

Propriétés des neutrinos : état de l'art

Stéphane Lavignac (IPhT Saclay)

- introduction: pourquoi s'intéresser aux neutrinos ?
- oscillations dans le vide
- violation de CP dans les oscillations
- effets de matière
- résultats expérimentaux et questions ouvertes
- neutrinos stériles
- nature des neutrinos et origine de leurs masses

Journée de la division Champs & Particules de la SFP
LPNHE, Paris, 2 Novembre 2016

Les neutrinos sont différents des autres fermions

- beaucoup plus légers que les quarks et leptons chargés

$$m_\nu \lesssim 1 \text{ eV}$$

$$m_e = 511 \text{ keV}$$

- grand mélange leptonique versus petits angles de mélange quarks (CKM)

générations 1-2	$ V_{us} = 0.2253 \pm 0.0007$	$ U_{e2} _{(3\sigma)} = 0.515 \div 0.581$
-----------------	--------------------------------	---

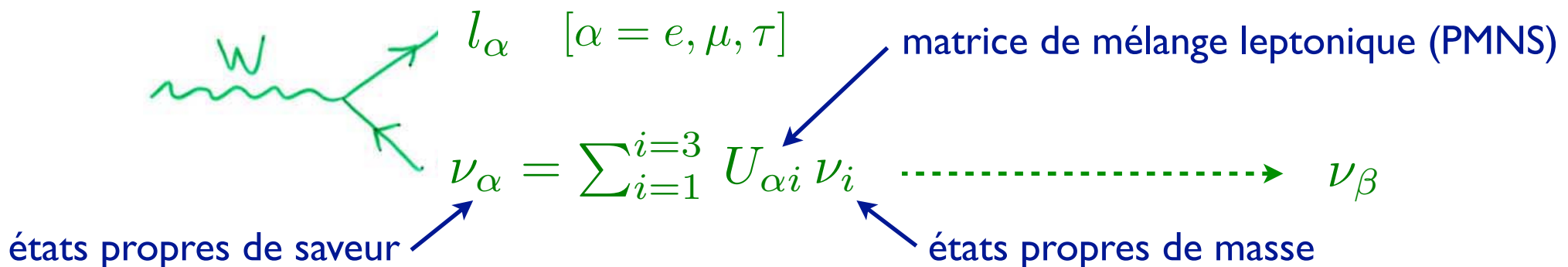
générations 2-3	$ V_{cb} = 0.0410^{+0.0011}_{-0.0007}$	$ U_{\mu 3} _{(3\sigma)} = 0.598 \div 0.805$
-----------------	---	--

générations 1-3	$ V_{ub} = 0.00347^{+0.00016}_{-0.00012}$	$ U_{e3} _{(3\sigma)} = 0.129 \div 0.173$
-----------------	--	---

fit global PDG (2010)

Gonzalez-Garcia et al., WIN 2013

- produits comme superposition cohérente d'états propres de masse dans les désintégrations faibles \Rightarrow oscillations de saveur



- pas de charge électrique

⇒ peuvent être leur propre antiparticule

$\bar{\nu} \neq \nu$ Dirac nombre leptonique conservé

$\bar{\nu} = \nu$ Majorana nombre leptonique violé

⇒ peuvent se mélanger (osciller) avec des fermions sans interactions (neutrinos stériles)

$$\nu_{e,\mu,\tau} \rightleftharpoons \nu_s$$

- interagissent faiblement et difficiles à détecter

⇒ malgré les progrès expérimentaux, leurs propriétés sont moins bien testées que celles des quarks et des leptons chargés

⇒ les neutrinos sont d'excellentes sondes astrophysiques (sources lointaines, phénomènes violents comme les explosions de supernovae...)

Les neutrinos, fenêtre sur la nouvelle physique

... à très haute échelle

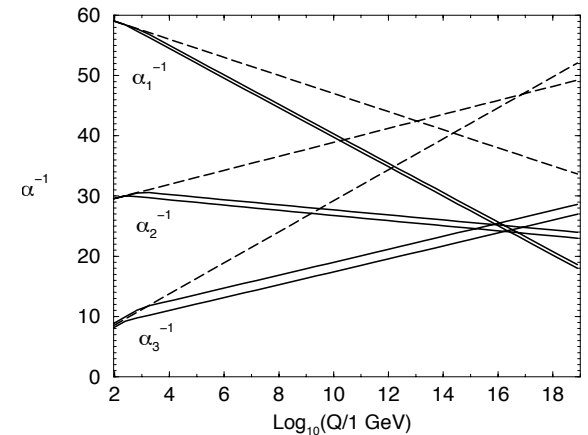
Théorie effective : $\frac{1}{\Lambda} LLHH \longrightarrow m_\nu = \frac{v^2}{\Lambda}$
 (si Majorana)

$m_\nu \sim 0.05 \text{ eV}$ suggère $\Lambda \sim 10^{15} \text{ GeV}$

proche de l'échelle d'unification des couplages de jauge

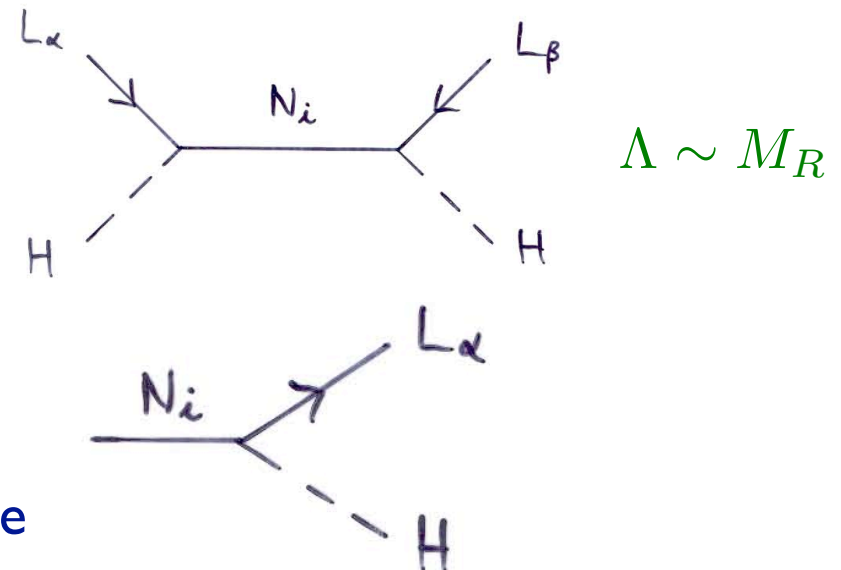
→ Grande Unification?

$v = 246 \text{ GeV}$



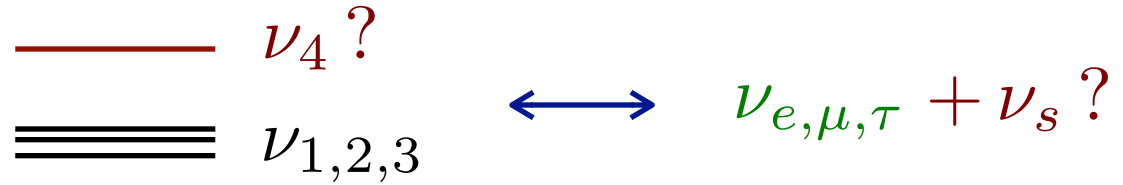
SO(10) contient des neutrinos de Majorana superlourds qui engendrent l'opérateur LLHH (mécanisme de seesaw)

Ces mêmes neutrinos de Majorana lourds peuvent engendrer l'asymétrie baryonique de l'Univers par le mécanisme de la leptogenèse



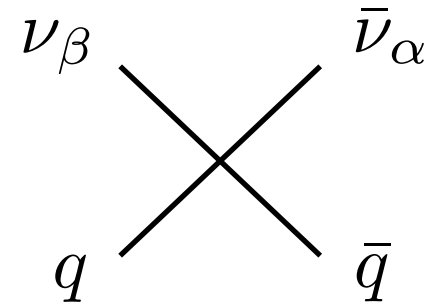
... à basse énergie

Neutrinos stériles?

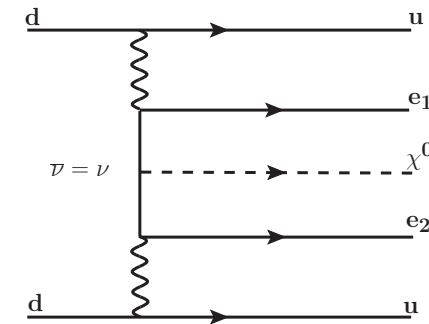


Interactions non standard?

$$G_F \epsilon_{\alpha\beta} \bar{q}q \bar{\nu}_\alpha \nu_\beta$$



Contribution non-standard à la double bêta?



