

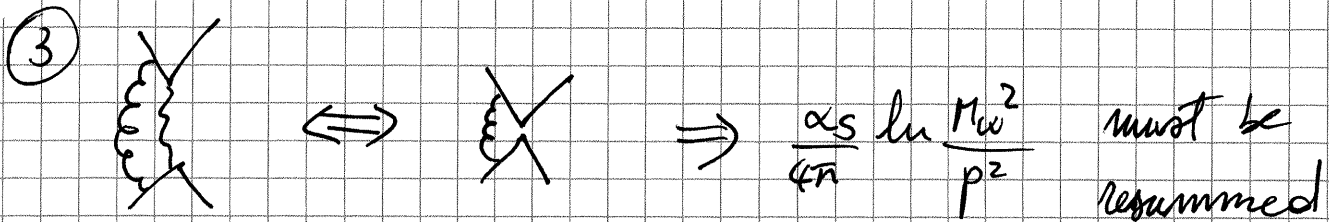
Recap:

① No tree-level FCNC in the SM, flavour change only via the exchange of  $W^\pm$ ;

② Tree-level  $W$  exchange admits an OPE at low energies:

$$\langle \text{tree} \rangle = \langle Q_1 \rangle + \langle D=8 \rangle \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{k^2 - M_W^2} \approx \frac{-1}{M_W^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^2}{M_W^2}$$

$$= \langle Q_1 \rangle + \mathcal{O}\left(\frac{p^2}{M_W^2}\right)$$

③ 

$$\Rightarrow \frac{\alpha_s}{4\pi} \ln \frac{M_W^2}{p^2} \quad \text{must be resummed}$$

Use RGE: match at  $\mu \sim M_W$ , run down to  $\mu_H$ , evaluate matrix element. IR physics identical in full and effective theory, UV one encoded in  $\alpha_s$

Practical recipe to resum  $\alpha_s^{m+1} \left(\ln \frac{M_W^2}{p^2}\right)^m$ :

a) match at  $\mathcal{O}(\alpha_s^{m-1})$

b) run at  $\mathcal{O}(\alpha_s^m)$

c) evaluate M.E. at  $\mathcal{O}(\alpha_s^{m-1})$

Scale and scheme dependence cancel out at the desired order

④ also loop-mediated FCNC admit an OPE at low energies (for heavy quark contributions). GIM mechanism plays a role in determining the scaling in  $M_W$ : power GIM or log GIM.

$\Delta F=2$ ,  $\Delta F=1$  penguins, radiative + semileptonic,

# la regola $\Delta I = \frac{1}{2}$

$$A_{K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} = A_0 e^{i\delta_0} + \frac{A_2}{\sqrt{2}} e^{i\delta_2}$$

$$A_{K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} = A_0 e^{i\delta_0} - \frac{A_2}{\sqrt{2}} e^{i\delta_2}$$

$$K_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} = \frac{3}{2} A_2 e^{i\delta_2}$$

Cosa sono  $\delta_0$  e  $\delta_2$ ?

~~$$S = \begin{pmatrix} 1 & T_0 & T_2 \\ T_0 & S_{00} & 0 \\ T_2 & 0 & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K \rightarrow K & K \rightarrow (\pi\pi)_0 & K \rightarrow (\pi\pi)_2 \\ (\pi\pi)_0 \rightarrow K & (\pi\pi)_0 \rightarrow (\pi\pi)_0 & 0 \\ (\pi\pi)_2 \rightarrow K & 0 & (\pi\pi)_2 \rightarrow (\pi\pi)_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -iT_0 & 0 \\ -iT_0 & e^{i\delta_0} & 0 \\ -iT_2 & 0 & e^{i\delta_2} \end{pmatrix}$$~~

~~$$S^\dagger S = \mathbb{1} \Rightarrow \text{all'ordine 1 in } T$$~~

~~$$T_0 + S_{00} T_0^* = 0 \Rightarrow T_0 = -e^{i\delta_0} T_0^* \Rightarrow \text{Arg } T_0 = \pi$$~~

~~$$T_2 + S_{22} T_2^* = 0 \Rightarrow T_2 = -e^{i\delta_2} T_2^* \Rightarrow \text{Arg } T_2 = \pi$$~~

