)^2 \right. \\
& - \frac{4469}{240}(v_1v_2) + \frac{9511}{480}v_2^2 \Big) + (a_2n_{12}) \left(-\frac{184}{15}(n_{12}v_2)^3 + \frac{55}{3}(n_{12}v_2)v_1^2 \right. \\
& + (n_{12}v_2) \left(-\frac{154}{15}(v_1v_2) + \frac{127}{10}v_2^2 \right) \Big] + (a_1n_{12}) \left[-\frac{1811}{960}(n_{12}v_2)^4 + \frac{1341}{80}(v_1v_2)^2 \right. \\
& + \frac{9143}{960}v_1^4 + (n_{12}v_2)^2 \left(\frac{31}{10}(v_1v_2) - \frac{3}{5}v_2^2 \right) - \frac{4277}{240}(v_1v_2)v_2^2 + v_1^2 \left(\frac{109}{30}(n_{12}v_2)^2 \right. \\
& - \frac{1213}{240}(v_1v_2) + \frac{1363}{480}v_2^2 \Big) + \frac{1603}{320}v_2^2 \Big] + \frac{1}{r_{12}} \left\{ \frac{11}{40}(n_{12}v_1)^6 + \frac{109}{40}(n_{12}v_1)^5(n_{12}v_2) \right. \\
& + \frac{110}{3}(n_{12}v_2)^4(v_1v_2) - \frac{527}{120}(v_1v_2)^3 + \frac{33}{16}v_1^6 + (n_{12}v_1)^4 \left[10(n_{12}v_2)^2 + \frac{105}{16}(v_1v_2) \right. \\
& - \left. \frac{727}{48}v_1^2 - \frac{65}{6}v_2^2 \right] + v_1^4 \left[\frac{37}{3}(n_{12}v_2)^2 + \frac{175}{16}(v_1v_2) - \frac{287}{48}v_2^2 \right] - \frac{649}{60}(v_1v_2)^2v_2^2 \\
& + (n_{12}v_1)^3 \left[-\frac{237}{10}(n_{12}v_2)^3 + \frac{541}{12}(n_{12}v_2)v_1^2 + (n_{12}v_2) \left(-\frac{91}{6}(v_1v_2) + \frac{1691}{60}v_2^2 \right) \right] \\
& + (n_{12}v_1) \left[-\frac{92}{5}(n_{12}v_2)^5 - \frac{207}{8}(n_{12}v_2)v_1^4 + v_1^2 \left(\frac{794}{15}(n_{12}v_2)^3 + (n_{12}v_2) \left(\frac{617}{6}(v_1v_2) \right. \right. \right. \\
& - \left. \left. \frac{2513}{40}v_2^2 \right) \right) + (n_{12}v_2)^3 \left(-\frac{1052}{15}(v_1v_2) + \frac{113}{3}v_2^2 \right) + (n_{12}v_2) \left(-\frac{1109}{60}(v_1v_2)^2 \right. \\
& + \frac{1144}{15}(v_1v_2)v_2^2 - \frac{171}{8}v_2^2 \Big) + v_1^2 \left[-\frac{78}{5}(n_{12}v_2)^4 - \frac{293}{24}(v_1v_2)^2 + \frac{2959}{240}(v_1v_2)v_2^2 \right. \\
& + (n_{12}v_2)^2 \left(-\frac{623}{15}(v_1v_2) + \frac{1819}{60}v_2^2 \right) - \frac{1169}{240}v_2^4 \Big] + (n_{12}v_2)^2 \left[\frac{189}{5}(v_1v_2)^2 \right. \\
& - \frac{273}{4}(v_1v_2)v_2^2 + \frac{3}{16}v_2^4 \Big] + \frac{75}{8}(v_1v_2)v_2^4 + (n_{12}v_1)^2 \left[\frac{148}{5}(n_{12}v_2)^4 - \frac{3}{2}(v_1v_2)^2 \right. \\
& + \frac{231}{16}v_1^4 + (n_{12}v_2)^2 \left(\frac{2063}{60}(v_1v_2) - \frac{1253}{30}v_2^2 \right) - \frac{3503}{240}(v_1v_2)v_2^2 + v_1^2 \left(-\frac{883}{12}(n_{12}v_2)^2 \right. \\
& - \left. \frac{1009}{16}(v_1v_2) + \frac{1693}{48}v_2^2 \right) + \frac{989}{120}v_2^4 \Big] + \frac{115}{32}v_2^6 \Big] + 1 \leftrightarrow 2, \tag{5.6c}
\end{aligned}$$

084037-18

premières corrections : théorie de Newton

deuxièmes corrections : $(v/c)^2$

...

