Sur la notion de localité

Claude Aslangul

(LPTMC - Université Pierre et Marie Curie)

Rencontres de Physique de l'infiniment grand à l'infiniment petit

Orsay, 16 juillet 2013

1 Réalisme et localité : deux pierres angulaires de la méthodologie en Physique ?

Il me semble que la notion de localité, qui marque de son empreinte toute la Physique et dont on verra que le sens se doit d'être précisé, ne peut être discutée sans revenir sur des concepts dont elle est inséparable, le premier d'entre eux étant sans doute celui de *réalisme*.

1.1 Le réalisme

Le *réalisme* est une vision du monde *"according to which external reality is assumed to exist and have definite properties, whether or not they are observed by someone."* [1]

Il s'agit d'un *principe*, qui suppose l'existence d'un système en soi (même si on lui tourne le dos, la Lune est accrochée là-haut), et donc notamment d'une valeur *définie* pour toute grandeur physique le caractérisant et ce avant toute opération de mesure de cette grandeur : juste avant d'avoir trouvé 2 km/s pour la vitesse d'une balle de fusil, la balle *avait* une vitesse de 2 km/s, juste avant d'avoir trouvé $+\frac{1}{2}$ pour un spin, le spin *avait* la valeur $+\frac{1}{2}$.

Le spin est cité à dessein, parce que justement...

1.2 La localité

Un système n'est soumis qu'à l'influence de son environnement proche.

Autrement dit, on peut toujours remplacer “système” par “région de l'espace”, ce terme devant être précisé ($\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^4$?), tout comme doit l'être ce que l'on entend par “proche”.

[1] John Francis Clauser et Abner Shimony, *"Bell's theorem : Experimental tests and implications"*, Rep. Prog. Phys., **41**, 1881 (1978).

Selon Einstein, Podolsky et Rosen[2] :

> *"If two systems no longer interact, no real change can take place in the second system in consequence of anything that can be done to the first system."*

Noter que cette affirmation ne suppose pas forcément la séparation spatiale des deux systèmes mais seulement leur séparabilité (chacun ignore tout de l'autre et ne peut rien lui faire) : par exemple, ne considérant que les interactions électrostatiques, des ions immergés dans un fluide neutre non polarisable. Inversement, si les systèmes sont suffisamment éloignés l'un de l'autre, toute interaction entre eux a disparu : classiquement parlant, la séparation spatiale est donc une condition *suffisante* pour empêcher toute influence d'un système sur l'autre.

Si le plus souvent, la localité se réfère à l'espace, on peut toutefois aussi parler de localité *temporelle* pour désigner le fait que l'état d'un système en un point du temps – c'est-à-dire à un instant donné – conditionne complètement son évolution ultérieure[3] – les préalables étant l'existence admise de la flèche du temps, de la causalité et du déterminisme. Dans ce cadre de réflexion, la manifestation de la localité temporelle est l'omniprésence des équations *différentielles* pour décrire les lois physiques, quel que soit le contexte théorique (classique, quantique non relativiste, quantique relativiste). Toutefois, si l'équation de Newton est visiblement de ce type, celles décrivant les champs (de Maxwell, de Schrödinger, etc.) sont des équations *aux dérivées partielles* qui, en tant que telles, ne se bornent pas *a priori* à exiger la connaissance de conditions initiales mais demandent aussi la précision de conditions *aux limites.* Ceci incline à penser que si la localité temporelle reste de mise – comme Laplace l'a proclamé –, la localité spatiale est perdue puisque la valeur du champ en un point dépend de ce qui est imposé "à l'infini" (par exemple) ou sur les bords de l'éventuelle boîte de confinement. En fait, une fois obtenus les modes propres satisfaisant les conditions aux limites fixées par la nature physique du problème, toutes les équations deviennent différentielles en temps et l'on retrouve le cadre rassurant de l'équation de Newton[4] : connaître l'état d'un système à un instant donné, c'est (en principe !) connaître son avenir (tout est "markovien"), effectivement Laplace n'avait pas tort... tant que les systèmes obéissent à des équations *linéaires.*

Il apparaît ainsi possible d'affirmer que toute la Physique, qu'elle soit linéaire ou non-linéaire, repose sur l'universalité du Principe de localité temporelle, qui ne semble pas devoir être l'objet d'une discussion ou d'un débat. C'est pourquoi je me bornerai dans la suite à discuter la localité *spatiale.*

[2]Albert Einstein, Boris Podolsky et Nathan Rosen, *"Can quantum-mechanical description of physical reality can be considered complete"*, Phys. Rev., **47**, 777 (1935)

[3]Le déterminisme au sens de Laplace reste la règle pour les systèmes dynamiques présentant une sensibilité aux conditions initiales, laquelle se borne (!) à rendre impossible en pratique toute prévision à long terme de leur évolution.

[4]Cela fait, une dernière sélection est encore de rigueur : les conditions aux limites fixent certes les modes propres mais définissent un ensemble de fonctions deréponse (fonctions de Green) au sein duquel il convient encore d'effecteur un tri afin de respecter le Principe de causalité.

1.3 Le réalisme local

Les deux affirmations ci-dessus concernant la localité (spatiale) et le réalisme, mises ensemble, entraînent d'abord qu'une expérience conduite à un endroit par un observateur ne peut en aucune façon influencer le résultat obtenu par un autre observateur situé à une distance arbitrairement grande du premier. En outre, la valeur obtenue en tant que résultat de la mesure est pré-existante à l'expérience qui la révèle.

En conséquence, ces expériences sont par définition *indépendantes* l'une de l'autre ; dès lors, que celles-ci relèvent d'une théorie intrinsèquement probabiliste ou soient juste tributaires d'un inévitable bruit expérimental, les probabilités conjointes des résultats doivent se factoriser en le produit des probabilités individuelles relatives à chacun des résultats qui en sont les aboutissements.

1.4 Conséquences

Dans la pensée classique, ce sont ces préceptes inaliénables qui permettent la modélisation (et donc la description quantitative) : après avoir fait le tri entre l'essentiel et l'accessoire, on peut en principe définir complètement le système à analyser en l'isolant (mentalement) dans l'espace (et le temps), lui attribuant *ipso facto* une réalité en soi, et bien évidemment indépendante de la conscience de qui en entreprend la modélisation. Ces préceptes sont aussi nécessaires et suffisants pour assurer le contenu et la signification d'une expérience conduite en un endroit donné.

