

Comprendre l'infiniment petit (2)

Sébastien Descotes-Genon

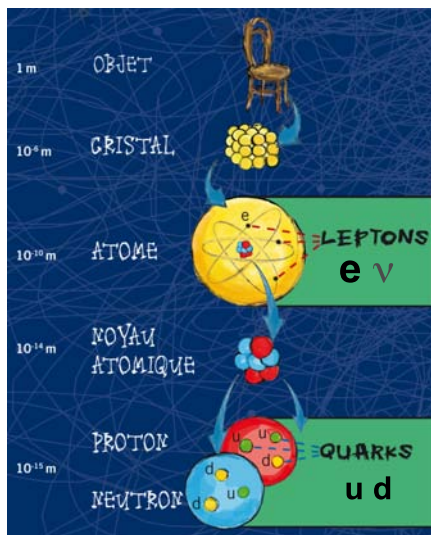
`descotes@th.u-psud.fr`

Laboratoire de Physique Théorique
CNRS & Université Paris-Sud 11, 91405 Orsay, France

Orsay, 16 juillet 2013



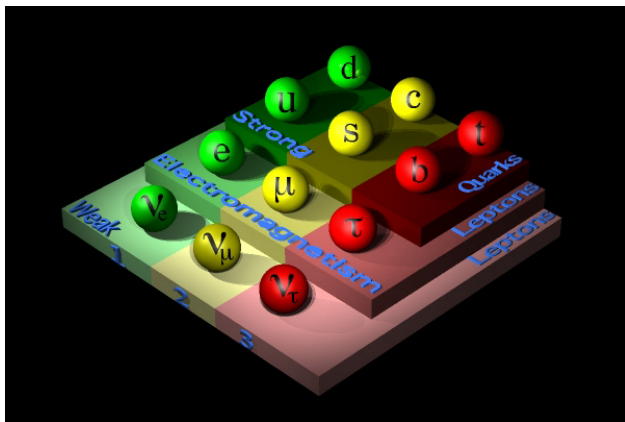
Les briques de l'infiniment petit



	I	II	III		
Quarks	u	c	t	γ	H Higgs
	d	s	b	g	
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	Forces
	e	μ	τ	W	

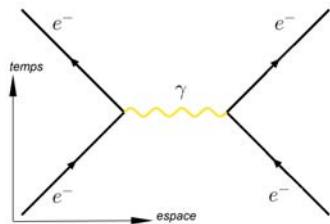
3 générations

A chaque interaction ses particules

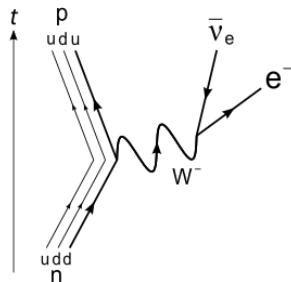


- Interaction faible: leptons et quarks
- Interaction électromagnétique: leptons chargés et quarks
- Interaction forte: seulement les quarks

Interaction électromagnétique, interaction faible



- Portée infinie
- Interaction à distance, capable de créer états liés
- ... via un photon virtuel
- Médiateur de masse nulle (stable), neutre élect.



- Portée très courte
- Désintégration, en particulier désintégration β
- ... via un boson W^\pm virtuel
- Médiateur lourd (instable), chargé électriquement

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$

$$\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0$$

$$\partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I_4$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \quad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I_4$$

avec un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

Les particules libres

MQ avec $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$ $\left[\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, x^\mu = (t, x, y, z) \right]$

- Pour spin 0, équation de Klein-Gordon

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\phi = 0 \quad \partial^\mu \partial_\mu = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2$$

- Pour spin 1/2 (e.g. e^-), équation de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} I_4$$

avec un exemple de telles matrices 4x4

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma}) \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

avec les matrices de Pauli

$$\vec{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3] = \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]$$

Comment ajouter des interactions à cette particule libre ?