cinquième degré de correction : $(v/c)^8$

↑
très haute précision

→ ordre 1 post-newtonien

→ ordre 4 post-newtonien

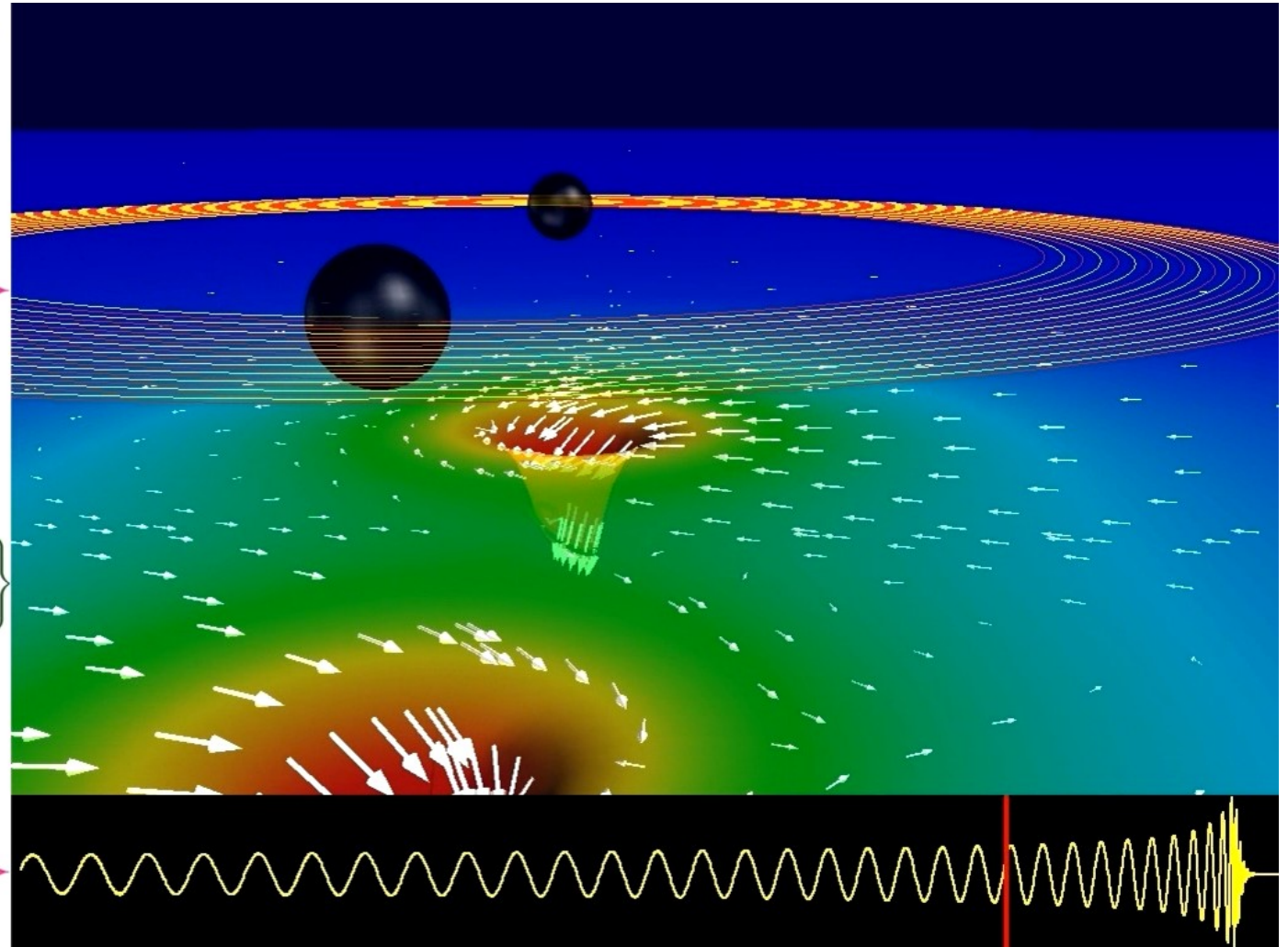
• Relativité numérique

Binary Black Hole Evolution:
Caltech/Cornell Computer Simulation

Top: 3D view of Black Holes
and Orbital Trajectory

Middle: Spacetime curvature:
Depth: Curvature of space
Colors: Rate of flow of time
Arrows: Velocity of flow of space

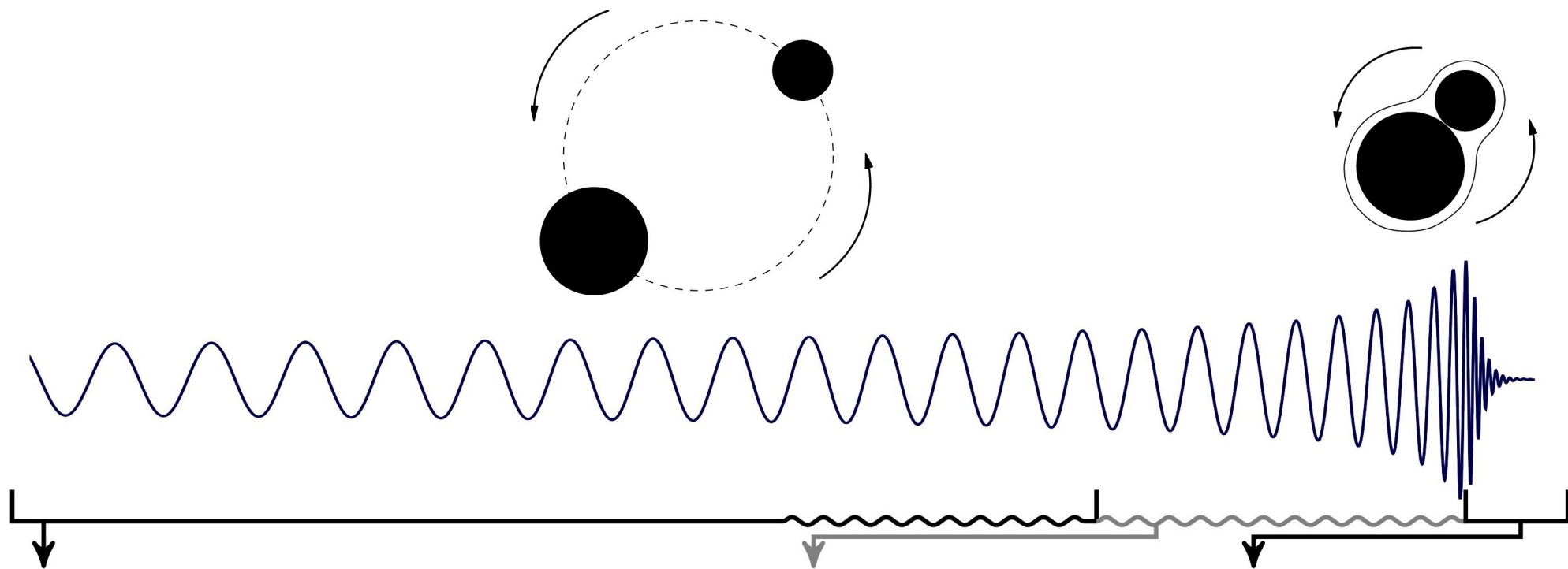
Bottom: Waveform
(red line shows current time)



Crédit: SXS/CITA/SciNet

- Calculs de perturbations de trous noirs : vibration
- Méthodes semi-analytiques synthétisant ces informations

Forme du signal



Phase spirale

Approximation post-newtonienne

Fusionnement

Pas de modèle analytique

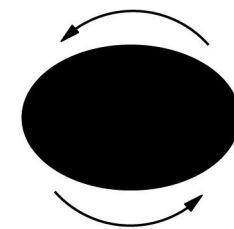
Relativité numérique

Vibration

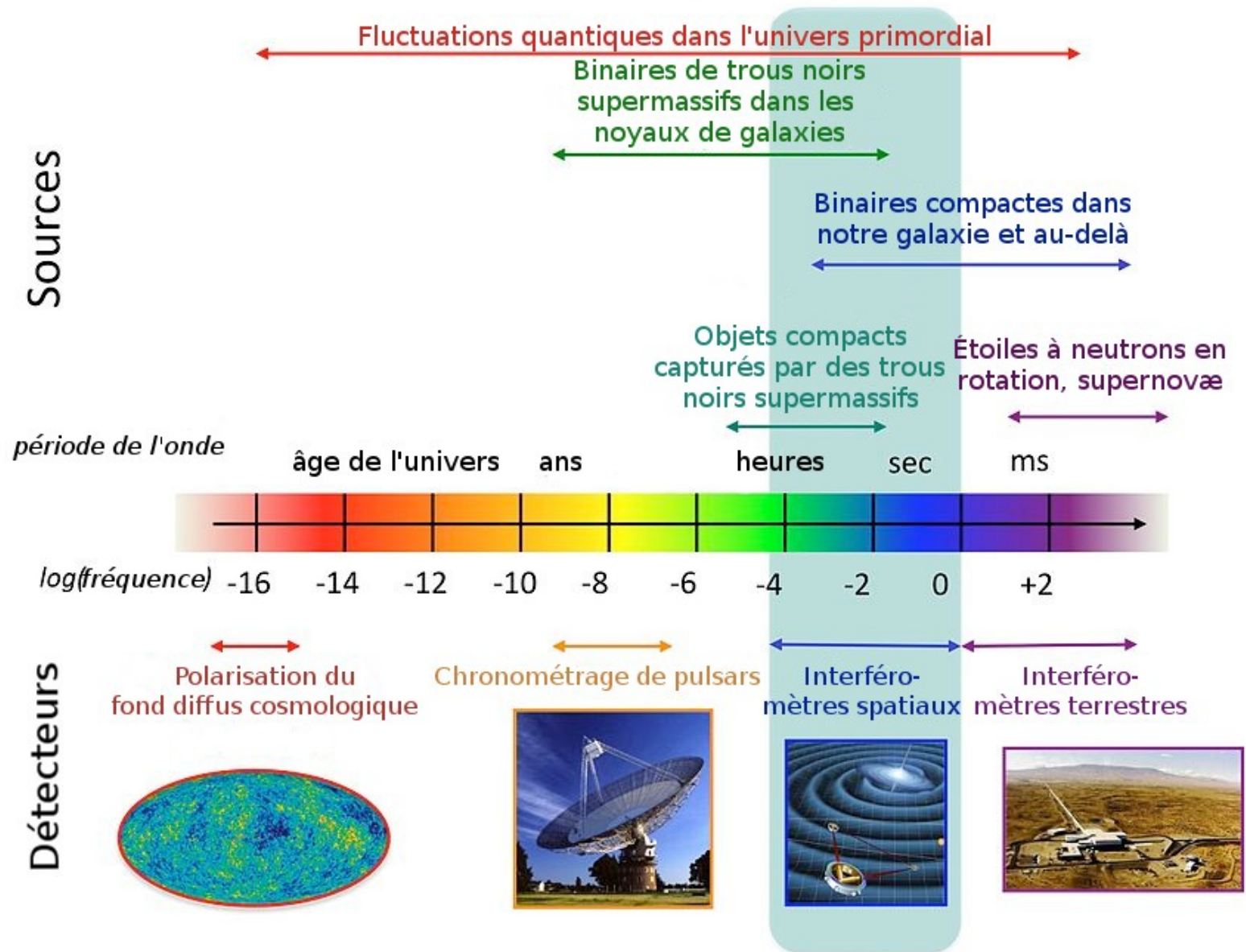
(Trou noir perturbé)

