

Les Trous Noirs Comme Objets Thermodynamiques:

La constante Cosmologique: Aspects &
Perspectives.

Journée Scientifique du GDRI P2IM
17-18 Dcembre, Rabat.

Hasan. EL MOUMNI^{1,2}
A. Belhaj, M. Chabab, K. Masmar, M. B. Sedra.

- ¹ LPHEA-FSSM- Université Cadi Ayyad.
² Dépt. Phys- Fac. Sci- Université Ibn Zohr.

Outline

① Trous noirs comme objets thermodynamiques

② Λ : Pression et volume

③ Analogie AdS

Transition de Hawking-Page

analogie de Van der Waals & Comportement Critique

Construction de Maxwell & Cycle et Machines Thermiques

④ Conclusion & Perspectives



Trous noirs comme objets thermodynamiques

Sir Arthur Stanley Eddington



Si quelqu'un fait la remarque que votre théorie est en désaccord avec les équations de Maxwell alors tant pis pour les équations de Maxwell. Si elle est jugée contradictoire avec l'observation: les expérimentateurs font gâcher les choses parfois. Mais si votre théorie est jugée contre la deuxième loi de la thermodynamique, je peux vous donner aucun espoir; il n'y a rien pour elle, que l'effondrement dans la plus profonde humiliation.

Gifford Lectures (1927), The Nature of the Physical World (1928), 74.



Trous noirs comme objets thermodynamiques

Sir Arthur Stanley Eddington



Si quelqu'un fait la remarque que votre théorie est en désaccord avec les équations de Maxwell alors tant pis pour les équations de Maxwell. Si elle est jugée contradictoire avec l'observation: les expérimentateurs font gâcher les choses parfois. Mais si votre théorie est jugée contre la deuxième loi de la thermodynamique, je peux vous donner aucun espoir; il n'y a rien pour elle, que l'effondrement dans la plus profonde humiliation.

Gifford Lectures (1927), The Nature of the Physical World (1928), 74.



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$

- La masse

$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$

- Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$

$$dM = \kappa dA \leftrightarrow dE = T dS ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$
- La masse

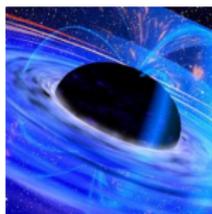
$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$
 - Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$

$$dM = \kappa dA \leftrightarrow dE = T dS ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$
- La masse

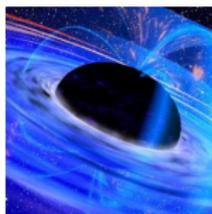
$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$
 - Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$
 - L'aire de l'horizon $A = 4\pi r_h^2$, **ne d'écroit Jamais**

$$dM = \kappa dA \leftrightarrow dE = T dS ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$

- La masse

$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

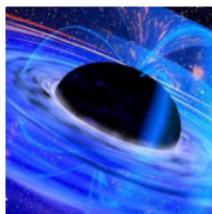
- L'horizon: $r_h = 2M$

- Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$
- L'aire de l'horizon $A = 4\pi r_h^2$, **ne d'écroit Jamais**

$$\boxed{dM = \kappa dA} \leftrightarrow \boxed{dE = T dS} ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$
- La masse

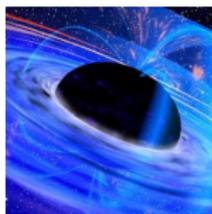
$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$
 - Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$
 - L'aire de l'horizon $A = 4\pi r_h^2$, **ne d'écroit Jamais**

$$\boxed{dM = \kappa dA} \leftrightarrow \boxed{dE = T dS} ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$
- La masse

$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$
 - Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$
 - L'aire de l'horizon $A = 4\pi r_h^2$, **ne d'écroit Jamais**

$$\boxed{dM = \kappa dA} \leftrightarrow \boxed{dE = T dS} ?$$



• Trou Noir de Schwarzschild



- $ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$

- La masse

$$M = -\frac{1}{8\pi} \int_{S_\infty} dk, \quad k^a = (\partial_t)^a$$

- L'horizon: $r_h = 2M$

- Surface-gravité: $(k^b \nabla_b k^a)|_H = \kappa k^a|_H \rightarrow \kappa = \frac{1}{4M}$

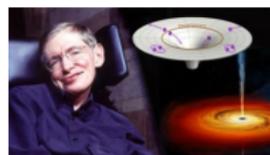
- L'aire de l'horizon $A = 4\pi r_h^2$, **ne d'écroit Jamais**

- $\boxed{dM = \kappa dA} \leftrightarrow \boxed{dE = T dS} ?$



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa)...



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta' = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa)...



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta' = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa)...



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa)...



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa) . . .



- Hawking 1974

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad S = \frac{A}{4}$$



QFT en espace courbé.
autres approches

- Integral de chemin, Gibbons 1997

$$Z = \int D[g_{ab}] e^{-S_E[g]} \sim e^{-S_E[g_C]}$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \log Z \rightarrow S = -\frac{\partial F}{\partial T} = \frac{A}{4}$$

Variété non singulière si le temps imaginaire τ identifiés avec une certaine période $\Delta\tau$. QFT: température finie

$$T = \frac{1}{\beta'}, \quad \beta = \Delta\tau$$

- Théorie des Cordes (C. Vafa) . . .