Théorème de Noether (1)

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



Théorème de Noether (1)

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



- Par exemple, translation dans l'espace

$$\begin{aligned}\psi_a(x) &= \psi(x + a) = \psi(x) + a \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) + \dots + \frac{a^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \psi(x) + \dots \\ &= \exp \left[a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi(x) = \exp [ia\hat{p}_x] \psi(x) = \hat{T}_a \psi(x) \\ &\quad \text{translation } \hat{T}_a \text{ de } \text{générateur } \hat{p}_x \text{ (impulsion)}\end{aligned}$$

Théorème de Noether (1)

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



- Par exemple, translation dans l'espace

$$\begin{aligned}\psi_a(x) &= \psi(x + a) = \psi(x) + a \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) + \dots + \frac{a^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \psi(x) + \dots \\ &= \exp \left[a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi(x) = \exp [ia\hat{p}_x] \psi(x) = \hat{T}_a \psi(x)\end{aligned}$$

translation \hat{T}_a de **générateur** \hat{p}_x (impulsion)

- Sous une telle transformation, \hat{O} devient \hat{O}_a

$$\langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle = \langle \psi_a | \hat{O}_a | \psi_a \rangle = \langle \psi | \hat{T}_a^\dagger \hat{O}_a \hat{T}_a | \psi \rangle \implies \hat{O}_a = \hat{T}_a \hat{O} \hat{T}_a^\dagger$$

Théorème de Noether (1)

On peut associer à toute transformation qui laisse invariante les équations du mouvement une quantité conservée



- Par exemple, translation dans l'espace

$$\begin{aligned}\psi_a(x) &= \psi(x + a) = \psi(x) + a \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) + \dots + \frac{a^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \psi(x) + \dots \\ &= \exp \left[a \frac{\partial}{\partial x} \right] \psi(x) = \exp [ia\hat{p}_x] \psi(x) = \hat{T}_a \psi(x)\end{aligned}$$

translation \hat{T}_a de **générateur** \hat{p}_x (impulsion)

- Sous une telle transformation, \hat{O} devient \hat{O}_a

$$\langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle = \langle \psi_a | \hat{O}_a | \psi_a \rangle = \langle \psi | \hat{T}_a^\dagger \hat{O}_a \hat{T}_a | \psi \rangle \implies \hat{O}_a = \hat{T}_a \hat{O} \hat{T}_a^\dagger$$

- Si l'observable est **invariante** sous T_a : $\hat{O} = \hat{O}_a$

$$[\hat{O}, \hat{T}_a] = [\hat{O}, \hat{p}_x] = 0, \text{ et elle commute avec son générateur}$$

Théorème de Noether (2)

- Si \hat{H} invariant sous symétrie de générateur \hat{G} : $[\hat{H}, \hat{G}] = 0$
- Théorème d'Ehrenfest: $\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{G} | \psi \rangle = -i \langle \psi | [\hat{G}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0$

Théorème de Noether (2)

- Si \hat{H} invariant sous symétrie de générateur \hat{G} : $[\hat{H}, \hat{G}] = 0$
- Théorème d'Ehrenfest: $\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{G} | \psi \rangle = -i \langle \psi | [\hat{G}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0$
- Une **symétrie** du Hamiltonien donne lieu à la **conservation** d'une quantité, le générateur de cette symétrie

Théorème de Noether (2)

- Si \hat{H} invariant sous symétrie de générateur \hat{G} : $[\hat{H}, \hat{G}] = 0$
- Théorème d'Ehrenfest: $\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{G} | \psi \rangle = -i \langle \psi | [\hat{G}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0$
- Une **symétrie** du Hamiltonien donne lieu à la **conservation** d'une quantité, le générateur de cette symétrie

Grandeur non observable

Invariance

Conservation

Position absolue

Translation

Impulsion

Temps absolu

Dépl. dans le temps

Energie

Direction absolue

Rotations

Moment cinétique

Théorème de Noether (2)

- Si \hat{H} invariant sous symétrie de générateur \hat{G} : $[\hat{H}, \hat{G}] = 0$
- Théorème d'Ehrenfest: $\frac{d}{dt} \langle \psi | \hat{G} | \psi \rangle = -i \langle \psi | [\hat{G}, \hat{H}] | \psi \rangle = 0$
- Une **symétrie** du Hamiltonien donne lieu à la **conservation** d'une quantité, le générateur de cette symétrie