Crédit: Franck Ohme

signal de gazouillement



Spectre des ondes gravitationnelles

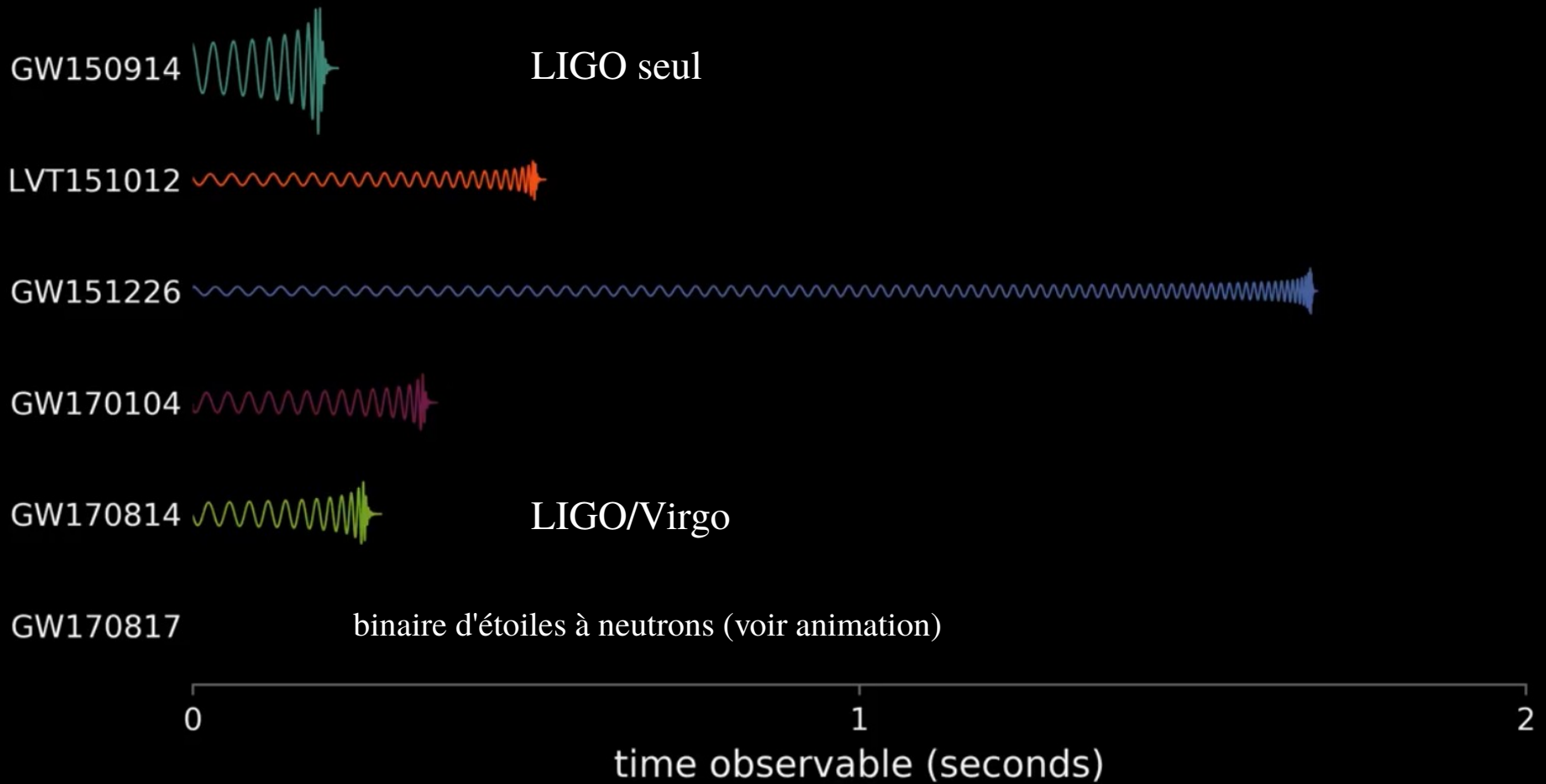


Crédit: NASA Goddard Flight Space Center



Les premières détections

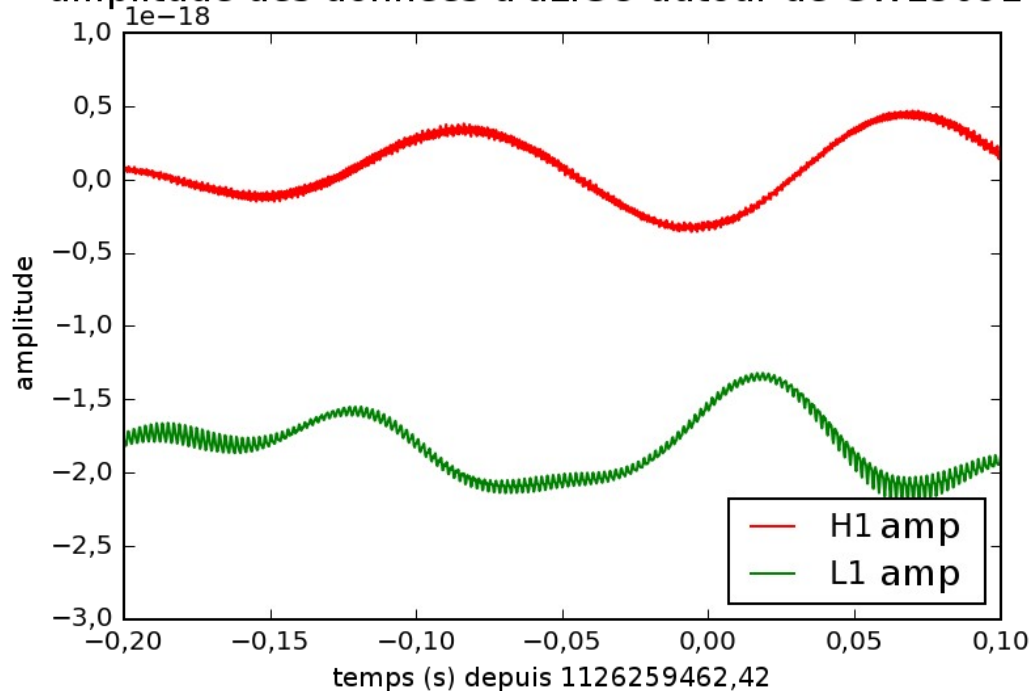
Premières détections directes



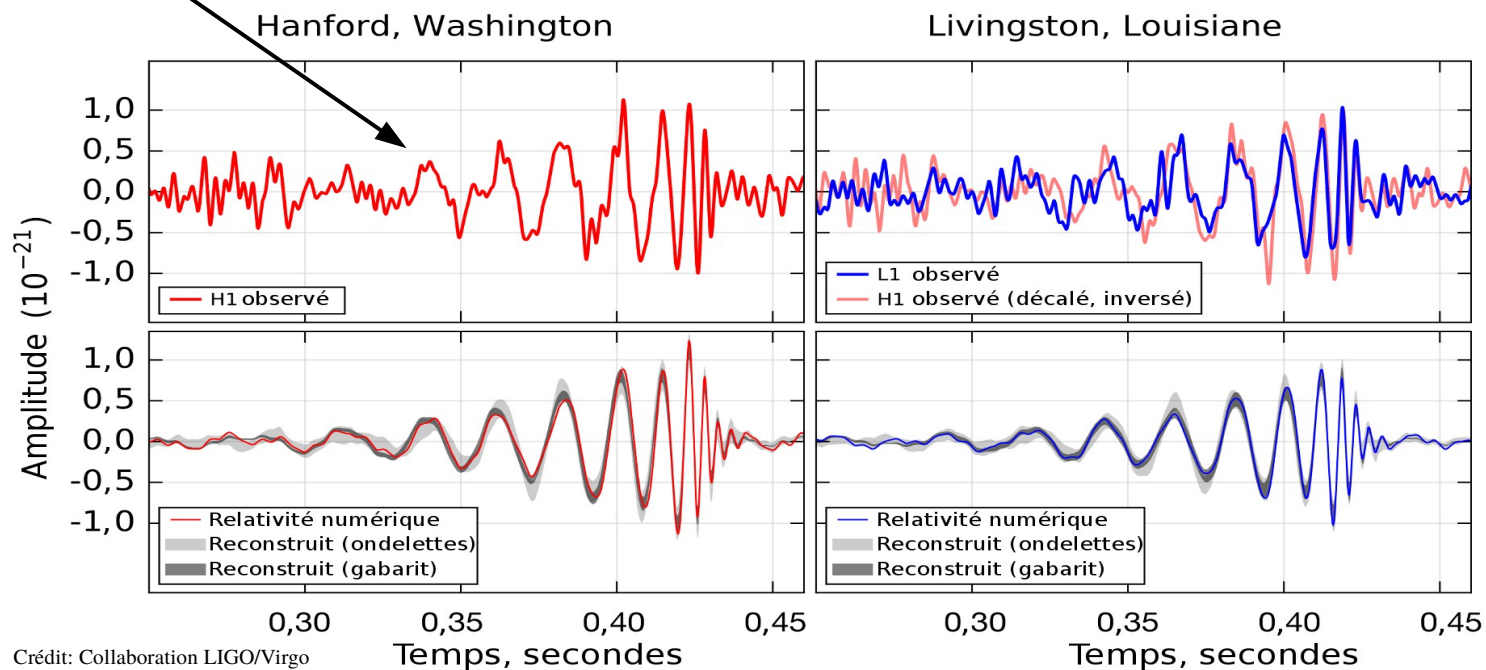
LIGO/University of Oregon/Ben Farr

Première détection de LIGO : GW150914