Selon Einstein[5] :

Wesentlich für diese Einordnung der in der Physik eingeführten Dinge erscheint ferner, dass zu einer bestimmten Zeit diese Dinge eine voneinander unabhängige Existenz beanspruchen, soweit diese Dinge « in verschiedenen Teilen des Raumes liegen ». Ohne die Annahme einer solchen Unabhängigkeit der Existenz (des « So-Seins ») der räumlich distanten Dinge voneinander, die zunächst dem Alltags-Denken entstammt, wäre physikalisches Denken in dem uns geläufigen Sinne nicht möglich. Man sieht ohne solche saubere Sonderung auch nicht, wie physikalische Gesetze formuliert und geprüft werden könnten. Die Feldtheorie hat dieses Prinzip zum Extrem durchgeführt, indem sie die ihr zugrunde gelegten voneinander unabhängig existierenden elementaren Dinge sowie die für sie postulierten Elementargesetze in den unendlich-kleinen Raum-Elementen (vierdimensional) lokalisiert.

"Quanten-Mechanik und Wirklichkeit", Dialectica **2**, 320 (1948)

Figure 1: Un extrait de l'article d'Einstein sur la séparation spatiale.

"Il semble essentiel pour cette disposition des choses introduites en physique que ces dernières, à un moment donné, revendiquent une

[5] *"Quanten-Mechanik und Wirklichkeit"*, Dialectica **2**, 320, (1948).

existence indépendante l'une de l'autre, dans la mesure où elles se trouvent dans différentes régions de l'espace. Sans l'hypothèse de l'existence mutuellement indépendante (de l'"être-ainsi") des choses séparées spatialement les unes des autres, hypothèse qui trouve son origine dans la pensée de tous les jours, la pensée physique qui nous est familière ne serait pas possible. On ne voit pas comment les lois physiques pourraient être formulées et vérifiées sans une telle séparation."

1.5 Implications de la localité

- Parler de localité, c'est supposer que préexiste l'espace physique et qu'il est possible, pour un système, de lui attribuer une position bien définie. En particulier, on doit pouvoir dire qu'un point matériel se trouve à un instant donné au point géométrique défini par un certain vecteur $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ (Galilée, Newton) ou dans $\mathbb{R}^4$ (Einstein). Ce vecteur est réputé prendre des valeurs *continues* (pas de granulation[6] de l'espace/temps).

  À ce stade, une double bifurcation se produit, selon que l'on se place dans le cadre quantique ou non et/ou relativiste ou non : la longueur d'onde Compton $\lambda = \frac{h}{mc}$, qui est nulle si[7] $h = 0$ et/ou $c = \infty$, exclut par principe qu'un

[6]La question de l'*atomicité* éventuelle de l'espace (et du temps) a été (re-)posée par Schrödinger à la fin de sa vie, partant de la constatation que toute expérience ne peut mettre en évidence que des intervalles *finis*, qu'il s'agisse d'ailleurs de petits volumes spatiaux ou de la mesure du temps écoulé entre deux instants.

Plus généralement, cette problématique renvoie à celle du découplage des échelles : pour analyser et calculer l'écoulement d'un fluide, point besoin de décrire la matière à l'échelle moléculaire, encore moins de s'intéresser aux niveaux de rotation d'une molécule ! Pour les transitions de phase, il en va très souvent de même : pour ne prendre qu'un exemple, la physique macroscopique du ferromagnétisme – pas de l'antiferromagnétisme ! – est indépendante des *détails* de la structure du matériau, étant entendu que certains de ceux-ci se bornent (!?) à assurer l'existence des moments magnétiques et d'un certain type de leur interaction mutuelle, ingrédients *nécessaires* à l'émergence du ferromagnétisme. C'est cette universalité qui permet de définir des exposants critiques, justement indépendants de la nature intime de la matière impliquée.

À l'opposé, on connaît des cas où l'on suspecte que ce découplage des échelles n'est pas de mise, par exemple pour la turbulence et plus généralement pour les systèmes non-linéaires dans un régime de sensibilité aux conditions initiales. Alors, un tout petit effet peut déclencher une catastrophe (avalanches, tremblements de terre, ...) ce que l'on appelle de façon imagée l'*effet papillon.*

[7]Comme d'habitude, cette formulation affirmative du zéro et l'infini de certaines constantes physiques est un raccourci de langage. Dès l'époque de Galilée, on a commencé à imaginer que la vitesse de la lumière n'est pas infinie, les premières mesures précises remontant au XIX$^{\text{e}}$ siècle (Fizeau, 1849) ; écrire $c = \infty$ est une façon rapide de dire que, v étant une vitesse typique du problème analysé, le rapport $\beta \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{v}{c}$ est si petit qu'il est inobservable dans toute expérience pertinente pour ce problème. De même, $h = 0$ signifie que le rapport $\frac{h}{S_0}$ est aussi petit que l'on veut, S_0 étant une action typique du problème ; pour la Terre tournant autour du Soleil, $\frac{h}{S_0} \sim 10^{-74}$, autant dire zéro.

En Physique, il n'y a ni zéro ni infini... surtout s'agissant de grandeurs ayant une *dimension* et donc tributaires d'un choix d'unité ! En revanche, il est légitime de dire que le(s) bon(s) paramètre(s) sans dimension est(sont) ou très grand(s) ou très petit(s) devant 1.

objet, même réputé ponctuel, soit spatialement situé avec une précision infinie, comme l'est un point de l'espace. Je reviendrai sur ce point dans la suite.

- Lien indissociable avec la causalité : dire qu'un système est influencé par "le reste du monde" c'est dire qu'en ce dernier résident les *causes* des *effets* observés sur le premier. Une autre bifurcation se produit selon que la vitesse de la lumière est infinie ou non.

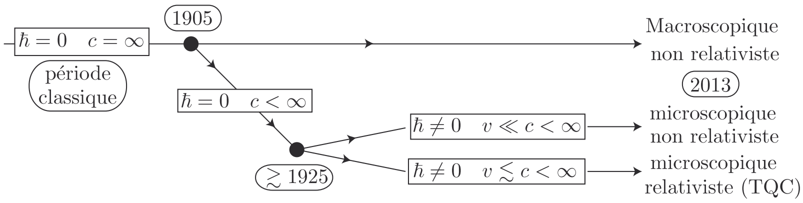

Figure 2: Schéma des bifurcations relativiste/non relativiste, quantique/non quantique.

Il convient en définitive de distinguer plusieurs périodes : avant Einstein et la Relativité restreinte (1905), et après, avant la Théorie quantique achevée ($\gtrsim$ 1925), et après (figure 2).

Il me semble que la question de la localité ne se pose vraiment qu'en Théorie quantique. La Relativité restreinte (RR) a certes redéfini l'espace où il convient de raisonner (les trois coordonnées spatiales usuelles et le temps, tous traités sur un pied d'égalité) mais conduit seulement à une redéfinition de la causalité fondée sur la notion de cône de lumière. La Relativité générale (RG) est plus difficile à appréhender en ce qu'elle se fonde en tout premier sur une géométrisation de l'espace et non sur la notion d'interaction qui en découle, géométrisation où les arguments usuels en termes de forces en tant que principes premiers peinent à trouver leur place et leur sens intuitif cher au Physicien.