... en cosmologie

keV neutrino comme matière noire?

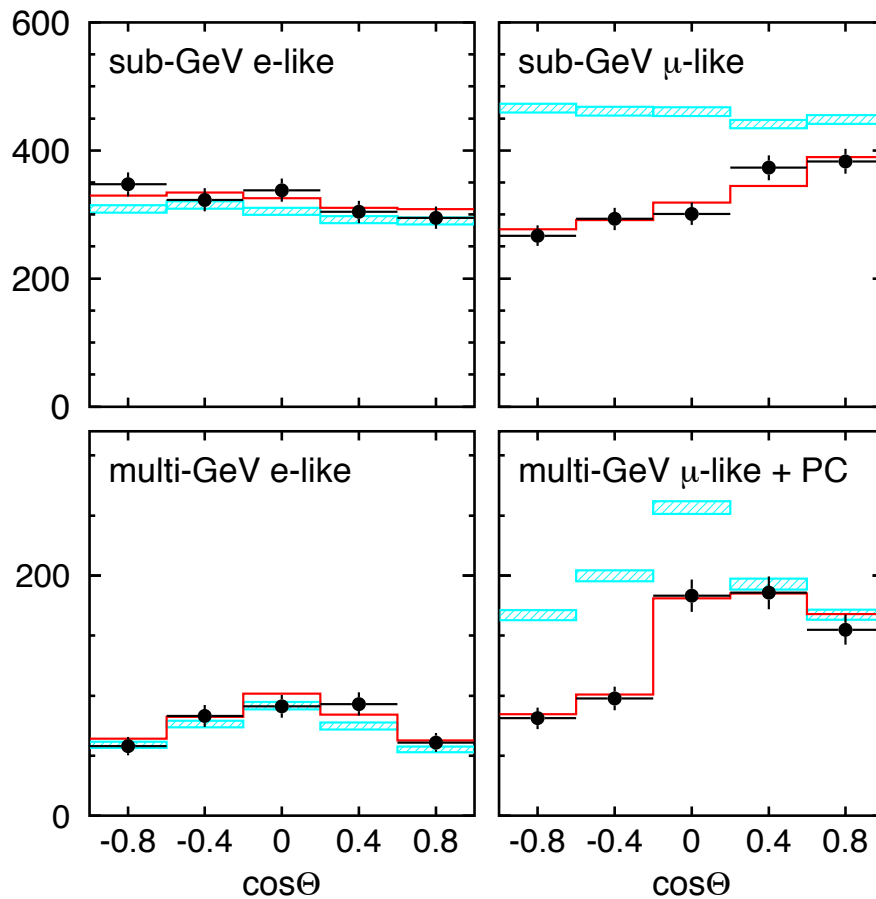
Neutrinos reliques du Big Bang? (pas encore détectés)

$$n_{\nu+\bar{\nu}} = 112 \text{ cm}^{-3} \text{ (par saveur)} \quad T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}} T_\gamma = 1.9 \text{ K}$$

Oscillations des neutrinos

L'étude des neutrinos solaires et atmosphériques a montré que les neutrinos changent de saveur au cours de leur propagation (Prix Nobel 2015)

Neutrinos atmosphériques (Super-Kamiokande 1998)



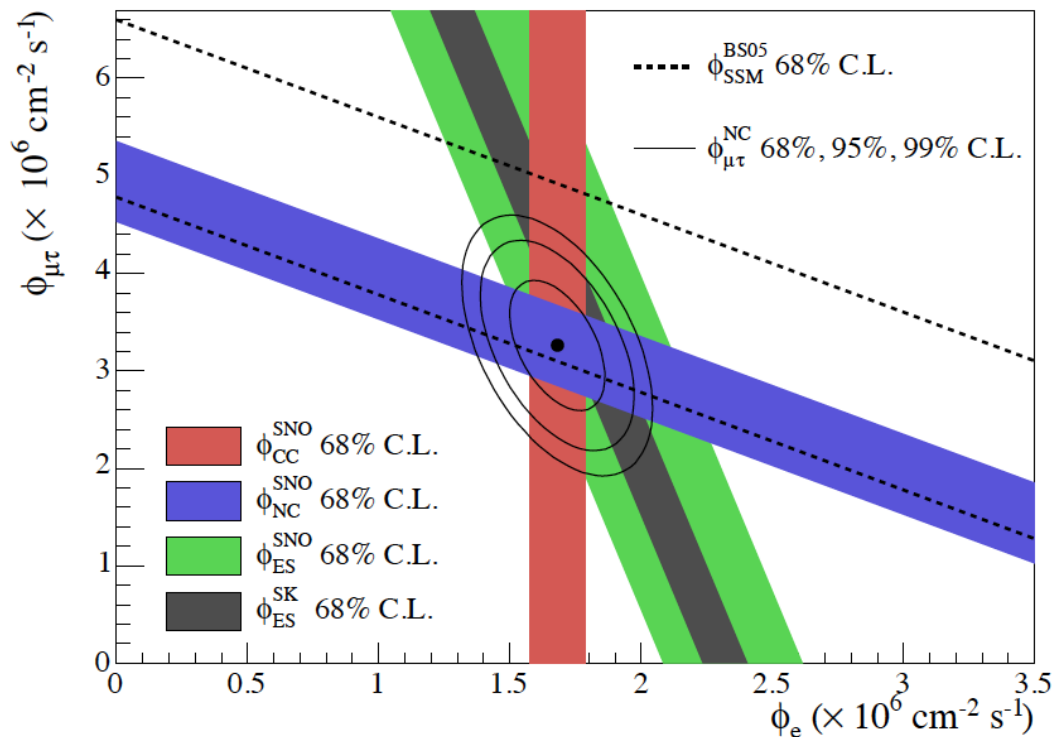
déficit de neutrinos
muoniques montants

interprétation :
oscillations $\nu_{\mu} \rightarrow \nu_{\tau}$

Neutrinos solaires (SNO 2001-2002)

Déficit de ν_e par rapport aux prédictions des modèles solaires observé par Homestake (dès la fin des années 1960), GALLEX/SAGE, Kamiokande

Mesures séparées du flux de neutrino électronique (Φ_e) via le courant chargé et du flux total ($\Phi_e + \Phi_{\mu\tau}$) via le courant neutre



interprétation :

oscillations $\nu_e \rightarrow \nu_{\mu}, \nu_{\tau}$

(en réalité conversion adiabatique de saveur dans la matière)

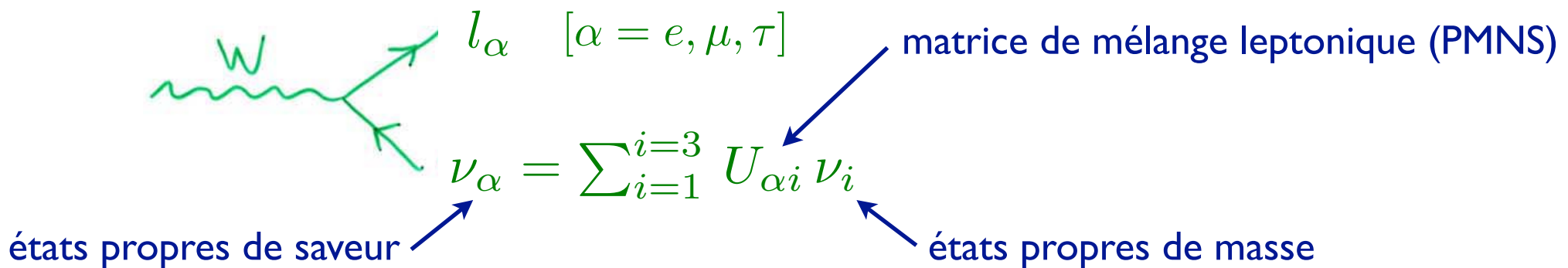
Le mécanisme des oscillations (dans le vide)

Origine des oscillations = mélange de saveur leptonique, dû au fait que les états propres de l'interaction faible ν_e, ν_μ, ν_τ ne coïncident pas avec les états propres de masse ν_1, ν_2, ν_3 (analogue au secteur des quarks)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L$$

U = matrice de mélange leptonique = matrice PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata)

→ le neutrino qui se couple à un lepton chargé de saveur donnée (e, μ ou τ) n'est pas un état propre de masse, mais une superposition cohérente d'états propres de masse



3 étapes dans le processus d'oscillation

1) production d'un état pur de saveur à $t = 0$ (e.g. un ν_μ de $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$)

$$|\nu(t = 0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle$$

2) propagation: chaque état propre de masse évolue avec son propre facteur de phase $e^{-iE_i t} \Rightarrow$ modifie la superposition cohérente, qui n'est plus un état propre de saveur

$$|\nu(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} \sum_\beta U_{\beta i} |\nu_\beta\rangle$$