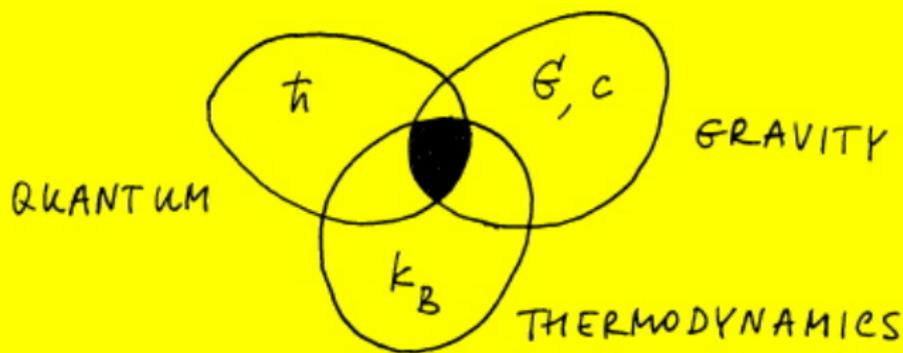


- Hawking 1974



$$k_B T = \frac{\hbar \alpha}{2\pi}, \quad \alpha = \frac{c^3}{4GM} = \frac{c}{2R}$$

M: MASS, R: SCHWARZSCHILD RADIUS



- Théorie des Cordes (C. Vafa)...



Thermodynamique

La première loi de la thermodynamique des Trous Noir

$$\delta M = T\delta S + \sum_i \delta J_i + \Phi\delta Q$$

- Mais où le terme PdV ?
- Constante cosmologique Λ comme pression

Proposition

- Soit un trou noir de type Anti-de-Sitter

$$P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$$

- On peut prendre Λ comme variable thermodynamique.

Thermodynamique

La première loi de la thermodynamique des Trous Noir

$$\delta M = T\delta S + \sum_i \delta J_i + \Phi\delta Q$$

- Mais où le terme PdV ?
- Constante cosmologique Λ comme pression

Proposition

- Soit un trou noir de type Anti-de-Sitter

$$P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$$

- On peut prendre Λ comme variable thermodynamique.

Thermodynamique

La première loi de la thermodynamique des Trous Noir

$$\delta M = T\delta S + \sum_i \delta J_i + \Phi\delta Q$$

- Mais où le terme PdV ?
- Constante cosmologique Λ comme pression

Proposition

- Soit un trou noir de type Anti-de-Sitter

$$P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$$

- On peut prendre Λ comme variable thermodynamique.

Thermodynamique

La première loi de la thermodynamique des Trous Noir

$$\delta M = T\delta S + \sum_i \delta J_i + \Phi\delta Q$$

- Mais où le terme PdV ?
- Constante cosmologique Λ comme pression

Proposition

- Soit un trou noir de type Anti-de-Sitter

$$P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$$

- On peut prendre Λ comme variable thermodynamique.

Thermodynamique

La première loi de la thermodynamique des Trous Noir

$$\delta M = T\delta S + \sum_i \delta J_i + \Phi\delta Q$$

- Mais où le terme PdV ?
- Constante cosmologique Λ comme pression

Proposition

- Soit un trou noir de type Anti-de-Sitter

$$P = -\frac{1}{8\pi}\Lambda$$

- On peut prendre Λ comme variable thermodynamique.

Première loi en espace AdS

D.Kastor, S.Ray, and J.Traschen, *Enthalpy and the Mechanics of AdS Black Holes*, Class. Quant. Grav. **26** (2009) 195011, [arXiv:0904.2765].

$$\delta M = T\delta S + \Theta\delta P + \dots$$

- Introduction du terme Pdv dans la thermodynamique de trous noirs.
- La masse M s'interprète comme **Enthalpie**.
- Cette Formule peut être utilisé pour déduire le **volume thermodynamique** associé au trou noir.
- Exemple: à 4 dimensions, **Schwarzschild**:

$$V = \frac{4}{3}\pi r_+^3$$



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Machinerie Thermodynamique

- Etude des différents type d' AdS-trous noirs : chargé, rotatif dans l'ensemble canonique (Q où J fixe) et la relation avec la thermodynamique ordinaire ...
- Le potentiel thermodynamique correspondant est **l'énergie libre de Gibbs**

$$G = M - TS = G(P, T, J_1 \cdots J_N, Q)$$

état **équilibre** correspond au **minimum global de G**

- La stabilité thermodynamique locale: **positivité de la capacité calorifique**

$$C_P \equiv C_{P, J_1 \cdots J_N, Q} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, J_1 \cdots J_N, Q}$$