~~$$T(T_0) = CP(T_0)$$~~

~~CP GW.~~

~~$$i(T_0)^* e^{i\delta_0} - iT_0 = 0 \Rightarrow T_0 = e^{i\delta_0} T_0^* \Rightarrow T_0 = |A_0| e^{i\delta_0}$$~~

$$|A_0| = 5.46 \cdot 10^{-7} \text{ M}_K$$

$$|A_2| = 0.25 \cdot 10^{-7} \text{ M}_K$$

$$\Rightarrow \left| \frac{A_2}{A_0} \right| \approx \frac{1}{22}$$

$$I_+ d = u \quad I_+ \bar{u} = -\bar{d} \quad I_- u = d \quad I_- \bar{d} = -\bar{u}$$

$$I_+ O_- = 0 \Rightarrow O_- \text{ è la componente } +\frac{1}{2} \text{ di un doppietto}$$

$$O_+ \text{ invece è } \frac{3}{2} \text{ e } \frac{1}{2}$$

$$S = \begin{pmatrix} K \rightarrow K & K \rightarrow (\pi)_0 & K \rightarrow (\pi)_2 \\ (\pi)_0 \rightarrow K & (\pi)_0 \rightarrow (\pi)_0 & 0 \\ (\pi)_2 \rightarrow & 0 & (\pi)_2 \rightarrow (\pi)_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -iT_0 & -iT_2 \\ -iT(T_0) & e^{2i\delta_0} & 0 \\ -iT(T_2) & 0 & e^{2i\delta_2} \end{pmatrix}$$

$$S^\dagger = \begin{pmatrix} 1 & iT(T_0)^* & iT(T_2)^* \\ iT_0^* & e^{-2i\delta_0} & 0 \\ iT_2^* & 0 & e^{-2i\delta_2} \end{pmatrix}$$

$$S^\dagger S = \mathbb{1} \Rightarrow -iT_0 + e^{2i\delta_0} iT(T_0)^* = 0$$

$$T(T_0) = CP(T_0) \quad T_0 = A_0 e^{i\delta_0}$$

$$CP(T_0) = A_0^* e^{i\delta_0}$$

$$-iA_0 e^{i\delta_0} + e^{2i\delta_0} i(A_0^* e^{i\delta_0})^* = 0$$

$$A_0 e^{i\delta_0} = e^{2i\delta_0} A_0 e^{-i\delta_0} \Rightarrow \delta_0 = \bar{\delta}_0 \quad \text{Watson Theorem}$$

$$CP|B^0\rangle = e^{i\xi}|B^0\rangle$$

$$CP|\bar{B}^0\rangle = e^{-i\xi}|\bar{B}^0\rangle$$

{ arbitrary

Superposition of  $|B^0\rangle$  and  $|\bar{B}^0\rangle$ :

$$a|B^0\rangle + b|\bar{B}^0\rangle$$

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \hat{H}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left( \hat{M} - \frac{i}{2}\hat{\Gamma} \right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

with  $\hat{M}$  and  $\hat{\Gamma}$  hermitian.

Define  $\hat{H}$  eigenstates  $B_{H,L}$

$$CPT: P_{11} = P_{22}, M_{11} = M_{22}$$

$$CP: M_{11} = M_{22}, P_{11} = P_{22}, M_{21} = e^{2i\xi} M_{12}, P_{21} = e^{2i\xi} P_{12}$$

ex.  ~~$\langle B^0 | H | B^0 \rangle = M_{11}$~~

$$M_{21} = \langle B^0 | H | \bar{B}^0 \rangle \xrightarrow{CP} e^{i\xi} \langle B^0 | H | B^0 \rangle e^{i\xi} = e^{2i\xi} M_{12} \text{ if CP holds}$$

$$\xrightarrow{CPT} (e^{-i\xi} \langle B^0 | H | \bar{B}^0 \rangle e^{i\xi})^* = \langle \bar{B}^0 | H | B^0 \rangle = M_{21}$$

