

La Théorie quantique : pourquoi ? Pour quoi faire ?

Claude Aslangul

(LPTMC - Université Pierre et Marie Curie)

Rencontres de Physique – Orsay, 16 juillet 2012

1 Introduction

L’objectif de cette contribution est ramassé dans son titre ; il consiste à rappeler comment on en est venu d’abord à construire une théorie extravagante pour le sens commun, puis à l’accepter en raison de ses innombrables et spectaculaires succès et applications, pour certaines proprement inimaginables il n’y a pas si longtemps¹. Roger Penrose résume bien l’extraordinaire singularité de la Théorie quantique, décrivant celle-ci comme “... *that most exact and mysterious of physical theories*”².

Extravagante, la Théorie quantique l’est en effet en ce qu’elle nie la pertinence de certains concepts pour les objets atomiques ou subatomiques, comme celui de trajectoire³ ou de séparabilité⁴. Encore plus gravement, le cadre de pensée quantique, une fois admis, oblige à repenser la notion même de *réalité physique*⁵. C’est pourquoi, cette théorie a donné lieu, depuis sa construction dans les années 1920, à des débats qui ne relèvent pas seulement de la Physique mais, au sens strict, de la Métaphysique (la connaissance qui est *au-delà* de la Physique). À l’heure actuelle, nul ne saurait remettre en cause quoi que ce soit puisqu’aucune expérience n’est venue démentir la prévision quantique, mais des interrogations légitimes n’ont pas toutes reçu une réponse pleinement satisfaisante. On peut dire que, majoritairement, les physiciens ont adopté une attitude positiviste exprimée en raccourci dans un article récent de van Kampen⁶,

¹Qui aurait osé imaginé que des banquiers suisses utiliseraient un jour comme argument publicitaire la garantie absolue du secret bancaire grâce à la cryptographie quantique ?

²Roger Penrose, *The emperor’s new mind*, p. 292 (Oxford University Press, 1989).

³Selon Paul Langevin, “... *la nature ne connaît pas de mobile corpusculaire*”. (*La notion de corpuscule et d’atomes* (Hermann, Paris, 1934)).

⁴“...*il n’y a rien dans le domaine de l’atome, cet infiniment petit, qui corresponde à la notion d’objet individualisable que la mécanique classique a introduite*” (Paul Langevin, *Les courants positiviste et réaliste dans la philosophie de la physique*, dans *Les nouvelles théories de la physique* (Paris, 1939)).

⁵La question de l’assimilation entre réalité et connaissance humaine est très ancienne. Selon Michel Paty (dans *Enquête sur le concept de causalité*, L. Viennot et C. Debru eds. (PUF, Paris, 2003)), il y a chez D’Alembert (au contraire de Laplace) “*la conscience d’une distance irréductible entre le point de vue de la connaissance humaine et la réalité immanente de la nature.*”

⁶Nico van Kampen, “*The scandal of Quantum Mechanics*”, *American Journal of Physics*, **76**, 989 (2008). On peut voir dans le choix de ce titre un clin d’œil à Eugene Wigner, auteur

que l'on pourrait résumer d'une formule un peu abrupte : que diable vouloir *de plus* ?

Les mystères quantiques sont en réalité le tribut à payer pour accepter un *corpus* théorique dont la cohérence interne est incontestable et qu'aucune expérience, à ce jour, n'est venue faire trembler sur ses bases. On peut certes s'en tenir à vouloir maîtriser technique et formalisme et se lancer une demi-heure après le premier cours dans la résolution du puits carré infini – prenant à la lettre ces mots de David Mermin⁷ résumant pour lui la position majoritaire “*Shut up and calculate*”. Ce serait passer à côté d'une histoire admirable, et rater une belle occasion de parfaire la formation de l'esprit : il est non moins important de connaître avec précision les étapes qui, par essai et erreur, ont finalement conduit la communauté des physiciens à s'estimer plus que satisfaits par une théorie qui fournit une explication quantitative admirable aux phénomènes les plus fins et, souvent, les plus paradoxaux quand le langage commun se substitue au formalisme pour en donner une description biaisée et incohérente, qu'il s'agisse des fentes d'Young ou de l'effet-tunnel. Découvrir que les plus grands esprits ont suivi une marche tortueuse – mais qui n'avait rien d'une marche *au hasard* – est un apport essentiel à la formation intellectuelle et à l'esprit scientifique – sans compter avec l'humilité et la réserve que ce constat est en mesure d'inspirer.

Comme toute époque connaissant une effervescence intellectuelle hors du commun, celle qui a vu l'élaboration de la Théorie quantique regorge d'éléments et de faits passionnants, ne serait-ce que sur le strict plan historique ; la relation chronologique que l'on peut trouver ici et là contient parfois des erreurs contribuant à perpétuer des légendes tenaces, voire à accepter des affirmations pourtant grossièrement incompatibles avec les faits. Sur cette période fascinante, on se doit de recommander la lecture du livre de Max Jammer⁸, référence incontournable et sans égal par sa rigueur d'analyse et l'extraordinaire richesse de sa documentation.

Par ailleurs, le bouillonnement des idées, parfois antagonistes, l'accumulation des expériences dans des domaines très divers, et pour certains en pleine jeunesse, rendent impossible une narration linéaire où les événements et leur interprétation se succèdent suivant un ordre naturel. Sans vouloir jouer avec les mots, la genèse de la Théorie quantique est sans doute l'une des plus *intriquées* que l'Histoire des sciences ait jamais connue.

d'un fameux article intitulé “*The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*”, Communications in Pure and Applied Mathematics, **13**, 1 (1960).

Sur la représentation des lois naturelles par le langage mathématique, voir le bel article (à quelques inexactitudes près) de Didier Robert et Jean Leray “*Mathématiques et Physique. Le langage de la Nature est-il mathématique ?*”, disponible à l'adresse :

www.math.sciences.univ-nantes.fr/~robert/conf-upn-07.pdf.

⁷La citation complète de Mermin doit être faite : “*If I were forced to sum up in one sentence what the Copenhagen interpretation says to me, it would be “Shut up and calculate !”*” (voir http://physicstoday.org/journals/doc/PHTOAD-ft/vol_57/iss_5/10_1.shtml).

⁸Max Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1966).

2 État de la Physique à l'orée du XX^e siècle

2.1 Ce qui allait (très) bien

Jusque vers la fin du XIX^e siècle, la Physique était triomphante. Grâce à Newton, puis Lagrange et Hamilton, la Mécanique dite *rationnelle* était capable de rendre compte des faits observés sur des échelles de distance très variables pour des objets perceptibles avec les sens ordinaires. Du côté de l'“infiniment grand”, la prévision de l'existence de Neptune par Le Verrier (1846) par l'étude fine des irrégularités du mouvement d'Uranus est l'un des succès spectaculaires qui faisaient de cette discipline un objet d'admiration et paraient les *savants* d'une *aura* fort légitime. Quant aux expériences conduites sur Terre, la loi de Newton apparaissait sans discussion possible comme *la* loi fondamentale les formalisant toutes avec un succès jamais démenti.

Vers le milieu du siècle, Maxwell avait posé les équations fondamentales réunissant électricité et magnétisme dans un formalisme permettant d'expliquer toutes les expériences mettant en jeu la lumière, dont l'interprétation avait été un objet de controverses véhémentes durant les décennies précédentes, notamment entre Newton et Huygens, l'un préconisant une vision corpusculaire⁹, l'autre prônant une conception ondulatoire, seule capable à ses yeux d'expliquer les phénomènes de diffraction et d'interférences. Visions apparemment antagonistes qui pourtant allaient resurgir bien plus tard pour se fondre dans une conception complexe où les deux aspects apparaissent selon les circonstances comme deux faces d'une seule et même réalité physique.

Enfin, la Thermodynamique de Carnot et Clausius avait trouvé, grâce à Boltzmann et Gibbs allant jusqu'au bout de la voie ouverte par Maxwell, une assise théorique permettant de comprendre par des arguments de nature statistique que ses Principes et sa *phénoménologie* n'avait rien d'empirique mais traduisaient en termes techniquement simples une vérité première sur la nature intime des systèmes composés d'un très grand nombre de particules, comme les gaz.