- diagramme de phases
- points critiques,



Outline

1 Trous noirs comme objets thermodynamiques

2 Λ : Pression et volume

3 Analogie AdS

Transition de Hawking-Page

analogie de Van der Waals & Comportement Critique

Construction de Maxwell & Cycle et Machines Thermiques

4 Conclusion & Perspectives

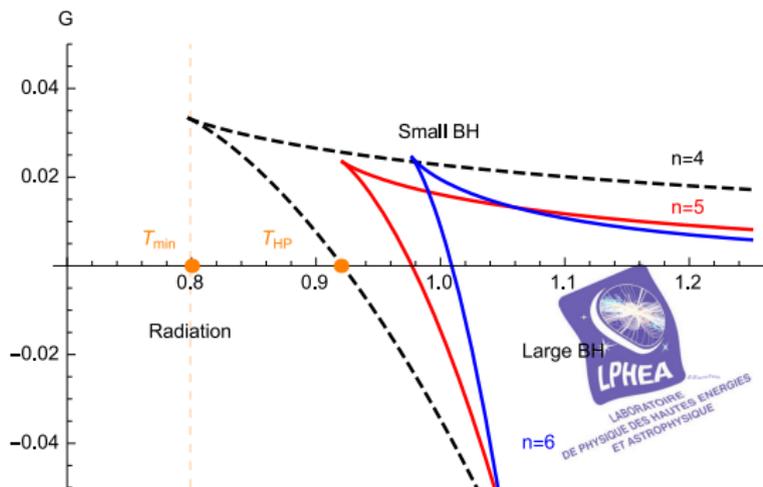


Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. 87, 577 (1983).

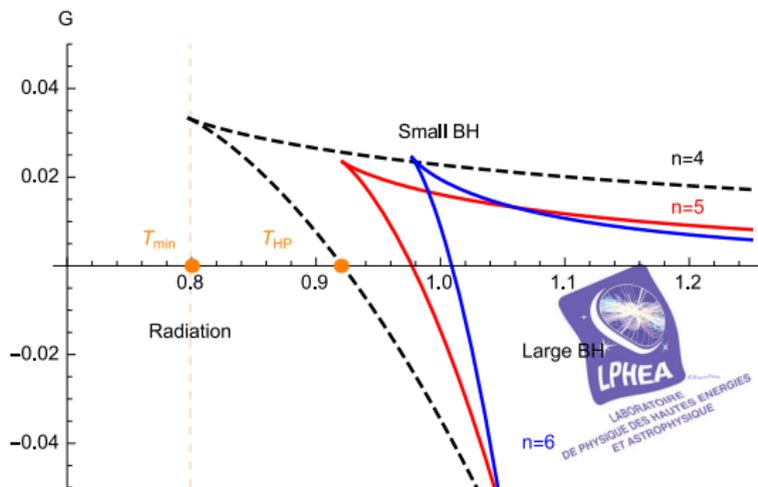


Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).



Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

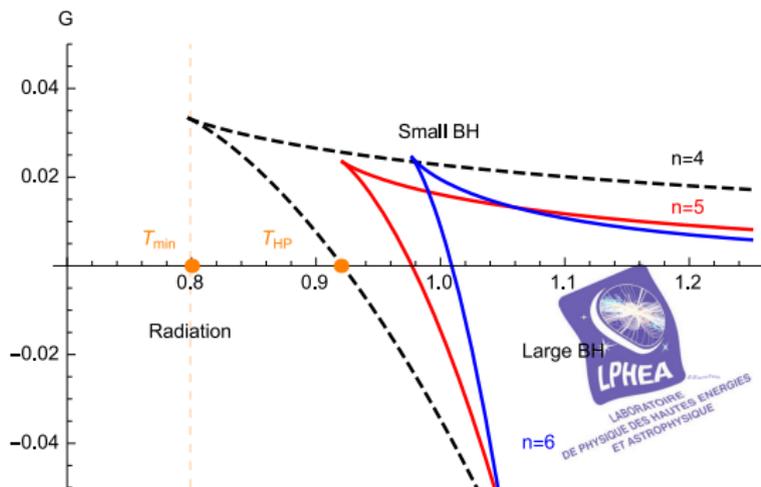
$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

• $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de
particules.

• pour les Large TN :
positive C_p configuration
stable.

• A. Belhaj, M. Chabab, H. El Mounni,
K. MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of
AdS black holes*, JHEP 05 (2015) 149.



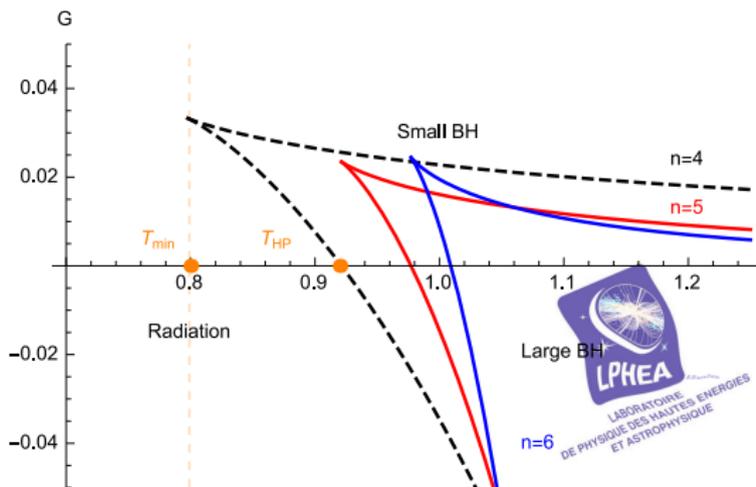
Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$: radiation = gas de particules.
- pour les Large TN : positive C_p configuration stable.
- A.belhaj, M.chabab, H. El Mounni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP 05 (2015) 149.