3) détection via le courant chargé (saveur du neutrino = saveur du lepton chargé détecté)

\rightarrow probabilité d'oscillation $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ à une distance L de la source ($L = ct$)

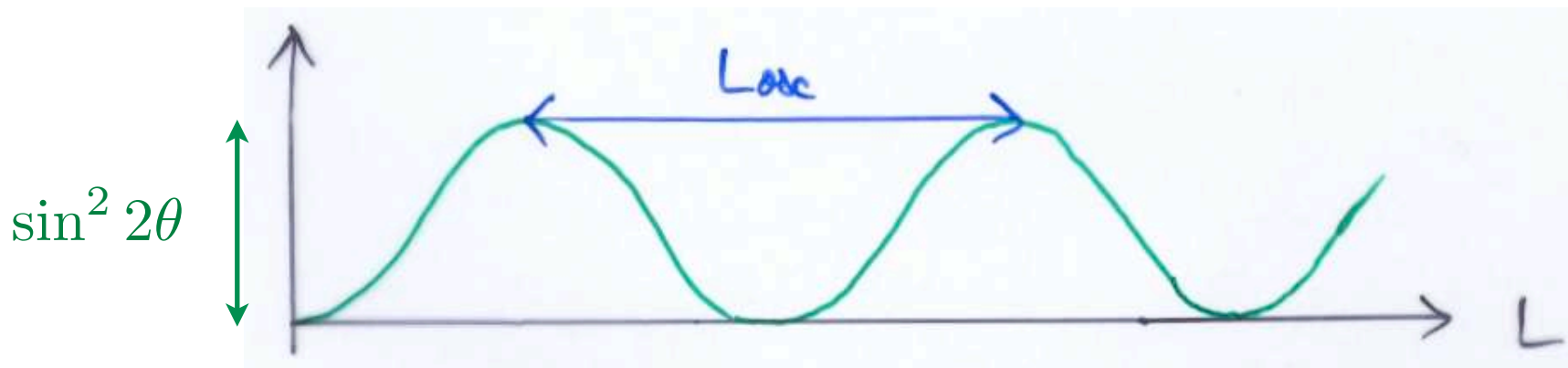
$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = |\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle|^2 = \left| \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} \right|^2$$

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p} \quad \Rightarrow \quad E_j - E_i \simeq \frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} \equiv \frac{\Delta m_{ji}^2}{2E}$$

oscillations à 2 saveurs

$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad \Delta m^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right)$$



Amplitude des oscillations: $\sin^2 2\theta$

Longueur d'oscillation: $L_{osc.}(\text{km}) = 2.48 E(\text{GeV}) / \Delta m^2(\text{eV})$

oscillations à 3 saveurs

2 Δm^2 indépendants: Δm_{32}^2 (« atmosphérique ») et Δm_{21}^2 (« solaire »)

U contient 3 angles de mélange $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ et une phase δ [+2 si Majorana]

$$U \equiv U_{23}U_{13}U_{12} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[les 2 phases « de Majorana » ne jouent de rôle que dans les processus qui violent le nombre leptonique, comme la double bêta sans émission de neutrino, et n'affectent pas les oscillations]

→ probabilité d'oscillation = somme de termes oscillants de « fréquences »

$\Delta m_{ji}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$ et d'amplitudes différentes

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i < j} \text{Re} [U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ji}^2 L}{4E} \right) \\ + 2 \sum_{i < j} \text{Im} [U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin \left(\frac{\Delta m_{ji}^2 L}{2E} \right)$$

Pour les antineutrinos, $U \rightarrow U^*$ ($\delta \rightarrow -\delta$) et le dernier terme change de signe $\Rightarrow P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) \neq P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ (si $\delta \neq 0, \pi$) → violation de CP

Dans de nombreuses situations physiques, on peut se ramener en bonne approximation à des oscillations à deux saveurs:

- neutrinos solaires $\Delta m_{21}^2, \theta_{12}$ $\Delta m_{21}^2 \simeq 7.5 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$
- neutrinos atmosphériques $\Delta m_{32}^2, \theta_{23}$ $\Delta m_{32}^2 \simeq 2.5 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$
- antineutrinos de réacteurs $\Delta m_{32}^2, \theta_{13}$

(oscillations à courte distance: Daya Bay, D-CHOOZ...)

Avec la précision croissante des expériences, une description à 3 saveurs est souvent nécessaire, par exemple dans les oscillations à grande distance :

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \simeq & \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right) + \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \\
 & + \frac{1}{2} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \cos \delta \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \sin \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E} \right) \\
 & - \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \delta \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right)
 \end{aligned}$$

Violation de CP dans les oscillations

$\Delta P_{\alpha\beta} \equiv P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ à l'ordre dominant en Δm_{21}^2 :

$$\Delta P_{\alpha\beta} = \pm 8 J \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right), \quad J \equiv \text{Im} [U_{e1} U_{\mu 1}^* U_{e2}^* U_{\mu 2}]$$

invariant de Jarlskog $J = \frac{1}{8} \cos \theta_{13} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{13} \sin 2\theta_{23} \sin \delta$

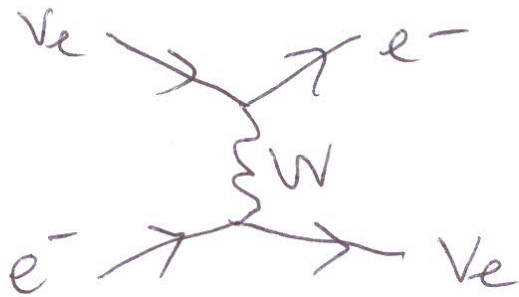
→ conditions pour la violation de CP :

$$\Delta m_{21}^2 \neq 0, \quad \Delta m_{31}^2 \neq 0, \quad \theta_{ij} \neq 0, \quad \delta \neq 0, \pi$$

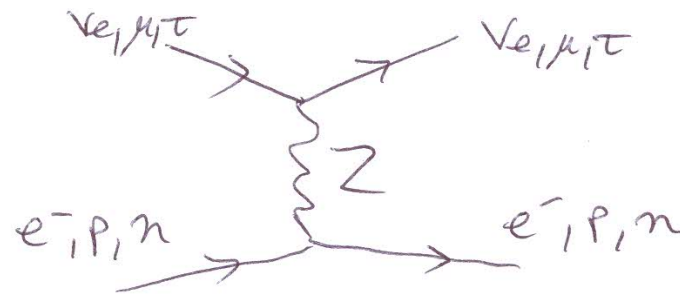
→ pour l'observer, il est nécessaire que les oscillations sous-dominantes gouvernées par Δm_{21}^2 puissent se développer \Rightarrow expériences d'oscillations à grande distance (> 100 km)

Propagation des neutrinos dans la matière

La propagation des neutrinos dans la matière est affectée par leurs interactions (diffusions cohérentes vers l'avant) avec les e-, p et n du milieu



CC – seulement pour ν_e



NC – identique pour $\nu_{e,\mu,\tau}$

⇒ potentiel pour les neutrinos dans la matière, qui dépend de la saveur

⇒ les états propres de la propagation ne sont plus les états propres de masse (= états propres du Hamiltonien dans le vide), mais les états propres du Hamiltonien dans la matière H_m , d'énergie E_i^m

Ces derniers sont reliés aux états propres de saveur par un angle de mélange dans la matière θ_m (cas à 2 saveurs):

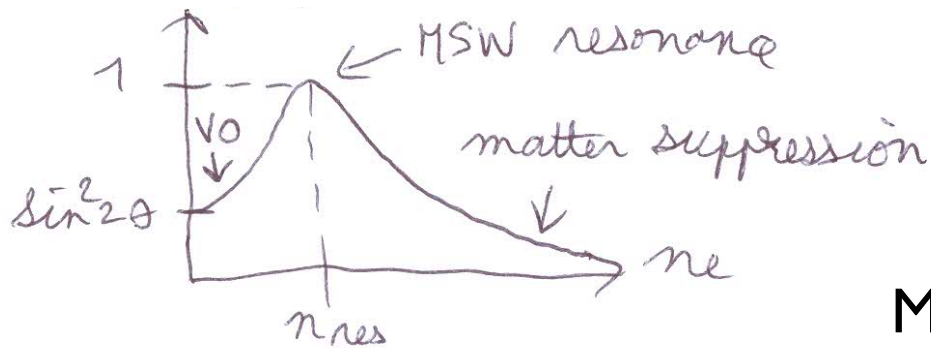
$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1^m \\ \nu_2^m \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \leftarrow E_1^m \\ \leftarrow E_2^m \end{matrix}$$

si la densité du milieu est constante ($\Rightarrow E_i^m, \theta_m = \text{const.}$)