amplitude des données d'aLIGO autour de GW150914



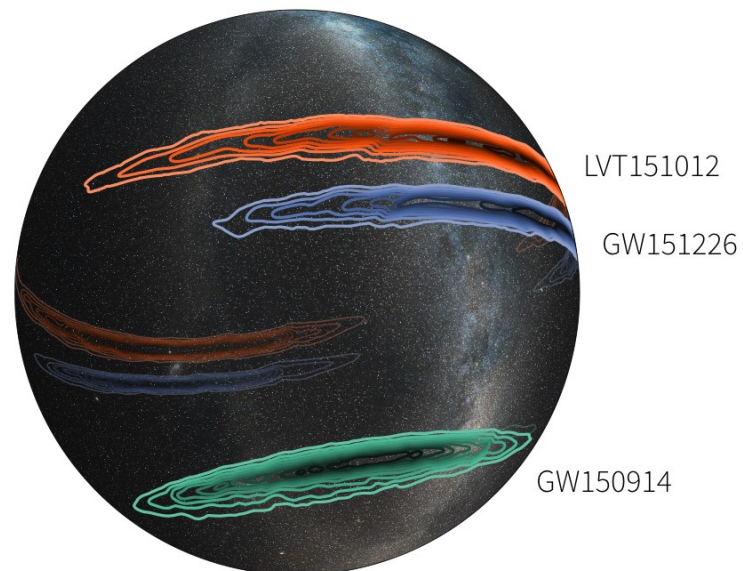
signal de ga-
zouillement



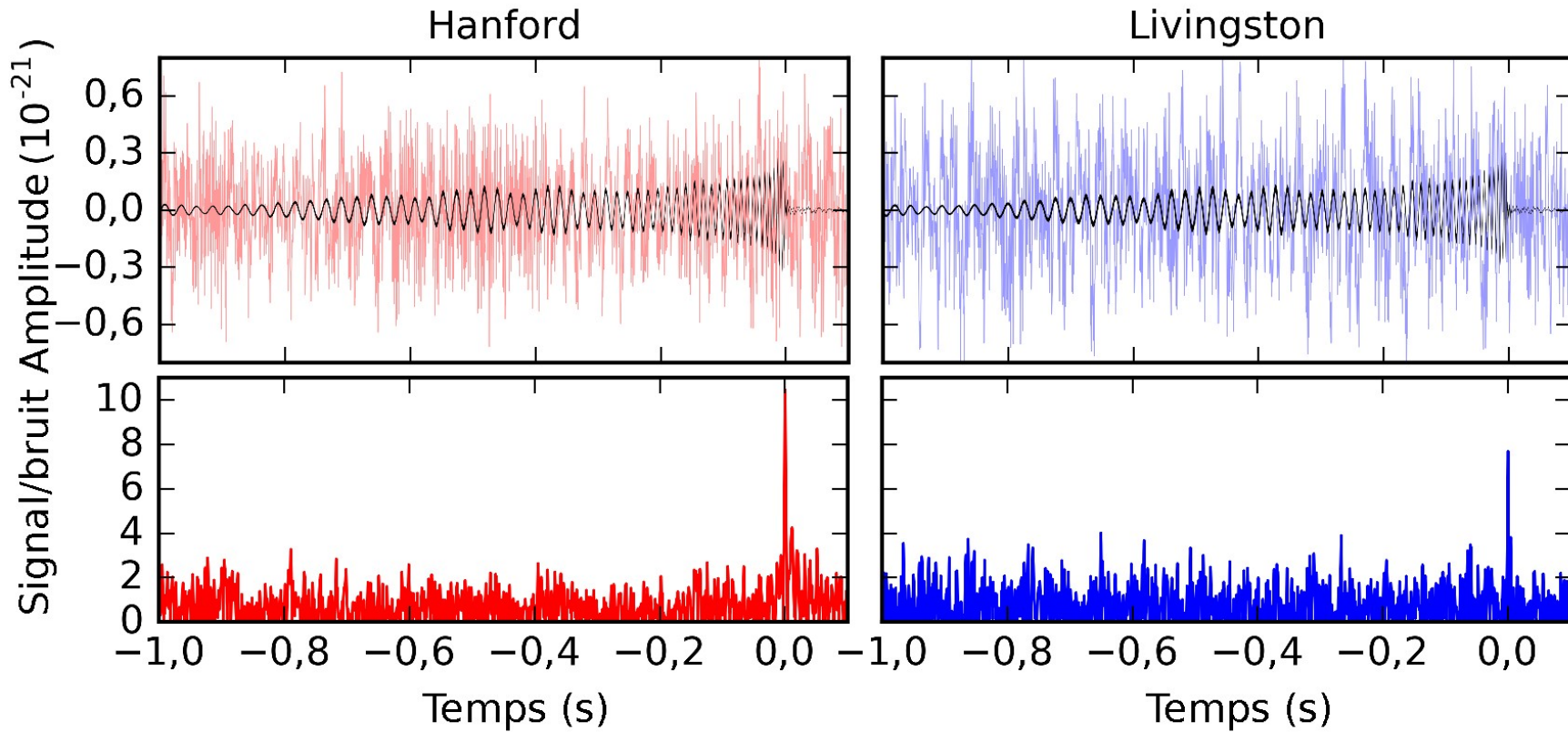
Principaux paramètres

masse du trou noir 1	$36^{+5}_{-4} M_{\odot}$
masse du trou noir 2	$29^{+4}_{-4} M_{\odot}$
masse du trou noir final	$62^{+4}_{-4} M_{\odot}$
distance	$1,340^{+520}_{-590}$ milliards d'années-lumière