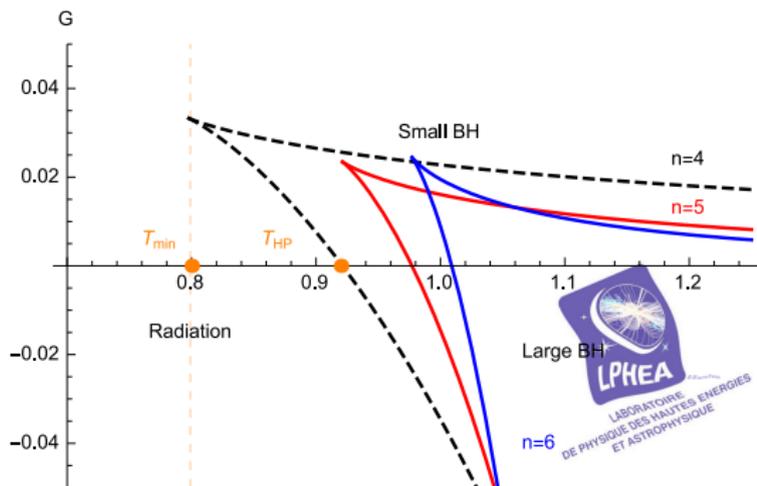
Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de particules.
- pour les Large TN :
positive C_p configuration stable.
- A.belhaj, M.chabab. H. El Mounni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP 05 (2015) 149.



Transition de Hawking-Page

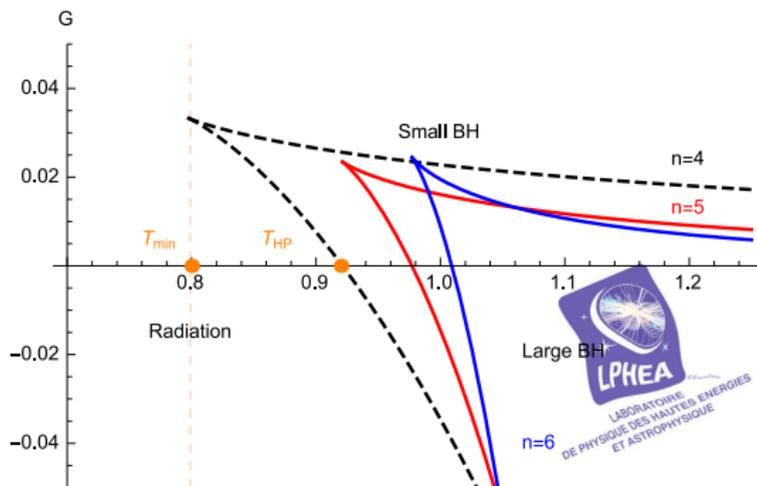
- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de particules.
- pour les Large TN :
positive C_p configuration stable.

- A.belhaj, M.chabab, H. El Mounni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP 05 (2015) 149.



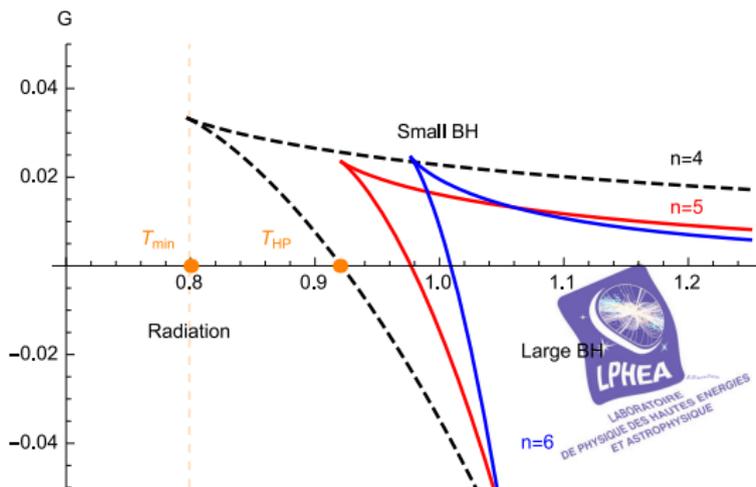
Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de particules.
- pour les Large TN :
positive C_p configuration stable.
- A.belhaj, M.chabab. H. El Moumni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP **05** (2015) 149.



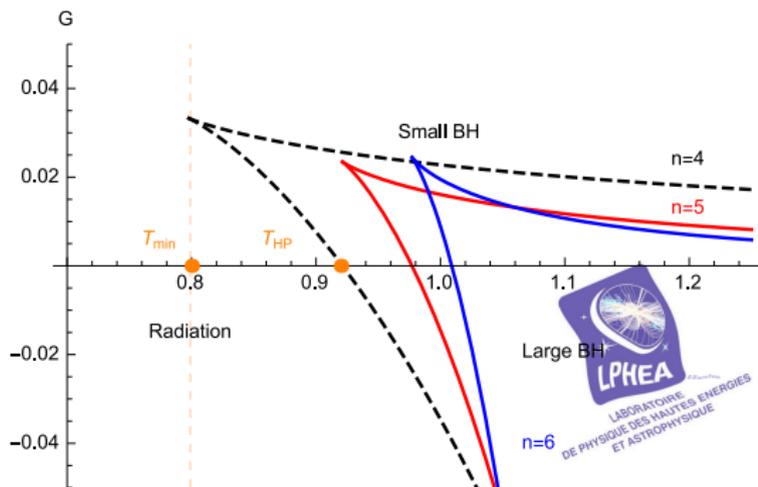
Transition de Hawking-Page

- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de particules.
- pour les Large TN :
positive C_p configuration stable.
- A.belhaj, M.chabab. H. El Mounni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP **05** (2015) 149.