Ces succès incontestables des trois grands champs disciplinaires formant l'ossature de la Physique n'allaient pas sans quelques contre-sens profonds ou conceptions erronées (la croyance en l'*Éther* par exemple) mais n'ébranlèrent pas vraiment les fondements de la Physique classique, au moins jusqu'aux expériences de Michelson et Morley (1887). Tout au plus, à la suite des travaux visionnaires de Hamilton établissant une équivalence formelle entre Mécanique et Optique (*ca* 1830)¹⁰ fondée sur l'analogie entre phase ϕ d'une onde et action S d'un point matériel, certains esprits, dont le baron Nicolai Dellingshausen, se mirent à imaginer¹¹ une autre Physique qui, vue d'aujourd'hui, n'était pas conceptuellement aux antipodes de celle que l'on admet de nos jours puisqu'elle posait d'emblée une sorte de dualité onde-corpuscule. À l'époque cependant, aucune expérience ne

⁹Newton emploie le mot *corpuscles* pour désigner les grains de lumière, bien plus tard appelés *photons*.

¹⁰Jammer, *op. cit.* (note 8), § 5.3.

¹¹Le titre de son ouvrage *Versuch einer speculativen Physik* (1851) est tout un programme.

forçait à remettre en cause des *dogmes* apparemment infaillibles, et ces extravagances intellectuelles, en strict respect de la méthodologie scientifique fondée sur l'observation des phénomènes, furent considérées comme des divagations. Certes, on ne peut pas refaire l'histoire, néanmoins il ne me semble pas abusif d'affirmer que si Hamilton avait disposé de l'égalité $E = h\nu$ introduite quelque soixante ans plus tard par Planck, il aurait jeté les bases de la Théorie quantique. Quoi qu'il en soit, vers la fin du XIX^e, et même si déjà des expériences attendaient leur interprétation, nul sans doute ne pouvait imaginer la radicalité de la révolution¹² qui allait survenir durant les deux ou trois décennies suivantes.

2.2 Ce qui, déjà, n'allait pas bien ou pas du tout

Selon la loi de Dulong et Petit (1819) la chaleur spécifique¹³ des solides est une constante, indépendante de la température. La première observation d'une déviation significative est due à F. H. Weber (1872) qui nota une chute importante du côté des basses températures ($\sim -50^\circ\text{C}$), schématisée sur la figure 1. Cette expérience fut peu après confirmée par d'autres, permettant à Behn de suggérer en 1898 que toute chaleur spécifique tend vers zéro à température nulle. Inexpliquable à l'époque, cette décroissance brutale est en fait, comme on le comprendra plus tard, la signature de la quantification de l'énergie.

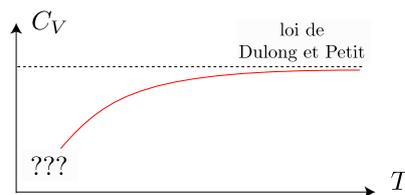


Figure 1: Allure schématique de la chaleur spécifique d'un solide. À haute température C_V tend vers une constante (loi de Dulong et Petit), mais chute assez rapidement à basse température.

L'effet photoélectrique a été découvert par Hertz¹⁴ en 1887 avec un simple électroscope, et consiste en l'émission de charges négatives par un métal lorsqu'il est exposé à un rayonnement lumineux (fréquence ν). Des expériences ultérieures ont d'abord établi sans doute possible que ces charges étaient des électrons¹⁵, puis, fait extraordinaire, ont démontré l'existence d'une fréquence-seuil ν_S au-dessous de laquelle aucune émission ne se produit (pour les métaux usuels, Zn, Al, ..., ce seuil se situe dans l'UV proche). En quelque sorte, l'effet se caractérise par tout ou rien : ou bien $\nu < \nu_S$ et il n'y a pas émission, ou bien

¹²Sur la notion de *révolution* en Science, la référence est l'ouvrage de Thomas S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions* (University of Chicago Press, 1996).

¹³Toutes choses égales par ailleurs, la chaleur spécifique est le taux de variation de l'énergie avec la température absolue T .

¹⁴Heinrich Hertz, "Ueber einen Einfluss des ultravioletten Lichtes auf die elektrische Entladung", *Annalen der Physik*, **267**, 987 (1887).

Toutefois, Antoine Becquerel l'avait déjà observé en 1839 en notant la variation d'un courant électrolytique sous l'effet de l'éclairement.

¹⁵L'électron a été mis en évidence par J. J. Thomson en 1897.

$\nu > \nu_S$ et l'émission se produit *instantanément* (dans les conditions ordinaires). Aucun de ces aspects (et quelques autres) ne peuvent se comprendre dans le cadre classique ; notamment, si le rayonnement apportait peu à peu et continûment de l'énergie aux électrons emprisonnés dans le métal, on s'attendrait à ce que, tôt ou tard, ceux-ci en aient emmagasiné assez pour finalement s'échapper et ce indépendamment de la *fréquence* d'illumination.

Dans un tout autre domaine, la théorie classique était dans la totale incapacité de fournir un début d'explication des observations. Si la spectroscopie atomique était encore balbutiante, il n'en demeure pas moins que grâce à Ångström et Balmer, il était avéré que les atomes émettent de la lumière sous la forme d'un spectre de *raies*, constituant d'ailleurs leur signature¹⁶ (ou leur empreinte digitale), c'est-à-dire pour une suite de fréquences bien séparées les unes des autres, nullement sous la forme d'un spectre continu. Stoney affirma dès 1868 que ce spectre discret tenait à la dynamique interne de l'atome, non à son mouvement en bloc dans la vapeur, posant ainsi la nécessité de construire un *modèle* d'atome.

Citons encore une dernière difficulté très grave de la théorie classique, formalisée par J. H. van Leeuwen, une étudiante de Bohr, qui montra que l'application stricte de tous les préceptes de la théorie classique conduit à la conclusion que ... le magnétisme n'existe pas (*Théorème de Miss van Leeuwen*¹⁷). Très schématiquement, et classiquement, tout moment magnétique $\vec{\mu}$ (microscopique ou non d'ailleurs) est proportionnel à un moment cinétique \vec{L} , lui-même fonction *linéaire* d'une certaine vitesse \vec{v} . La moyenne thermodynamique à la température T passe par une intégration (sommation *continue*) sur positions et vitesses, donnant finalement $\langle \vec{v} \rangle = 0$, donc $\langle \vec{\mu} \rangle = 0$ en toute circonstance ! S'il fut néanmoins possible de construire une théorie du paramagnétisme (Langevin, 1905), celle-ci *postulait* l'existence de moments magnétiques microscopiques mais n'en interrogeait l'origine en aucune façon, la source première du magnétisme restant un mystère total.

2.3 La situation empire

La progression des idées au tournant du siècle permit de mettre au premier plan des difficultés de plus en plus profondes. Notamment, à la suite de la découverte de l'électron par J.J. Thomson (1897), celui-ci et Jean Perrin proposèrent deux modèles d'atomes qui, pour différents qu'ils étaient, n'étaient fondamentalement viables ni l'un ni l'autre. Dans les deux cas, on imaginait des électrons se déplaçant dans un champ de force créé par une distribution positive de charge, l'atome étant globalement neutre. Le mouvement des électrons étant *confiné* dans un espace de petite dimension (de l'ordre de 10^{-10} m), l'accélération est forcément non nulle. Surgit alors une nouvelle catastrophe : selon l'Électromagnétisme classique, toute charge accélérée rayonne ; ce faisant, elle perd de l'énergie, avec pour conséquence inéluctable que le mouvement de l'électron est amorti, l'atome ayant

¹⁶En 1862, Ångström affirma que l'atmosphère du soleil contenait de l'azote...

¹⁷J. H. van Leeuwen, Dissertation, Leiden 1919, Journal de Physique **2**, 361 (1921).

Selon van Vleck (voir son discours de réception du Nobel, 8 décembre 1977), Bohr avait déjà établi ce résultat en 1911, d'une autre façon.

de ce fait une durée de vie limitée. Quel que soit le modèle mécanique adopté, les estimations conduisent toujours au même ordre de grandeur : la durée de vie de l'atome est d'environ un milliardième de seconde ! À ce stade, on ne sait ce qui doit être remis en cause : la théorie du rayonnement, le modèle d'atome, la notion de mouvement de l'électron sur une trajectoire que personne n'avait observée, n'étant que l'extrapolation conceptuelle à cette échelle de ce qui est avéré pour des objets macroscopiques ... ?