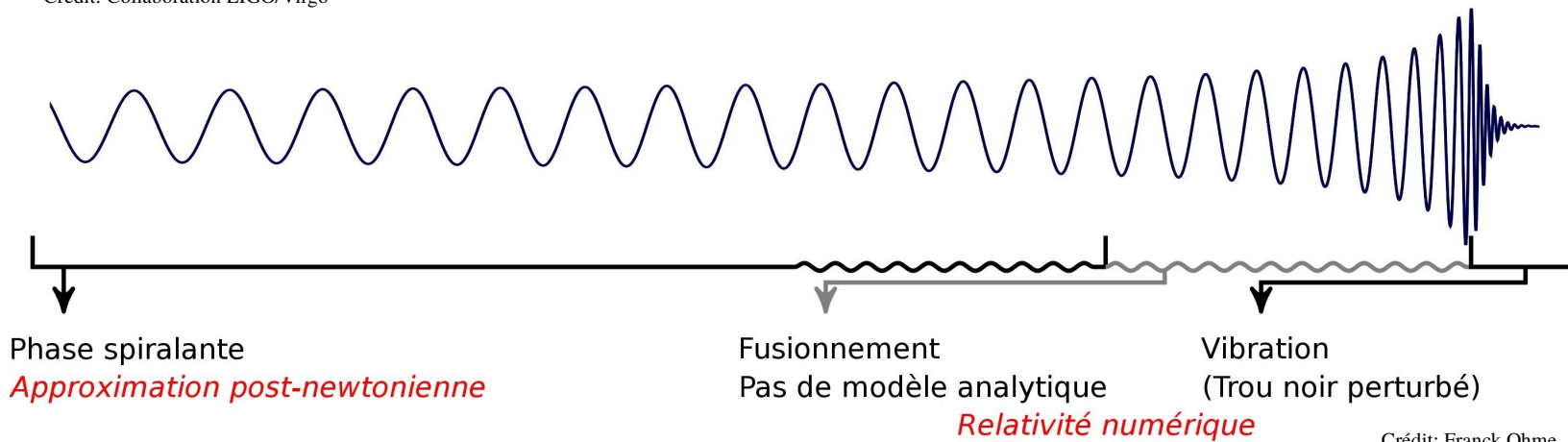
$(29 + 36)M_{\odot} - 62M_{\odot} = 3M_{\odot}$ emportées sous forme d'énergie



GW151226



Crédit: Collaboration LIGO/Virgo



Crédit: Franck Ohme

GW170817: LIGO, Virgo, etc.

binaire d'étoiles à neutrons \Rightarrow pendant électromagnétique

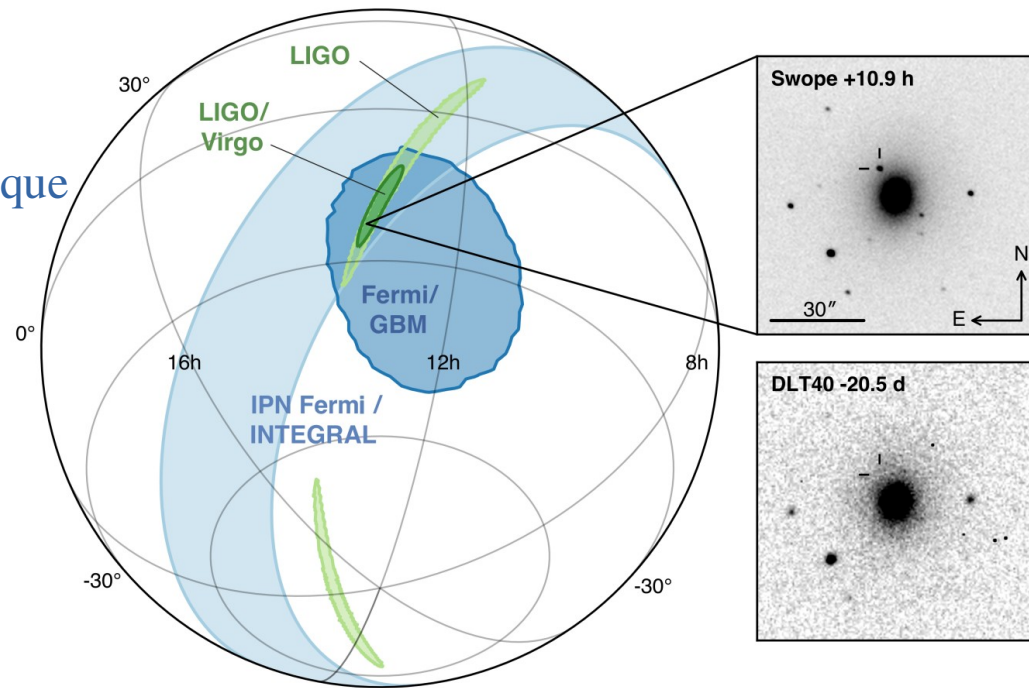
12h 41min 04s (UTC) : détection par LIGO/Virgo