Define  $\hat{H}$  eigenstates  $B_{H,L}$ :

$$\lambda_H = M_H - \frac{i}{2}\Gamma_H$$

$$\lambda_L = M_L - \frac{i}{2}\Gamma_L$$

$$\det(H - \lambda I) = 0$$

$$(M_{11} - \lambda)(M_{22} - \lambda) - M_{12}M_{21} = 0$$

$$\lambda^2 - \lambda(M_{11} + M_{22}) + M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} = 0$$

$$\lambda_{H,L} = \frac{M_{11} + M_{22} \pm \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 - 4(M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21})}}{2} \stackrel{CPT}{=} M_{11} \pm \sqrt{M_{12}M_{21}}$$

$$\begin{aligned} (M_{11} - \lambda)^2 - M_{12}M_{21} &= 0 \\ M_{11} - \lambda &= \pm \sqrt{M_{12}M_{21}} \\ \lambda &= M_{11} \pm \sqrt{M_{12}M_{21}} \end{aligned}$$

define  $\Delta M = M_H - M_L$  positive by definition

$$\Delta P = P_H - P_L$$

$$M = \frac{M_H + M_L}{2}$$

$$P = \frac{P_H + P_L}{2}$$

$$x = \frac{\Delta M}{P}$$

$$y = \frac{\Delta P}{2P}$$

then

$$\Delta\lambda = \lambda_H - \lambda_L = \Delta M - \frac{i}{2} \Delta P = 2 \sqrt{H_{12} H_{21}}$$

$$\begin{aligned} (\Delta M)^2 - \frac{1}{4} (\Delta P)^2 - i \Delta M \Delta P &= 4 H_{12} H_{21} = 4 \left( H_{12} - \frac{i}{2} P_{12} \right) \left( H_{12}^* - \frac{i}{2} P_{12}^* \right) = \\ &= 4 \left( |H_{12}|^2 - \frac{1}{4} |P_{12}|^2 \right) - 4 \frac{i}{2} \left( H_{12} P_{12}^* + P_{12} H_{12}^* \right) = 4 \left( |H_{12}|^2 - \frac{1}{4} |P_{12}|^2 \right) - 4i \operatorname{Re}(H_{12} P_{12}^*) \end{aligned}$$

taking real and imaginary parts

$$(\Delta M)^2 - \frac{1}{4} (\Delta P)^2 = 4 \left( |H_{12}|^2 - \frac{1}{4} |P_{12}|^2 \right)$$

$$\Delta M \Delta P = 4 \operatorname{Re}(H_{12} P_{12}^*)$$

let us write  $|B_{HL}\rangle = p |B^0\rangle + q |B^{\bar{0}}\rangle$

$$H_{11} p + H_{12} q = \lambda_H p$$

$$H_{21} p + H_{11} q = \lambda_H q$$

$$H_{11} + H_{12} \frac{q}{p} = \lambda_H = H_{11} + \sqrt{H_{12} H_{21}} \Rightarrow \frac{q}{p} = \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \frac{2 H_{12}^* - i P_{12}^*}{\Delta M - \frac{i}{2} \Delta P} = \frac{\Delta M - \frac{i}{2} \Delta P}{2 H_{12} - i P_{12}}$$

$\mathcal{CP}$  conservation implies  $\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{H_{21}}{H_{12}}} = \sqrt{\frac{H_{21} e^{2i\phi}}{H_{12}}} = e^{i\phi}$

so that  $|\frac{q}{p}| = 1$ . Thus,  $|\frac{q}{p}| \neq 1$  implies that  $H_{mix}$  is not  $\mathcal{CP}$  invariant  $\Rightarrow \mathcal{CPV}$  in mixing!

### 3 Violazione di CP nei decadimenti dei mesoni: Generalità

Prima di passare alla fenomenologia dei processi di violazione del sapore e di CP nel modello Standard e oltre, dobbiamo introdurre il formalismo generale necessario per l'analisi. Poiché più avanti discuteremo in qualche dettaglio la violazione di CP nel sistema dei mesoni con beauty, introduciamo direttamente il formalismo più adatto a questo studio. Per concretezza, indicheremo i mesoni con B e ci riferiremo a questo caso, ma la discussione si applica quasi identicamente ai mesoni K, D e B<sub>s</sub>.