En rapport avec cette instabilité électrodynamique foncière de l'atome classique, des développements dans le même cadre ont mis en évidence d'autres problèmes de première importance, cette fois au plan des principes fondamentaux devant imprégner toute méthodologie scientifique. On peut ainsi citer le modèle d'Abraham - Lorentz décrivant la réaction sur une particule accélérée de son propre rayonnement, l'idée étant de représenter la perte d'énergie de la particule de vitesse $\vec{v} \equiv \dot{\vec{r}}$ par une force de freinage \vec{F}_{rad} , dont le travail élémentaire est $\vec{F}_{\text{rad}} \cdot \vec{v} dt$. Par un bilan d'énergie et la comparaison avec la formule classique de Larmor donnant la puissance rayonnée en raison de l'accélération, on trouve $\vec{F}_{\text{rad}} = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{\vec{v}} \propto \ddot{\vec{r}}$; l'apparition d'une dérivée *troisième* provoque la surprise (elle est d'ordre *supérieur* au terme d'inertie !), mais il y a bien plus grave puisque, introduite dans l'équation de Newton, elle provoque ni plus ni moins qu'une violation de la causalité. On trouve en effet que, soumise à une force-échelon F_0 , une particule chargée se met en mouvement *avant* l'application de F_0 ... Si cet intervalle de temps¹⁸ τ est tout petit, de l'ordre de 10^{-24} s, ceci n'en est pas moins gravissime : nul ne peut admettre que l'effet¹⁹ puisse *précéder* la cause !

Continuant avec les expériences décisives – différant le résumé des tentatives conduites en parallèle pour surmonter les difficultés qui s'accumulaient –, il faut citer d'abord celle de Stern et Gerlach²⁰ (1921 – exactement 100 ans après les *ampériens* d'Ampère²¹), qui vint jeter un trouble supplémentaire, et considérable. Elle consiste à étudier la déviation d'atomes massifs (Ag par exemple) par un long aimant où règne un champ magnétique *inhomogène*. Un raisonnement simple montre que, dans un tel champ, chaque atome subit une force dirigée parallèlement à son moment magnétique²² $\vec{\mu}_{\text{at}}$, de sorte que l'observation des impacts atomiques sur un écran constitue une *mesure* de ce moment magnétique. Les résultats montrent que $\vec{\mu}_{\text{at}}$ (supposé exister...) ne semble pouvoir prendre que *deux valeurs* le long d'une certaine direction imposée par l'expérience. Autrement dit, contrairement à la conception classique où toutes les orientations sont possi-

¹⁸Très précisément, $\tau \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 mc^3}$ est le seul temps que l'on peut construire (à un facteur numérique près) à partir des constantes fondamentales disponibles ; de façon imagée, c'est en fait le temps mis par la lumière pour traverser l'électron *supposé* être – ce que l'on imaginait à l'époque – une petite bille de rayon $r_e \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 mc^2} \sim 10^{-15}$ m (rayon classique de l'électron).

Pour en savoir plus sur cette question (*préaccélération d'une particule chargée*), voir John David Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1999), chapitre 16.

¹⁹Le Principe de causalité est l'une des clés de voûte de la Physique – selon Leibniz “*Jamais rien n'arrive sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante...*” (Théodicée, I, 44, (1710)). Le problème général de la causalité est une immense question dont quelques aspects seront abordés dans le débat du 17 juillet avec Étienne Klein.

²⁰Otto Stern et Walter Gerlach, “*Das Magnetische Moment des Silberatoms*”, *Zeitschrift für Physik*, **9**, 353 (1922).

²¹André-Marie Ampère (1775-1836) a suggéré en 1821 que les sources primaires du magnétisme sont des petits “courants moléculaires”, proposition qui fut rejetée par ses contemporains.

²²On savait déjà que cet atome est paramagnétique.

bles, *tout se passe comme si* le vecteur $\vec{\mu}_{\text{at}}$ ne pouvait avoir que la tête en haut ou la tête en bas. Si l'on accepte toujours la relation obligée entre moments cinétique et magnétique – comme l'exige la pensée classique, et la simple analyse dimensionnelle – cette quantification de $\vec{\mu}_{\text{at}}$ renvoie à la quantification du moment cinétique, manifeste dans la théorie de Bohr comme on le verra ci-dessous.

Avec l'effet Compton, cette expérience est sans doute l'une des plus cruciales de cette période car, outre la quantification du moment magnétique, elle força à en revenir sur le mystère de l'origine de ce dernier, obligeant à poursuivre la route qui déboucha sur l'introduction du spin de l'électron (et par la suite, de toute particule), quelques années après.

L'effet Compton, parlons-en. L'irradiation aux rayons X d'une cible d'un élément léger (bore, graphite) produit tout naturellement une diffusion de lumière à la *même* longueur d'onde λ_0 que le rayonnement incident, dont la théorie classique peut donner une explication très convaincante. Toutefois, et en utilisant des rayons X assez durs, Compton observa *en plus* une composante diffusée de longueur d'onde légèrement plus grande, $\lambda_0 + \Delta\lambda$, le décalage étant donné par une relation simple que Compton réussit d'abord à écrire sur la base de ses mesures, soit $\Delta\lambda \propto 1 - \cos\theta$, θ étant l'angle entre la direction incidente et celle d'observation de la composante molle. La constante de proportionnalité étant identifiée, il obtint la remarquable formule portant depuis son nom :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (1)$$

Un aspect extraordinaire de cette formule est le fait que la constante de proportionnalité ne dépend que de trois des constantes fondamentales de la Physique : la masse m de l'électron, la vitesse de la lumière c , et la petite dernière, h , introduite une vingtaine d'années auparavant par Planck. L'irruption sans fard de ces trois constantes prouve sans contestation possible que le phénomène donnant lieu à l'effet Compton n'implique que des objets fondamentaux à l'état brut, c'est-à-dire indépendamment de leur engagement spécifique dans tel ou tel matériau.

Compton ne se borna par à la mise en évidence expérimentale quantitative, mais en livra l'interprétation théorique²³ : selon lui (et tout le monde après lui !), cet effet est le résultat d'une interaction entre les grains de lumière²⁴ d'Einstein et les électrons présents au sein de la matière. Usuellement, on force le trait en décrivant le phénomène comme une *collision* photon - électron, ce qui, pour éviter tout contre-sens, doit immédiatement faire abandonner l'idée d'un *choc* au sens ordinaire (le photon n'est pas localisable dans l'espace, encore moins que l'électron si l'on peut dire – on le comprendra bien plus tard). La seule caractéristique commune avec la rencontre de deux boules de billard est l'application stricte des lois de conservation énergie - impulsion dans les états initial et final, lois qui traduisent deux principes fondamentaux de la Physique liées d'une part à l'uniformité du temps, d'autre part à l'homogénéité de l'espace, que toute théorie, tout modèle théorique, se doivent de respecter même s'il s'agit d'écrire les premières pages permettant de soupçonner une prochaine révolution conceptuelle.

²³Arthur Holly Compton, "A Quantum Theory of the Scattering of X-Rays by Light Elements", Physical Review, **21**, 483 (1923).

²⁴appelés plus tard *photons* sur la suggestion de Gilbert Newton Lewis (1926).

3 La marche par essai et erreur (1900 - 1928) : de l'hypothèse de Planck à l'équation de Dirac

3.1 Le rayonnement du corps noir et l'hypothèse de Planck

1900 est usuellement considérée comme la *date de naissance* de la Théorie quantique puisque, le 14 décembre, Planck faisait une communication orale²⁵ à la Société Allemande de Physique où était introduite explicitement et pour la première fois, la notion de quantification des échanges d'énergie. Pour Planck, l'objectif était la résolution d'un problème majeur concernant le rayonnement à l'équilibre thermodynamique (champ électromagnétique à l'équilibre canonique) puisque le calcul classique de Rayleigh et Jeans ne reproduit pas les résultats expérimentaux du côté des hautes fréquences ; poussé à l'extrême dans cette direction, il donne même une intégrale divergente²⁶, ce qu'Ehrenfest a appelé la *catastrophe ultraviolette*.