Grandeur non observable	Invariance	Conservation
Position absolue	Translation	Impulsion
Temps absolu	Dépl. dans le temps	Energie
Direction absolue	Rotations	Moment cinétique

Outil puissant pour contraindre la **structure** des interactions à partir d'observations de **lois de conservation** lors de processus
... qu'il va falloir imposer en **chaque point de l'espace et du temps**

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} A^\mu &= (V, \vec{A}) \\ J^\mu &= (\rho, \vec{J}) \end{aligned}$$

- Equations de Maxwell
$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J} & \vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0} \end{cases}$$

avec les potentiels
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- Forme relativiste: $\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} A^\mu &= (V, \vec{A}) \\ J^\mu &= (\rho, \vec{J}) \end{aligned}$$

- Invariance de jauge : même **équation** et même physique si changement arbitraire du **potentiel** $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \Lambda$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
"invariante" sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée "inhomogène" : $\partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi$

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée “inhomogène” : $\partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi$
- “Invariance” retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu) \psi \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} D_\mu \psi$$

où $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$ comme **le potentiel !**

Principe de jauge

- Equation de Dirac libre : $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$
“invariante” sous changement de phase (global)

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi(x) \quad \partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \partial_\mu \psi$$

- Principe de jauge : invariance (de phase) promue au niveau local

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} \psi(x)$$

- Mais dérivée “inhomogène” : $\partial_\mu \psi \rightarrow e^{i\alpha Q} [\partial_\mu + i(\partial_\mu \alpha)Q] \psi$
- “Invariance” retrouvée grâce à une dérivée covariante

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ieQA_\mu) \psi \rightarrow e^{i\alpha(x)Q} D_\mu \psi$$

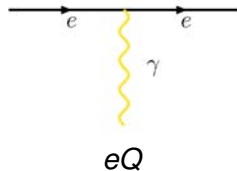
où $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha$ comme **le potentiel !**

- A_μ est promu du statut de potentiel à celui de particule, le photon

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2)
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

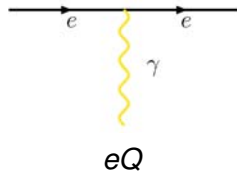


- Q charge electron et e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi)$

L'électrodynamique quantique ou QED

- l'électron ψ (spin 1/2)
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

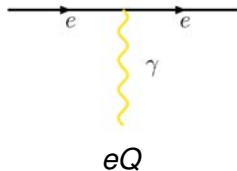


- Q charge electron et e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi)$
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redéfinition de phase garantit une **charge conservée**, la charge électrique

L'électrodynamique quantique ou QED

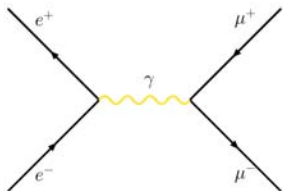
- l'électron ψ (spin 1/2)
- le photon A_μ (spin 1) [eqs. Maxwell]
- un **couplage** entre photon et électron

$$\begin{aligned}0 &= (i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\ &= (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + eQA_\mu \gamma^\mu \psi \\ &= \text{theorie libre} + \text{interaction}\end{aligned}$$

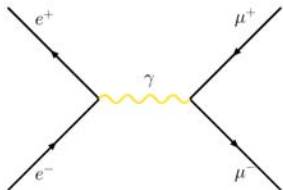


- Q charge electron et e lié à cste de structure fine $\alpha = e^2/(4\pi)$
- Théorème de Noether: invariance de QED sous redéfinition de phase garantit une **charge conservée**, la charge électrique
- Terme de masse pour le photon $\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\gamma^2 A^\nu = J^\nu$
interdit par **invariance de jauge**: $m_\gamma = 0$ [exp $< 2 \cdot 10^{-16}$ eV]

