

Comprendre l'infiniment petit (2)

Sébastien Descotes-Genon

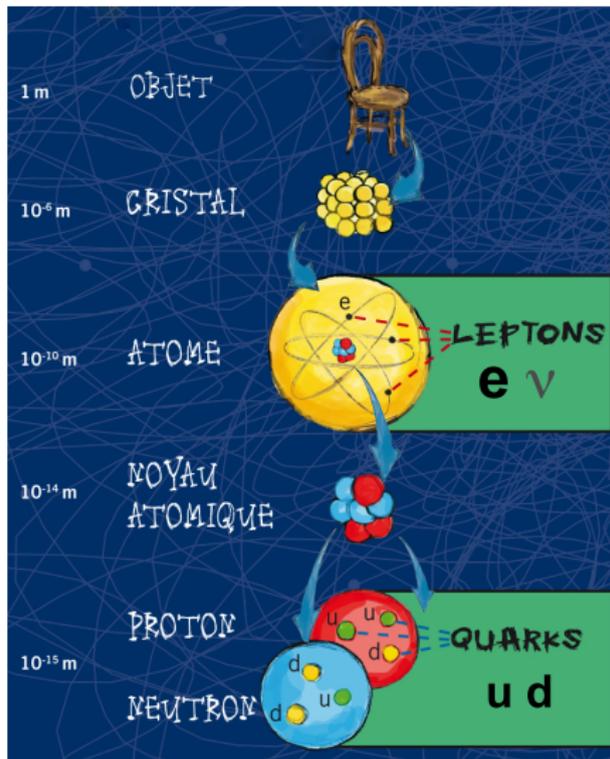
`descotes@th.u-psud.fr`

Laboratoire de Physique Théorique
CNRS & Université Paris-Sud 11, 91405 Orsay, France

Orsay, 16 juillet 2014



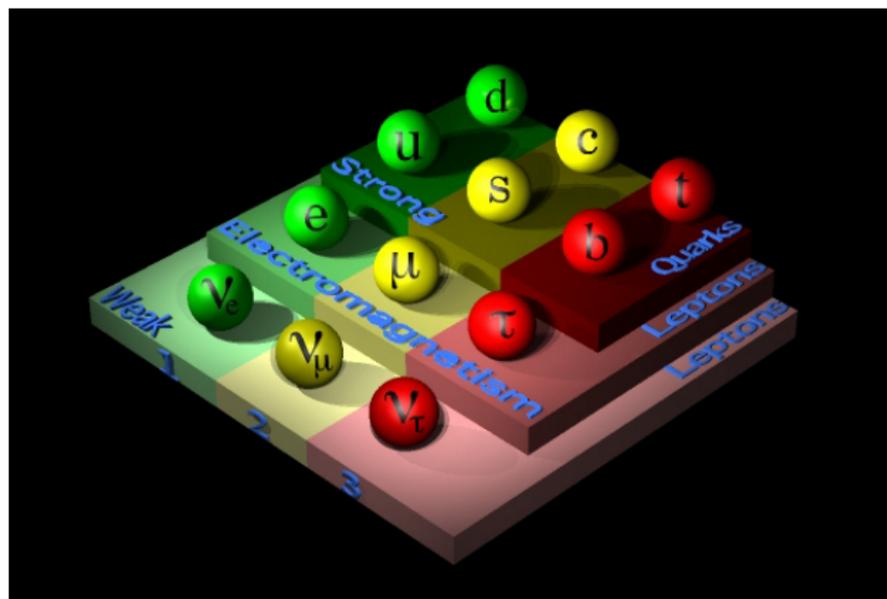
Les briques de l'infiniment petit



	I	II	III		
Quarks	u	c	t	γ	H Higgs
	d	s	b	g	
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	Forces
	e	μ	τ	W	

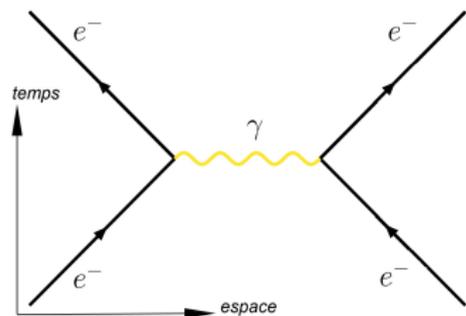
3 générations

A chaque interaction ses particules

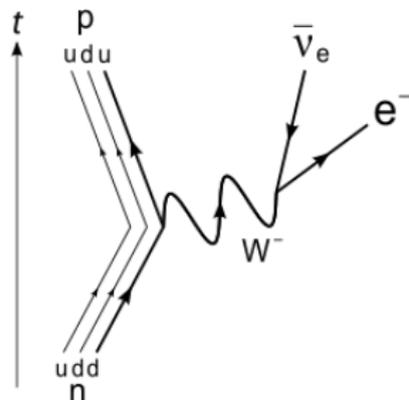


- Interaction faible: leptons et quarks
- Interaction électromagnétique: leptons chargés et quarks
- Interaction forte: seulement les quarks

Interaction électromagnétique, interaction faible

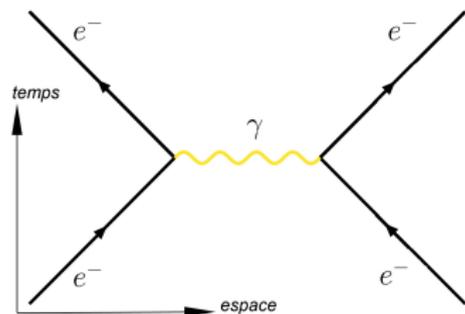


- Portée infinie
- Interaction à distance, capable de créer états liés
- ... via un photon (virtuel)
- Médiateur de masse nulle (stable), neutre élect.



- Portée très courte
- Désintégration, en particulier désintégration β
- ... via un boson W^\pm (virtuel)
- Médiateur lourd (instable), chargé électriquement

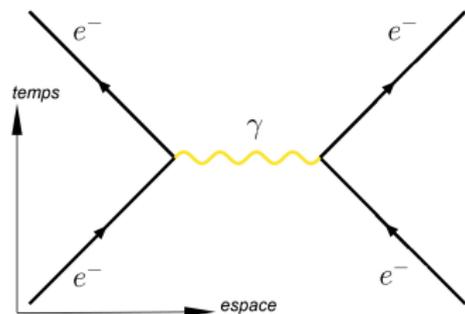
Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur
de la force électromagnétique ?

$$e^-(p) + e^-(q) \rightarrow e^-(p+k) + e^-(q-k)$$

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur
de la force électromagnétique ?