Le calcul célèbre de Rayleigh - Jeans réunit magnifiquement Électromagnétisme et Mécanique statistique classiques et procède essentiellement en trois temps :

1. Le champ électromagnétique dans une cavité est une collection d'oscillateurs harmoniques (immatériels, c'est juste une analyse en série de Fourier !).
2. Entre les fréquences ν et $\nu + d\nu$, il y a $g(\nu) \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ oscillateurs par unité de volume.
3. Classiquement, à la température T , chaque oscillateur possède une énergie moyenne $\langle E_{\text{osc cl}} \rangle$ égale à $k_B T$ (somme *continue* sur q et p conduisant au Théorème d'équipartition de l'énergie).

On en déduit la densité volumique d'énergie dans la bande $[\nu, \nu + d\nu]$, $u_{\text{R-J}}(\nu, T)$, sous la forme $\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \times k_B T$, qui reproduit bien les courbes expérimentales à basse fréquence mais diverge à haute fréquence, d'où la catastrophe ultraviolette quand on veut en calculer l'intégrale de zéro à l'infini.

Il est impossible de résumer en quelques mots la démarche de Planck pour la résolution de cette difficulté mais elle est marquée principalement par deux étapes successives. Dans la première²⁷, que Planck qualifie de *thermodynamique*, il s'agit pour lui de réconcilier deux formes distinctes d'une certaine fonction

²⁵Max Planck, "Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspektrum", Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, **4**, 237 (1900), publié peu après dans Annalen der Physik, **4**, 553 (1901) sous le titre "Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum".

²⁶La divergence se produit quand on intègre jusqu'à l'infini, ce qui, en toute rigueur n'est pas légitime physiquement et semble relativiser la réalité de la *catastrophe*. En fait, l'argument ne tient pas : le point essentiel est que à *haute* fréquence (finie !), la loi de Rayleigh - Jeans s'écarte rapidement de la loi observée expérimentalement.

²⁷Max Planck, "Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung", Verhandlungen der Deutschen Physikalische Gesellschaft, **2**, 202 (1900), communication orale le 19 octobre 1900.

thermodynamique²⁸ Ξ , valides l'une pour les basses températures, l'autre pour les hautes températures, eu égard aux lois avérées expérimentalement :

$$\text{basses températures : } \Xi \propto \frac{1}{E}, \quad \text{hautes températures : } \Xi \propto \frac{1}{E^2}, \quad (2)$$

E désignant ici l'énergie moyenne d'un oscillateur à la température T . Afin de raccorder ces deux expressions asymptotiques, Planck introduit une simple interpolation en posant :

$$\Xi \propto \frac{a}{E(E+b)}, \quad (3)$$

les grandeurs a et b étant certaines fonctions de la fréquence ν . Quelques manipulations de relations thermodynamiques suivies d'une certaine hypothèse d'échelle sur la dépendance en fréquence des grandeurs a et b lui permettent d'obtenir, pour la première fois, une expression de la densité du corps noir rendant compte qualitativement des observations sur tout le spectre de fréquence et, notamment, faisant disparaître la catastrophe ultraviolette.

Conscient du caractère pragmatique de sa démarche, et afin de lui donner un substrat théorique, Planck s'est lancé dans une deuxième étape à une argumentation de type statistique dans le droit-fil des idées récemment développées par Boltzmann – auxquelles il venait tout juste de se rallier – centrée l'entropie S , le calcul de cette dernière exigeant nécessairement un certain *dénombrement*. C'est à ce point précis que Planck, ne pouvant faire cette énumération avec des variables *continues*²⁹, pose par hypothèse que l'énergie d'un oscillateur est un multiple entier d'une certaine énergie ("*Energie-elemente*"), initiant ainsi la révolution culturelle sur les échanges d'énergie : si l'énergie E_{osc} d'un oscillateur est de la forme entier \times quelque chose, c'est parce qu'elle ne varie pas continûment mais seulement en perdant ou gagnant une certaine quantité finie (*quantum*). Comme un oscillateur est entièrement caractérisé par une et une seule grandeur, sa fréquence ν , le *quelque chose*, qui est une énergie, est une fonction de cette seule fréquence. La fonction la plus simple est la fonction linéaire, $E = C^{\text{ste}}\nu$, exigeant si elle est retenue que la constante de proportionnalité C^{ste} soit homogène au produit d'une énergie par un temps : c'est une *action*. Planck introduit ainsi une certaine action fondamentale, choisissant le symbole h (pour "hilfe", qui signifie *auxiliaire*), pose que le *quantum d'énergie* insécable est égal à $h\nu$, et retient finalement l'énergie mécanique d'un oscillateur sous la forme :

$$\boxed{E_{\text{osc Planck}} = nh\nu} \quad (n \text{ entier}) \quad (4)$$

Cela fait, la sommation sur les états permettant de calculer l'énergie moyenne à la température T implique non plus une *intégrale* comme dans le cas classique, mais une *sommation discrète* sur les entiers, avec pour résultat :

3'. l'énergie moyenne d'un oscillateur à la température T n'est pas $k_{\text{B}}T \equiv \beta^{-1}$

²⁸C'est en fait la dérivée seconde de l'entropie S par rapport à l'énergie E .

²⁹"Hierzu ist es notwendig, U_N nicht als eine stetige, unbeschränkt teilbare, sondern als eine discrete, aus einer ganzen Zahl von endlichen gleichen Teilen zusammengesetzte Grösse aufzufassen", ce que l'on peut traduire en : *Dans ce but, il est nécessaire de concevoir U_N [l'énergie de N oscillateurs] non pas comme une variable continue divisible à l'infini, mais comme une grandeur discrète, formée d'un multiple entier de parties finies et égales.*

mais $\langle E_{\text{osc Planck}} \rangle = \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1}$ – qui d'ailleurs redonne le résultat classique à très haute température³⁰ ($\beta h\nu \ll 1$).

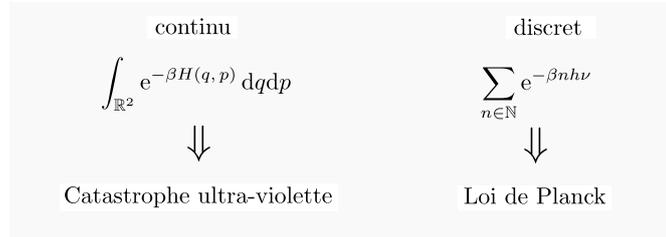


Figure 2: Comment le passage d'une somme continue à une somme *discrète* règle le problème.

Revenant alors à l'argumentation amorcée dans les points 1 et 2 ci-dessus, mais remplaçant 3. par 3'., on trouve maintenant :

$$u_{\text{Planck}}(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\beta h\nu} - 1} \quad (5)$$

qui constitue la formule de Planck pour le rayonnement thermique, et qui rend magnifiquement compte de toutes les expériences et des lois phénoménologiques ou théoriques³¹ déjà avérées (Wien, Stefan). Sans doute possible, la différence essentielle est le passage du continu au discret, un changement que Planck lui-même a longtemps considéré comme un pur *artefact* sans réelle signification physique, le présentant comme un *acte de désespoir* face à la nécessité absolue de trouver une issue au problème, quel qu'en soit le prix, quels qu'en soient les moyens... Cet acte de désespoir lui a valu le Prix Nobel 1918 “*in recognition of the services he rendered to the advancement of Physics by his discovery of energy quanta*”.

3.2 L'interprétation par Einstein de l'effet photoélectrique

L'interprétation d'Einstein de la loi de Planck, et surtout de l'effet photoélectrique, figure dans l'un des papiers de 1905, la célèbre *Annus mirabilis*. Dans cet article³², et sur un plan tout à fait général, Einstein questionne d'emblée l'alternative

³⁰Il s'agit d'un résultat *universel* : à haute température, les fluctuations quantiques cèdent toujours le pas aux fluctuations thermiques.

³¹Par un argument purement thermodynamique Boltzmann avait démontré en 1884 la loi empirique de Stefan.