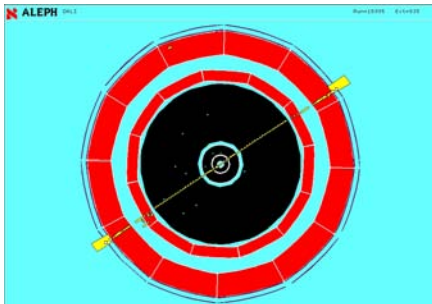
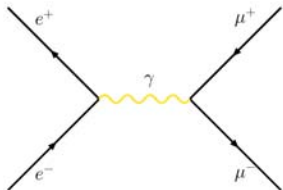
Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



Tests expérimentaux : $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$



Mais de nombreux diagrammes inattendus (non-classiques):

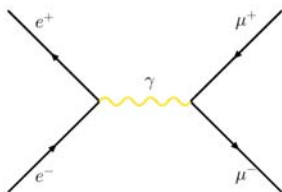
- **Relativiste** : l'énergie peut être convertie en de nouvelles paires particule/antiparticule
- **Quantique** : somme sur toutes les configurations, même celles sans équivalent classique (cf fentes de Young)

Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

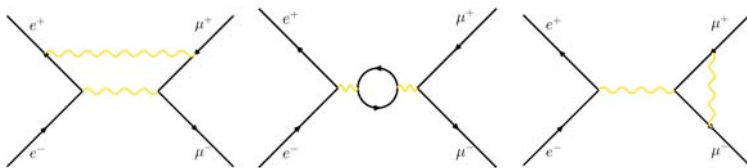


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

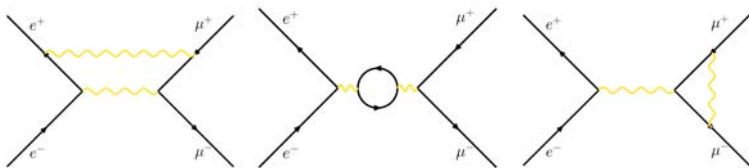


Théorie des perturbations

- Théorie des perturbations en $\alpha = e^2/(4\pi)$ (petit paramètre)

$$A = A^{(0)} + \alpha A^{(1)} + \alpha^2 A^{(2)} + \dots$$

- Chaque puissance de α correspond à un échange de photon

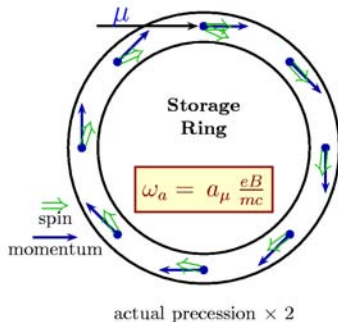


- Somme sur toutes les impulsions possibles des particules internes qui sont virtuelles $(E^2 \neq \vec{p}^2 + m^2)$
- Sensibilité à toutes les particules couplant aux photons (chargées électriquement)

Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

Moment magnétique anormal de e, μ, τ :
interaction avec un champ magnétique
(precession selon le facteur de Landé g)

$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell} \quad a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$

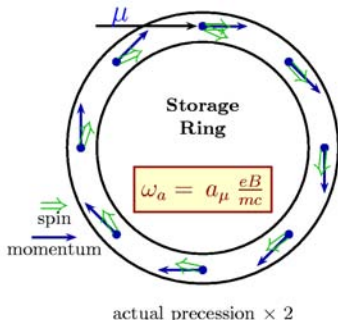


Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

Moment magnétique anormal de e, μ, τ :
interaction avec un champ magnétique
(precession selon le facteur de Landé g)