Les oscillations $\nu_e \rightarrow \nu_\beta$ ($\nu_\beta = \nu_\mu, \nu_\tau$) sont décrites par la même formule

que dans le vide, avec $\theta \rightarrow \theta_m, \frac{\Delta m^2}{4E} \rightarrow \frac{E_m^2 - E_m^1}{2}$

L'angle θ_m dépend de la densité d'électrons dans le milieu :



$$\sin^2 2\theta_m = 1 \quad \text{for } n = n_{res}$$

$$n_{res} \equiv \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2} G_F E}$$

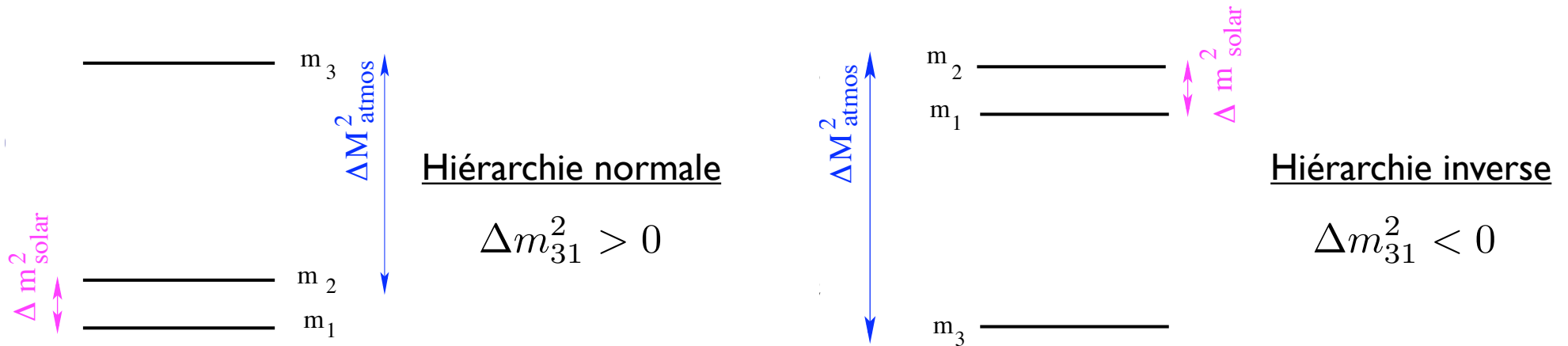
MSW resonance (Mikheev-Smirnov-Wolfenstein)

Pour les antineutrinos, la condition de résonance est $n = -n_{res}$ et ne peut être satisfaite que si $n_{res} < 0$ ($\Delta m^2 \cos 2\theta < 0$)

\Rightarrow quand les oscillations des neutrinos sont amplifiées, celles des antineutrinos sont atténués, et réciproquement

Application: détermination de la hiérarchie de masse

Deux types de spectres compatibles avec les données expérimentales:



Dans le vide :
$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) \simeq \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2_{31} L}{4E} \right)$$

Pour $L > 100$ km, les effets de matières ne peuvent être négligés

$$n_{\text{res}} = \frac{\Delta m^2_{31} \cos 2\theta_{13}}{2\sqrt{2} G_F E} \quad \begin{cases} n_{\text{res}} > 0 & \text{hiérarchie normale} \\ n_{\text{res}} < 0 & \text{hiérarchie inverse} \end{cases}$$

Si n_{res} est proche de la densité de la croûte terrestre, les oscillations des neutrinos (antineutrinos) sont amplifiées pour la hiérarchie normale (inverse), tandis que celles des antineutrinos (neutrinos) sont atténuées

[en pratique, les effets de la violation de CP et de la matière peuvent être intriqués]

une figure obsolète
mais illustrative

$$R = \frac{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$$

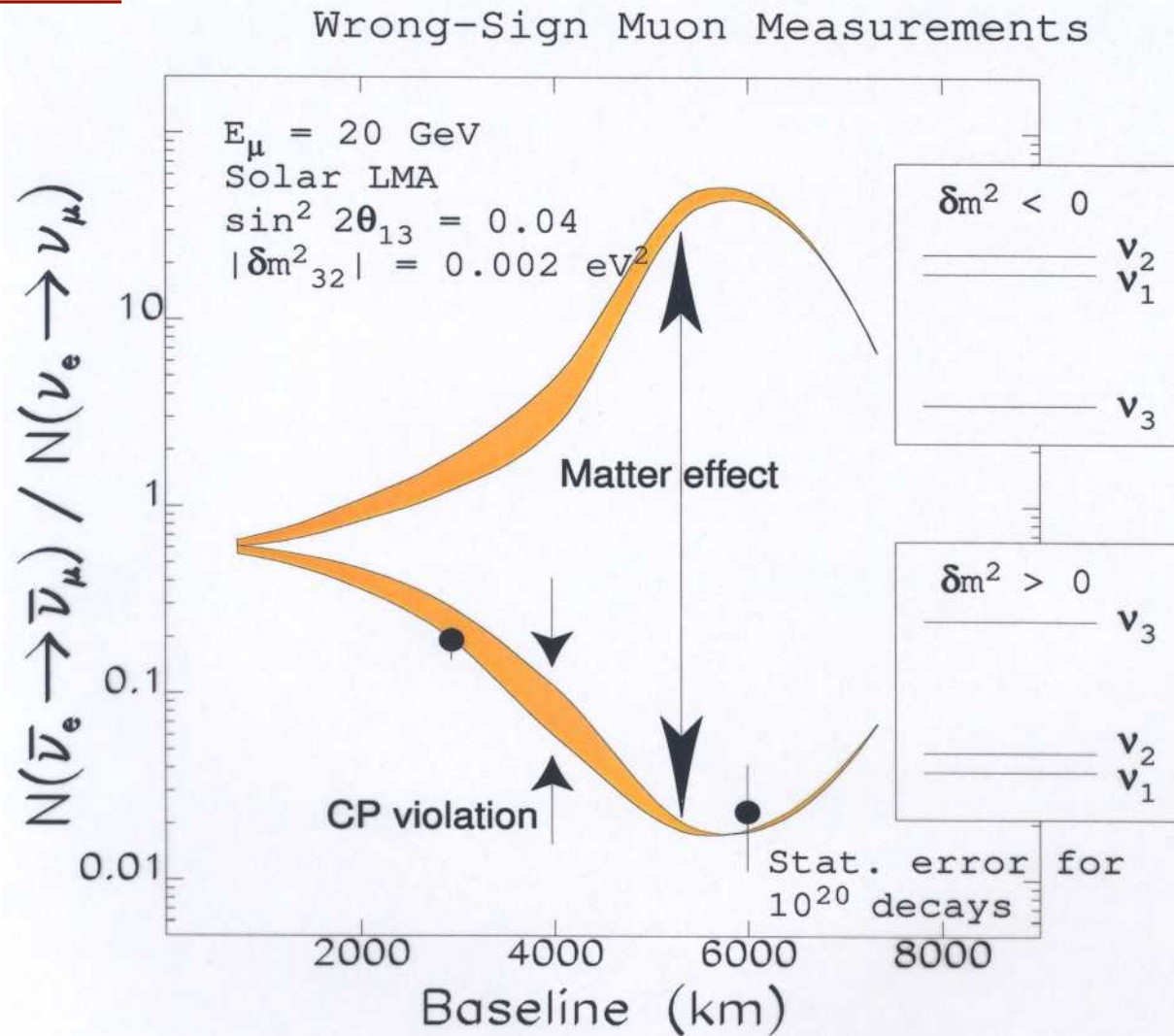


Figure 2: Predicted ratios of $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ to $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ rates at a 20 GeV neutrino factory. The statistical error shown corresponds to 10^{20} muon decays of each sign and a 50 kt detector.

- Un baseline de $L = \mathcal{O}(3000 \text{ km})$ est nécessaire/optimale

[Barger, Geer, Raja, Whisnant]

si la densité du milieu est variable (soleil, supernovae...)