Consideriamo innanzitutto i mesoni neutri B<sup>0</sup> e B<sup>0</sup>. Come abbiamo visto in precedenza, le interazioni deboli generano un mescolamento tra B<sup>0</sup> e B<sup>0</sup>, e dunque consideriamo una sovrapposizione arbitraria

$a|B^0\rangle + b|B^0\rangle$ . (Nota: usando CP|B<sup>0</sup>⟩ = |B<sup>0</sup>⟩, CP|B<sup>0</sup>⟩ = |B<sup>0</sup>⟩, |ω<sub>B</sub>| = 1)  
 $a|B^0\rangle + b|B^0\rangle \xrightarrow{CP} a\omega_B|B^0\rangle + b\omega_B^*|B^0\rangle$  è autostato di CP se  $|a/b| = 1 \Rightarrow a(|B^0\rangle + e^{i\phi}|B^0\rangle)$

L'evoluzione di questo stato è data da ~~...~~  $a e^{i\phi} e^{-i\Gamma t} |B^0\rangle + b e^{-i\phi} e^{-i\Gamma t} |B^0\rangle$

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \left( M - \frac{i}{2} \Gamma \right) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$= a e^{i\phi} e^{-i\Gamma t} (|B^0\rangle + e^{-i\phi} e^{i\phi} |B^0\rangle)$

con M e Γ hermitiane. Gli autostati di massa leggero (L) e pesante (H) sono dati da

$a(e^{-i\phi}|B^0\rangle + |B^0\rangle) \Rightarrow \phi = \phi_B \quad CP|H\rangle = |H\rangle$

$$|B_{L,H}\rangle = p|B^0\rangle \pm q|B^0\rangle,$$

con p, q complessi e  $|p|^2 + |q|^2 = 1$ . L'eq. agli autovalori dà

$$(\Delta M)^2 - \frac{1}{4}(\Delta\Gamma)^2 = (4|M_{12}|^2 - |\Gamma_{12}|^2), \quad \Delta M \Delta\Gamma = 4 \text{Re}(M_{12} \Gamma_{12}^*)$$

$$\frac{q}{p} = - \frac{2M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma} = - \frac{\Delta M - \frac{i}{2}\Delta\Gamma}{2M_{12} - i\Gamma_{12}}$$

4 Fenomenologia del Triangolo di unitarietà:  $\epsilon, \Delta M_{B_d}, \Delta M_{B_s}$

Abbiamo ora tutti gli strumenti per procedere allo studio del Triangolo di unitarietà e della violazione di CP nel K.

Iniziamo da quest'ultima.

Rispetto al sistema  $B^0-\bar{B}^0$ , il sistema  $K^0-\bar{K}^0$  si differenzia per il valore grande di  $\Delta P$ :

$$\Delta P_K \approx -2 \Delta M_K.$$

Usualmente non si parla dunque di  $K_H$  e  $K_L$  ma di  $K_S$  e  $K_L$ , K "short" e K "long", in relazione alle diverse vite medie.

Le due quantità misurate nei decadimenti dei K neutri sono

$$\eta_{\infty} = \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K_S \rangle} \quad \text{e} \quad \eta_{+-} = \frac{\langle \pi^+ \pi^- | H_{\text{eff}} | K_L \rangle}{\langle \pi^+ \pi^- | H_{\text{eff}} | K_S \rangle}.$$

Definendo  $A_{ij} = \langle \pi^i \pi^j | H_{\text{eff}} | K^0 \rangle$ ,  $\bar{A}_{ij} = \langle \pi^i \pi^j | H_{\text{eff}} | \bar{K}^0 \rangle$ ,

$$\lambda_{ij} = \left( \frac{q}{p} \right)_K \frac{\bar{A}_{ij}}{A_{ij}}, \quad \text{abbiamo}$$

$$\eta_{\infty} = \frac{1 - \lambda_{00}}{1 + \lambda_{00}} \quad \text{e} \quad \eta_{+-} = \frac{1 - \lambda_{+-}}{1 + \lambda_{+-}}.$$

Infatti ad esempio è

$$\begin{aligned} \eta_{\infty} &= \frac{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K_L \rangle}{\langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K_S \rangle} = \frac{p \langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K^0 \rangle - q \langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | \bar{K}^0 \rangle}{p \langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | K^0 \rangle + q \langle \pi^0 \pi^0 | H_{\text{eff}} | \bar{K}^0 \rangle} = \\ &= \frac{1 - \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{00}}{A_{00}}}{1 + \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{00}}{A_{00}}} = \frac{1 - \lambda_{00}}{1 + \lambda_{00}}. \end{aligned}$$

Conviene introdurre le due ampiezze di decadimento  
su dati di isospin fissato:

(4-2)

$$A_I = \langle (\pi\pi)_I | H_{\text{eff}} | K^0 \rangle, \quad \bar{A}_I = \langle (\pi\pi)_I | H_{\text{eff}} | \bar{K}^0 \rangle, \quad I=0, 2.$$

Sperimentalmente, si ha  $|A_2/A_0| \approx \frac{1}{20}$  (regola  $\Delta I = \frac{1}{2}$ ).