³²Albert Einstein, “*Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*”, *Annalen der Physik*, **17**, 132 (1905), où l'on peut lire :

“*Die Energie eines ponderablen Körpers kann nicht in beliebig viele, beliebig kleine Teile zerfallen,...*”

ce que l'on peut traduire en : *L'énergie d'un corps pesant ne peut pas être décomposée en morceaux aussi nombreux et aussi petits que l'on veut,...*

On notera l'adjectif *heuristique* figurant dans le titre même de l'article... Une traduction anglaise, due à A.B. Arons et M.B. Pappard, est disponible dans *American Journal of Physics*, **33**, 367 (1965).

continu/discret pour la description mathématique des systèmes physiques, qu'il s'agisse de l'énergie d'un corps ou de la nature intime de la lumière. Après une analyse de la démarche de Planck où il affirme sa conviction de l'existence d'*atomes* de lumière³³, il insiste sur le fait qu'à basse densité lumineuse, l'aspect corpusculaire doit être manifeste.

Son interprétation de l'effet photoélectrique apparaît dans l'avant-dernier paragraphe. Einstein suggère que le processus élémentaire le plus simple consiste en ce que chaque grain de lumière cède intégralement son énergie à un électron du métal. En se calant sur les expériences de Lenard et la valeur numérique de la constante de Planck h , déjà assez bien connue, Einstein en conclut que l'énergie d'un grain de lumière est égale à $h\nu$ et que l'énergie cinétique d'un électron au sortir du métal vaut celle que lui a donné le grain lumineux diminuée de l'énergie W_S nécessaire pour extraire l'électron du métal ; ainsi est obtenue l'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique :

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W_S} \quad (6)$$

Posant $\nu_S \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{W_S}{h}$, elle se réécrit comme $\frac{1}{2}mv^2 = h(\nu - \nu_S)$, mettant clairement en évidence la fréquence-seuil minimale pour que l'effet se produise, et ouvrant la voie à Millikan pour des mesures précises de h , sur un coin de paillasse, avec une simple cellule photoélectrique.

C'est pour cette interprétation qu'Einstein reçut le prix Nobel en 1921 (annoncé le 9 novembre 1922), le Comité Nobel faisant explicitement référence à la conception d'Einstein de l'effet photoélectrique dans sa motivation de lui attribuer cette récompense³⁴ : *“for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect”*.

3.3 Le modèle de Bohr (1913)

Le modèle de Bohr (1913) est sans doute la première tentative théorique pour rassembler d'une part l'idée de *quantum* d'énergie et le principe de combinaison de Ritz, énoncé devant l'accumulation de données sur les spectres atomiques et stipulant que la fréquence de toute raie atomique est la différence de deux termes spectraux T_n et T_p , chacun de ceux-ci étant entièrement fixé par un certain entier :

$$\boxed{\nu_{\text{raie atomique}} \propto T_n - T_p} \quad (7)$$

³³ *“Es scheint mir (...), daß die Beobachtungen über (...) die Erzeugung bez. Verwandlung des Lichtes betreffende Erscheinungsgruppen besser verständlich erscheinen unter der Annahme, daß die Energie des Lichtes diskontinuierlich im Raume verteilt sei.”*, soit : *Il me semble (...) que les observations sur (...) l'ensemble des phénomènes concernant la production ou la transformation de la lumière sont plus aisément compréhensibles si l'on admet l'hypothèse suivant laquelle l'énergie de la lumière est distribuée dans l'espace de façon discontinue.*

³⁴ Dans sa *Nobel lecture*, intitulée *Fundamental ideas and problems of the theory of relativity* (http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1921/einstein-lecture.html), Einstein ne dit pas un mot de l'effet photoélectrique. Il est vrai que cette conférence fut donnée en dehors de la cérémonie de remise du Prix, à laquelle Einstein ne put se rendre.

L'exemple le plus simple, et le plus connu, est la série de Balmer pour l'Hydrogène dont Balmer, passionné de numérogie, avait montré (1885) qu'elle est entièrement caractérisable par la mystérieuse formule suivante donnant la longueur d'onde des différentes raies :

$$\frac{1}{\lambda} = \text{Ry} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (p = 3, 4, \dots) , \quad (8)$$

Ry étant une certaine constante introduite par Rydberg sur des bases empiriques.

L'analyse de ces évidences expérimentales conduisit Bohr à proposer son modèle d'atome³⁵, défini comme suit :

1. l'électron tourne autour du noyau³⁶ sur un cercle, en équilibre par l'effet centrifuge et la force d'attraction de Coulomb. Autrement dit, la toute première hypothèse est la validité de la Dynamique classique.
2. Tous les cercles ne sont pas autorisés. Théoriquement et classiquement, toute trajectoire est fixée par les conditions initiales du mouvement... que nul ne connaît. Bohr propose de passer au crible l'infinité (continue) de trajectoires classiques paramétrées par les conditions initiales inconnues, en appliquant une certaine condition de quantification due à Wilson et Sommerfeld, suggérée par une analyse revisitant l'oscillateur harmonique à la lumière de la formule de Planck - Einstein ; cette condition s'énonce :

$$\oint pdq = nh \quad (n = \text{entier}) \quad (9)$$

l'intégrale étant calculée sur une période du mouvement. Cette opération sélectionne une suite *discrète* de cercles et, par bonne fortune, annihile en les effaçant les effets de l'ignorance des conditions initiales, tout en fixant l'énergie (mécanique) totale qui s'en trouve de ce fait *quantifiée*, tout comme le moment cinétique. Un calcul élémentaire donne alors les valeurs possibles E_n et J_n de l'énergie et du moment cinétique :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2} \quad J_n = n \frac{h}{2\pi} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad (10)$$

l'entier n étant le prototype de ce qui est appelé *nombre quantique*.

3. Bohr affirme que, quand il tourne sur l'un de ces cercles privilégiés, l'électron ne rayonne pas (pourquoi diable ?), en violation des lois de l'Électromagnétisme au sujet desquelles, en la circonstance, rien n'est dit – d'où la colère de von Laue³⁷ “*This is all nonsense ! Maxwell's equations are valid under all circumstances !*”.

³⁵Niels Bohr, “*On the Constitution of Atoms and Molecules*”, Philosophical Magazine, **26**, 1-25 (1913) ; “*Part II. – Systems containing only a Single Nucleus*”, *ibid.*, 476-502.

³⁶Les expériences de Rutherford (~ 1912) – diffusion de particules α par une mince feuille métallique – avaient montré que l'atome est constitué d'un noyau central très petit ($\sim 10^{-15}$ m), autour duquel se déplacent (?) des électrons, imposant définitivement de la matière ordinaire une image particulièrement lacunaire, et redonnant une seconde jeunesse au modèle planétaire de Jean Perrin – pourtant lui aussi condamné par son instabilité électrodynamique.

³⁷Jammer, *op. cit.* (note 8), § 2.2.

4. L'atome ne peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur que lorsque l'électron "saute" d'un cercle à l'autre, et c'est alors forcément sous forme de *quantum* puisqu'il passe d'une orbite "isolée" à une autre, les deux étant inévitablement séparées en énergie d'une quantité *finie*. Cette transition du cercle fixé par l'entier n (énergie E_n) à celui associé à n' (énergie $E_{n'}$) donne lieu à l'émission ou l'absorption d'un grain de lumière de fréquence ν fixée par la règle dite *de Bohr* :

$$\nu = \frac{1}{h}(E_n - E_{n'}) \quad (E_n > E_{n'}) \quad (11)$$

ou si l'on préfère pour être plus précis et avec des notations plus "modernes" ($\hbar \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{h}{2\pi}$) :

$$\boxed{E_n - E_{n'} = \hbar\omega_{nn'}} \quad (12)$$

Par construction, le modèle Bohr rend compte du principe de Ritz et, de ce fait, constitue un modèle théorique reproduisant un grand nombre d'expériences. Celles-ci se précisant – révélant notamment la structure fine des raies atomiques, l'exemple le plus célèbre étant le doublet H_α de l'hydrogène –, il fut nécessaire – et possible – de raffiner ce modèle. On doit à Sommerfeld un calcul admirable reproduisant, qualitativement et *quantitativement*, la position des raies de ce doublet.

Malgré ses succès, le cadre de réflexion de Bohr complété par d'autres (Ehrenfest, Sommerfeld, Wilson) souffrait d'incohérences internes³⁸ (que faire du *diktat* de l'Électromagnétisme sur la charge accélérée qui rayonne ?), et se révéla notamment dans l'incapacité de traiter des atomes plus complexes, sans compter avec le fait qu'il fut pris de vitesse par les percées foudroyantes de Heisenberg et de Schrödinger.