En revanche, la Théorie quantique oblige à réexaminer en profondeur deux dogmes de la pensée classique : la notion de *réalité physique* et celle de *séparabilité* de deux systèmes.

C'est pourquoi il me semble utile, sur le plan historique et pour préciser le sens des mots, de distinguer trois grandes périodes.

2 La localité à l'ère classique, avant 1905 (Galilée, Newton)

Dans la pensée classique (non relativiste, non quantique), il existe des actions à distance *instantanées* (Newton et la gravitation, Poisson et la loi de Coulomb).

La causalité est violée par l'instantanéité (il n'y a ni *avant* ni *après*), la localité l'est aussi... sauf à admettre que le *voisinage* d'un système est l'Univers tout entier !

Les équations de Maxwell ($\sim$ 1850) rétablissent les choses en introduisant la vitesse *finie* de la lumière dans le vide, et surtout, dans les traces de Faraday, accomplissent une révolution conceptuelle en mettant au premier plan la notion fondamentale de *champ*, introduite également par Cauchy à propos de l'élasticité à la fin des années 1820. Comme le souligne Alain Comtet[8] *"Historiquement la notion de champ a d'abord été introduite comme un substitut à celle d'action à distance"* puis, rappelant comment on est venu à admettre le champ en tant qu'objet physique *"Le champ devient une entité propre possédant les mêmes attributs qu'une particule : énergie, impulsion et moment angulaire."*

Cette notion de champ n'est pas forcément aisée à percevoir mais il est possible d'en construire des images impliquant un système matériel, tout en gardant à l'esprit le fait que celles-ci ne valent pas en toute circonstance – que l'on se souvienne des difficultés ayant conduit à imaginer un *Éther*, milieu matériel seul susceptible de permettre la propagation d'une onde, avant d'abandonner définitivement cette idée quand il s'agissait de la lumière.

Tout le monde connaît *l'effet domino* : on dispose sur une table une ligne de dominos dressés verticalement, chacun étant distant de ses premiers voisins d'une longueur inférieure à sa hauteur[9]. Cela fait, on donne une pichenette dans le bon sens à l'un des dominos d'une extrémité, en conséquence de quoi, de proche en proche, chacun poussant le suivant, tous les dominos tombent finalement à plat. Il s'agit bel et bien d'une action qui se propage de proche en proche, sorte d'onde discrète se déplaçant dans l'espace.

Ce système peut être modélisé simplement : on appelle $x_n = na$ l'abscisse d'un domino et on attache à chaque x_n une fonction f qui vaut 1 si le domino en x_n est debout, 0 s'il est couché. Au départ (condition *initiale*), cette fonction vaut 1 partout ; une fois le processus de chute enclenché, le graphe spatial de f ressemble à une fonction-créneau (signal rectangulaire) discrétisée, dont le front se déplace dans le sens de l'*impetus* donné au départ. La chaîne de dominos est ainsi représentée par une fonction $f_{x_n}(t)$ décrivant complètement son évolution spatio-temporelle qui, de surcroît et de toute évidence, respecte la causalité, se développant en conséquence d'actions successives dans le temps, c'est-à-dire *retardées*.

Le système précédent est par nature spatialement discrétisé mais si on le regarde "de loin" (et à condition d'avoir une bonne vue), sa granulation devient de moins en moins perceptible. Imaginant que l'on puisse s'en éloigner arbitrairement, la chaîne devient quasi-continue et l'ensemble des valeurs $\{f_{x_n}(t)\}_n$ peut

[8] Alain Comtet, *"Champs et particules : deux figures du continu et du discret dans les théories physiques"*, Intellectica, **51** (2009).

[9] L'expérience peut aussi être faite avec des morceaux de sucre, comme on le vit naguère dans les *spots* publicitaires des entreprises sucrières.

être entièrement caractérisé par une fonction numérique de deux variables, $f(x,\, t)$, qui est par définition le champ des *statures* des dominos devenus infiniment fins et infiniment proches les uns des autres[10].

Cette image, sa limite étant prise, permet de comprendre pourquoi les équations d'un tel champ sont de nature *différentielle* : chaque domino ne peut agir que sur ses voisins – image primitive de la notion de localité –, lesquels sont devenus *infiniment* proches les uns des autres sous l'effet de la limite continue. C'est pourquoi, d'une façon générale, les équations *fondamentales*[11] du champ sont des équations aux dérivées partielles (EDP), rassemblant à la fois l'aspect différentiel et le jeu de plusieurs variables (espace et temps), et traduisant *in fine* la nature locale des phénomènes physiques.

Au passage, il vaut la peine de faire le lien avec un problème qui a donné du fil à retordre durant des décennies : les phénomènes critiques et plus généralement l'énigme des transitions de phase, que l'on ait une vision discrète ou continue de la matière impliquée. S'agissant par exemple de la transition para - ferromagnétique, il semblait incompréhensible que des interactions *à courte portée* puissent, si les circonstances s'y prêtent, engendrer un ordre à *longue distance.* On sait que cette longue énigme a conceptuellement connu un dénouement grâce au tour de force mathématique d'Onsager[12] apportant la solution exacte précise du modèle d'Ising à deux dimensions, complétant ainsi techniquement l'argument probant de Peierls[13]. Si l'image de la chaîne de dominos démontre à l'évidence que des interactions de proche en proche peuvent engendrer un ordre spatial infiniment étendu, on sait aussi que la Nature est bien plus subtile : dans le cas d'Ising, avec exactement les mêmes ingrédients et en faisant juste varier la dimension D de l'espace, il existe ($D \geq 2$) ou n'existe pas ($D < 2$) de transition. Les interactions à courte portée peuvent suffire, mais elles ont besoin d'un coup de main pour que les fluctuations n'aient pas d'effet catastrophique[14].

La leçon à retenir est l'*universalité* de la notion de champ, qu'il soit défini en espace discret ou continu, et le fait que son introduction pour décrire (presque) tous les phénomènes est inéluctable – et fort naturelle, dans tous les sens de ce qualificatif.

[10] Sur le plan technique, il est clair que la *bonne* limite doit être soigneusement définie, ce qui introduit la *densité* spatiale des dominos.

[11] En pratique, la sommation sur certains degrés de liberté réputés non-pertinents peut conduire à des équations contenant des termes intégraux sur l'espace, donc "non-locaux". En un sens, et avec des hypothèses d'analycité pour les noyaux qui y figurent, une équation intégrodifférentielle est une équation différentielle d'ordre infini.

[12] Lars Onsager, *"Crystal Statistics. I. A Two-Dimensional Model with an Order-Disorder Transition"*, Phys. Rev. **65**, 117 (1944).