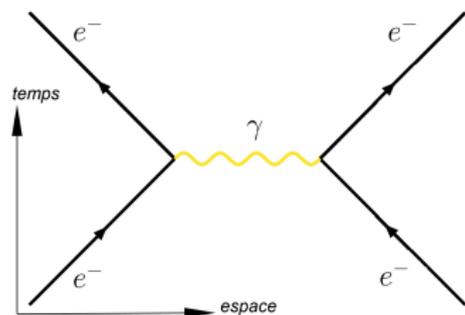
$$e^-(p) + e^-(q) \rightarrow e^-(p+k) + e^-(q-k)$$

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)

$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \quad k^2 = 0$$

$$\text{donc } 2k \cdot p = 2k \cdot q = 0 = 2k(p+q)$$

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur
de la force électromagnétique ?

$$e^-(p) + e^-(q) \rightarrow e^-(p+k) + e^-(q-k)$$

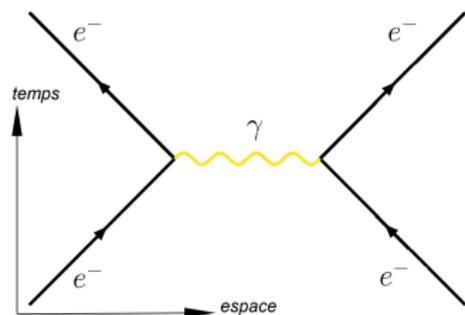
- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)

$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \quad k^2 = 0$$

$$\text{donc } 2k \cdot p = 2k \cdot q = 0 = 2k(p+q)$$

- Dans le ref. du centre de masse $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$,
 $2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur
de la force électromagnétique ?

$$e^-(p) + e^-(q) \rightarrow e^-(p+k) + e^-(q-k)$$

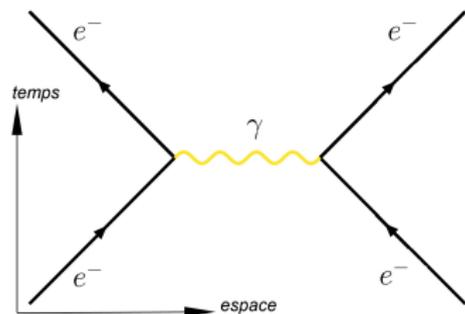
- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)

$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \quad k^2 = 0$$

donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0 = 2k(p+q)$

- Dans le ref. du centre de masse $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$,
 $2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???
- Par l'absurde: le photon est hors couche de masse $k^2 \neq 0$!

Particules virtuelles, particules réelles



Photon, grain de lumière
Pourtant invisible quand médiateur
de la force électromagnétique ?

$$e^-(p) + e^-(q) \rightarrow e^-(p+k) + e^-(q-k)$$

- Si tout le monde satisfait relation d'Einstein (sur couche de masse)

$$p^2 = q^2 = (p+k)^2 = (q-k)^2 = m_e^2 \quad k^2 = 0$$

donc $2k \cdot p = 2k \cdot q = 0 = 2k(p+q)$

- Dans le ref. du centre de masse $p^\mu + q^\mu = (E, \vec{0})$,
 $2k(p+q) = 2E_\gamma E = 0$, d'où $E_\gamma = 0$ et $k = (0, \vec{0})$???
- Par l'absurde: le photon est hors couche de masse $k^2 \neq 0$!

Particule **virtuelle** (intermédiaire, hors couche)
 \neq particule **réelle** (état initial/final, sur couche)

Un pas de plus dans l'inconnu



Quand je vais vous décrire comment la Nature marche, vous ne comprendrez pas pourquoi la Nature marche comme cela. Mais vous savez, personne ne le comprend.

Richard Feynman (1918-1988)

Lumière et matière

l'électrodynamique quantique

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \qquad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \qquad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot I_4$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \quad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot I_4$$

avec un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \quad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \cdot I_4$$

avec un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

Comment ajouter des interactions à cette particule libre ?

Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



Une **symétrie** du Hamiltonien donne lieu à
la **conservation** d'une quantité (le générateur de cette symétrie)

Grandeur non observable	Invariance	Conservation
Position absolue	Translation	Impulsion
Temps absolu	Dépl. dans le temps	Energie
Direction absolue	Rotations	Moment cinétique

Théorème de Noether

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



Une **symétrie** du Hamiltonien donne lieu à la **conservation** d'une quantité (le générateur de cette symétrie)

Grandeur non observable	Invariance	Conservation
Position absolue	Translation	Impulsion
Temps absolu	Dépl. dans le temps	Energie
Direction absolue	Rotations	Moment cinétique

Outil puissant pour contraindre la **structure** des interactions à partir d'observations de **lois de conservation** lors de processus ... qu'il va falloir imposer en **chaque point de l'espace et du temps**

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

Electrodynamique classique

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} A^\mu &= (V, \vec{A}) \\ J^\mu &= (\rho, \vec{J}) \end{aligned}$$

Electrodynamique classique

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels $\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} A^\mu &= (V, \vec{A}) \\ J^\mu &= (\rho, \vec{J}) \end{aligned}$$

- Invariance de jauge : même **équation** et même physique
si changement arbitraire du **potentiel** $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \Lambda$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(\mathbf{x}) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(\mathbf{x}) \quad \partial_\mu \psi(\mathbf{x}) \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi(\mathbf{x})$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(\mathbf{x}) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(\mathbf{x}) \quad \partial_\mu \psi(\mathbf{x}) \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi(\mathbf{x})$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(\mathbf{x}) \rightarrow e^{i\alpha(\mathbf{x})Q} \psi(\mathbf{x})$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
"invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi(x)$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
"invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu) \psi \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} D_\mu \psi$$

où $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$ se transforme comme **le potentiel !**

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
"invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi(x)$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu \psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi(x)$
- "Invariance" retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu) \psi \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} D_\mu \psi$$

où $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$ se transforme comme **le potentiel !**