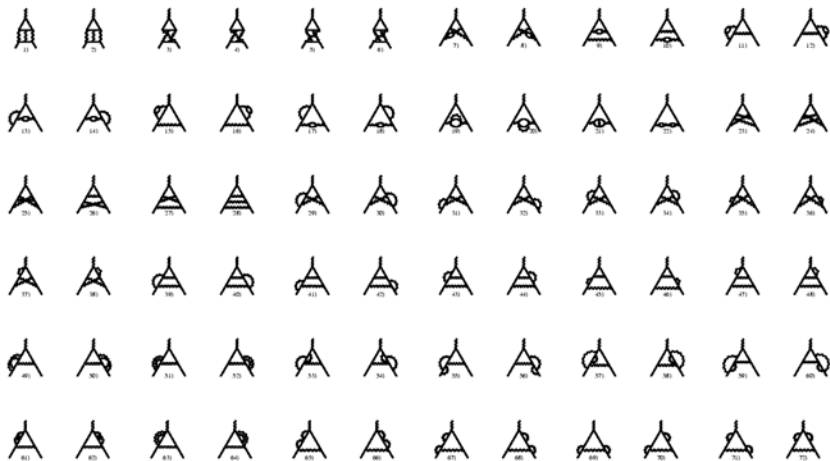
$$\mu_\ell = g_\ell \frac{e}{2m_\ell}$$

$$a_\ell = \frac{g_\ell - 2}{2}$$



$$a_e = a_\mu = a_\tau = \frac{\alpha}{2\pi}$$





Tests expérimentaux : $(g - 2)_\ell$

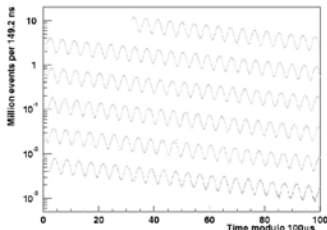
- QED jusqu'au 5ème ordre (4 boucles)

$$a_e = (115\,965\,218.073 \pm 0.028) \cdot 10^{-11}$$
$$\implies 1/\alpha = 137.035\,999\,679 \pm 0.000\,000\,094 \dots$$

- Cette valeur de α peut être utilisée pour prédire pour μ

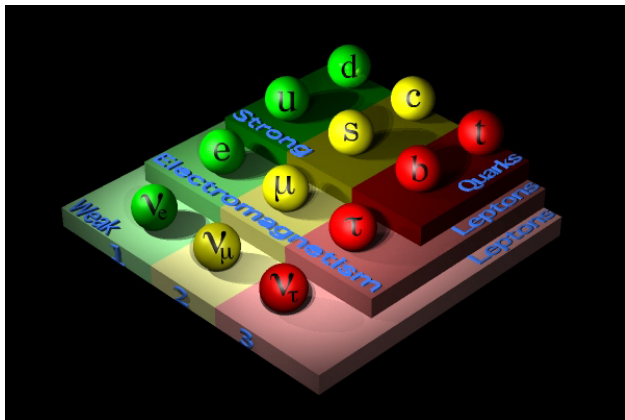
$$a_\mu^{th} = (116\,591\,793 \pm 68) \cdot 10^{-11}$$

$$a_\mu^{exp} = (116\,592\,080 \pm 63) \cdot 10^{-11}$$



- A ce niveau de précision, on ne teste plus QED, mais aussi les autres secteurs du Modèle Standard (interaction faible et forte) via les boucles de quarks, les échanges de bosons W et Z...

Force électromagnétique, force forte



- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

⇒ La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++}(J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u_\alpha^\uparrow u_\beta^\uparrow u_\gamma^\uparrow$$

avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

La couleur

Contenu en quarks de quelques hadrons

- Quarks constituants des: proton uud , neutron udd ...
- Parmi les particules trouvées dans années 1950

$$\Delta^{++} (J = 3/2, J_3 = 3/2) = u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow$$

- Mais Δ fermion, avec fonction d'onde antisymétrique (Pauli)

⇒ La couleur (vert, bleu, rouge)

$$\Delta^{++} (J = 3/2, J_3 = 3/2) = \epsilon^{\alpha\beta\gamma} u_\alpha^\uparrow u_\beta^\uparrow u_\gamma^\uparrow$$

avec $\epsilon^{123} = 1$ antisymétrique

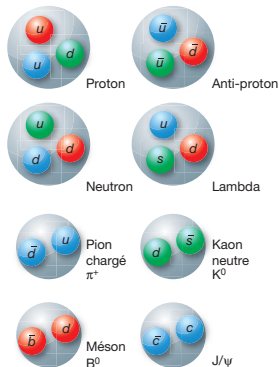
Plus généralement, pas de quarks seuls, mais en combinaison sans couleur, les **hadrons**