[13] Rudolf Peierls, *"Ising's Model of Ferromagnetism"*, Proc. Camb. Phil. Soc., **32**, 477 (1936).

[14] Couper un fil ou faire un trou dans un drap sont deux actions aux conséquences sans commune mesure.

3 La localité après 1905 ($c < \infty$) et avant 1925 ($h = 0$)

La notion de champ n'a pas seulement fourni une autre description de l'interaction entre deux systèmes, elle porte en effet en elle le respect absolu de la causalité : selon Einstein, c est une vitesse indépassable, de sorte que deux événements ne peuvent être reliés (par un lien de causalité[15]) que s'ils se trouvent à l'intérieur du cône de lumière (figure 3), définissant le plus grand domaine spatio-temporel susceptible d'être le voisinage d'un système, quelles que soient la nature et la portée de l'interaction. De plus, *de facto*, il n'existe que des interactions *retardées* lesquelles, par construction, respectent le Principe de causalité.

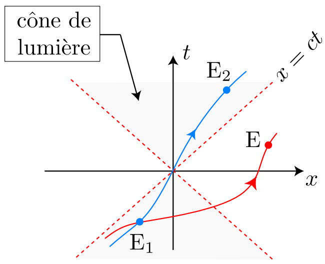

Figure 3: Les deux événements E_1 et E_2 *peuvent* avoir une relation de cause à effet ; E_1 ne peut pas être la cause de E.

En outre :

1. Le paramètre *temps* n'est pas le même partout (c'est-à-dire dans tous les référentiels d'inertie), espace et temps sont englobés dans une même "réalité".

2. La cause précède forcément l'effet puisque les interactions sont retardées en raison de la vitesse *finie* de propagation des champs.

3. Deux événements E_1 et E_2 ne peuvent avoir un lien de causalité que si $\Delta x^2 \leq c^2 \Delta t^2$ (les deux points d'espace-temps doivent se trouver dans le cône de lumière, figure 3). La causalité *temporelle* acquiert ainsi le statut de causalité *spatio-temporelle*.

- Il existe un "avant" et un "après", que l'on peut spécifier quantitativement par une grandeur représentant le *temps* (mais, qu'est-ce que le *temps* ?).

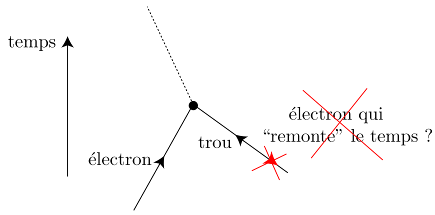

Figure 4: Un électron et un trou se propageant dans le "bon" sens du temps.

- Il existe une flèche du temps au niveau *mi*croscopique[16].

Ces axiomes appellent d'autres questions :

1. Le temps est-il représentable par une variable *continue*, t ?
   (a) Cause à $t_1 \Longrightarrow$ effet à $t_2 > t_1$
   (b) Mais $\exists$ entre t_1 et t_2 d'autres "effets" résultant de la cause à t_1 prenant le relais pour être la cause des effets à t_2, et ainsi de suite : divisibilité à l'infini ?
2. *Une* cause engendre *un* effet, ce qui est inscrit dans le passé fixe l'avenir, d'où le problème du déterminisme au sens laplacien du terme[17], qui exige d'ailleurs la connaissance (parfaite) des conditions initiales.

[15]Sur le lien entre causalité et groupe de Lorentz, je suis redevable à Alain Comtet d'avoir attiré mon attention sur l'article de Erik Christopher Zeeman, *"Causality Implies the Lorentz Group"*, J. Math. Phys., **5**, 490 (1964).

[16]L'existence d'une flèche du temps microscopique n'est pas contradictoire avec l'invariance par renversement du temps (en l'absence de champ magnétique). D'une façon très générale, *La Physique a ses principes que les Mathématiques ne connaissent pas*, celles-ci n'excluant pas (et pour cause) l'existence de solutions mathématiques dénuées de sens physique. Quelques exemples :

1. On peut développer sur la base propre d'un oscillateur harmonique les états propres d'un oscillateur anharmonique non pathologique (avec un terme additionnel en gx^4, $g > 0$, par exemple). Les modules carrés des coefficients n'ont évidemment aucune signification physique : la probabilité est nulle de trouver un oscillateur anharmonique dans un état d'oscillateur harmonique !
2. La masse $m = \gamma m_0$ est imaginaire pure quand $\beta > 1$, puisqu'alors $\gamma \stackrel{\text{déf}}{=} \sqrt{1-\beta^2}$ l'est aussi ; et alors di(rai)t le mathématicien pur ?
3. Anticipant sur l'ère quantique, les diagrammes de Feynman où des objets "remontent" le temps (figure 4).

[17]Le déterminisme de principe n'entraîne pas forcément la *prédictabilité* : il en va ainsi pour les systèmes "déterministes" les plus simples (voir l'analyse de Max Born, *"Dans quelle mesure la Mécanique classique peut-elle prédire les trajectoires ?"*, J. de Physique et le Radium, **20**, 577 (1959)), mais aussi ce calcul attribué à Émile Borel, montrant que le déplacement d'un centimètre d'un gramme de matière sur Sirus – étoile située à près de 9 années-lumière –, produit une variation du champ de gravitation terrestre de l'ordre de 10^{-100}, ce qui interdit la prévision du mouvement d'un atome de gaz au-delà d'environ... un millionième de seconde.

Ce *hiatus* entre déterminisme et prédictabilité trouve une illustration spectaculaire dans le domaine des systèmes non-linéaires (Poincaré (*ca.* 1895), puis chaos déterministe).

3. Le déterminisme Laplacien suggère d'autres questions :
   $\boxed{\text{cause} \Longrightarrow \text{effet}}$ ou $\boxed{\text{cause} \Longleftrightarrow \text{effet}}$ ou $\boxed{\text{cause} \Longrightarrow \text{effets}}$???
   Autrement, y a-t-il *biunivocuité* entre cause et effet(s) ? Si une même cause produit des effets distincts, n'est-ce pas parce qu'il existe des paramètres *cachés* que la théorie ne prend pas en compte ? Le déterminisme est-il la règle absolue ?

4 La localité après 1925 ($c < \infty$ et $h > 0$)

La Théorie quantique n'a pas seulement renversé le dogme de Laplace (la Nature apparaît comme *foncièrement* aléatoire au niveau microscopique), elle a aussi complètement bouleversé la notion de localité, de deux façons distinctes et *a priori* sans rapport direct l'une avec l'autre :

1. en transformant radicalement l'image que l'on se fait intuitivement d'une *particule*, laquelle ne doit pas être vue comme un point, matériel ou non (massif ou non), se déplaçant dans l'espace,

2. en remettant en cause la notion de *séparabilité* de deux systèmes.