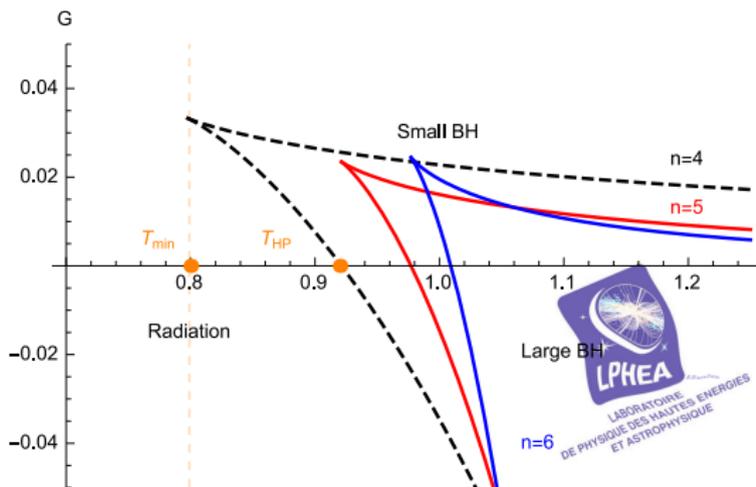
Transition de Hawking-Page

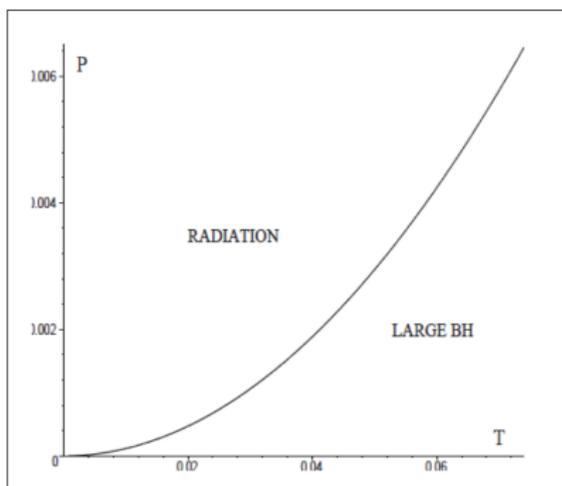
- Trou noir Schwarzschild-AdS :

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

- S.W. Hawking & D.N. Page, *Thermodynamics of black holes in anti-de-Sitter space*, Commun. Math. Phys. **87**, 577 (1983).

- $T_{min} \propto \frac{1}{\ell}$, $T < T_{min}$:
radiation = gas de particules.
- pour les Large TN :
positive C_p configuration stable.
- A.belhaj, M.chabab. H. El Moumni, K.MASMAR, M.B. Sedra, *On heat properties of AdS black holes*, JHEP **05** (2015) 149.





Equation d'état depend de la **topologie de l'horizon**

- E. Witten 1998: transition de phases en *CFT*...
- fluide-Interpretation: solide/liquide transition en diagramme (P, T) :
- ligne de coexistence **infinie**.

$$T = \frac{1}{4\pi r_+ \ell^2} (\ell^2 + 3r_+^2)$$

$$Pv = T - \frac{k}{2\pi} \frac{1}{v}, \quad v = 2r_+ \ell_p^2$$



Outline

1 Trous noirs comme objets thermodynamiques

2 Λ : Pression et volume

3 Analogie AdS

Transition de Hawking-Page

analogie de Van der Waals & Comportement Critique

Construction de Maxwell & Cycle et Machines Thermiques

4 Conclusion & Perspectives



Trou noir de Reissner-Nordstrom-AdS

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, M. B. Sedra, *On Thermodynamics of AdS Black Holes in Arbitrary Dimensions*, Chin. Phys. Lett **29** (2012)100401.

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r^{d-3}} + \frac{Q^2}{r^{2(d-3)}} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

$$P = \frac{(d-2)T}{4r_+} - \frac{(d-3)(d-2)}{16\pi r_+^2} + \frac{(d-3)(d-2)Q^2 r_+^{4-2d}}{16\pi}$$

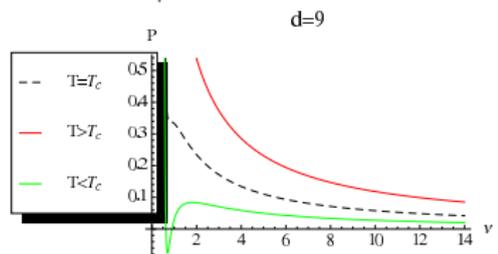
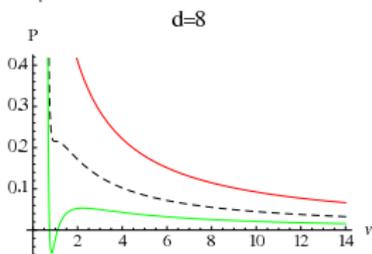
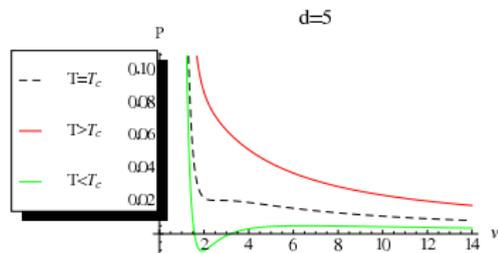
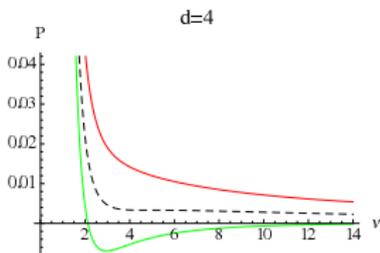


Figure: Le diagramme $P-v$ pour le trou noir RN-AdS avec T_c est la température critique et la charge

Trou noir de Reissner-Nordstrom-AdS

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, M. B. Sedra, *On Thermodynamics of AdS Black Holes in Arbitrary Dimensions*, Chin. Phys. Lett **29** (2012)100401.