3.4 La construction de la Théorie quantique : Heisenberg, Schrödinger et Dirac

Les années 1925 - 1928 furent sans doute les plus riches et les plus denses de l'histoire de la Physique. Trop nombreux pour être tous cités, les physiciens les plus prodigieux unirent leurs efforts pour que naisse en un temps record une théorie révolutionnaire, avec en personnage central, Pauli, génie absolu (et humainement dévastateur, aussi exigeant avec les autres qu'avec lui-même) dont la *sanction* était attendue comme une sentence, ou un verdict – Paul Ehrenfest n'est plus là pour en témoigner.

Cette époque extraordinaire est aussi marquée par une collaboration intense et féconde entre physiciens et mathématiciens : Pascual Jordan prêta main forte à Heisenberg pour dominer les matrices et Weyl, l'ami de toujours, aida

³⁸Selon Jammer (*op. cit.* (note 8), § 5.1) :

"quantum theory ... prior to 1925, was, from the methodological point of view, a lamentable hodgepodge of hypotheses, theorems, and computational recipes rather than a logical consistent theory."

Schrödinger à dénicher les polynômes associés de Laguerre ou ceux de Hermite afin d'éliminer les solutions divergentes qu'en tant que physicien il ne pouvait accepter. Ce rapprochement entre deux communautés trop souvent éloignées l'une de l'autre se révéla nécessaire, l'arsenal mathématique requis par la théorie naissante dépassant de loin les connaissances jusqu'alors considérées comme *basiques*, imposant *ipso facto* une nouvelle réalité : la Théorie quantique exige un bagage de mathématiques appliquées dont la maîtrise doit pouvoir démentir Hilbert qui affirma un jour "*La physique est devenue trop difficile pour les physiciens*".

Les bases définitives de la Théorie quantique ont été posées en quelques mois par Heisenberg et Schrödinger, puis peu après par Dirac. Le premier arrivé dans ce *sprint* stupéfiant fut Heisenberg avec sa *Mécanique des matrices*, un ensemble proprement fascinant où se mêlent connaissance encyclopédique et audace intellectuelle au point que Born a dit de cette approche qu'elle était "*mystique mais sûrement exacte*". Peu après, Schrödinger publia quatre articles présentant sa *Mécanique ondulatoire* dont le même Born parla comme d'un "*insurpassable monument de Physique théorique*". Enfin Dirac, surgissant en bout de course, compléta la théorie en lui donnant une première version relativiste et en jetant les bases de ce qui allait devenir l'Électrodynamique quantique.

3.4.1 Heisenberg et la Mécanique des matrices

Le cheminement de Heisenberg (à 24 ans !) n'est pas seulement fort complexe, il est aussi ponctué à des moments décisifs par des sauts d'une audace à la limite de la pure rationalité. Par ailleurs, l'*abstract* de l'article fondateur³⁹ est un modèle de méthodologie, où Heisenberg rappelle que le but d'une théorie physique est d'expliquer ce qui est observé – en la circonstance la lumière émise par les atomes –, en aucune façon de vouloir décrire la trajectoire de l'électron que personne n'a jamais vue, émettant de surcroît des doutes sur la possibilité de jamais l'observer.

Le point de départ est le rappel que tout mouvement mécanique *lié* et périodique est en principe susceptible d'une analyse harmonique faisant apparaître des séries de Fourier dont chaque terme représente une oscillation à une pulsation ω_k multiple entier d'une pulsation fondamentale ω_E fonction de l'énergie, soit $\omega_k = k\omega_E$, $k \in \mathbb{Z}$; pour une coordonnée $q(t)$, on a ainsi des développements du type :

$$q(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q_k e^{ik\omega_E t} . \quad (13)$$

Cette analyse harmonique du mouvement classique étant faite, Heisenberg invoque formellement les conditions de quantification $\oint pdq = nh$ pour quantifier l'énergie E en une suite discrète de valeurs E_n , ce qui, redéfinissant les écritures ($k\omega_E \rightarrow k\omega_{E_n} \equiv \omega(n, k)$), lui permet d'écrire :

$$(13) \text{ et } \oint pdq = nh \implies q_n(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} q(n, k) e^{i\omega(n, k)t} , \quad (14)$$

³⁹Werner Heisenberg, "*Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*", *Zeitschrift für Physik*, **33**, 879 (1925)

développement où l'on voit apparaître des quantités $q(n, k)$ et $\omega(n, k)$ dépendant cette fois de *deux* entiers n et k – à ce stade, seul le premier peut être considéré comme *quantique* ; la même analyse peut être faite avec le moment conjugué p . Par des manipulations formelles sur ces objets quasi-classiques (que l'on peut tout autant noter q_{nk} et p_{nk}), et en prenant appui sur la règle de Bohr, éq. (12), pour les différences d'énergie, Heisenberg trouva des expressions qui ne le satisfirent pas. C'est ainsi que, analysant finement le carré de la coordonnée q , il rencontra des produits du genre $q_{n,n-k'}q_{n,n-k}$ là où il attendait $q_{n,n-k'}q_{n-k',n-k}$.

L'article de Heisenberg, reçu le 29 juillet 1925, commence ainsi^a :

On essaiera dans ce travail de poser les bases d'une mécanique quantique théorique reposant exclusivement sur des relations entre des grandeurs en principe mesurables.

On sait qu'il existe une objection de poids à l'encontre des règles formelles généralement utilisées dans la théorie des Quanta pour le calcul des grandeurs observables (par exemple l'énergie de l'atome d'hydrogène). En effet, ces règles impliquent pour une part essentielle des relations entre des grandeurs qui, semble-t-il, sont fondamentalement inobservables (par exemple la position et la vitesse de révolution de l'électron), et que par conséquent ces règles sont visiblement dénuées du moindre fondement physique clair, sauf à vouloir se raccrocher à l'espoir que l'on pourrait peut-être un jour les observer expérimentalement.

^a

In der Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist.

Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen (z. B. der Energie im Wasserstoffatom) benutzt werden, der schwerwiegende Einwand erheben, daß jene Rechenregeln als wesentlichen Bestandteil Beziehungen enthalten zwischen Größen, die scheinbar prinzipiell nicht beobachtet werden können (wie z. B. Ort, Umlaufzeit des Elektrons), daß also jenen Regeln offenbar jedes anschauliche physikalische Fundament mangelt, wenn man nicht immer noch an der Hoffnung festhalten will, daß jene bis jetzt unbeobachteten Größen später vielleicht experimentell zugänglich gemacht werden könnten.

C'est à ce point que le pur génie prend la barre. On savait déjà que les manifestations quantiques tendent à s'évanouir quand les nombres quantiques deviennent très grands, ce qui après tout ressemble à une évidence : quand n vaut des milliards de milliards et l'énergie $nh\nu$, tout quantum $h\nu$ en plus ou en moins est une sorte d'infiniment petit (pour le physicien). Il en résulte que les manipulations avec les grandeurs $q_{nn'}$ issues de l'analyse *classique* doivent être appréciées sans être trop strict sur des variations de quelques unités des indices. C'est ce que fit Heisenberg : *bricolant* les indices à la main, il arrangea ses expressions de façon à en être pleinement satisfait, autant pour la coordonnée que pour le moment conjugué. Cette manipulation, innocente si $n \gg 1$ et $k, k' \sim 1$, devient au contraire déterminante du côté des *petits* entiers et change le statut du deuxième entier, faisant de lui un second authentique nombre quantique – on peut même déceler que c'est à ce point précis qu'un concept aussi banal que la notion de trajectoire d'une bille disparaît en tant que telle du formalisme théorique.

Avec l'aide de Born (qui, lui, connaissait le calcul matriciel) et de Jordan (théoricien pour qui les matrices n'avaient pas de secret), les trois compères

réussirent à montrer d'une part que les quantités à deux indices étaient en réalité des éléments de matrice, d'autre part que le commutateur $[\mathbf{q}, \mathbf{p}] \stackrel{\text{d'éf}}{=} \mathbf{qp} - \mathbf{pq}$ était proportionnel à l'opérateur identité $\mathbf{1}$, le facteur de proportionnalité, à la stupéfaction de Born, étant égal à... $i\hbar$ ($i^2 = -1$). Ainsi jaillit en pleine lumière le lien indissoluble et sidérant entre la théorie et les complexes puisque le nombre *imaginaire*⁴⁰ fondamental figure à la place d'honneur dans la relation fondatrice de la Mécanique quantique :

$$\boxed{[\mathbf{q}, \mathbf{p}] = i\hbar \mathbf{1}} \quad (15)$$

Pire que tout, cette égalité proclame la représentation des grandeurs physiques par des êtres mathématiques obéissant à une algèbre *non-commutative*. Ces premiers pas, et de nombreux développements – dont l'obtention⁴¹ de $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\nu$ pour l'oscillateur harmonique –, furent rassemblés dans un article fabuleux⁴² auquel l'Histoire a donné le nom de *Dreimännerarbeit* (*The three men's paper*), contenant déjà toute l'essence de la Théorie quantique.