Selon Christopher Fuchs et Asher Peres[18], *"Quantum theory is essentially local."*, au contraire pour John Bell *"La Mécanique quantique n'est pas localement causale"* (cité par Franck Laloë[19]), cependant que Popescu et Rohrlich proposent[20] carrément d'élever la non-localité au rang d'*axiome* quantique.

C'est dire que le débat n'est pas tranché[21], loin de là.

4.1 La notion de localisation en théorie quantique

Pour que la notion de localité ait un sens, il est nécessaire que l'on puisse parler de l'environnement d'un système, qui est en quelque sorte le *complémentaire* spatial

[18]Christopher A. Fuchs et Asher Peres, *"Quantum Theory Needs No 'Interpretation' "*, Physics Today, **53**, 11 (2000).

[19]*Comprenons-nous vraiment la Mécanique quantique ?*, EDP Sciences (2011), § 4.E.2 p. 121.

[20]Sandu Popescu et Daniel Rohrlich, *"Quantum Nonlocality as an Axiom"*, Found. Phys., **24**, 379 (1994).

[21]On trouve ainsi deux articles récents portant le même titre, l'un avec, l'autre sans point d'interrogation :

1. Henry P. Stapp, *"Nonlocal character of quantum theory"*, Am. J. Phys., **65**, 300 (1997) ;
2. Neil David Mermin, *"Nonlocal character of quantum theory ?"*, Am. J. Phys., **66**, 920 (1998).

De plus, dans un ouvrage également très récent (*"Physique et métaphysique"*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, (2012), p. 101), Michael Esfeld écrit *"Le théorème de Bell établit que la physique quantique est non locale"*.

(*spatio-temporel*) du domaine où vit ce système, ce qui impose préalablement d'attribuer à ce dernier une certaine localisation spatiale, décrétant qu'il est ici et pas ailleurs.

Les prolégomènes devraient contenir l'analyse d'une question majeure : pour toute "particule" massive, ce domaine est-il un point ? Non, car la longueur d'onde Compton, $\lambda_\mathrm{C} = \frac{h}{mc}$ (nulle si $c = \infty$ et/ou $h = 0$), exclut par principe qu'un objet, même réputé élémentaire (donc sans structure interne et *ponctuel* par extrapolation), soit spatialement situé avec une précision infinie, comme l'est un point de l'espace géométrique, quel qu'il soit, $\mathbb{R}^3$ ou $\mathbb{R}^4$. En effet, la Théorie quantique des champs montre que si l'on pénètre dans un domaine de taille inférieure à λ_C, il y a possibilité de création d'un nombre arbitraire de particules : à vouloir en localiser une, on en crée autant qu'on veut ! Il est assez extraordinaire qu'un objet forcément ponctuel (puisqu'élémentaire pour autant que l'on sache aujourd'hui) puisse être en fait "caractérisé" par une échelle de longueur *finie*[22].

Cette question quelque peu énigmatique étant mise à part, l'une des propositions révolutionnaires de la Théorie quantique est l'introduction de la notion historiquement appelée *dualité onde - corpuscule* pour "expliquer" les *paradoxes* observés (les fentes d'Young, les résultats de l'expérience de Stern et Gerlach, l'effet Aharonov - Bohm, etc.).

Une vision plus contemporaine[23] consiste à affirmer *"Il n'y a pas de particules, il n'y a que des champs"*. Dans cette perception des choses, la notion de localité ou de localisation perd son sens intuitif, pour la simple raison qu'un champ est étendu dans l'espace ! D'un autre côté, la question de la localité/localisation ne se pose plus : une coordonnée $\vec{r}$ n'est plus une observable (la position d'un objet) mais juste la spécification technique sans ambiguïté d'un point de l'espace "physique".

Notons que quand un *quantum* d'énergie et d'impulsion est créé/détruit[24], c'est le champ dans son ensemble (dans toute son étendue spatiale) qui est modifié : l'énergie du quantum étant déterminée, son impulsion $\hbar\vec{k}$ l'est tout autant puisque ces deux grandeurs sont solidarisées par la relation de dispersion caractérisant le quantum, et à $\vec{k}$ donné (et sans fluctuations) est associée une onde plane $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\vec{k}.\vec{r}}$ dont l'amplitude est constante dans tout l'espace. En outre, un champ

[22] En marge de cette question, il est utile de rappeler qu'il est parfois nécessaire de discrétiser l'espace en travaillant sur *réseau* (voir par exemple le cours de Uwe-Jens Wiese, `http://www.itp.uni-hannover.de/ lechtenf/Events/Lectures/wiese`) et non pas en espace continu afin d'éviter les divergences ultraviolettes liées aux courtes longueurs d'onde (hautes énergies). Dans le cas des phénomènes critiques, la longueur de coupure est tout naturellement d'ordre atomique (la matière est foncièrement discrète !). En Théorie des champs (QCD, QED), la bonne longueur ne saute pas aux yeux (la longueur de Planck ?!).

[23] Art Hobson, *"There are no particles, there are only fields"*, Am. J. Phys., **81**, 211 (2013).

[24] instantanément ! Dans le cas contraire, cela signifierait que dans la phase transitoire apparaîtrait/disparaîtrait une *fraction* de *quantum* or, par définition, un tel objet est littéralement *atomique*.

L'énergie et l'impulsion sont simultanément bien définies, verrouillées qu'elles sont par la relation de dispersion (exemple $E = \hbar kc$ pour le photon).

quantique se distingue d'un champ classique par le fait que ses entités ultimes sont *dénombrables* – ce qui renvoie d'ailleurs à l'impossibilité pour Planck (et pour tout le monde) de calculer l'entropie avec des grandeurs variant *continûment*, donc *non-dénombrables*.

Cette vision contemporaine a bien des séductions, mais elle heurte le sens commun et sa perception instinctive de ce qu'est une particule – tout comme la Théorie quantique dans sa formulation actuelle, entièrement fondée sur des équations *linéaires* et l'une de leurs inévitables conséquences : l'élargissement implacable et irréversible de tout paquet d'ondes non confiné[25]. On peut rêver d'une théorie fondamentale[26] *non-linéaire* où, en conséquence de la compétition entre dispersion et non-linéarité, des excitations de type solitons pourraient exister, rétablissant de façon concrète la notion de propagation d'un champ avec celle d'un objet à l'imperturbable localisation en dehors des collisions et retrouvant celle-ci à leur issue.