Nouveau phénomène : conversion adiabatique de saveur (effet MSW)

Cas des neutrinos solaires de haute énergie : au centre du soleil,

$n_e(r=0) \gg n_{\text{res}}$ (« croisement de niveaux ») \Rightarrow les neutrinos sont produits dans un état propre du Hamiltonien: $|\nu_e\rangle \simeq |\nu_2^m(r=0)\rangle$

Sur le trajet du neutrino, la densité électronique décroît, mais le neutrino reste dans le même état propre de H_m (l'évolution est adiabatique), dont la composition en états propres de saveur varie

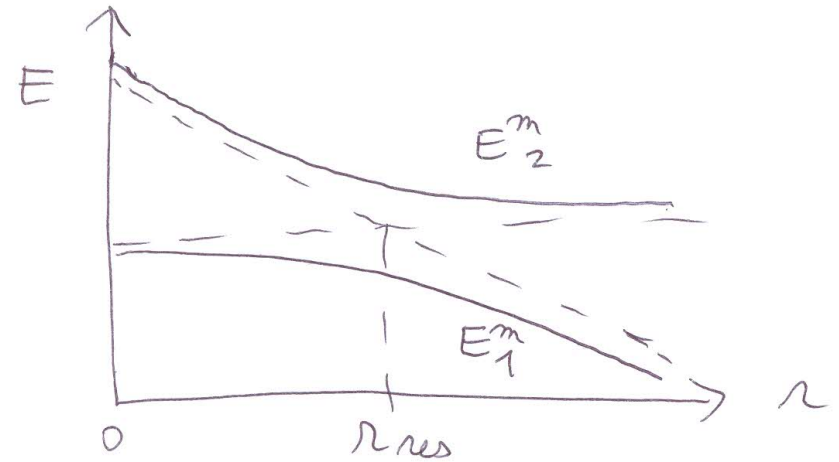
$$r=0 : |\nu_e\rangle \simeq |\nu_2^m(r=0)\rangle$$

$$\longrightarrow |\nu_2^m(r=R_{\text{Sun}})\rangle \simeq |\nu_2\rangle$$

$$|\nu_2\rangle = \sin\theta |\nu_e\rangle + \cos\theta |\nu_\beta\rangle \quad (\beta = \mu, \tau)$$

Le neutrino quitte le soleil dans un état propre de masse, et parvient sur terre dans ce même état \Rightarrow probabilité de survie :

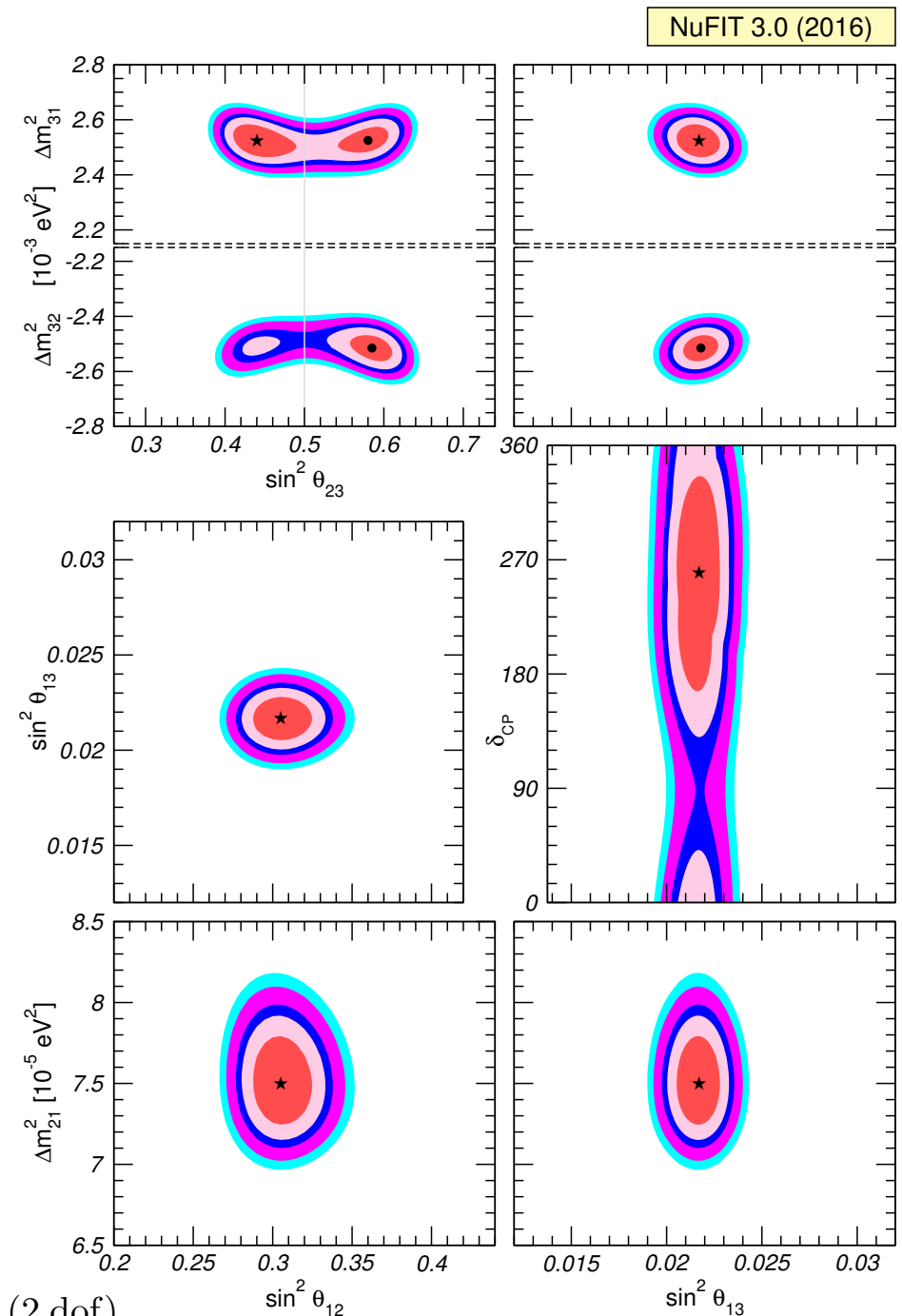
$$P_{ee} = |\langle \nu_e | \nu_2 \rangle|^2 = \sin^2 \theta$$



Bilan des résultats expérimentaux

L'ensemble des données (à quelques anomalies près) est parfaitement décrit dans le cadre des oscillations à 3 saveurs, et la détermination des paramètres d'oscillations est de plus en plus précise

[I. Esteban et al., arXiv:1611.01514]



The different contours correspond to 1σ, 90%, 2σ, 99%, 3σ CL (2 dof).

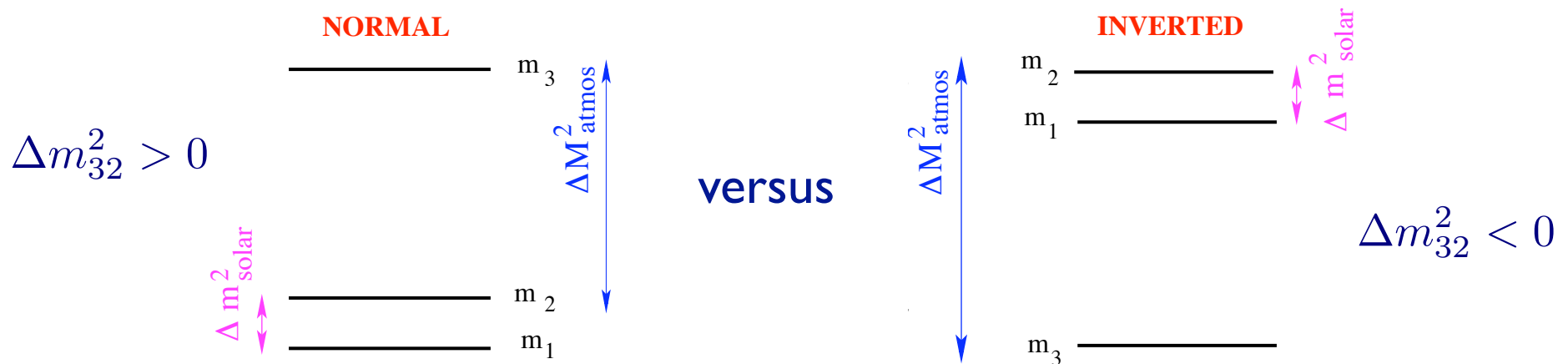
... mais de nombreuses questions restent ouvertes

1) Le mélange leptonique reflète-t-il une symétrie sous-jacente ?

e.g. l'angle θ_{23} est-il maximal ? ($\sin^2 2\theta_{23} = 1$) Sinon quel octant ?

→ mesures de précision (expériences long baseline)

2) Quelle est la hiérarchie de masse?



→ effets de matière (expériences long baseline, neutrinos atmosphériques)
ou étude de précision des oscillations des antineutrinos de réacteurs

3) Quelle est l'échelle absolue des masses des neutrinos ?

seules les différences des carrés des masses sont connues

→ désintégration bêta, cosmologie

Limites actuelles: $m_{\nu_e} < 2.2 \text{ eV}$ (95% C.L.) (Troitsk/Mainz)

$$\sum m_\nu < 0.23 \text{ eV} \quad (95\%; \text{Planck}+\text{WP}+\text{highL}+\text{BAO})$$

4) La symétrie CP est-elle violée dans le secteur des leptons ?

i.e. a-t-on $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \neq P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ dans le vide?

condition nécessaire pour la leptogenèse [pas obligatoirement dans oscillations]

→ expériences long baseline

5) Les neutrinos sont-ils des fermions de Dirac ou de Majorana ?