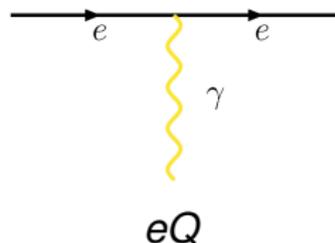
- A_μ est promu du statut de potentiel à celui de champ
dont la particule associée est **le photon**

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$

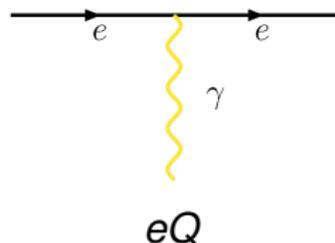


L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

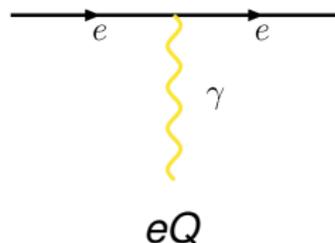
- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redéfinition de phase garantit une **charge conservée**, la charge électrique



L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

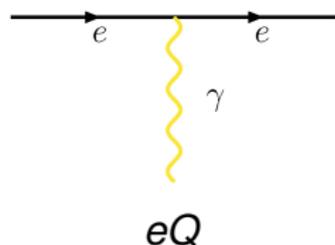


- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redéfinition de phase garantit une **charge conservée**, la charge électrique
- Terme de masse pour le photon ? $\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\gamma^2 A^\nu = J^\nu$

L'électrodynamique quantique ou QED

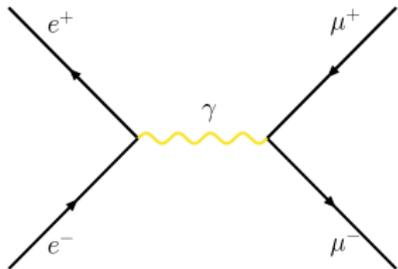
- l'électron ψ (spin 1/2) [eq. Dirac]
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

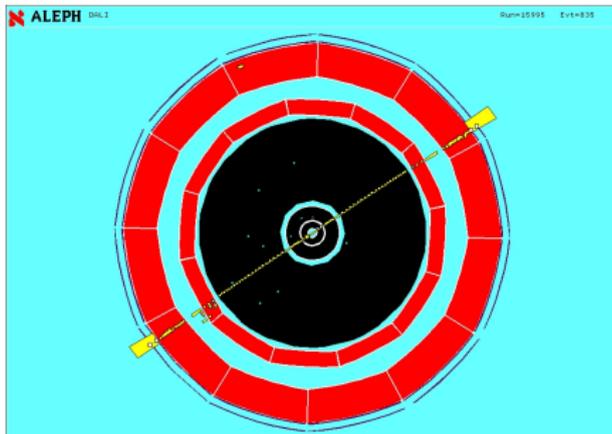
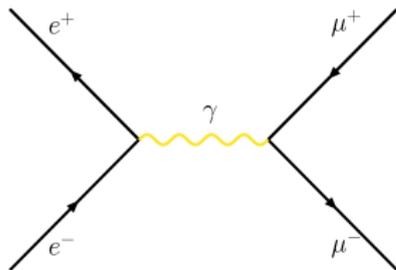


- Q est la charge de l'électron
- e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi) \simeq 1/127$
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redéfinition de phase garantit une **charge conservée**, la charge électrique
- Terme de masse pour le photon ? $\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\gamma^2 A^\nu = J^\nu$
Invariance de jauge: $A_\nu \rightarrow A_\nu + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \rightarrow F_{\mu\nu}$
impose $m_\gamma = 0$ [exp $< 2 \cdot 10^{-16}$ eV]

Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



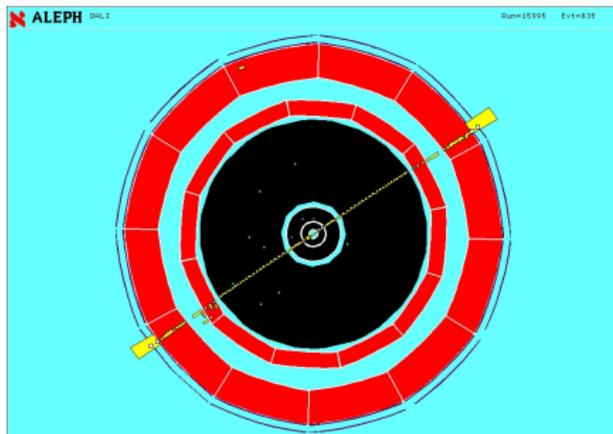
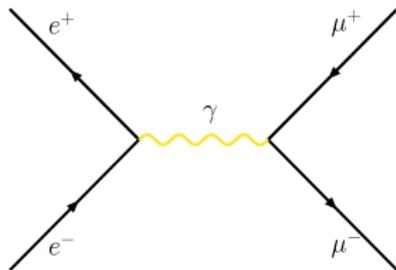
Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



- Probabilité donnée par $|A|^2$, calculée via diagrammes de Feynman
- $A = [\text{couplage } e\text{-}\gamma] \times [\text{propagation du photon}] \times [\text{couplage } \mu\text{-}\gamma]$

$$A \propto eQ \times \frac{1}{k^2} \times eQ$$

Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



- Probabilité donnée par $|A|^2$, calculée via diagrammes de Feynman
- $A = [\text{couplage } e\text{-}\gamma] \times [\text{propagation du photon}] \times [\text{couplage } \mu\text{-}\gamma]$

$$A \propto eQ \times \frac{1}{k^2} \times eQ$$

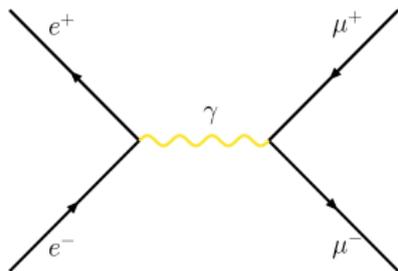
- **Electrodynamique Quantique**: couplage $eQ\gamma^\mu$
- **Théorie sans interaction**: propagation venant les solutions en espace d'impulsion, via l'inverse de $(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)$, $(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\dots$

Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

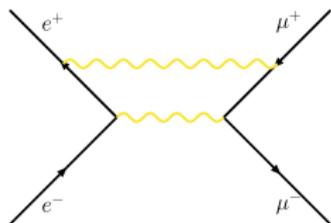


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

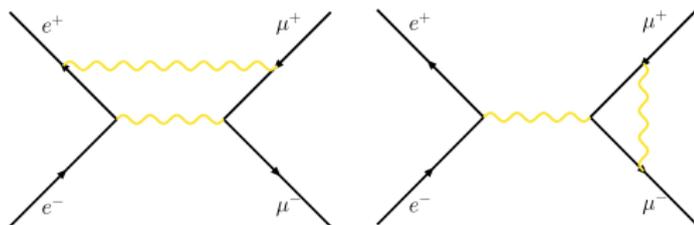


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

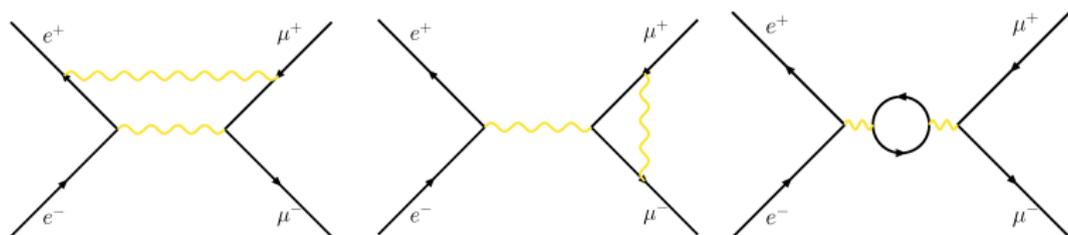


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon



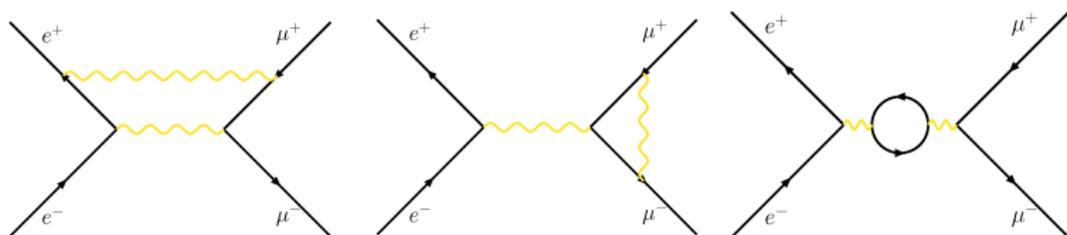
- Nombreux diagrammes non-classiques : relativiste (paires particule-antiparticule) + quantique (somme sur toutes configs)

Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (1/137, petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

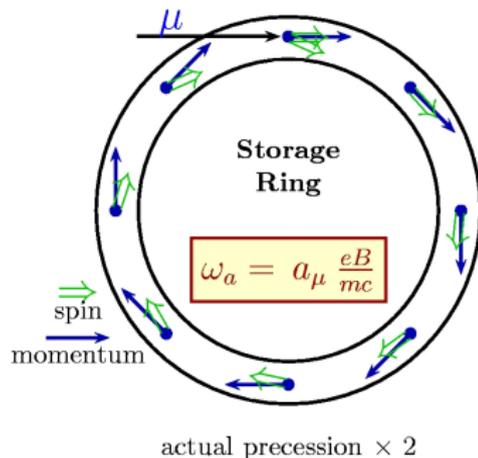


- Nombreux diagrammes non-classiques : relativiste (paires particule-antiparticule) + quantique (somme sur toutes configs)
- Somme sur toutes les impulsions possibles des particules internes qui sont virtuelles ($E^2 \neq \vec{p}^2 + m^2$)
- Sensibilité à toutes les particules couplant aux photons (chargées électriquement)

Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

Moment magnétique anormal de e, μ, τ :
interaction avec un champ magnétique
(precession selon le facteur de Landé g)

$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell} \quad a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$



Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

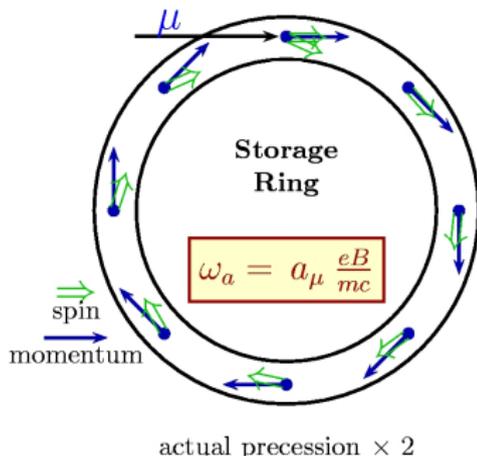
Moment magnétique anormal de e, μ, τ :
interaction avec un champ magnétique
(precession selon le facteur de Landé g)

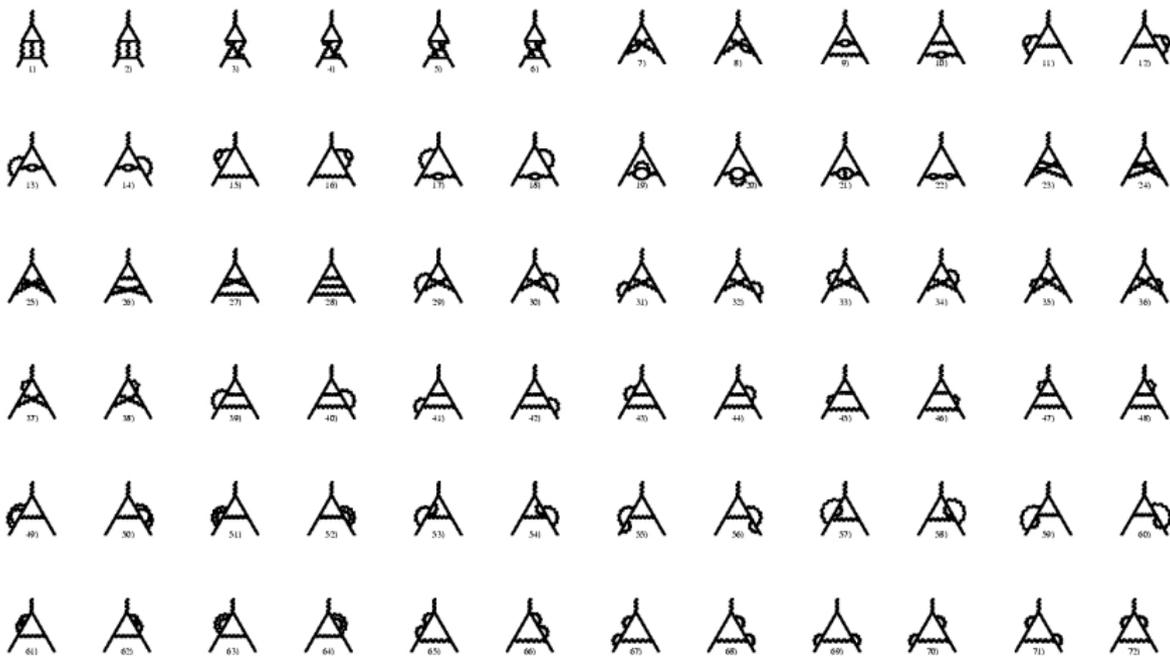
$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell}$$