Ciò significa che la violazione di CP nel decadimento, possibile grazie alla presenza di due ampiezze con diverse fasi forti ( $I=0$  e  $I=2$ ) è soppressa dal fattore  $|A_2/A_0|$ .

È usuale definire a partire da  $\eta_{00}$  ed  $\eta_{+-}$  due grandezze,  $\varepsilon$  ed  $\varepsilon'$ , in modo da isolare la violazione di CP nel mixing da quella nel decadimento.

$$\varepsilon \equiv \frac{1}{3} (\eta_{00} + 2\eta_{+-})$$

È definito in modo tale che  $\varepsilon = \frac{1-\lambda_0}{1+\lambda_0} + O\left(\frac{A_2^2}{A_0^2}\right)$ .

Essendoci un solo canale forte, non vi è violazione di CP nel decadimento in  $\varepsilon$  fino all'ordine  $|A_2^2/A_0^2| \sim 1/400$ .

Ora,  $\text{Re } \varepsilon = \text{Re } \frac{1-\lambda_0}{1+\lambda_0} = \frac{1-|\lambda_0|^2}{1+2\text{Re } \lambda_0 + |\lambda_0|^2}$ , perciò

$\text{Re } \varepsilon \neq 0 \Rightarrow |\lambda_0| \neq 1 \Rightarrow |q/p| \neq 1 \Rightarrow$  violazione di CP nel mixing, mentre  $\text{Im } \varepsilon = \frac{-2 \text{Im } \lambda_0}{1+2\text{Re } \lambda_0 + |\lambda_0|^2}$ , perciò

$\text{Im } \varepsilon \neq 0 \Rightarrow \text{Im } \lambda_0 \neq 0 \Rightarrow$  violazione di CP nell'interferenza tra decadimenti con e senza mixing.

Sperimentalmente,  $\text{Arg } \varepsilon \approx \frac{\pi}{4}$ , dunque i due contributi sono



comparabili.

(4-3)

Definiamo invece

$$\varepsilon' = \frac{1}{3} (\eta_{+-} - \eta_{00}).$$

Si ha allora  $\varepsilon' \approx \frac{1}{6} (\alpha_{00} - \alpha_{+-})$ . È dunque evidente che

l'effetto della violazione di CP nel mixing, che è indipendente del canale di decadimento, si cancella in  $\varepsilon'$ .

È possibile mostrare che  $\text{Re } \varepsilon' \neq 0$  corrisponde a violazione di CP nel decadimento mentre  $\text{Im } \varepsilon' \neq 0$  corrisponde a violazione di CP nell'interferenza; in tutti e due i casi dobbiamo però avere violazione diretta di CP, perché abbiamo bisogno di  $\phi_2 - \phi_0 \neq 0$ , dove  $\phi_2$  e  $\phi_0$  sono le fasi deboli delle ampiezze di isospin 2 e 0 rispettivamente.

La quantità misurata sperimentalmente in realtà è

$$1 - \left| \frac{\eta_{00}}{\eta_{+-}} \right|^2 = 6 \text{Re } \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}.$$

Vediamo allora il calcolo di  $\varepsilon$  nel modello standard.

Sfruttando il fatto che  $\Delta P_K \approx -2\Delta M_K$ , si può ricavare che \*

$$\varepsilon = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}\Delta M_K} \left( \text{Im } M_{12} + 2 \frac{\text{Im } A_0}{\text{Re } A_0} \text{Re } M_{12} \right), \quad \text{con}$$

$$M_{12} = \langle K^0 | H_{\text{eff}}^{\Delta S=2} | \bar{K}^0 \rangle.$$

Trascurando il 2° termine, che è una correzione piccola ( $\leq 2\%$ ), dobbiamo calcolare  $\text{Im } M_{12}$ .