Majorana \Rightarrow violation du nombre leptonique

\Rightarrow importantes conséquences théoriques (leptogenèse, GUT...)

→ double désintégration bêta sans émission de neutrino

6) Existe-t-il plus de 3 neutrinos ?

certaines données expérimentales ne peuvent s'expliquer avec 3 neutrinos (LSND, anomalie des réacteurs...) \Rightarrow suggèrent neutrino(s) stérile(s) de masse de l'ordre d' 1eV

7) la saveur leptonique est-elle violée de manière importante dans le secteur des leptons chargés ?

oscillations = violation de la saveur leptonique dans le secteur des neutrinos
 \Rightarrow existence de processus tels que $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow 3e$, $\tau \rightarrow 3\mu \dots$
pas observés à ce jour

9) quelle est l'origine des masses des neutrinos?

certaines mécanismes sont testables aux collisionneurs (seesaw à basse énergie, modèles radiatifs...)

.....

Sterile neutrinos

Several experimental anomalies suggest the existence of sterile neutrinos

LSND (1993-1998): $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ oscillations

Excess of $\bar{\nu}_e$ events over background at 3.8σ

Not observed by KARMEN

MiniBooNE (2002-2012):

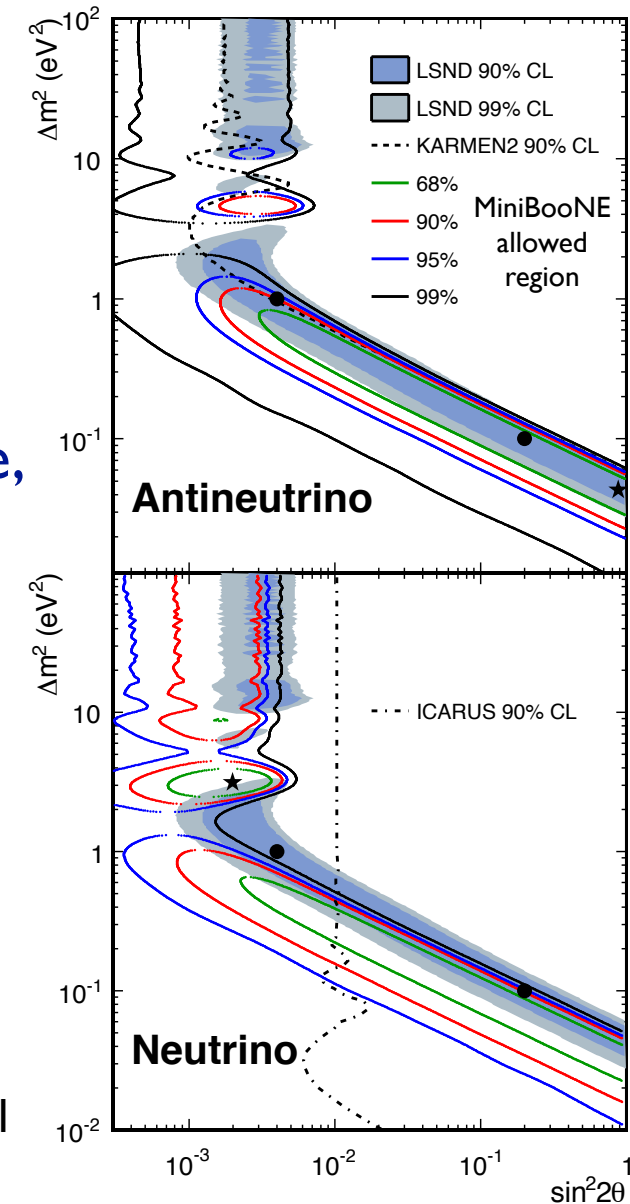
$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ data: no excess in the 475-1250 MeV range, but unexplained 3σ excess at low energy

$\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ data: $\bar{\nu}_e$ excess in the $E > 475$ MeV region consistent with LSND-like oscillations, but not very significant (2.8σ)

A low-energy excess is also seen

→ unconvulsive

[MiniBooNE 2-neutrino fit using the full 200-1250 MeV data, arXiv:1303.2588]



IceCube (2016):

excludes most of the LSND + MiniBooNE allowed region through ν_μ disappearance

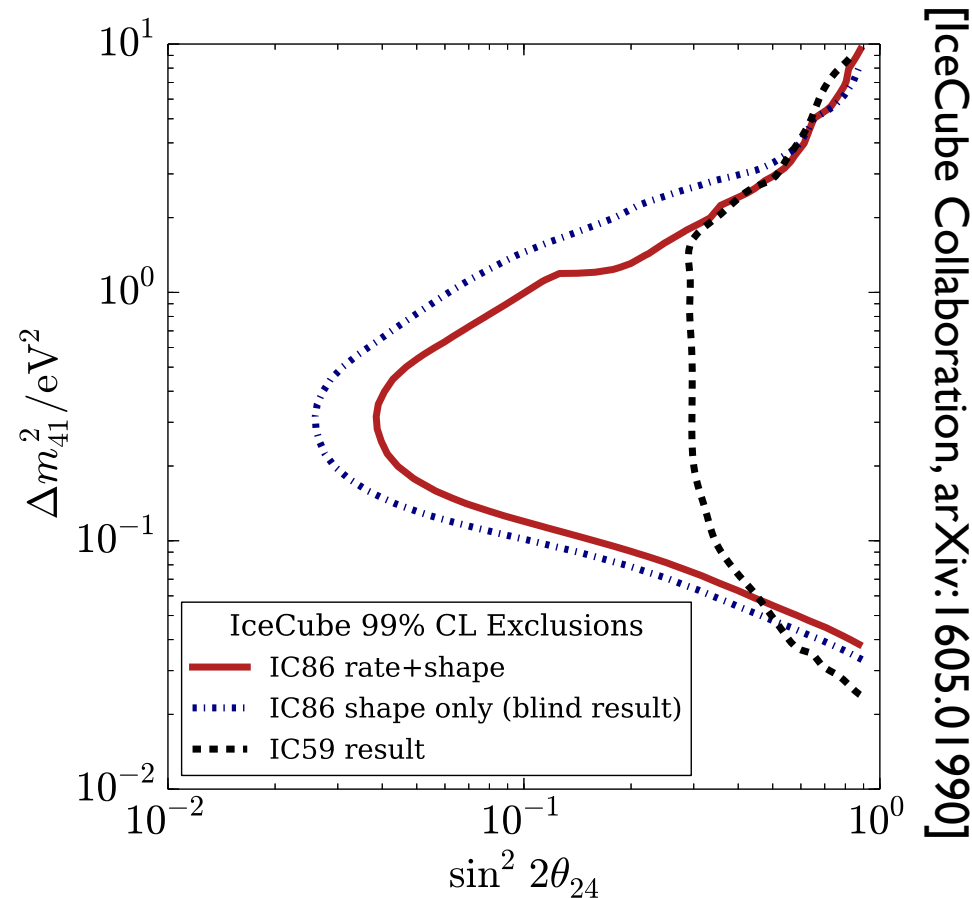


FIG. 4. Results from IceCube sterile neutrino searches (regions to the right of the contours are excluded). The dot-dashed blue line shows the result of the original analysis based on shape alone, while the solid red line shows the final result with a normalization prior included to prevent degeneracies between the no-steriles hypothesis and sterile neutrinos with masses outside the range of sensitivity. The dashed black line is the exclusion range derived from an independent analysis of data from the 59-string IceCube configuration.