$$a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$



$$a_e = a_\mu = a_\tau = \frac{\alpha}{2\pi}$$





Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

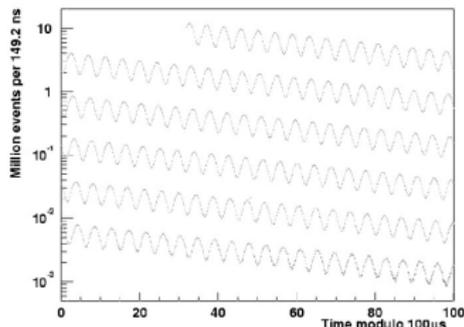
- QED jusqu'au 5ème ordre (4 boucles)

$$a_e = (115\,965\,218.073 \pm 0.028) \cdot 10^{-11}$$
$$\implies 1/\alpha = 137.035\,999\,679 \pm 0.000\,000\,094 \dots$$

- Cette valeur de α peut être utilisée pour prédire pour μ

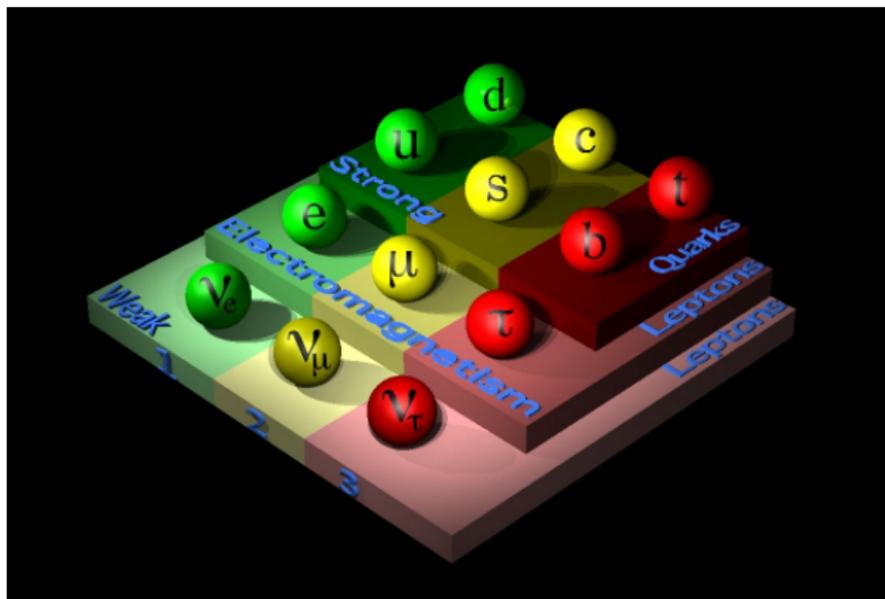
$$a_\mu^{th} = (116\,591\,793 \pm 68) \cdot 10^{-11}$$

$$a_\mu^{exp} = (116\,592\,080 \pm 63) \cdot 10^{-11}$$



- A ce niveau de précision, on ne teste plus QED, mais aussi les autres secteurs du Modèle Standard (interaction faible et forte) via les boucles de quarks, les échanges de bosons W et Z...

Force électromagnétique, force forte



Quarks et hadrons

la chromodynamique quantique

L'interaction forte

Dans les années 1950, on découvre sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ . . .

Et la liste n'est pas close !

L'interaction forte

Dans les années 1950, on découvre sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...

Et la liste n'est pas close !
proton, neutron...

L'interaction forte

Dans les années 1950, on découvre sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ . . .

Et la liste n'est pas close !
proton, neutron . . .

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$. . .

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...

Et la liste n'est pas close !
proton, neutron...

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa \dots$

$a_0, f_0, \pi', N^* \dots$

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...

Et la liste n'est pas close !
proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta$...

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$...

a_0, f_0, π', N^* ...

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...

Et la liste n'est pas close !
proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta$...
 $\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$... D, D_s, B, B_s ...
 a_0, f_0, π', N^* ...

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...

Et la liste n'est pas close !

proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta$...

$\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$... D, D_s, B, B_s ...

a_0, f_0, π', N^* ... $X(3850), Y(3950)$...

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...



Et la liste n'est pas close !
proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta$...
 $\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$... D, D_s, B, B_s ...
 a_0, f_0, π', N^* ... $X(3850), Y(3950)$...

Wolfgang Pauli : *Si je pouvais me souvenir du nom de toutes ces particules, je serais devenu botaniste !*

L'interaction forte

Dans les années 1950, on croule sous les particules "élémentaires", les hadrons sensibles à l'interaction forte : proton, neutron, Λ ...



Et la liste n'est pas close !
proton, neutron... $\Omega, \Lambda, \Xi, \Theta$...
 $\pi, \rho, \eta, \sigma, \kappa$... D, D_s, B, B_s ...
 a_0, f_0, π', N^* ... $X(3850), Y(3950)$...