$$\epsilon \approx \frac{1-\lambda_0}{1+\lambda_0} \quad \text{Arg } \epsilon = \arctan\left(\frac{-\text{Im } \lambda_0}{1-\text{Re } \lambda_0}\right)$$

$$\lambda_0 = \frac{g \bar{A}_0}{p A_0} = \frac{2\Gamma_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma} \frac{\bar{A}_0}{A_0} \sim \frac{2\Gamma_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma} \frac{\bar{A}_0}{A_0} = \frac{g}{p} \frac{i\frac{\Delta\Gamma}{4}}{2\Gamma_{12}^* \frac{\bar{A}_0}{A_0} - \frac{A_0^2}{A_0}}$$

$$\epsilon = \frac{1-\lambda_0}{1+\lambda_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{g \bar{A}_0}{p A_0}$$

$$\frac{g}{p} = \frac{2\Gamma_{12}^* - i\Gamma_{12}^*}{\Delta m - \frac{i}{2}\Delta\Gamma}$$

$$\left(\frac{g}{p}\right)^2 = \frac{1-\delta}{1+\delta}$$

$$\delta = \frac{1-\left(\frac{g}{p}\right)^2}{1+\left(\frac{g}{p}\right)^2}$$

$$\left(\frac{g}{p}\right)^2 = \frac{1-\delta}{1+\delta}$$

$$\frac{1-\left(\frac{g}{p}\right)^2}{1+\left(\frac{g}{p}\right)^2} = \frac{2\delta}{1+\delta} = \frac{1+\delta}{1+\delta} = \delta$$

$$1 - \left(\frac{g}{p}\right)^2 = \frac{1+\delta}{1+\delta} = \delta$$

$$1 - \left(\frac{g}{p}\right)^2 = \frac{1+\delta}{1+\delta} = \delta$$

$$\delta = \frac{2\delta}{1+\delta} = \frac{2\delta}{1+\delta}$$

$$\delta = \frac{2\delta}{1+\delta} = \frac{2\delta}{1+\delta}$$

$$\frac{2\text{Re } \epsilon}{1+\epsilon^2} = \frac{1-|\lambda_0|^2}{1+|\lambda_0|^2} = \frac{1-\left(\frac{g}{p}\right)^2}{1+\left(\frac{g}{p}\right)^2} = \delta \quad (1)$$

$$\frac{\text{Im } \epsilon}{\text{Re } \epsilon} = \frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \sin \arg \lambda_0$$

Approximations:

$$\textcircled{1} \quad \Gamma_{12} \approx A_0^* \bar{A}_0 \Rightarrow \arg(\Gamma_{12} A_0 \bar{A}_0^*) = 0$$

$$\sin \arg \lambda_0 \approx \delta \Rightarrow \arg \lambda_0 = \arg(u + i\delta) \quad u = \frac{-\Delta\Gamma}{2\Delta m}$$

$$\left(\arg \lambda_0 = \arg \frac{g \bar{A}_0}{p A_0}\right); \text{ use } \frac{g}{p} = \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} e^{i \arg \Gamma_{12}^*} \frac{-\delta + i\delta}{\sqrt{u^2 + \delta^2}}$$

$$\text{Then } \lambda_0 = \frac{g \bar{A}_0}{p A_0} = \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} \frac{-u + i\delta}{\sqrt{u^2 + \delta^2}} e^{i \arg \Gamma_{12}^*} e^{i \arg(\bar{A}_0 A_0^*)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} \frac{-u + i\delta}{\sqrt{u^2 + \delta^2}} \text{ and } \arg \lambda_0 = \arg(-u + i\delta)$$

$$\text{Then } \frac{\text{Im } \epsilon}{\text{Re } \epsilon} = \frac{\sqrt{1-\delta^2}}{\delta} \frac{\delta}{\sqrt{u^2 + \delta^2}} = \sqrt{\frac{1-\delta^2}{u^2 + \delta^2}} \Rightarrow \arg \epsilon \approx \arctan \frac{1}{u} \approx 43.49^\circ$$

Since (1) then  $\epsilon \approx \frac{\sqrt{2}}{2} e^{\frac{\pi i}{4}}$ .

Define  $w = \arg \mu_{12}^* P_{12} \approx \arg(\mu_{12} A_0 \bar{A}_0^*)$

then  $\sin w = \frac{\operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{|\mu_{12}^* P_{12}|}$

$$\text{Now, } \frac{\delta}{1+\delta^2} = \frac{2 \operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{4|\mu_{12}|^2 + |P_{12}|^2} \Rightarrow \delta = \frac{2 \operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{(\Delta \mu)^2 + |P_{12}|^2} \approx \frac{\operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{(\Delta \mu)^2} \approx$$