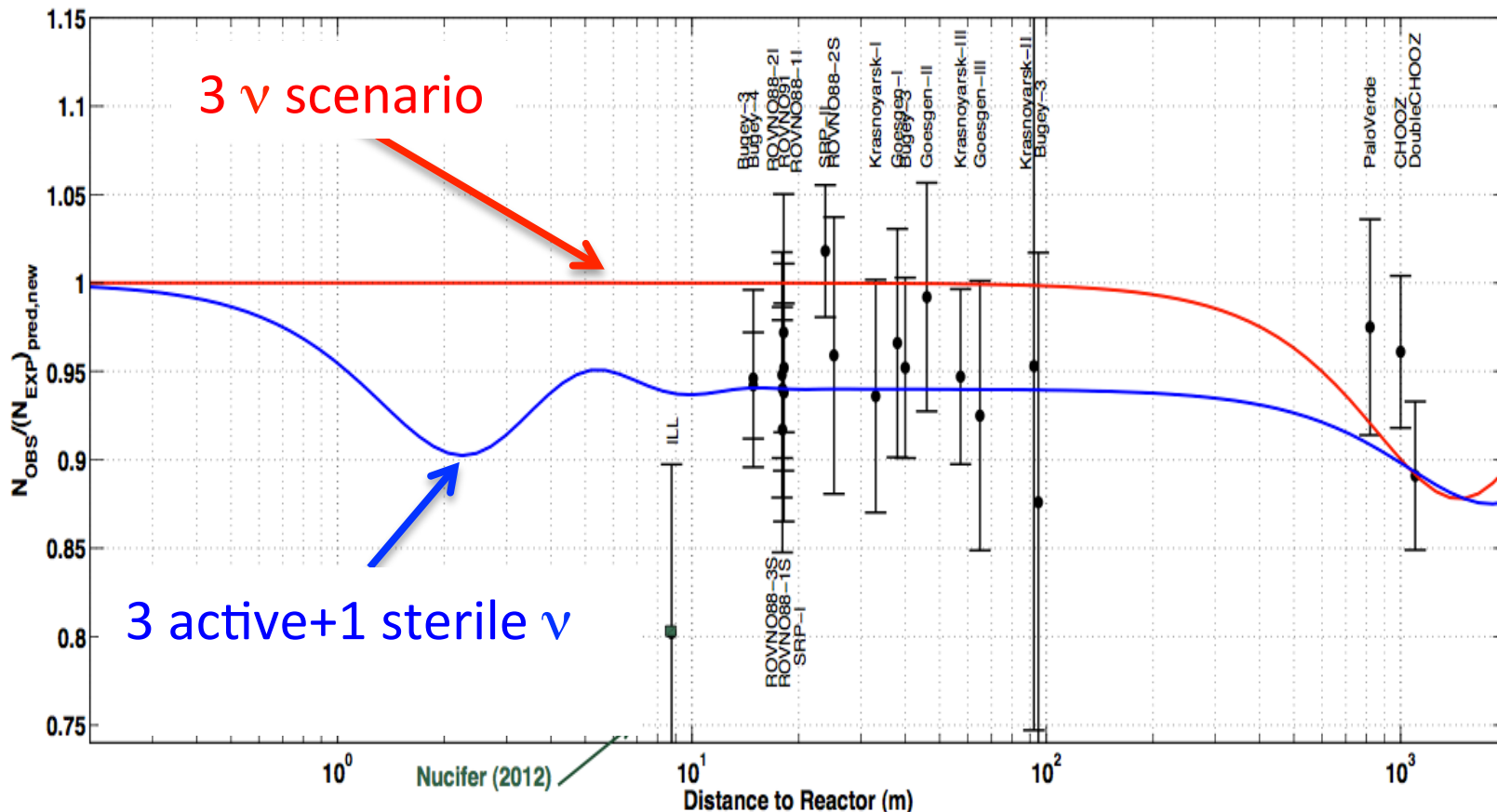
Reactor antineutrino anomaly (2011):

New computation of the reactor antineutrino spectra
[Th. Mueller et al., 2011 - P. Huber, 2011]

⇒ increase of the flux by about 3%

⇒ deficit of antineutrinos in SBL reactor experiments

Mean observed to predicted rate 0.943 ± 0.023 [G. Mention et al., arXiv:1101.2755]



[D. Lhuillier, talk at IPA 2016]

Gallex-SAGE calibration experiments:

Calibration of the Gallex and SAGE experiments with radioactive sources
⇒ observed deficit of ν_e with respect to predictions

$$R = 0.86 \pm 0.05$$

All these anomalies suggest oscillations with a new $\Delta m^2 \gtrsim 1 \text{ eV}^2$

However, no coherent picture of all data with an additional (or even 2) sterile neutrinos: tension between appearance (LSND/MiniBooNE antineutrino data) and disappearance experiments (reactors + ν_μ disappearance experiments, including IceCube) + tension between LSND and MiniBooNE neutrino data

Also, cosmology leaves little room for a sterile neutrino:

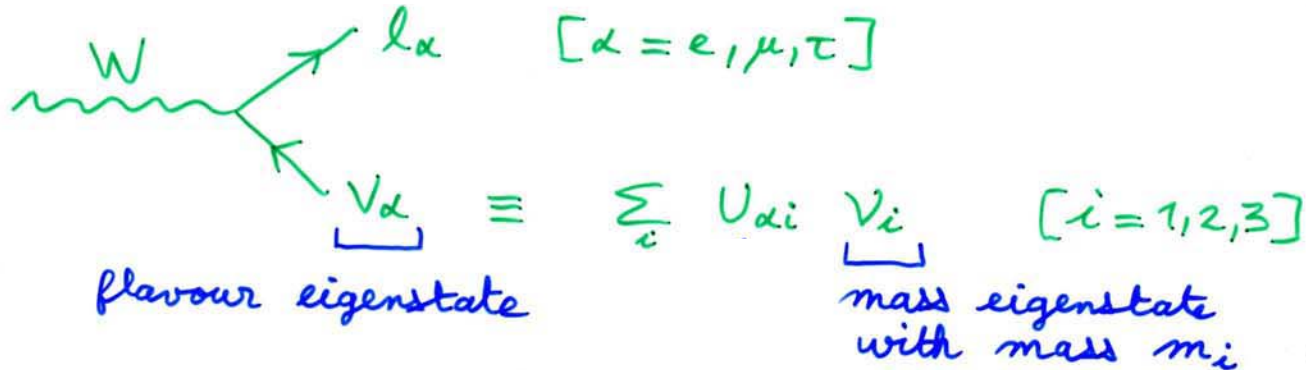
$$N_{\text{eff}} = 3.15 \pm 0.23 \quad (68\% \text{ C.L.}) \quad [\text{Planck 2015 + BAO}]$$

→ need experimental clarification

Remark: from a theoretical point of view, no constraint on the mass of a sterile neutrino ⇒ could be in the keV range (and possible dark matter candidate), in the GeV-TeV range or above

Active-sterile neutrino mixing

Standard case (3 flavours):



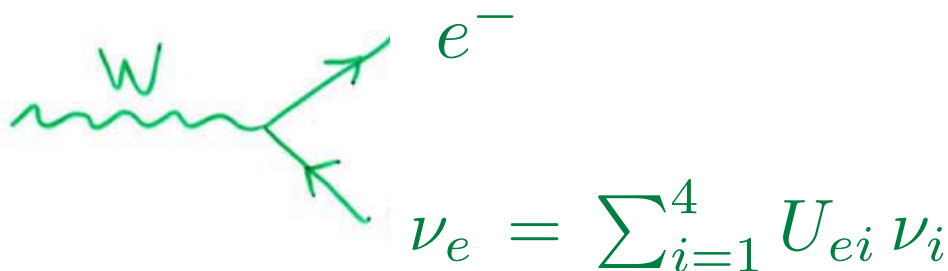
Add a sterile neutrino:

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^4 U_{\alpha i} \nu_i \quad [\alpha = e, \mu, \tau]$$

ν_s flavour eigenstate
 ν_4 mass eigenstate (m_4)

$U = 4 \times 4$ unitary matrix

Only ν_e, ν_μ, ν_τ couple to electroweak gauge boson, but all four mass eigenstate are produced in a beta decay:



We are interested in short baseline oscillations with

$$\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \lesssim 1 \quad \Longrightarrow \quad \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \gg \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right), \quad \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right)$$

→ approximate $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{21}^2 = 0$, $\Delta m_{43}^2 = \Delta m_{42}^2 = \Delta m_{41}^2 \equiv \Delta m_{\text{SBL}}^2$

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha} &\simeq 1 - 4 (|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2 + |U_{\alpha 3}|^2) |U_{\alpha 4}|^2 \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \\ &\equiv 1 - \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \end{aligned}$$

where $\sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \equiv 4 (1 - |U_{\alpha 4}|^2) |U_{\alpha 4}|^2$

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &\simeq -4 \text{Re} [(U_{\alpha 1} U_{\beta 1}^* + U_{\alpha 2} U_{\beta 2}^* + U_{\alpha 3} U_{\beta 3}^*) U_{\alpha 4}^* U_{\beta 4}] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \\ &\equiv \sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right) \end{aligned}$$

where $\sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \equiv 4 |U_{\alpha 4} U_{\beta 4}|^2$

Tension between appearance (LSND + MiniBooNE antineutrino data) and disappearance experiments (reactors, ν_μ disappearance experiments)

Reactors:
$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{ee} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right)$$

require relatively small $\sin^2 2\theta_{ee} \equiv 4(1 - |U_{e4}|^2)|U_{e4}|^2 \simeq 4|U_{e4}|^2$
(using info from solar neutrino data)

CDHS, IceCube:
$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{\mu\mu} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right)$$

require relatively small $\sin^2 2\theta_{\mu\mu} \equiv 4(1 - |U_{\mu4}|^2)|U_{\mu4}|^2 \simeq 4|U_{\mu4}|^2$
(using info from atm. neutrino data)