Wolfgang Pauli : *Si je pouvais me souvenir du nom de toutes ces particules, je serais devenu botaniste !*

⇒ Gell-Mann et Zweig (1964): les **quarks**, constituants des hadrons

La couleur

- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

La couleur

- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

⇒ La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u_\alpha^\uparrow u_\beta^\uparrow u_\gamma^\uparrow$$

avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

La couleur

- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

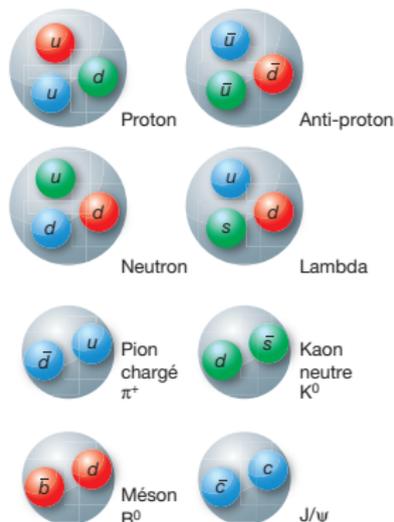
⇒ La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u_\alpha^\uparrow u_\beta^\uparrow u_\gamma^\uparrow$$

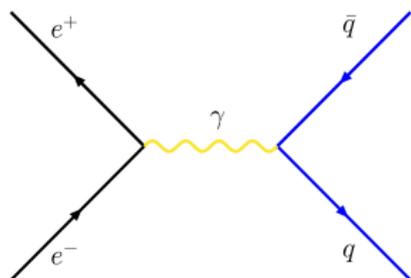
avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

Plus généralement, pas de quarks seuls, mais en combinaison sans couleur, les **hadrons**

- Des baryons (3 quarks): $\epsilon^{\alpha\beta\gamma} q_\alpha q'_\beta q''_\gamma$
- Des mesons (quark antiquarks): $\delta^{\alpha\beta} q_\alpha \bar{q}'_\beta$



Tester le nombre de couleurs

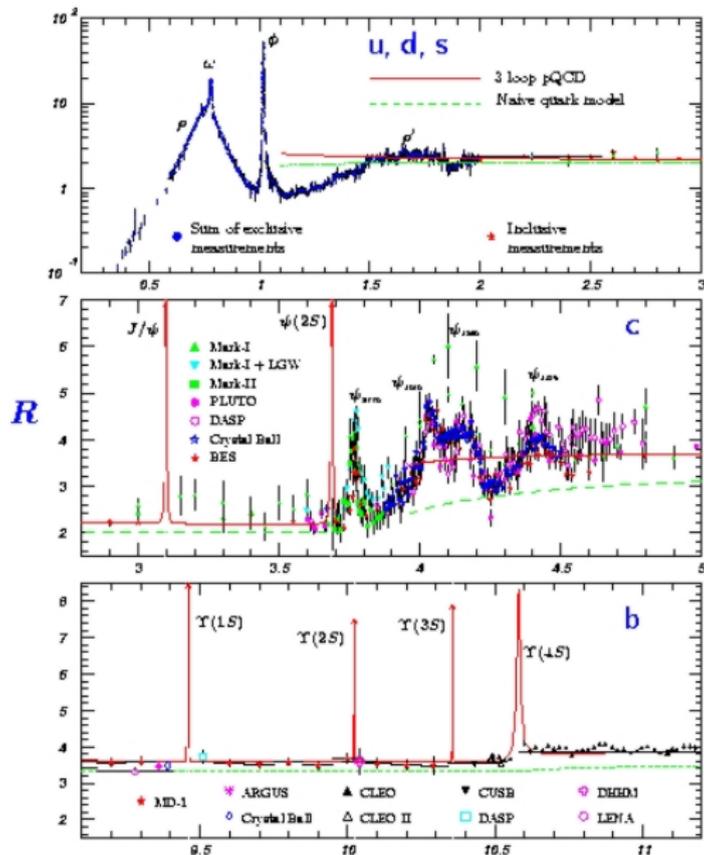


	I	II	III		
Quarks	u	c	t	γ	Higgs
	d	s	b	g	
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	Forces
	e	μ	τ	W	
3 générations					

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq N_c \sum_q Q_q^2 \\
 &= \begin{cases} 2/3 \cdot N_c & (u, d, s) \\ 10/9 \cdot N_c & (u, d, s, c) \\ 11/9 \cdot N_c & (u, d, s, c, b) \end{cases}
 \end{aligned}$$

augmente lorsque l'énergie disponible dépasse seuil $E = 2m_q c^2$

Trois couleurs



Des résonances juste après chaque seuil $q\bar{q}$ puis une asymptote en accord avec $N_c = 3$

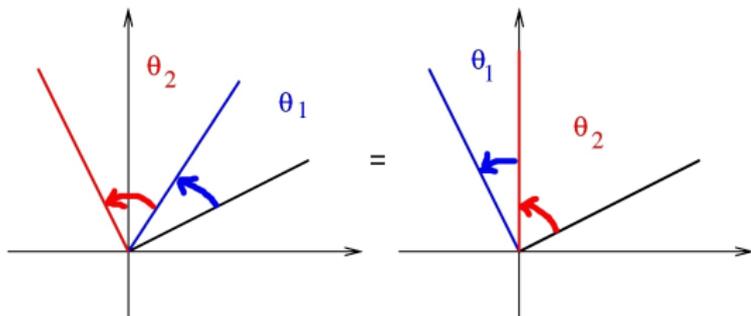
Au fait, des hadrons toujours blancs ?
Une quantité conservée ?

Symétries

- En QED, symétrie sous une redéfinition de la phase

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi$$

- Structure de groupe $U(1)$ équivalent to à des rotations à 2 dimensions [deux rotations successives = une rotation]



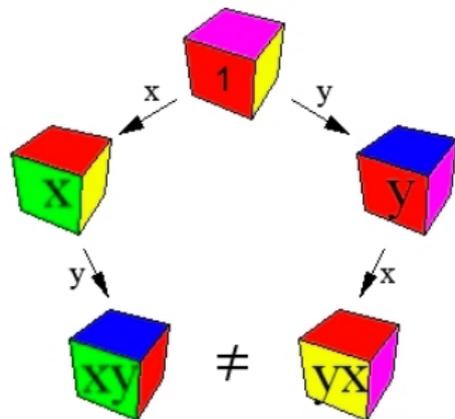
- Groupe abélien (commute): l'ordre des rotations n'importe pas

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_2)R(\theta_1)$$

Symétries non abéliennes

Les rotations à un plus grand nombre de dimensions ne sont pas abéliennes

par exemple, les rotations et réflexions à 3 dimensions



- Un groupe : si R_1 et R_2 rotations, $R_1 R_2$ est bien une rotation
- Mais pas abélien : $R_1 R_2 \neq R_2 R_1$
- Structure math nouvelle, avec des conséquences physiques !