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r^{d-3}} + \frac{Q^2}{r^{2(d-3)}} + \frac{r^2}{\ell^2}$$

$$P = \frac{(d-2)T}{4r_+} - \frac{(d-3)(d-2)}{16\pi r_+^2} + \frac{(d-3)(d-2)Q^2 r_+^{4-2d}}{16\pi}$$

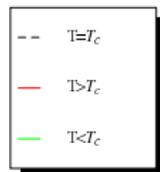
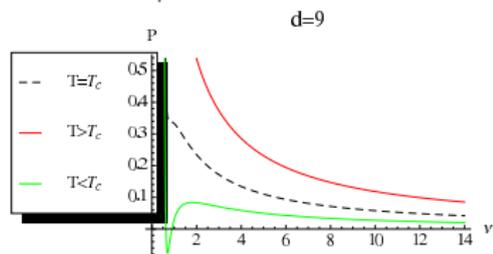
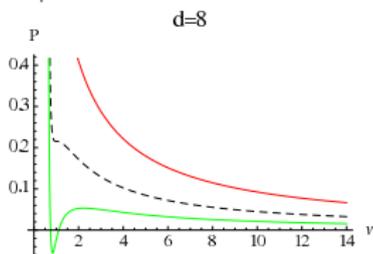
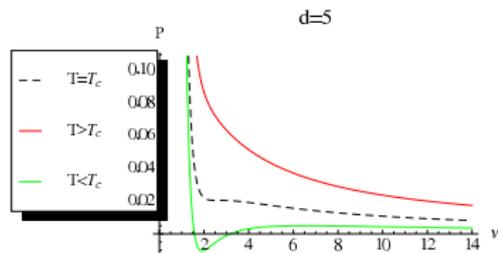
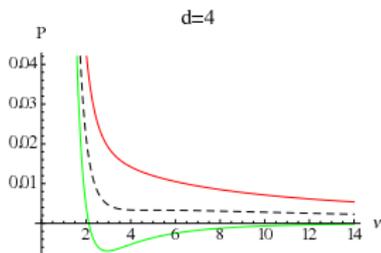


Figure: Le diagramme $P - v$ pour le trou noir RN-AdS avec T_c est la température critique et la charge $Q = 1$.

Trou noir de Reissner-Nordstrom-AdS

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, M. B. Sedra, *On Thermodynamics of AdS Black Holes in Arbitrary Dimensions*, Chin. Phys. Lett **29** (2012)100401.

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r^{d-3}} + \frac{Q^2}{r^{2(d-3)}} + \frac{r^2}{\ell^2} \rightarrow P = \frac{(d-2)T}{4r_+} - \frac{(d-3)(d-2)}{16\pi r_+^2} + \frac{(d-3)(d-2)Q^2 r_+^{4-2d}}{16\pi}$$

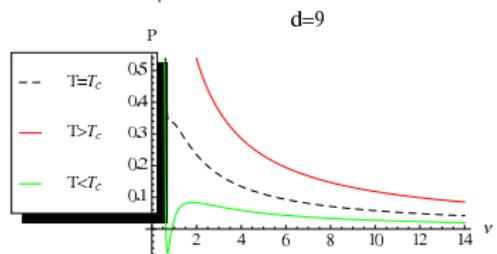
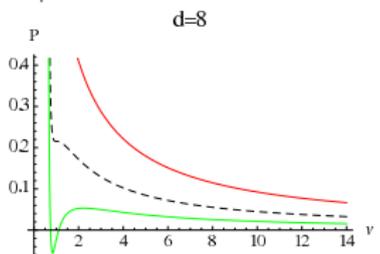
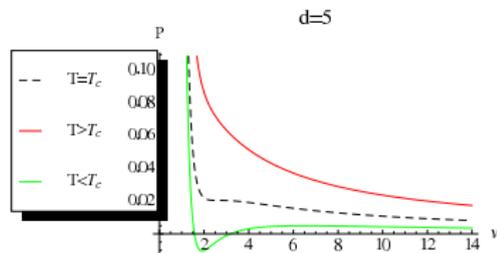
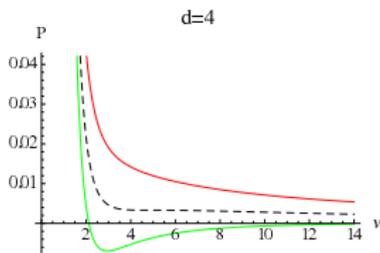


Figure: Le diagramme $P - v$ pour le trou noir RN-AdS avec T_c est la température critique et la charge $Q = 1$.

Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!}$$

- $\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8}$ $\chi = \frac{3}{8}, \quad d=4$. Robert, B. Mann et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- BTZ, $P = \frac{(d-2)T}{4r_+} + \frac{2^{\frac{d-3}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!}$$

- $\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8}$ $\chi = \frac{3}{8}, \quad d=4$. Robert. B. Mann et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- BTZ, $P = \frac{(d-2)T}{4r_+} + \frac{2^{\frac{d-3}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!!}$$

- $$\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8} \quad \chi = \frac{3}{8}, \quad d=4. \text{ Robert. B. Mann}$$

et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- BTZ, $P = \frac{(d-2)T}{4r_+} + \frac{2^{\frac{d-3}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!!}$$

- $$\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8} \quad \chi = \frac{3}{8}, \quad d=4. \text{ Robert. B. Mann}$$

et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- BTZ, $P = \frac{(d-2)T}{4r_+} + \frac{2^{\frac{d-3}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!!}$$

- $$\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8} \quad \chi = \frac{3}{8}, \quad d = 4.$$
 Robert. B. Mann

et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- BTZ, $P = \frac{(d-2)T}{4l_p} + \frac{2^{\frac{d-3}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Trou noir AdS

- Pour $T < T_c$: region instable correspond au

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T > 0. \quad \text{????!!!}$$

- $\chi = \frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{2d-5}{4d-8}$ $\chi = \frac{3}{8}, \quad d=4.$ Robert. B. Mann

et al. *JHEP* 1207 (2012) 033.

- **BTZ**, $P = \frac{(d-2)T}{4r_+} + \frac{2^{\frac{d-9}{2}}(d-2)Q^{d-1}r_+^{1-d}}{\pi}$. Gaz parfait.



Rotation & Champ Scalaire

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, L. Medari, M. B. Sedra, *The Thermodynamical Behaviors of Kerr-Newman AdS Black Holes*, Chin. Phys. Lett **30** (2013) 090402.
-
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, K. Masmarr, M. B. Sedra, *Critical Behaviors of 3D Black Holes with a Scalar Hair*, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. **12**, 2 (2015) 1550017, arXiv:hep-th/1306.2518



Rotation & Champ Scalaire

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, L. Medari, M. B. Sedra, *The Thermodynamical Behaviors of Kerr-Newman AdS Black Holes*, Chin. Phys. Lett **30** (2013) 090402.
-
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, K. Masmarr, M. B. Sedra, *Critical Behaviors of 3D Black Holes with a Scalar Hair*, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. **12**, 2 (2015) 1550017, arXiv:hep-th/1306.2518



Rotation & Champ Scalaire

- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, L. Medari, M. B. Sedra, *The Thermodynamical Behaviors of Kerr-Newman AdS Black Holes*, Chin. Phys. Lett **30** (2013) 090402.
-
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, K. Masmarr, M. B. Sedra, *Critical Behaviors of 3D Black Holes with a Scalar Hair*, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. **12**, 2 (2015) 1550017, arXiv:hep-th/1306.2518



Outline

1 Trous noirs comme objets thermodynamiques

2 Λ : Pression et volume

3 Analogie AdS

Transition de Hawking-Page

analogie de Van der Waals & Comportement Critique

Construction de Maxwell & Cycle et Machines Thermiques

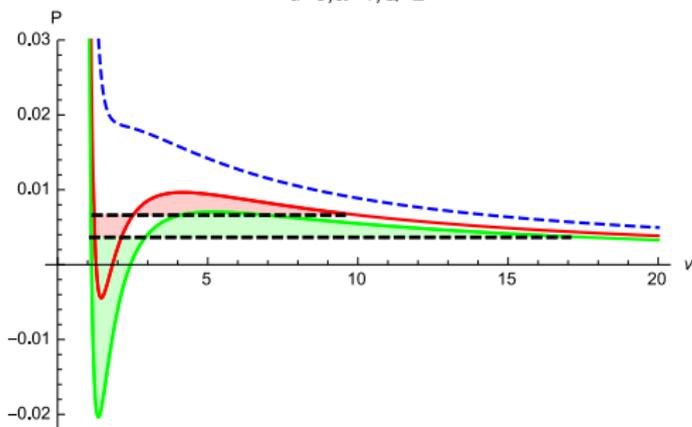
4 Conclusion & Perspectives



Construction de Maxwell

- Partie de compressibilité négative : **non-physique**
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El mounni, K. Masmarr and M. B. Sedra, *Maxwell's equal-area law for Gauss-Bonnet-Anti-de Sitter black holes*, Eur. Phys. J. C **75**, no. 2, 71 (2015).

$$d=6, \alpha=1, Q=2$$



- Q : charge
- α constante de couplage de gravité de Gauss-Bonnet



Cycle et Machines thermiques

Question

Peut-on extraire du **travail** à partir d'un AdS-trou noir ?

Pour Simplification on considère le cycle suivant

- ★ 2 isobares.
- ★ 2 isochores.