12h 41min 06s (UTC) : alerte de Fermi GBM

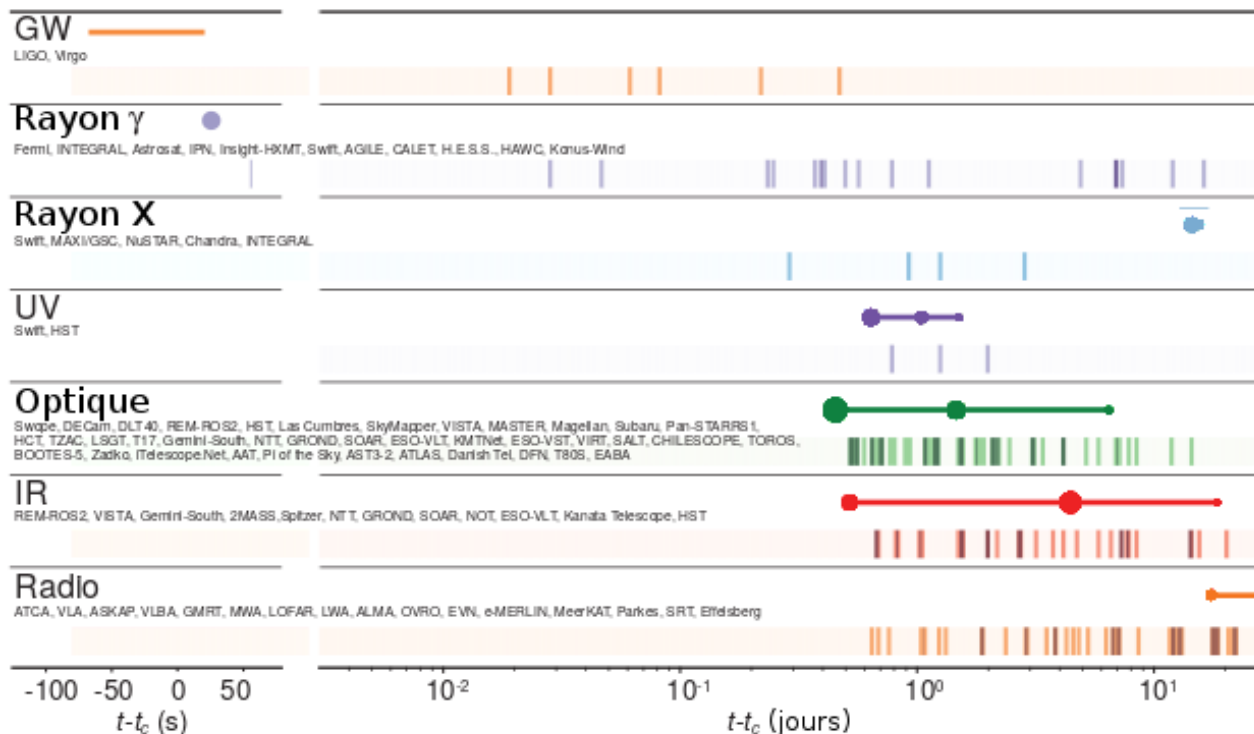
13h 08min 16s (UTC) : 1^{re} annonce LVC