Si l'on en revient à la notion intuitive de *particule*, certains phénomènes semblent perdre tout contact avec l'idée même de localisation. Il en va ainsi de la condensation de Bose - Einstein où, schématiquement, des bosons se rassemblent (presque) tous dans le même état ; cet état est bien défini dans l'espace des *impulsions* ce qui, compte tenu de l'incompatibilité position/impulsion intrinsèque à la Théorie quantique, interdit de s'en faire une représentation imagée dans l'espace physique $\mathbb{R}^3$. Il semble qu'il n'y ait pas d'objet plus localisable qu'un atome lourd (Rubidium par exemple), et pourtant on observe maintenant couramment des condensats atomiques de Bose - Einstein avec des gaz ultra-froids ($\lesssim 100\,\mathrm{nK}$).

Il en va d'ailleurs de même pour une propriété bien plus banale, la conductivité électrique, que l'on ne peut plus se représenter comme résultant de la possibilité pour des porteurs de se déplacer dans l'espace. Si l'on sait parfaitement définir un *courant* (homogène dans l'espace d'ailleurs – et heureusement – pour un conducteur en régime stationnairee), l'alternative isolant/conducteur n'a aucune explication dans l'espace "physique", mais résulte de la subtile coopération de tous les ingrédients quantiques : équation aux valeurs propres donnant les lois de dispersion, Principe de Pauli, statistique de Fermi - Dirac,... sans oublier l'intervention cruciale de la symétrie par le jeu du Théorème de Bloch.

Il ne s'agit que de quelques exemples démontrant la difficulté (ou l'impossibilité) de se représenter naïvement les phénomènes à l'échelle microscopique comme on est habitué à le faire dans un cadre classique. La relation d'incertitude de Heisenberg, à elle seule, rappelle la nécessité d'un point de vue radicalement différent mais ne constitue que la partie visible d'un ensemble de propriétés spécifiques de l'infiniment petit donnant lieu, à cette échelle, à des comportements étranges heurtant violemment l'intuition et produisant des paradoxes si l'on essaie de les décrire avec les mots du langage commun.

[25] L'oscillateur harmonique est l'exception qui confirme la règle.

[26] Dans le cadre orthodoxe de la théorie quantique (linéaire), on connaît de multiples théories *effectives* où apparaissent des équations non-linéaires (équations de Hartree - Fock, équation de Gross - Pitaevskii, etc.).

4.2 La non-séparabilité et l'argument EPR

Sur un plan encore plus fondamental, et sans référence à une expérience précise ou à un phénomène particulier classiquement incompréhensible, Einstein, Podolsky et Rosen ont cru démontrer que la théorie quantique est une théorie physique *incomplète*[27]. Leur argumentation est logiquement irréfutable, reposant crucialement sur *leur* définition de la réalité physique ; si leur conclusion est *logiquement* vraie, elle est incompatible avec les résultats des expériences d'Aspect démontrant à l'évidence la violation de l'inégalité de Bell[28].

4.2.1 La localité en soi

1. Ce qu'a montré Bell (1964), complété par Clauser *et al.*[29] : toute théorie fondée sur le *réalisme local* et devant reproduire les résultats de la MQ (puisque ceux-ci sont en accord avec l'expérience !) se doit d'impliquer des variables cachées *non-locales* – noter que sur le plan de la stricte logique, ce fait à lui seul ne prouve pas que la théorie quantique est non-locale[30]. Si les hypothétiques variables cachées sont *locales*, l'inégalité de Bell ne peut être violée.

   Il est important de préciser techniquement ce qui est entendu par théorie *locale*, permettant alors par opposition stricte de définir une théorie *non-locale*. Soit $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ deux grandeurs physiques pouvant conduire respectivement aux résultats (valeurs numériques dans les bonnes unités) A_i et B_j, dépendant des paramètres a et b caractérisant les appareils de mesure (par exemple : les directions de mesure du spin) ; en toute généralité, on peut considérer que ces résultats A_i et B_j sont les valeurs numériques de variables aléatoires sans pour autant exclure le cas-limite où celles-ci sont certaines (sans fluctuations). Tout naturellement, les probabilités d'obtenir les valeurs A_i et B_j dépendent *a priori* de a et b et peuvent en outre dépendre de variables "cachées" collectivement notées λ.

   Lorsque les expériences sont conduites dans deux régions distinctes, le réalisme local exige que les probabilités de chacun des résultats dans une région ne dépendent pas de ce qui se passe dans l'autre ; en conséquence, la probabilité de l'événement A_i et B_j est le *produit* des probabilités :

   $$\mathrm{Prob}[\mathcal{A} = A_i \text{ et } \mathcal{B} = B_j] = \mathrm{Prob}[\mathcal{A} = A_i] \times \mathrm{Prob}[\mathcal{B} = B_j] \ .$$

   De surcroît, le réalisme local exige que chacune des probabilités du produit de droite ne dépende que de ce qui se passe dans la région correspondante – et bien sûr des paramètres cachés λ ; autrement dit la probabilité d'obtenir

[27] voir note 2.

[28] John Stewart Bell, *"On the Einstein - Podolsky - Rosen Paradox"*, Physics, **1**, 195 (1964).

[29] John Francis Clauser, Michael A. Horne, Abner Shimony et Richard A. Holt, *"Proposed experiment to test local hidden-variables theories"*, Phys. Rev. Lett., **23**, 880 (1969).

[30] La signification, les implications et les conséquences du théorème de Bell sont encore l'objet de vives discussions. Pour un point récent, voir Travis Norsen, *"Local Causality and Completeness : Bell* vs. *Jarrett*, Found. Phys., **39**, 273 (2009).

A_i pour $\mathcal{A}$ ne dépend en aucune façon de toute expérience effectuée pour mesurer $\mathcal{B}$, et donc ne saurait dépendre des paramètres b – et inversement pour $\mathcal{B}$:

$$\mathrm{Prob}[\mathcal{A} = A_i] \stackrel{\text{déf}}{=} P_{A_i}(a, \lambda) \ , \qquad \mathrm{Prob}[\mathcal{B} = B_j] \stackrel{\text{déf}}{=} P_{B_j}(b, \lambda) \ .$$

P_{A_i} et P_{B_j} étant des fonctions en principe parfaitement déterminées.

Pour simplifier, supposons que la mesure de chacune des grandeurs $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ ne peut conduire qu'à deux résultats (aléatoires) A_1 et A_2, B_1 et B_2 respectivement ; une fois choisies les bonnes unités, tous ces nombres peuvent toujours être pris égaux à ± 1. Soit alors la combinaison :

$$S \stackrel{\text{déf}}{=} A_1B_1 - A_1B_2 + A_2B_1 + A_2B_2 \equiv A_1(B_1 - B_2) + A_2(B_1 + B_2) \ .$$

On voit aisément que cette variable aléatoire est comprise entre les valeurs extrêmes ± 2, de sorte que son espérance mathématique $\langle S \rangle$ respecte inévitablement ces bornes :

$$-2 \leq \langle S \rangle \leq +2 \ .$$

Or c'est justement cette inégalité, irréfutable sous l'hypothèse définissant la localité, qui est violée dans certains cas, comme le démontrent les expériences d'Aspect[31]. Que la Mécanique quantique soit vraie ou fausse n'est pas ici la question et cette incertitude toujours légitime n'altère en rien le fait qu'aucune théorie *locale* au sens défini ci-dessus, proposé par Bell, quelle qu'elle soit, ne peut expliquer une telle violation.