- Des baryons (3 quarks): $\epsilon^{\alpha\beta\gamma} q_\alpha q'_\beta q''_\gamma$
- Des mesons (quark antiquarks): $\delta^{\alpha\beta} q_\alpha \bar{q}'_\beta$

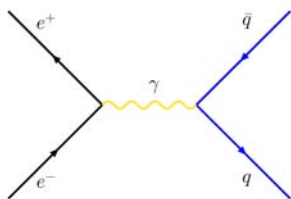
Il existe deux types de hadrons : les baryons sont constitués de trois quarks (chacun d'une couleur différente : bleu, rouge et vert) tandis que les mésons sont formés d'une paire quark-antiquark de couleur et anticouleur associées (par exemple bleu et antibleu).

Jusqu'au milieu des années 1950, les neutrons étaient constitués de particules ou produits de Gell-Mann et G... comme composantes de particules observées.

Aujourd'hui nous appelons plus précisément ces particules les baryons et mésons.



Tester le nombre de couleurs



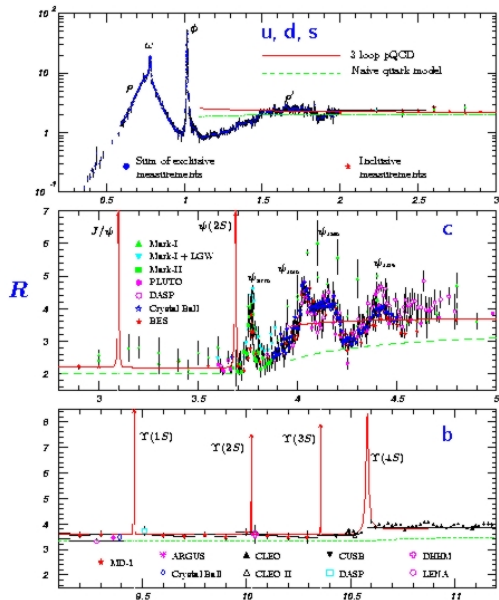
	I	II	III		
Quarks	u	c	t	γ	H
	d	s	b	g	
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	
	e	μ	τ	W	
	3 générations			Forces	Higgs

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq \frac{\sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \simeq N_c \sum_q Q_q^2$$

$$= \begin{cases} 2/3 \cdot N_c & (u, d, s) \\ 10/9 \cdot N_c & (u, d, s, c) \\ 11/9 \cdot N_c & (u, d, s, c, b) \end{cases}$$

augmente lorsque l'énergie disponible dépasse seuil $E = 2m_q c^2$

Trois couleurs



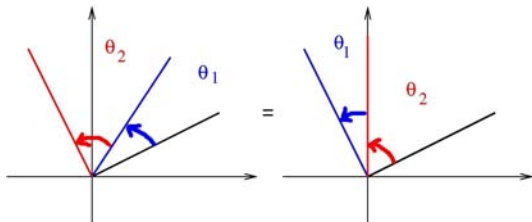
Des résonances juste après chaque seuil $q\bar{q}$ puis une asymptote en accord avec $N_c = 3$

Au fait, des hadrons toujours blancs ?
Une quantité conservée ?

- En QED, symétrie sous une redéfinition de la phase

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha Q} \psi$$

- Structure de groupe $U(1)$ équivalent to à des rotations à 2 dimensions [deux rotations successives = une rotation]



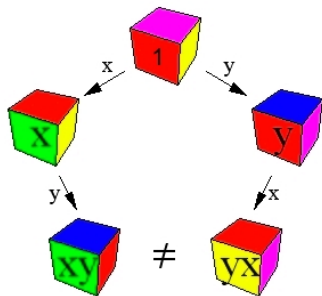
- Groupe abélien (commute): l'ordre des rotations n'importe pas

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_2)R(\theta_1)$$

Symétries non abéliennes

Les rotations à un plus grand nombre de dimensions ne sont pas abéliennes

par exemple, les rotations et réflexions à 3 dimensions



- Un groupe : $R_1 R_2$ est bien une rotation
- Mais pas abélien : $R_1 R_2 \neq R_2 R_1$
- Structure math nouvelle, avec des conséquences physiques !