17h 54min 51s (UTC) : 1^{re} carte du ciel

23h 33min (UTC) : transitoire optique brillant



dans la galaxie
NGC 4993

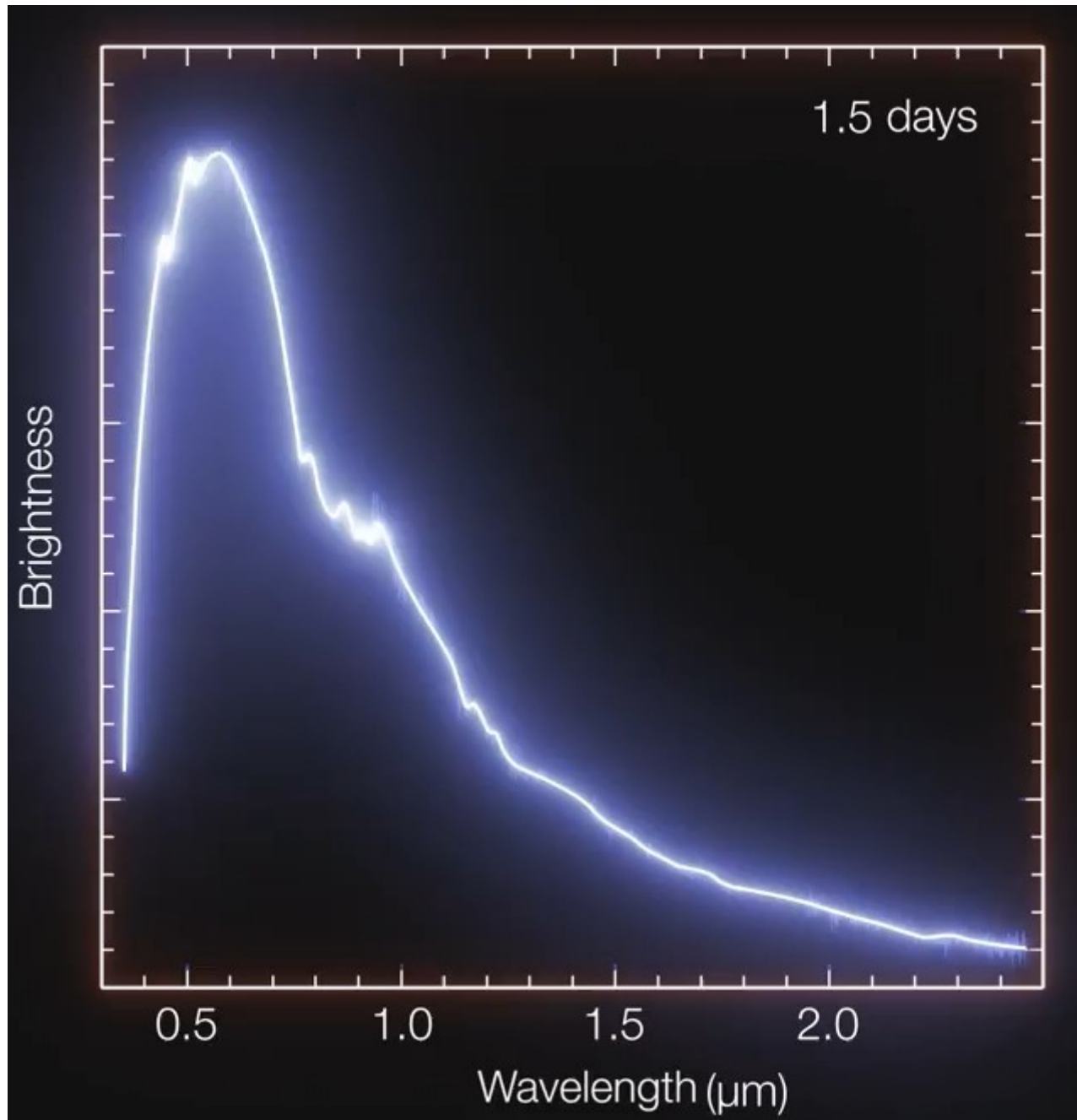


~70 collaborations
~50 papiers
~3000 auteurs

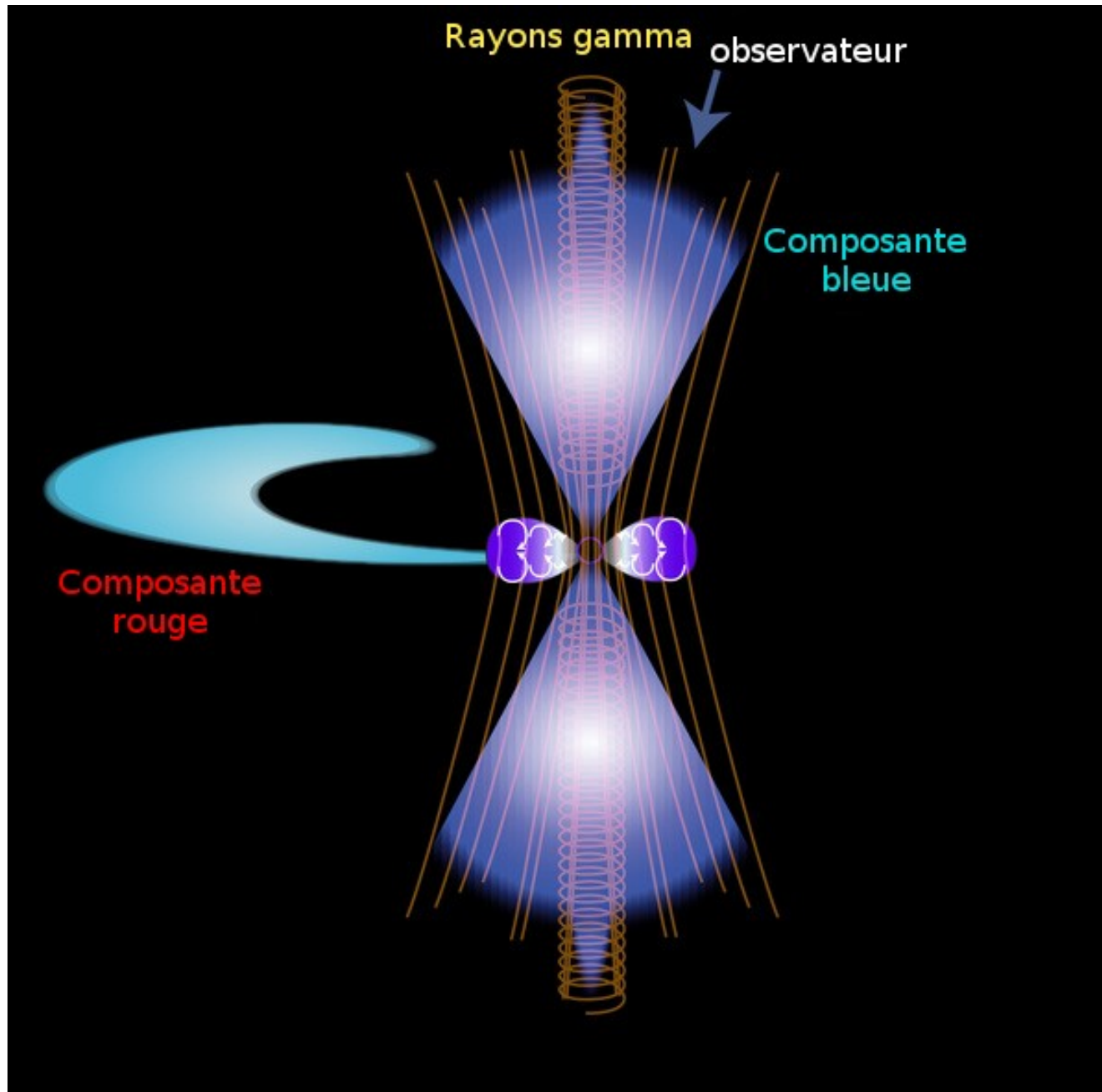
Crédit: LVC et al. (2017)

Évolution spectrale

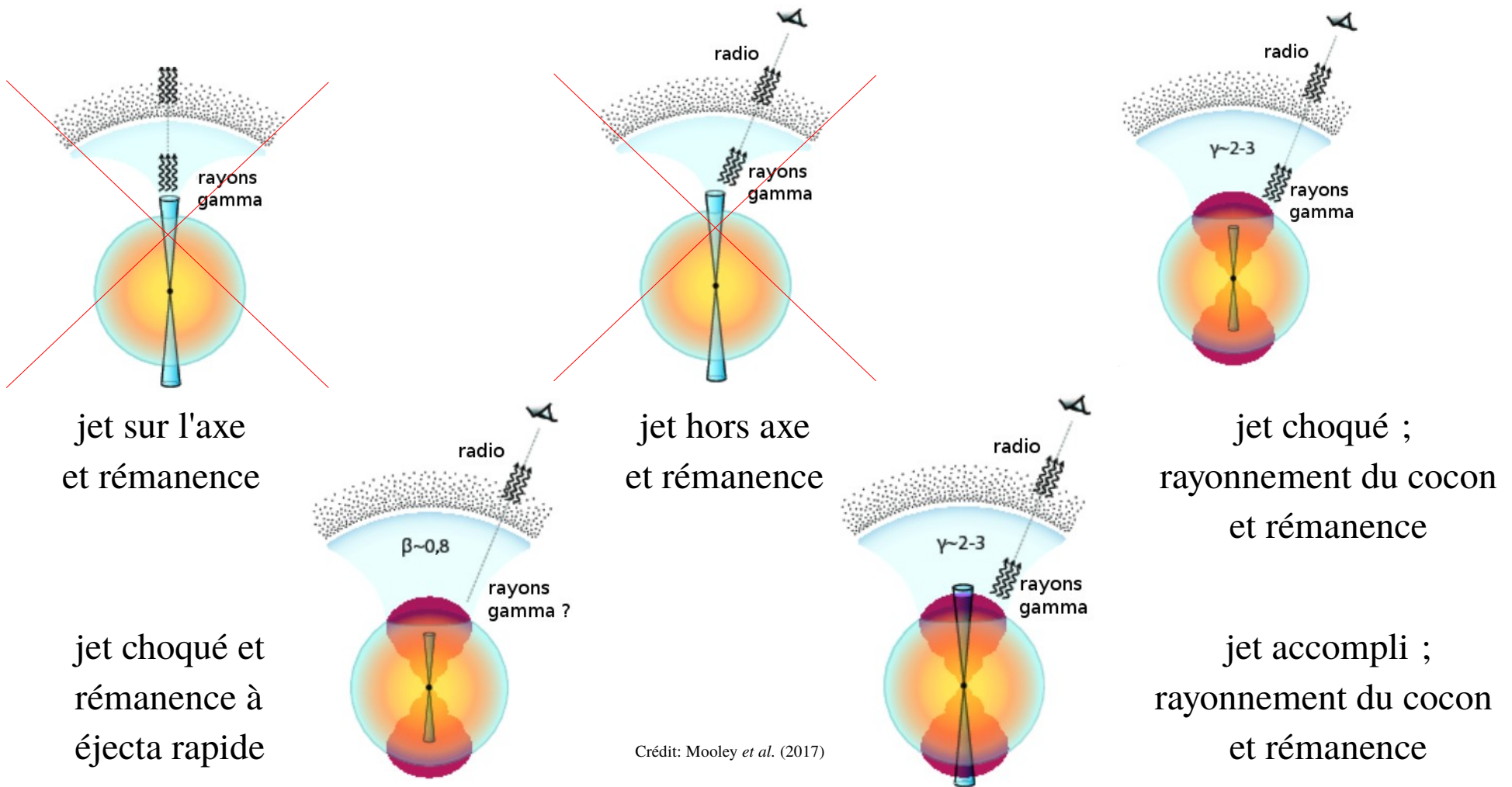
Crédit: ESO/E. Pian *et al.*/S. Smartt & ePESSTO/L. Calçada