~~$$\frac{2 \operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{4|\mu_{12}|^2 + |P_{12}|^2} \approx \frac{\operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{(\Delta \mu)^2}$$~~

$$\approx \frac{-\operatorname{Im} \mu_{12} \operatorname{Re} A_0 \bar{A}_0^* + \operatorname{Re} \mu_{12} \operatorname{Im} A_0 \bar{A}_0^*}{1+\delta^2} = \frac{2 \operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{4|\mu_{12}|^2 + |P_{12}|^2} \Rightarrow \delta = \frac{2 \operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{(\Delta \mu)^2 + |P_{12}|^2} \approx$$

$$\frac{\operatorname{Im}(\mu_{12}^* P_{12})}{\Delta \mu |P_{12}|} = \frac{\operatorname{Im}(\mu_{12}^* \frac{P_{12}}{|P_{12}|})}{\Delta \mu} = \frac{\operatorname{Im}(\mu_{12}^* \frac{A_0^* \bar{A}_0}{|A_0| |\bar{A}_0|})}{\Delta \mu} = \frac{1}{\Delta \mu} (\operatorname{Im} \mu_{12}^*) \approx \frac{\operatorname{Im} \mu_{12}^* P_{12}}{(\Delta \mu) |P_{12}|} =$$

$$= -\frac{\operatorname{Im} \mu_{12} A_0 \bar{A}_0^*}{\Delta \mu |A_0 \bar{A}_0|} \approx \frac{\operatorname{Im} \mu_{12} + 2 \frac{\operatorname{Im} A_0 \operatorname{Re} \mu_{12}}{\operatorname{Re} A_0}}{\Delta \mu}$$

$$|A_0| = |A_0|$$

~~$$\frac{\operatorname{Im} A_0}{\operatorname{Re} A_0}$$~~

$$\operatorname{Im} A_0 \ll \operatorname{Re} A_0$$

$$\operatorname{Im} \mu_{12} \frac{\operatorname{Re} A_0 \bar{A}_0^*}{|A_0 \bar{A}_0|} + \operatorname{Re} \mu_{12} \frac{\operatorname{Im} A_0 \bar{A}_0^*}{|A_0 \bar{A}_0|}$$

⊗

Ma come abbiamo visto in precedenza,

(4-4)

$$\text{Im } M_{12} = \text{Im} \langle K_0 | H_{\text{eff}}^{\Delta S=2} | \bar{K}^0 \rangle = \frac{G_F^2 M_W^2}{4\pi^2} \frac{1}{3} F_K^2 M_K \hat{B}_K \text{Im} \left[ \lambda_c^2 \eta_c S_0(x_c) + \lambda_t^2 \eta_t S_0(x_t) + 2\lambda_c \lambda_t \eta_{ct} S_0(x_c, x_t) \right]$$

Dove  $\hat{B}_K = B_K(\mu) (\alpha_s(\mu))^{-2\gamma} \left[ 1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} J \right]$ .

Quando  $\text{Im } \lambda_c^* = \text{Im } \lambda_t$ , si ottiene

$$\varepsilon = \frac{G_F^2 F_K^2 M_K M_W^2}{6\sqrt{2} \pi^2 \Delta M_K} \hat{B}_K \text{Im } \lambda_t \left\{ \text{Re } \lambda_c (\eta_c S_0(x_c) - \eta_{ct} S_0(x_c, x_t)) + \text{Re } \lambda_t \eta_t S_0(x_t) \right\} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

Prendendo  $G_F, F_K, M_K, M_W$  e  $\Delta M_K$  dagli esperimenti e, per esempio,

$$\hat{B}_K = 0.87 \pm 0.06 \pm 0.13 \quad \text{dal reticolo, e confrontando con}$$

il valore sperimentale

$$\varepsilon^{\text{exp}} = (2.280 \pm 0.013) 10^{-3} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

possiamo, dato  $\text{Re } \lambda_c$ , determinare una regione permessa di  $\text{Re } \lambda_t$  e  $\text{Im } \lambda_t$ , o di  $\rho$  ed  $\eta$ . Torneremo su questo punto più avanti.

Consideriamo ora invece il mixing  $B_d - \bar{B}_d$  e  $B_s - \bar{B}_s$ .

Come abbiamo visto, nel sistema del B è  $\Gamma_{12} \ll M_{12}$  e dunque abbiamo

$$\Delta M_{B_{d,s}} = 2 |M_{12}^{(d,s)}|.$$