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”

La Chromodynamique Quantique ou QCD

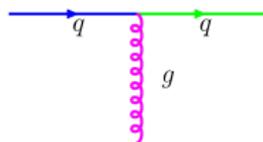
- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”
- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \rightarrow U(x)q(x)$

La Chromodynamique Quantique ou QCD

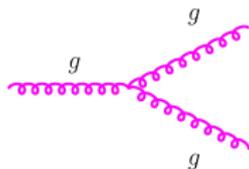
- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”
- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \rightarrow U(x)q(x)$
- Dérivée covariante :
$$\begin{cases} D_\mu q = (\partial_\mu - ig_s G_\mu)q \rightarrow UD_\mu q \\ G_\mu \rightarrow UG_\mu U^\dagger - \frac{i}{g_s}(\partial^\mu U)U^\dagger \end{cases}$$
- $G_{\alpha\beta}^\mu$ correspondant à 8 gluons
 - qui se couplent aux quarks
 - qui sont eux-mêmes colorés [couleur - anticouleur]

En Chromodynamique Quantique (QCD),

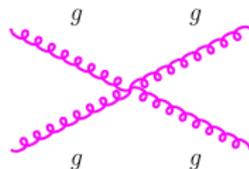
- seulement pour les quarks (pas pour les leptons)
- des gluons (colorés) échangés au lieu du photon (neutre)



[comme QED]



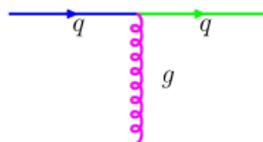
[nouveau !]



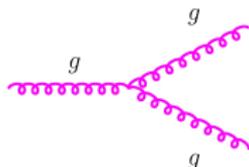
[nouveau !]

En Chromodynamique Quantique (QCD),

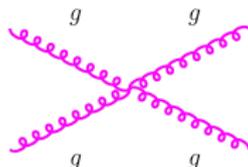
- seulement pour les quarks (pas pour les leptons)
- des gluons (colorés) échangés au lieu du photon (neutre)



[comme QED]

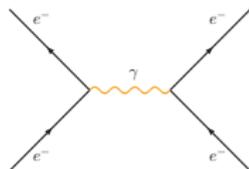


[nouveau !]

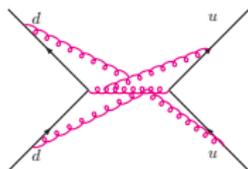


[nouveau !]

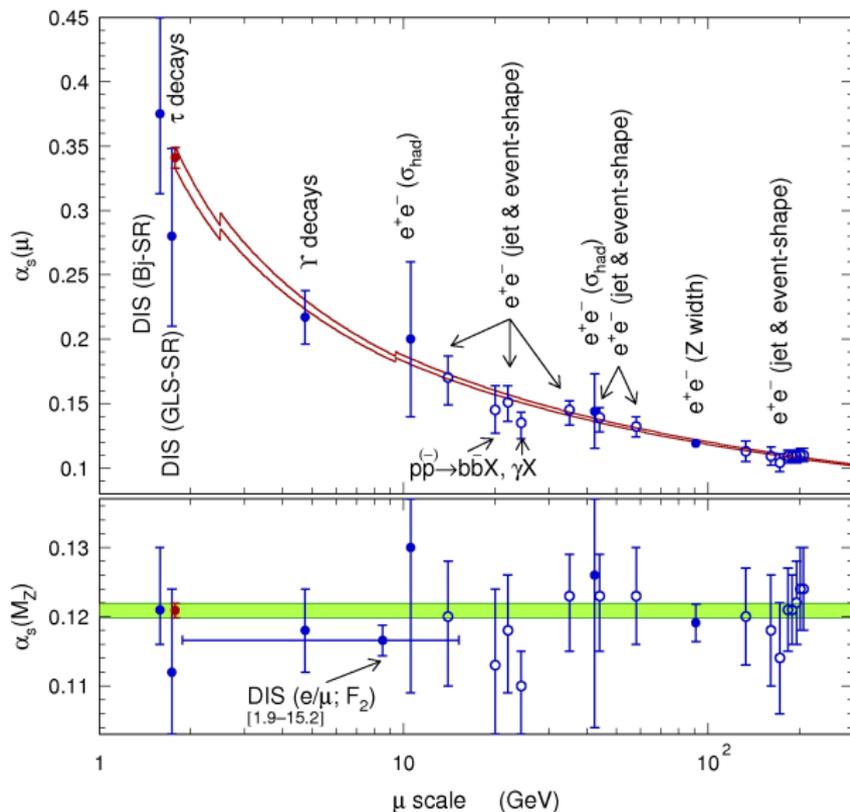
QED
1 photon
neutre electriquement
différentes charges eQ



QCD
8 gluons
colorés
une seule charge g_s



α_s à différentes énergies

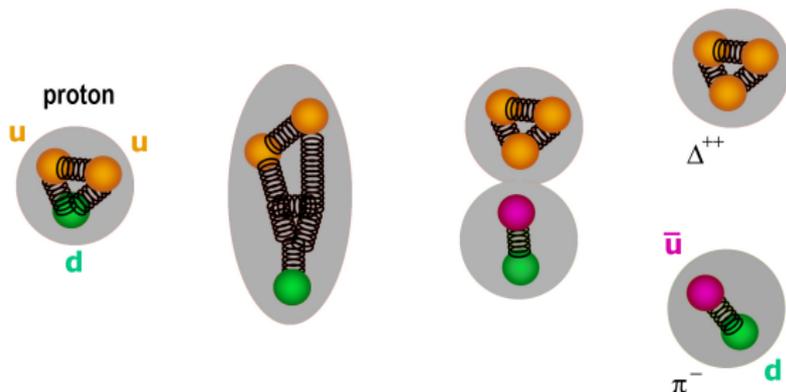


Glucos sensibles à l'interaction forte

- “Constante” de couplage
 $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$
 dépend fortement de l'énergie en jeu
- Liberté asymptotique: à grande E , les interactions (fortes) sont de petites perturbations