3.4.2 Schrödinger et la Mécanique ondulatoire

Les quatre articles de Schrödinger, qualifiés par Born comme on l'a dit plus haut, ont été publiés en quelques mois sous le titre "*Quantisierung als Eigenwertproblem*" (*Quantification et valeurs propres*), I, II, III et IV, auquel il convient d'ajouter d'autres contributions d'égale importance. L'un des axes majeurs de la profonde réflexion de Schrödinger est l'équivalence optico-mécanique de Hamilton, dûment citée, schématisée à gauche dans la figure 3, réflexion également inspirée par les récents travaux de de Broglie ramassés dans l'affirmation⁴³ de celui-ci : "*La nouvelle dynamique du point matériel libre est à l'ancienne dynamique (y compris celle d'Einstein) ce que l'Optique ondulatoire est à l'Optique géométrique*", que l'on peut illustrer en ajoutant le sommet manquant au rectangle de Hamilton (figure 3 à droite).

L'atout-maître de Schrödinger, intensément utilisé dans le deuxième article⁴⁴, était la relation $E = \hbar\omega$ de Planck - Einstein, suggérant fortement de *poser* la proportionnalité entre phase optique ϕ et action mécanique S , poussant l'équivalence jusqu'au bout par l'identification formelle des surfaces équiphase de l'Optique et des surfaces équi-action de la Mécanique, ce que résume la figure 4.

Cette proportionnalité étant admise, gardant l'œil sur l'équation de propagation des ondes si familière et après plusieurs acrobaties, Schrödinger parvint à

⁴⁰Il est difficile de résister à la tentation de citer Sophus Lie : "*Si la vie est complexe, c'est parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire*".

Aurait-il renié la substitution de *Mécanique quantique* à *vie* ?

⁴¹Le terme additif $\frac{1}{2}$ ne doit pas troubler : ce résultat est bien la validation théorique de l'hypothèse de Planck sur la quantification des *échanges* d'énergie, ce terme disparaissant dans toute différence.

⁴²Werner Heisenberg, Max Born et Pascual Jordan, "*Zur Quantenmechanik II*", *Zeitschrift für Physik*, **35**, 557 (1926).

⁴³Louis de Broglie, "*Quanta de lumière, diffraction et interférences*", *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences (Paris)*, **177**, 548 (1923).

⁴⁴Erwin Schrödinger, "*Quantisierung als Eigenwertproblem*", *Annalen der Physik*, **79**, 489 (1926).

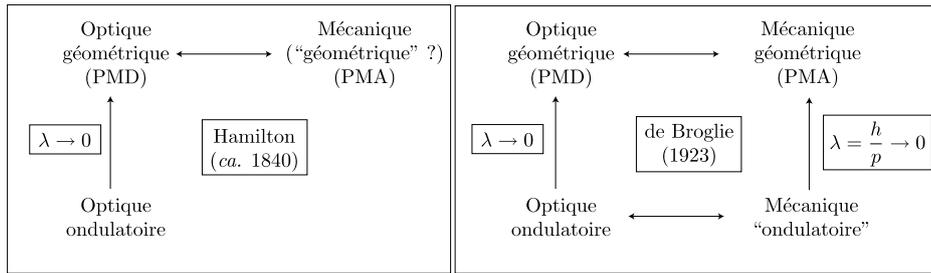


Figure 3: Démarches comparées de Hamilton et de Broglie.

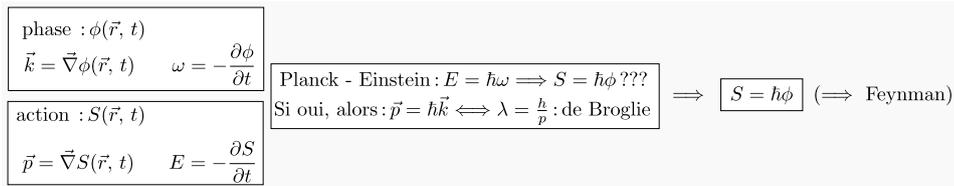


Figure 4: Les relations entre phase ϕ et action S .

écrire son équation à Arosa, près de Davos, à Noël 1925, dans des circonstances personnelles très particulières⁴⁵ ayant certainement contribué à l’aboutissement de son génie et au succès de ses efforts. Ici comme ailleurs, le résumé de son argumentation relève d’un défi impossible et on ne peut que renvoyer à ses articles, disponibles en traduction française⁴⁶. Si leur lecture est vivement recommandée, ce n’est pas seulement pour suivre les raisonnements de Schrödinger, mais aussi pour percevoir les états d’âme successifs et la perplexité parfois grande de leur auteur face à ses propres résultats. En particulier, les hésitations de Schrödinger sur le caractère *complexe* de sa *Wellenfunktion* (fonction d’onde) sont patentes, à lire ses changements de conviction d’une note de pied de page à l’autre dans les versions pourtant définitives puisque publiées en l’état⁴⁷. Tout comme dans l’approche de Heisenberg, les nombres complexes, décidément, semblaient devoir être les invités obligés de la nouvelle théorie – autre contraste saisissant avec les théories classiques où les complexes ne sont jamais qu’un accessoire technique commode mais *jamais* indispensable.

Immédiatement, Schrödinger entreprit de développer les premières applications de ses équations. Un instant troublé par l’apparition de solutions divergentes, il fut secouru par Weyl qui lui montra que les bonnes conditions aux limites engendraient spontanément la *quantification* de l’énergie. Pour l’oscillateur

⁴⁵Walter Moore, *Schrödinger, life and thought* (Cambridge University Press, 1993).

⁴⁶Erwin Schrödinger, *Mémoires sur la Mécanique Ondulatoire* (J. Gabay, Paris, 1988). En outre, cet ouvrage livre des réflexions ultérieures de Schrödinger traduisant parfois ses doutes sur l’interprétation de la théorie dont il fut l’un des Pères-fondateurs.

⁴⁷C’est ainsi que dans la note 1 p. 66 de l’ouvrage cité dans la note 46 ci-dessus et au sujet d’une égalité où une exponentielle complexe apparaît à droite, Schrödinger écrit : “Comme d’habitude, il ne faut prendre que la partie réelle du second membre” – recommandation qu’il renouvelle plusieurs fois –, pour se reprendre p. 166 en écrivant à propos d’une expression de ψ “... expression qui ne doit plus être limitée à sa partie réelle mais prise dans son sens mathématique propre, la fonction d’onde étant considérée maintenant comme essentiellement complexe.”

harmonique, Schrödinger retrouva ainsi exactement l'énergie obtenue par Heisenberg *et al.*, nouvelle confirmation de l'hypothèse de Planck. Pour l'atome d'Hydrogène, Schrödinger obtint l'expression suivante ($e'^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$) :

$$E_n = -\frac{me'^4}{2n^2\hbar^2} \quad (n \in \mathbb{N}^*) \quad (16)$$

qui, de façon très surprenante – encore aujourd'hui ! –, coïncide exactement avec celle obtenue du modèle de Bohr (voir éq. (10)), et donc reproduit pour l'essentiel les différentes séries spectroscopiques de cet atome.

Les résultats démontrés indépendamment par Heisenberg et Schrödinger auguraient de succès ultérieurs, qui n'ont cessé de se multiplier, et qui avaient aussi un caractère énigmatique : comment deux approches aussi différentes – l'une absconse car utilisant des objets plutôt réservés aux mathématiciens, l'autre familière par son langage emprunté aux ondes – pouvaient-elles, en bout de course donner des résultats identiques ? Un autre immense mérite de Schrödinger est d'avoir ouvert la voie à la démonstration de l'équivalence des deux approches, parachevée par Dirac et exposée magistralement dans son insurpassable livre⁴⁸, fort heureusement réédité à chaque fois qu'il est épuisé : la Mécanique des matrices et la Mécanique ondulatoire ne sont que (!) deux manières d'écrire une seule et même théorie, la Mécanique quantique.