Kilonova et sursaut gamma court

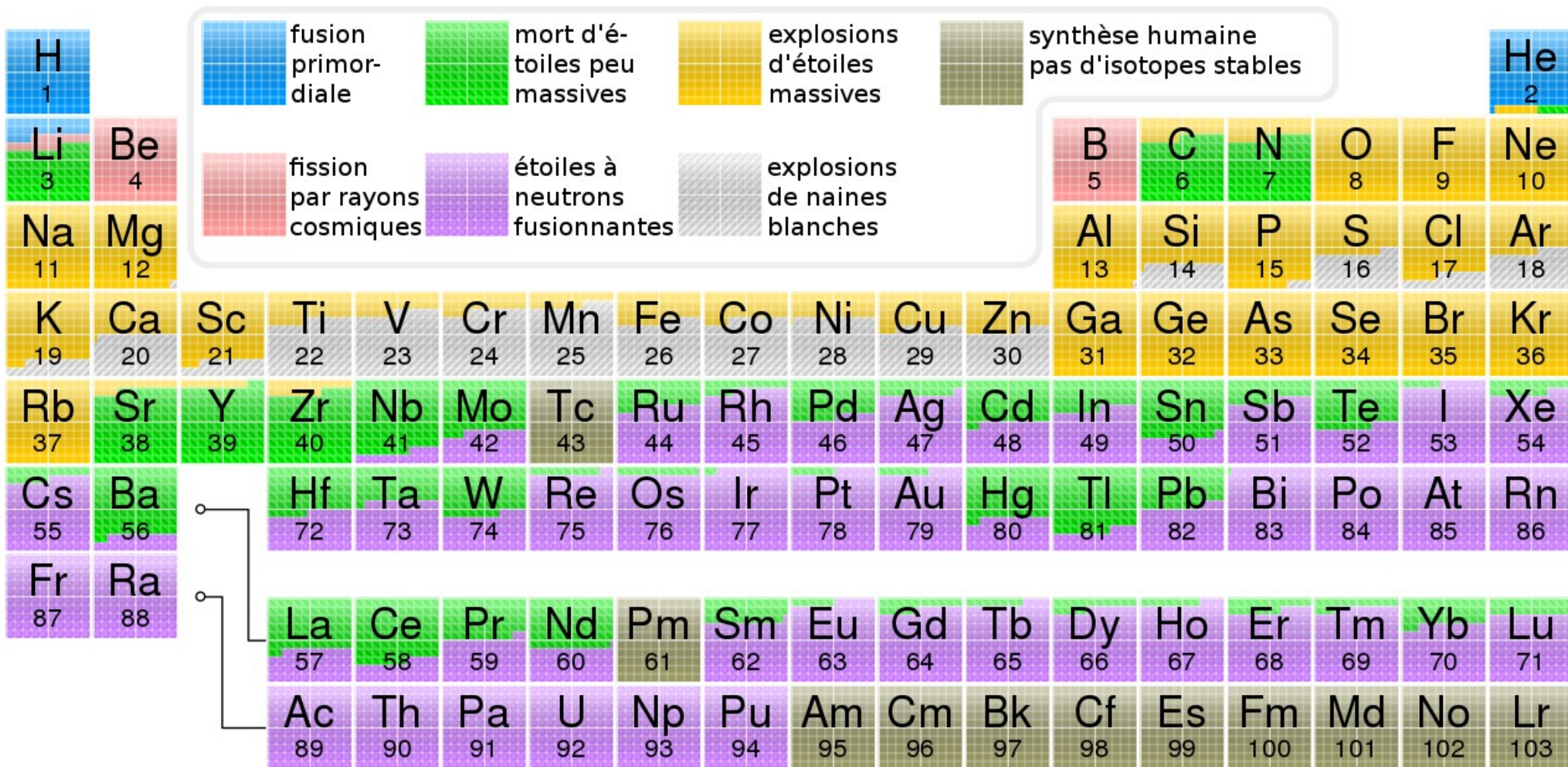


Quelques scénarios



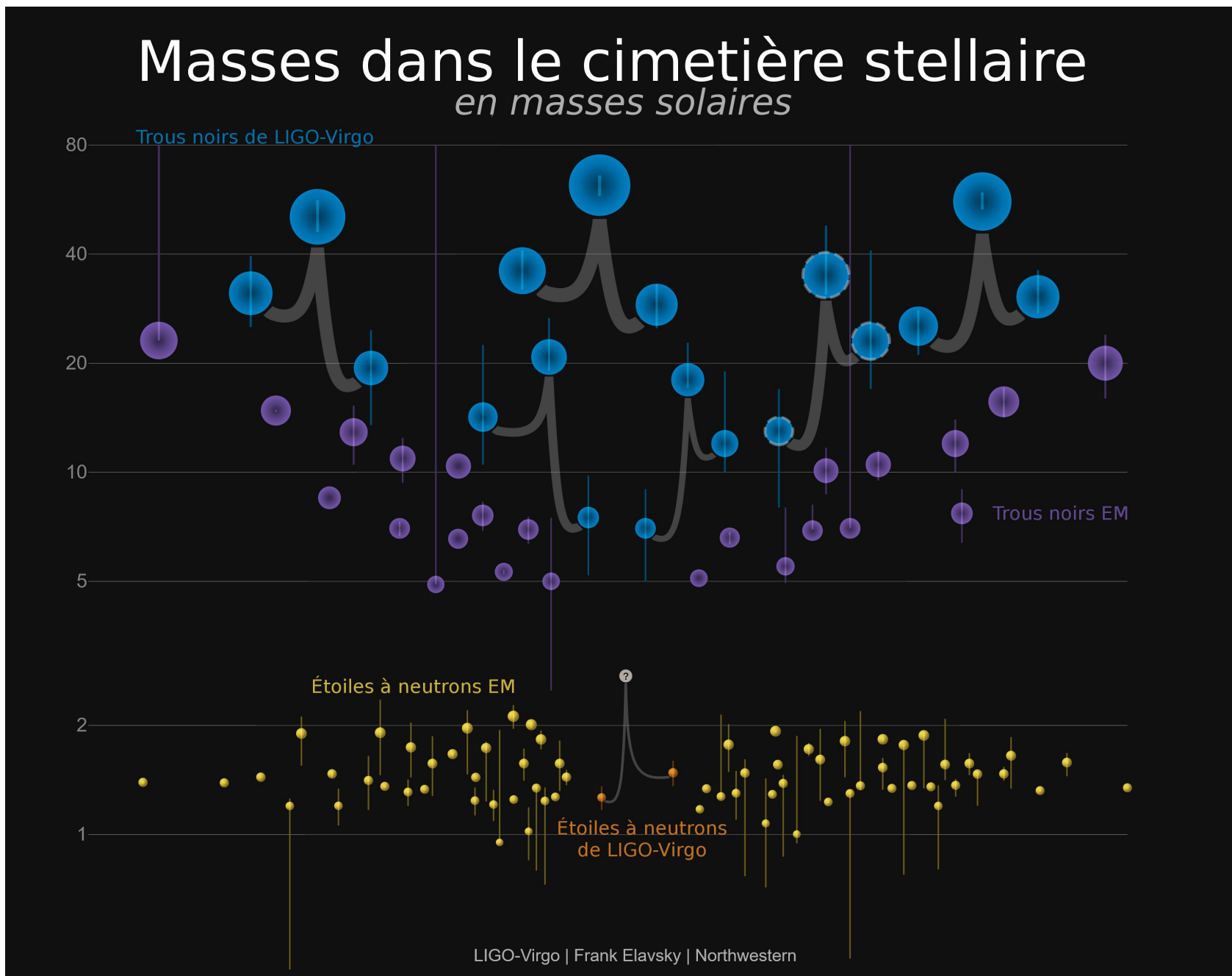
- éjecta par marées : $M \sim 10^{-3} - 10^{-2} M_{\odot} \longrightarrow$ riche en neutrons
- éjecta par vent : $M \sim 10^{-2} - 10^{-1} M_{\odot} \longrightarrow$ modérément riche

Production des éléments lourds



Crédit: Cmglee

De nouveaux trous noirs et deux étoiles à neutrons



Crédit: Collaboration LIGO/Virgo

Conclusion

- Les ondes gravitationnelles fournissent :
 - la meilleure preuve de l'existence des trous noirs
 - des contraintes sur les modèles astrophysiques pour expliquer les masses de trous noirs observées
 - des informations sur la nature des sursauts gamma
 - de nouveaux tests de la relativité générale en champ fort
 - d'autres tests de physique fondamentale
- Elles sont une nouvelle fenêtre sur l'univers
 - 1609 : astronomie avec optique (Galilée)
 - 1912 : rayons cosmiques (Victor Franz Hess)
 - 1968 : neutrinos
 - 2015 : ondes gravitationnelles