Confinement

A des distances de l'ordre d'1 fm (10^{-15} m), $\alpha_s = O(1)$



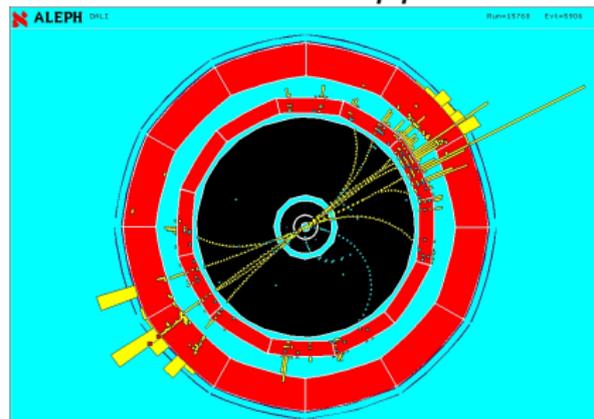
- Potentiel $V(r) \propto r$ à grand r
- Quarks ne peuvent sortir des hadrons,
et restent donc confinés dans de objets de rayon $O(1$ fm)
- Difficile de connecter la théorie (quarks) et expérience (hadrons)
Pas de théorie de perturbations !

Jets

Dans les collisions, les quarks/gluons émettent d'autres gluons/quarks en cascades et perdent de l'énergie

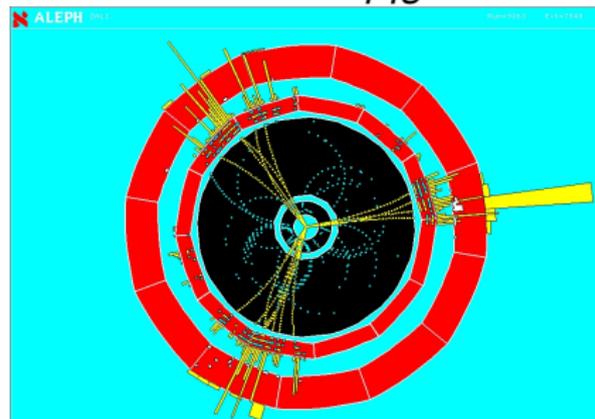
jusqu'à ce qu'ils deviennent "mous" (~ 1 GeV) pour s'unir en hadrons

$$e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}$$



Deux jets

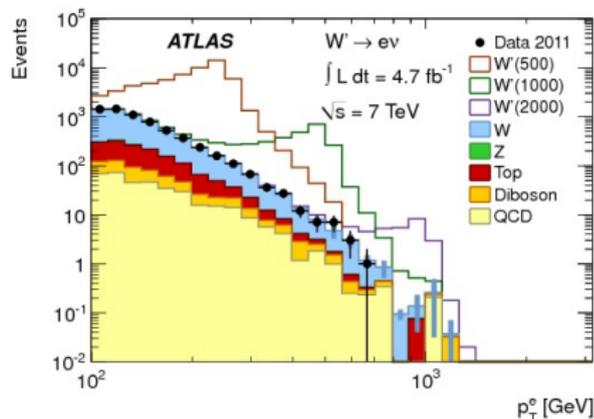
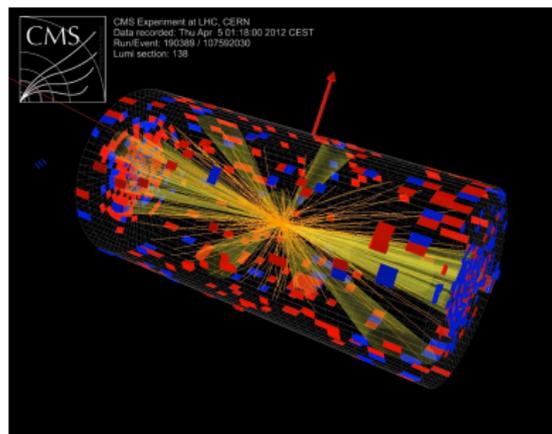
$$e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}g$$



Trois jets

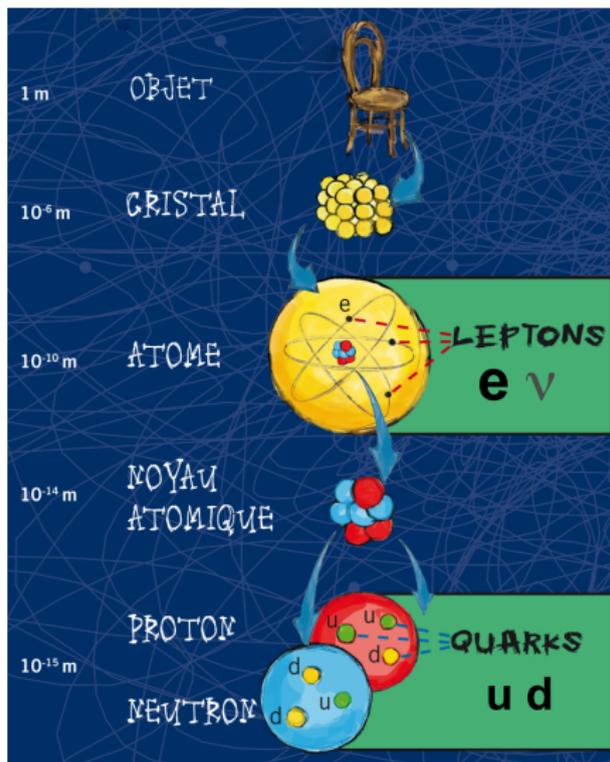
Collisionneurs

- Problème particulièrement crucial au LHC
- Collisionneur proton-proton : **presque tous les évts sont QCD !**
- Modèles de développement des jets et d'hadronisation, utilisés pour déterminer le bruit de fond des événements intéressants



⇒ Une source substantielle d'incertitude pour les mesures !

Fin de la seconde partie



	I	II	III			
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	Forces	
	e	μ	τ	W		
Quarks	u	d	s	g		Higgs
	c	b	t	γ		

3 générations