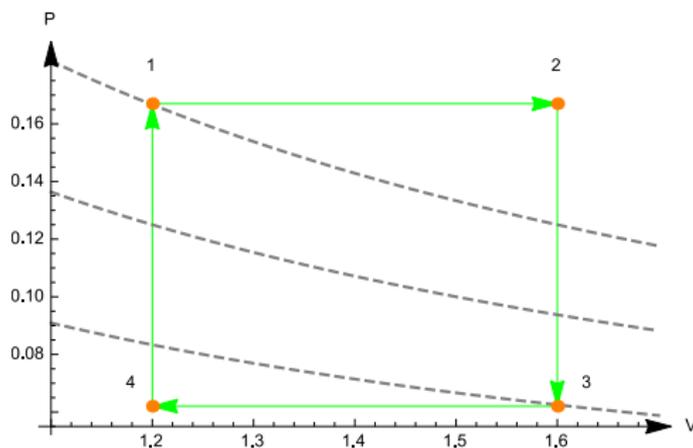


Figure: Le cycle considéré.



- L'équation d'état: $P=P(T,V)$

$$P = \frac{1}{4}(n-2)T \left(\left(\frac{(n-1)V}{\omega} \right)^{-\frac{1}{n-1}} - \frac{(n^2-5n+6)}{16\pi} \left(\frac{(n-1)V}{\omega} \right)^{-\frac{2}{n-1}} \right) \quad (1)$$

- le volume thermodynamique:

$$V = \frac{\omega}{n-1} r_+^{n-1}. \quad (2)$$

- Le travail:

$$W = \frac{4^{\frac{1}{n-2}+1}}{n-1} (P_1 - P_4) \left(S_2 \left(\frac{S_2}{\omega} \right)^{\frac{1}{n-2}} - S_1 \left(\frac{S_1}{\omega} \right)^{\frac{1}{n-2}} \right) \quad (3)$$

- Le rendement :

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{\text{Travail}}{\text{Chaleur}} \quad (4)$$

- avec la chaleur de la source chaude est

$$\begin{aligned} Q_H &= \int_{T_1}^{T_2} C_p(P_1, T) dt \\ &= -\frac{1}{3} 2^{\frac{-4n^2+17n-12}{n-2}} (n^2-5n+6)^{n-3} \pi^{3-n} \omega P_1^{4-n} \left(\frac{S_2}{\omega} \right)^{\frac{7}{n-2}} \\ &\times \left(\pi 2^{\frac{4}{n-2}+4} P_1 \left(\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{7}{n-2}} \left(\frac{S_1}{\omega} \right)^{\frac{n}{2-n}} - \left(\frac{S_2}{\omega} \right)^{\frac{n}{2-n}} \right) \right. \\ &\left. + 3(n-2) \left(\frac{S_2}{\omega} \right)^{-\frac{2}{n-2}} \left(\left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{\frac{5}{n-2}} \left(\frac{S_1}{\omega} \right)^{\frac{n}{2-n}} - \left(\frac{S_2}{\omega} \right)^{\frac{n}{2-n}} \right) + \dots \right). \end{aligned} \quad (5)$$



- Par identification : $T_C = T_4$ et $T_H = T_2$, froide/chaude temperature, et après simplifications on a

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \left(\frac{V_2}{V_4} \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (7)$$

- Ce résultat est proche de celui de Carnot défini par

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (8)$$

- à $n = 4$: C. V. Johnson, *Holographic Heat Engines*, Class. Quant. Grav. 31 (2014) 205002 [arXiv:1404.5982 [hep-th]].
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Mounni, K. Masmar, M. B. Sedra and A. Segui, *On Heat Properties of AdS Black Holes in Higher Dimensions*, JHEP 1505, 149 (2015) [arXiv:1503.07308 [hep-th]].



- Par identification : $T_C = T_4$ et $T_H = T_2$, froide/chaude temperature, et après simplifications on a

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \left(\frac{V_2}{V_4} \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (7)$$

- Ce résultat est proche de celui de Carnot défini par

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (8)$$

- à $n = 4$: C. V. Johnson, *Holographic Heat Engines*, *Class. Quant. Grav.* **31** (2014) 205002 [arXiv:1404.5982 [hep-th]].
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, K. Masmarr, M. B. Sedra and A. Segui, *On Heat Properties of AdS Black Holes in Higher Dimensions*, *JHEP* **1505**, 149 (2015) [arXiv:1503.07308 [hep-th]].



- Par identification : $T_C = T_4$ et $T_H = T_2$, froide/chaude temperature, et après simplifications on a

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} \left(\frac{V_2}{V_4} \right)^{\frac{1}{n-1}}. \quad (7)$$

- Ce résultat est proche de celui de Carnot définit par

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (8)$$

- à $n = 4$: C. V. Johnson, *Holographic Heat Engines*, *Class. Quant. Grav.* **31** (2014) 205002 [arXiv:1404.5982 [hep-th]].
- A. Belhaj, M. Chabab, H. El Moumni, K. Masmarr, M. B. Sedra and A. Segui, *On Heat Properties of AdS Black Holes in Higher Dimensions*, *JHEP* **1505**, 149 (2015) [arXiv:1503.07308 [hep-th]].



Conclusion

- **Les Principes de la Thermodynamique** gouvernent *le tout*, les trous noirs ne sont pas une exception!
- Récemment les gens ont joué avec l'idée de l'identification de la constante cosmologique avec la pression. Cela donne une façon de définir le volume des trous noirs...
- On peut toujours rechercher des analogies avec thermodynamique des substances simples : solide / liquide, Van der Waals, points triples, transitions liquide / phase gazeuse solides, machines thermiques ...



Merci de votre attention !!