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$

La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”

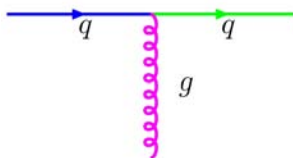
La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”
- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \rightarrow U(x)q(x)$

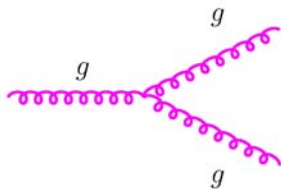
La Chromodynamique Quantique ou QCD

- Quark libre $q = \begin{pmatrix} q \\ q \\ q \end{pmatrix}$ avec eq. de Dirac $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q = 0$
“invariante” sous rotation globale de couleur $q(x) \rightarrow Uq(x)$
- $U^\dagger U = 1$ et $\det U = 1$ [groupe $SU(3)$]
pour conserver probabilités + baryons et mésons “blancs”
- Principe de jauge: invariance sous $q(x) \rightarrow U(x)q(x)$
- Dérivée covariante :
$$\begin{cases} D_\mu q = (\partial_\mu - ig_s G_\mu)q \rightarrow UD_\mu q \\ G_\mu \rightarrow UG_\mu U^\dagger - \frac{i}{g_s}(\partial^\mu U)U^\dagger \end{cases}$$
- $G_{\alpha\beta}^\mu$ correspondant à 8 gluons
 - qui se couplent aux quarks
 - qui sont eux-mêmes colorés [couleur - anticouleur]

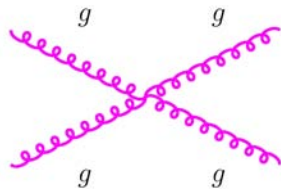
Quelques interactions



[comme QED]



[nouveau !]



[nouveau !]

QED

Une phase

$U(1)$

Symétrie abélienne

1 photon

neutre électriquement

différentes charges eQ

QCD

Trois couleurs

$SU(3)$

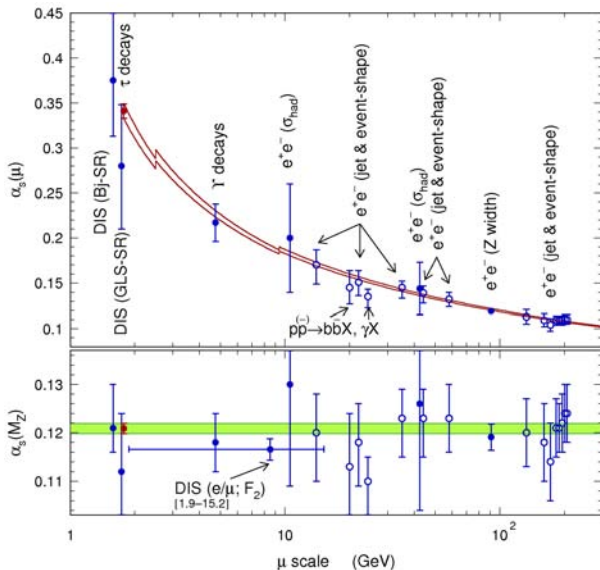
Symétrie non-abélienne

8 gluons

colorés

une seule charge g_s

α_s à différentes énergies

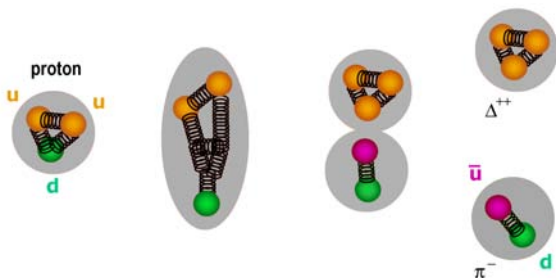


Glucos sensibles à l'interaction forte

- “Constante” de couplage
 $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$
 dépend fortement de l'énergie en jeu
- Liberté asymptotique: à grande E , les interactions (fortes) sont de petites perturbations