2. La MQ est incompatible avec le réalisme local, et c'est aussi en ce sens qu'elle est *non-locale* :

   (a) pas de *réalisme* : une grandeur physique n'a pas (en général) de valeur prédéterminée avant sa mesure (avant d'avoir trouvé $+\frac{1}{2}$, le spin n'avait pas la valeur $+\frac{1}{2}$ (*"Une mesure non faite n'a pas de résultat"*). Si c'était le cas, l'inégalité de Bell ne saurait être violée.

   (b) Pas de séparation spatiale : la réduction locale (en un point) du paquet d'ondes d'un état intriqué provoque la réduction (aussi) à l'autre bout du monde.

3. Pour deux particules, la fonction d'onde (non relativiste) existe[32] et se propage *localement* dans l'espace (de configuration) $\mathbb{R}^6$ – puisque l'équation

[31] Alain Aspect, Jean Dalibard et Gérard Roger, *"Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperimen : A New Violation of Bell's Inequalities"*, Phys. Rev. Lett., **49**, 91 (1982). L'expérience consiste en l'étude des corrélations entre deux photons issus d'une même cascade atomique et analysés aux deux extrémités d'un interféromètre distantes d'une douzaine de mètres.

D'autres expériences antérieures sur les corrélations de spin dans les collisions proton - proton (Mohammad Lamehi-Rachti and Wolfgang Mittig, "*Quantum mechanics and hidden variables : A test of Bell's inequality by the measurement of the spin-correlation in low-energy proton-proton scattering*", Phys. Rev. D **14**, 2543 (1976)) avaient déjà permis de suspecter fortement une possible violation de l'inégalité de Bell.

[32] En réalité, les choses sont en général encore un peu plus complexes : la description complète d'un système de particules de spin non-nul se doit d'inclure les degrés de liberté de spin. Dans le contexte de cette discussion, on peut imaginer que les deux particules sont des bosons de spin nul.

de Schrödinger est une EDP – et non dans l'espace physique $\mathbb{R}^3$. Comme c'est dans ce dernier que l'on développe usuellement les idées de localité, toute tentative de revenir exclusivement à celui-ci pose problème : le *hiatus* semble complet entre la *localité* de l'équation de Schrödinger et la *localité* au sens du Physicien classique extrapolée au domaine quantique.

4.2.2 La non-séparabilité

L'équation de Schrödinger, fondement de la théorie quantique, possède une propriété essentielle : elle est *linéaire*. De cette propriété cruciale découle immédiatement un fait assez stupéfiant : deux systèmes, initialement chacun bien identifiable et entièrement caractérisé par un état totalement indépendant de celui de l'autre, perdent cette individualité une fois qu'ils ont interagi. Dès lors, avoir la connaissance *complète* du tout ne signifie pas qu'il en va de même pour chacune des parties.

Cette transformation spectaculaire peut être illustrée techniquement dans le cas le plus simple et non trivial, celui où chaque particule ne possède que *deux* états possibles (un spin $\frac{1}{2}$ par exemple), symbolisés comme $|\psi_l\rangle$, $l = a,\, b$ pour la première, $|\phi_\lambda\rangle$, $\lambda = \alpha,\, \beta$ pour la seconde. Dire qu'initialement les deux systèmes ont une parfaite individualité se traduit par le fait que leur état collectif est un simple produit (tensoriel), par exemple $|\psi_a \phi_\beta\rangle$. Une fois qu'ils ont interagi (et même après la fin de leur interaction, toute force entre elles s'étant éteinte !), leur état *déduit* de l'équation de Schrödinger est une certaine combinaison linéaire des quatre produits $|\psi_l \phi_\lambda\rangle$; techniquement, la “réaction” se traduit comme :

$$|\Psi(-\infty)\rangle = |\psi_a\rangle \otimes |\phi_\beta\rangle \quad \stackrel{\text{interaction}}{\longrightarrow} \quad |\Psi(+\infty)\rangle = \sum_{l=a,b} \sum_{\lambda=\alpha,\beta} c_{l\lambda}^{a\beta} |\psi_l\rangle \otimes |\phi_\lambda\rangle \ ,$$

les coefficients $c_{l\lambda}^{a\beta}$ étant justement fournis par la résolution de l'équation de Schrödinger. En règle générale, le vecteur de droite ne peut être réduit à la forme d'un seul produit tensoriel du genre $|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$, une condition *nécessaire* pour cela étant que tous les coefficients soient des produits de deux facteurs, ce qui n'a aucune raison d'être le cas.

La conséquence cruciale est que les deux sous-systèmes n'en font plus qu'un, au sein duquel chacun de ces derniers a perdu son individualité : c'est un exemple où le tout n'est pas la réunion des parties. L'état $|\Psi(+\infty)\rangle$ est alors, par définition, un état *intriqué* qui, par des manipulations simples, conduit aux étrangetés quantiques dénoncées par Einstein, Podolsky et Rosen, et à la violation des inégalités de Bell. Pour donner un exemple précis avec deux particules de spin $\frac{1}{2}$, l'état final peut être de la forme :

$$|\Psi(+\infty)\rangle = c|\uparrow\downarrow\rangle + c'|\downarrow\uparrow\rangle \qquad (|c|^2 + |c'|^2 = 1) \ ;$$

avec[33] $c = c'$, il s'agit de l'état triplet, si $c = -c'$, c'est l'état singulet. Dans ce dernier cas, c'est le choix astucieux les axes de mesure qui a permis à Aspect, *mutatis mutandis*, la mise en évidence expérimentale de la violation de l'inégalité de Bell.

4.3 Que peut-on en conclure ?

La non-séparabilité de deux systèmes qui ont interagi semble mettre à bas définitivement l'une des pierres angulaires de la méthodologie en Physique. En réalité, en ce domaine comme partout ailleurs, il est essentiel de rester imprégné de l'esprit du Physicien, qui sait en conséquence distinguer les situations *de principe* de celles où le pragmatisme impose sa loi, légitimé par l'introduction des bonnes échelles physiques. L'énoncé du Second principe est incompatible avec ce qu'a démontré Poincaré concernant le temps de retour, mais si celui-ci est inconcevablement grand, il est indiscutable que le Second Principe est vrai. De même, la non-séparabilité suppose évidemment que les deux sous-systèmes sont isolés du reste de l'univers, ce qui est manifestement une vue de l'esprit.