Appearance experiments (LSND + MiniBooNE antineutrino data):

$$P_{\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e} \simeq \sin^2 2\theta_{e\mu} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E} \right)$$

require relatively large $\sin^2 2\theta_{e\mu} \equiv 4|U_{e4}U_{\mu4}|^2 \simeq \frac{1}{4} \sin^2 2\theta_{ee} \sin^2 2\theta_{\mu\mu}$

Massive neutrinos – Dirac versus Majorana

Dirac mass term

The simplest way to describe a massive neutrino is to add a ν_R to the SM and to write a Dirac mass term, as for the other fermions:

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{Dirac}} = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L) \equiv -m_D \bar{\nu}_D \nu_D \quad \nu_D \equiv \nu_L + \nu_R$$

The massive neutrino ν_D is a Dirac fermion (2 independent chiralities)

$$\begin{array}{c} \nu_R \qquad \nu_L \\ \longrightarrow \quad \text{X} \quad \longrightarrow \\ m_D \end{array} \quad \Delta L = 0 \quad \Delta T^3 = \frac{1}{2}$$

not invariant under $SU(2)_L \times U(1)_Y$ but can be generated from a Yukawa coupling to the SM Higgs doublet (which has weak isospin 1/2)

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk.}} = -y_D \bar{L} i\sigma^2 H^* \nu_R + \text{h.c.} \quad \longrightarrow \quad m_D = y_D \frac{v}{\sqrt{2}}$$

$$m_\nu \lesssim 1 \text{ eV} \quad \Rightarrow \quad y_D \lesssim 10^{-11}$$

caveat: possible to write a Majorana mass term for $\nu_R \Rightarrow$ end up with two Majorana neutrinos rather than one Dirac neutrino (see later)

Majorana mass term

Instead of introducing ν_R , form a RH spinor from ν_L

$$\nu_R^c \equiv C \bar{\nu}_L^T \sim \text{CP conjugate of } \nu_L \text{ (describes the RH antineutrino)}$$

C = charge conjugation matrix $\psi(x) \rightarrow \psi^c(x) \equiv C\bar{\psi}^T(x)$

Can write a Majorana mass term :

$$\mathcal{L}_{\text{mass}}^{\text{Maj.}} = -\frac{1}{2} m_M (\bar{\nu}_L \nu_R^c + \bar{\nu}_R^c \nu_L) \equiv -\frac{1}{2} m_M \bar{\nu}_M \nu_M \quad \nu_M \equiv \nu_L + \nu_R^c$$

The massive neutrino $\nu_M = \nu_L + \nu_R^c$ satisfies the Majorana condition

$\nu_M = \nu_M^c \rightarrow$ Majorana fermion

$$\begin{array}{c} \nu_R^c \quad \nu_L \\ \longrightarrow \text{X} \longleftarrow \\ m_M \end{array} \iff \begin{array}{c} \nu_L \quad \nu_L \\ \longleftarrow \text{X} \longrightarrow \\ m_M \end{array} \quad \Delta L = 2 \quad \Delta T^3 = 1$$

A Majorana mass term violates lepton number (signature of a Majorana neutrino) and cannot be generated from a coupling to the SM Higgs doublet \Rightarrow neutrino masses require an extension of the SM

Dirac versus Majorana neutrino

A Dirac neutrino is different from its antiparticle ($\nu \neq \nu^c$)

\Rightarrow describes 4 degrees of freedom: $\nu\uparrow, \nu\downarrow, \bar{\nu}\uparrow, \bar{\nu}\downarrow$

Described by a 4-component spinor $\nu_D = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix}$ with independent LH and RH components

A Majorana neutrino satisfies the condition $\nu = \nu^c = C\bar{\nu}^T$

\Rightarrow describes only 2 degrees of freedom: $\nu\downarrow, \bar{\nu}\uparrow$

Can be described by a 4-component spinor $\nu_M = \begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R \end{pmatrix}$, but the LH and RH components are not independent as $\nu_M = \nu_M^c : \nu_R = C\bar{\nu}_L^T$

How to distinguish Majorana from Dirac neutrinos?

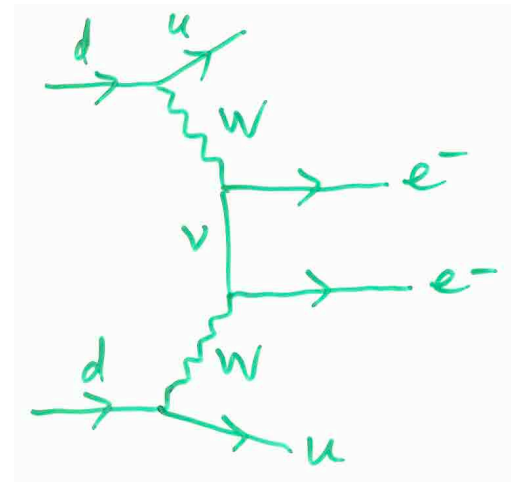
Dirac and Majorana neutrinos have the same gauge interactions, since weak interactions only involve ν_L and its antiparticle $\nu_R^c \sim \bar{\nu}_R$ (ν_R , if it exists, is a gauge singlet and does not interact at all)

For the same reason, oscillations probabilities are the same for Dirac and Majorana neutrinos (production and detection are weak interaction processes)

The only practical difference between Dirac and Majorana neutrinos lies in their mass term, which violates lepton number by 2 units in the Majorana case

→ the Majorana nature of neutrinos can be established in $\Delta L = 2$ processes such as neutrinoless double beta decay

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^-$$



How to account for neutrino masses?

Simplest possibility: add a RH neutrino to the SM

In addition to the Dirac mass term $-m_D \bar{\nu}_L N_R + \text{h.c.}$, must write a Majorana mass term for the RH neutrino, which is allowed by all (non-accidental) symmetries of the SM (or justify its absence):

$$-\frac{1}{2} M \bar{N}_L^c N_R + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} M N_R^T C N_R + \text{h.c.} \quad \Delta L = 2 \quad \Delta T^3 = 0$$

[only lepton number, if imposed, can forbid this term]

Mass eigenstates : write the mass terms in a matrix form and diagonalize

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{mass}} &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{N}_L^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R^c \\ N_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \\ &= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{L1} & \bar{\nu}_{L2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{R1}^c \\ \nu_{R2}^c \end{pmatrix} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

$$\text{where } \begin{cases} \nu_{L1} = \cos \theta \nu_L - \sin \theta \nu_L^c \\ \nu_{L2} = \sin \theta \nu_L + \cos \theta \nu_L^c \end{cases}$$

Defining $\nu_{Mi} \equiv \nu_{Li} + \nu_{Ri}^c$ (such that $\nu_{Mi} = \nu_{Mi}^c$), one can see that the mass eigenstates are 2 Majorana neutrinos with masses m_1 and m_2 :

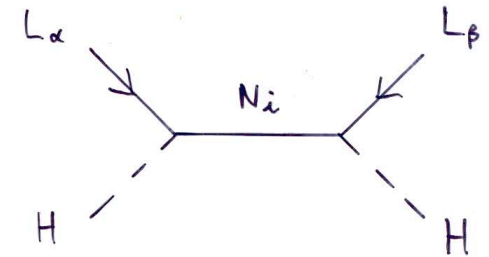
$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1,2} m_i \bar{\nu}_{Li} \nu_{Ri}^c + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1,2} m_i \bar{\nu}_{Mi} \nu_{Mi}$$

“Seesaw” limit: $M \gg M_W \gtrsim m_D$

(N_R = gauge singlet \Rightarrow M unconstrained by electroweak symmetry breaking)

$$m_1 \simeq -m_D^2/M \ll M_W \quad m_2 \simeq M \gg M_W$$

$$\sin \theta \simeq -\frac{m_D}{M} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \nu_{L1} \simeq \nu_L, \quad \nu_{L2} \simeq N_L^c$$



\rightarrow the light Majorana neutrino is essentially the SM neutrino

\rightarrow natural explanation of the smallness of neutrino masses

New physics interpretation: M = characteristic scale of the new physics responsible for lepton number violation – might be related to Grand Unification: the fermion content of $SO(10)$ includes a RH neutrino in addition to the SM fermions, which gets its mass from the spontaneous breaking of the $SO(10)$ gauge symmetry

Alternative mechanisms of neutrino (Majorana) mass generation :

- other versions of the seesaw mechanism with heavy SU(2) triplets (scalar or fermionic)
- radiative models: neutrino masses generated at the one-loop (Zee) or two loop level (Babu-Zee)
- more exotic: supersymmetric models with R-parity violation (in which lepton number is violated), extra spatial dimensions...