Confinement

A des distances de l'ordre d'1 fm (10^{-15} m), $\alpha_s = O(1)$



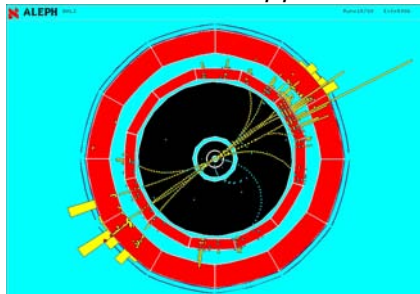
- Potentiel $V(r) \propto r$ à grand r
- Quarks ne peuvent sortir des hadrons,
et restent donc confinés dans de objets de rayon $O(1 \text{ fm})$
- Difficile de connecter la théorie (quarks) et expérience (hadrons)

Jets

Dans les collisions, les quarks/gluons émettent d'autres gluons/quarks en cascades et perdent de l'énergie

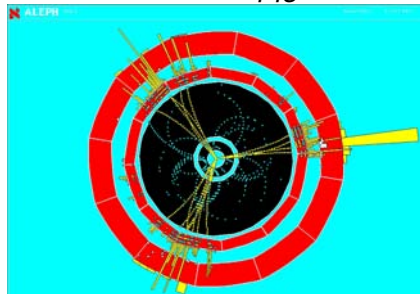
jusqu'à ce qu'ils deviennent "mous" (~ 1 GeV) pour s'unir en hadrons

$$e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}$$



Deux jets

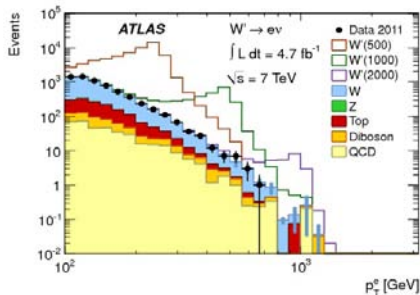
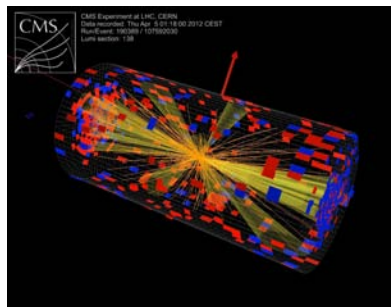
$$e^+ e^- \rightarrow q\bar{q}g$$



Trois jets

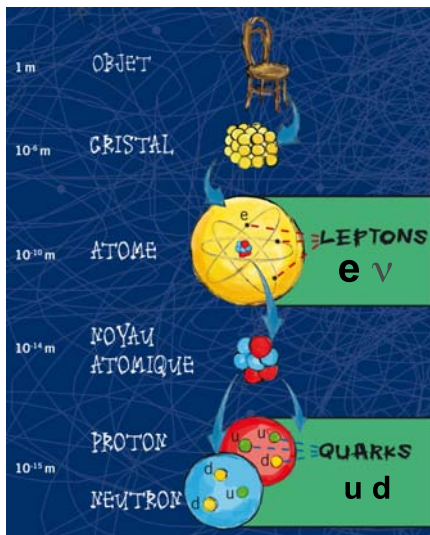
Collisionneurs

- Problème particulièrement crucial au LHC
- Collisionneur proton-proton : **presque tous les évts sont QCD !**
- Modèles de développement des jets et d'hadronisation, utilisés pour déterminer le bruit de fond des événements intéressants



⇒ Une source substantielle d'incertitude pour les mesures !

Fin de la seconde partie



	I	II	III		
Quarks	u	c	t	γ	H Higgs
	d	s	b	g	
Leptons	ν_e	ν_μ	ν_τ	Z	Forces
	e	μ	τ	W	

3 générations