C'est alors qu'arrive l'inévitable question du rôle de l'environnement de tout système, et du point de savoir dans quelle mesure il est pertinent ou non. La théorie de la décohérence permet de répondre à certaines questions, mais indépendamment d'elle, des arguments de plausibilité, ou de faisabilité, permettent d'être convaincu que des problèmes qui peuvent troubler l'esprit sont en fait des faux-problèmes ou, à tout le moins, des problèmes mal posés. Pour prendre l'exemple célèbre du Chat de Schrödinger, la première question qui doit (devrait) venir à l'esprit est : *Qui est capable d'écrire le Hamiltonien du chat ?*, question dont tout un chacun connaît la réponse[34].

En ce qui concerne la non-séparabilité, elle repose – comme toutes les subtilités ou étrangetés quantiques – sur la *cohérence de phase* entre les différents termes de la combinaison linéaire, et on peut admettre sans le moindre calcul car la sachant fragile, que la cohérence ne survit qu'à condition que l'environnement ne vienne pas la détruire, peu à peu ou infiniment vite. Que les deux électrons

[33] Les deux possibilités $c' = \pm c$ ne sont en rien dépendantes du fait que les particules sont identiques (donc *indiscernables*) ou non, mais résultent exclusivement de la composition de deux moments cinétiques $S_i = \frac{1}{2}$ donnant lieu à un spin total valant 0 ou 1.

[34] Dans le même ordre d'idée, le postulat de réduction du paquet d'ondes, mystérieuse nécessité logique pour assurer la cohérence interne de la Théorie quantique, doit être accepté comme une sorte de raccourci effectif définissant l'opération de mesure idéale au sens de la théorie. Il est clair que, tout comme pour le Chat, il est impossible d'écrire l'état quantique (!) de l'appareil de mesure, lequel est par nature macroscopique. En réalité, un impact sur l'écran de Stern et Gerlach est le résultat d'une cascade fort complexe d'un très grand nombre d'événements microscopiques, dont l'ensemble constitue une sorte de boîte noire ayant une entrée (la superposition cohérente d'un unique paquet d'ondes à deux bosses) et une sortie (un paquet d'ondes localisé en un seul domaine). L'impact que l'on peut voir à l'œil nu, donc macroscopique, ne saurait être assimilé à la largeur du paquet d'ondes réduit, pas plus que la trace formée par les gouttelettes d'une chambre de Wilson ne saurait être identifiée à la trajectoire (au sens classique) d'une particule.

de l'atome d'Hélium ne soient pas séparables est une incontestable vérité (c'est pourquoi, notamment, le magnétisme existe !), qu'ils se souviennent de ce qui leur est arrivé il y a 13 milliards d'années et, en conséquence, ne soient pas séparés de tous les autres constituants de l'univers est une totale ineptie physique : la décohérence, sous une forme ou une autre, les a depuis longtemps rendus amnésiques[35] ! En d'autres termes, si les théories physiques définissent le cadre où décrire, calculer et prévoir est possible, elles ne doivent pas se lier les mains et semer des pièges sans fond sur la voie qui conduit à la description *raisonnée* (et raisonnable) de la Nature.

Mon opinion est qu'il faut être convaincu qu'il n'existe pas de Théorie du tout, qu'il n'y a que des théories *tangentes*, capables *localement* (!!!) de décrire avec les succès que l'on connaît les phénomènes caractérisés par des échelles physiques de longueur, de temps, d'énergie,... préalablement définies. On peut dire cela autrement, en déclarant qu'il n'y a que des théories *effectives*[36], terme à prendre au sens français littéral, restreignant certes leur portée au plan des principes (ou des rêves), ou dans son acception anglo-saxonne d'efficacité dans la pratique, ou en faisant la distinction commode entre théories microscopiques et théories macroscopiques, distinction féconde mais toute relative : on découvrira peut-être un jour que le Modèle Standard n'est que la version *macroscopique* d'une théorie où l'électron, reprenant le rôle de l'atome d'avant Jean Perrin, est en fait une véritable galaxie d'objets réputés fondamentaux – jusqu'au jour où...

Conceptuellement parlant, il reste bien des mystères. Notamment, la persistance légitime en la croyance que la Mécanique classique est le cas-limite de la Mécanique quantique quand les effets quantiques tendent vers zéro incline à penser qu'une alternative par *tout-ou-rien* soit strictement exclue, en fait impossible, lors de la comparaison de ces deux cadres théoriques. En réalité, et pour prendre une image, l'antagonisme absolu localité/non-localité ressemble à une brisure de symétrie (la symétrie sphérique est brisée dès qu'un champ *infinitésimal* est présent) provoquée non par le fait que la constante de Planck est plus ou moins grande mais parce qu'elle est *non-nulle*. On retrouve ici sans doute l'une des innombrables manifestations d'un fait inaliénable : l'approche quantique $\rightarrow$ classique est essentiellement singulière au sens du Mathématicien, les fonctions intervenant en Théorie quantique n'étant pas *analytiques* vis-à-vis de la variable $\frac{\hbar}{S_0}$ où S_0 est une action typique du problème analysé – au contraire de la limite relativiste $\rightarrow$ non-relativiste, qui ne manipule que $(1 - z^2)^{1/2}$, $z \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{v}{c}$, fonction qui, elle, est analytique dans le disque $|z| < 1$.

[35] Une autre comparaison, plus classique, est possible. L'équation de Boltzmann implique les lois de conservation énergie et impulsion ; deux atomes ressortent d'une collision fortement corrélés puisque leurs vitesses et énergie sont verrouillées par ces lois. Il n'empêche que quelque temps après, s'ils se rencontrent à nouveau, ils ont perdu toute mémoire de leur collision précédente ! C'est d'ailleurs cette dissymétrie qui permet de comprendre l'existence d'une flèche du temps alors que les équations microscopiques sont invariantes par renversement du temps.

[36] Sur ce point, on se doit de renvoyer à nouveau à l'article d'Alain Comtet (cité dans la note 8) où est présentée la notion d'*émergence* et discuté le conflit possible avec celle d'*élémentarité*. Plus généralement, et dans une perspective que certains jugeront pessimiste, c'est peut-être le mirage du *réductionnisme* qui se dessine à l'horizon.

En tout état de cause, écartant définitivement toute tentative dogmatique, le Physicien se doit d'accepter sans trouble majeur des affirmations d'apparence contradictoire : la notion usuelle (classique mais c'est aussi celle d'Einstein) de localité garde son intégrité pour la parfaite compréhension d'une classe de phénomènes se déroulant sur des échelles macroscopiques, mais est chamboulée dans l'infiniment petit, une conséquence obligée parmi d'autres de la véracité de la Théorie quantique fondée sur ses succès innombrables, et qu'aucune expérience n'est venue invalider à ce jour.