3.4.3 Dirac, son équation et l'Électrodynamique quantique

Dirac, à 25 ans à peine, a marqué de son empreinte indélébile les dernières années de la prodigieuse décennie. Déjà fortement impliqué dans les premiers développements conceptuels, il fut le premier⁴⁹ à formaliser l'interaction lumière - matière, description qui doit être considérée comme le prélude de l'Électrodynamique quantique (*QED*) que l'on connaît aujourd'hui, parachevée par Dyson, Feynman, Schwinger et Tomonaga. Le second volet de son grand œuvre est sa théorie de l'électron⁵⁰ où il proposa une équation destinée à donner à la théorie sa généralisation relativiste pour les fermions, l'électron en étant le représentant le plus fameux. L'exploitation de son équation dévoile spontanément l'existence d'un degré de liberté supplémentaire qui n'est autre que le spin, vertu qui a fait croire un moment que cet attribut intrinsèque de toute particule était d'origine relativiste, interprétation dont Wigner montra par la suite qu'elle est erronée : le spin est inscrit dans le groupe des rotations, lequel existe en dehors de toute référence à la nature relativiste et/ou quantique des choses. L'*invisibilité* d'un tel concept quand $\hbar = 0$ renvoie à l'alternative réels/complexes puisqu'elle provient du fait que la Physique classique peut *toujours* se passer des nombres complexes, ces derniers étant au contraire, si l'on peut dire, consubstanciels à la Théorie quantique.

⁴⁸Paul Adrien Maurice Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford (1930)

⁴⁹Paul Adrien Maurice Dirac, "The Quantum Theory of the Emission and Absorption of Radiation", *Proceedings of the Royal Society of London* **A114**, 243 (1927).

⁵⁰Paul Adrien Maurice Dirac, "The Quantum theory of electron I", *Proc. Roy. Soc.*, **A117**, 610 (1928) ; "The Quantum theory of electron II", *ibid.* **A118**, 351 (1928).

Si par la suite, l'équation de Dirac se révéla plus que problématique, elle lui permit néanmoins de prévoir l'existence du positron – et plus généralement de l'anti-matière. Les difficultés d'interprétation qui ne firent que grandir ne furent pas stériles : l'impasse où elles conduisirent força à faire demi-tour et à repartir dans une nouvelle direction dont l'aboutissement fut la Théorie quantique des champs (*QFT*) ; ne serait-ce que pour cette seule raison, l'apport de Dirac est d'une ampleur difficilement mesurable.

4 Les succès

4.1 Expliquer le monde, et calculer avec $N \gg 1$ décimales

Il est strictement impossible de faire l'inventaire exhaustif des succès de la Théorie quantique ; on peut toutefois donner une idée de son immense pouvoir explicatif en reprenant un aphorisme de Tomonaga⁵¹ : “*Sans la Mécanique quantique, l'univers s'effondrerait*”, formule ramassée signifiant plus précisément que si les lois de la Nature n'avaient pas le caractère déroutant que lui assigne cette théorie, nous ne serions pas là pour en parler puisque nous n'existerions pas tels que nous sommes.

En effet, sans parler de l'extrême variété des phénomènes particuliers dont cette théorie rend compte actuellement sans la moindre faille, ce qui me semble le plus important est son aptitude à expliquer la *stabilité* de la matière⁵² – ce qui renvoie en définitive au fait que l'univers, en effet, ne s'effondre pas sur lui-même. Quelques exemples, l'un élémentaire, le deuxième touchant à un domaine familier, le dernier plus ésotérique, en donnent une idée :

1. l'énergie de l'atome d'hydrogène est *bornée inférieurement* grâce aux relations d'indétermination de Heisenberg, alors que classiquement et compte tenu du théorème du Viriel, l'état le plus bas en énergie est celui où l'électron est immobile sur le noyau (!?), avec une énergie égale à $-\infty$.
2. Il n'est guère de phénomène plus banal que celui justifiant la distinction isolant/conducteur (sans rentrer dans la zoologie des catégories intermédiaires), dont l'explication fait intervenir toutes les dimensions quantiques, depuis les aspects *géométriques* liés à la symétrie spatiale d'un réseau cristallin et à l'implication de la théorie des groupes (théorème de Bloch), jusqu'au caractère fermionique des électrons et à l'indiscernabilité des particules identiques qui va avec, en conséquence de la disparition d'un concept aussi “inébranlable” que celui de *trajectoire*. C'est d'ailleurs pour de telles questions que l'on rencontre des paradoxes si l'on essaie de transcrire en langage commun la dynamique d'un électron, comme la réflexion de Bloch où celui-ci semble violer la loi de Newton – sauf à admettre qu'il possède, au sens commun, une masse *négative* (!?).

⁵¹Sin-itiro Tomonaga, *The Story of Spin* (University of Chicago Press, Chicago, 1997).

⁵²Elliott H. Lieb, “*The Stability of Matter*”, *Reviews of Modern Physics*, **48**, 553 (1976).

3. Pour un grand système (macroscopique) contenant des particules de charges opposées en nombre égal, c'est la Théorie quantique qui empêche le *collapse* du système, levant ainsi une autre difficulté majeure du cadre classique, stigmatisée par Jeans dès 1915 : l'univers tout entier devrait s'effondrer sous l'action de la force attractive en $\frac{1}{r^2}$ entre particules de charges contraires. Ceci n'est toutefois pas suffisant : l'une des espèces doit être fermionique pour assurer l'existence de la limite thermodynamique. Sans le Principe d'exclusion de Pauli, l'énergie de l'état fondamental varierait comme⁵³ $N^{7/5}$: n'étant pas extensive en N (*i. e.* proportionnelle à N), la limite thermodynamique n'existerait pas !

De fait, la Théorie quantique fournit une explication du monde, à toutes les échelles analysables expérimentalement, des *gluons* et *quarks* aux objets astrophysiques⁵⁴. La limitation actuelle est l'horizon de Planck⁵⁵, au-delà duquel la Physique d'aujourd'hui est aveugle puisque Gravitation et Théorie quantique ne sont pas encore unifiées dans une *Théorie du Tout* (*TOE, Theory Of Everything*).

Le pouvoir explicatif ne réside pas seulement dans la *compréhension* des phénomènes, mais également dans la fabuleuse *précision* des calculs que l'on sait faire, parfois à (très) grande peine. L'exemple le plus connu est probablement l'écart $g_e - 2$ pour l'électron, connu théoriquement avec près d'une douzaine de décimales, toutes coïncidant avec celles que des expériences variées ont pu établir ; l'usage étant de poser $a_e \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{g_e - 2}{2}$, la valeur expérimentale est⁵⁶ :

$$a_e^{(\text{exp})} = 0.001\,159\,652\,181\,11 \quad , \quad (17)$$

alors que les calculs les plus précis actuellement disponibles⁵⁷ donnent :

$$a_e^{(\text{th})} = 0.001\,159\,652\,182\,79 \quad . \quad (18)$$

Sans risque de se tromper, on peut affirmer que cette précision diabolique n'a pas d'égal dans l'Histoire des sciences, toutes disciplines confondues.

⁵³Nigel Goldenfeld, *Lectures on phase transitions and the renormalization group*, p.27 (Addison-Wesley, Reading, 1992).

⁵⁴Pour une analyse très détaillée de ces questions, voir : Elliott H. Lieb et Robert Seiringer, *The stability of matter in Quantum mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).

⁵⁵Les échelles de Planck sont des grandeurs fabriquées avec les seules constantes fondamentales pertinentes en Électromagnétisme (c , vitesse de la lumière), Gravitation (constante G) et enfin Mécanique quantique (la désormais inévitable constante de Planck h) :

- le temps de Planck, $\tau_P = \sqrt{\hbar G/c^5} \sim 3 \times 10^{-43}$ s,
- la longueur de Planck, $l_P = \sqrt{\hbar G/c^3}$, voisine de 9×10^{-35} m,
- l'énergie de Planck $E_P = \sqrt{\hbar c^5/G}$, de l'ordre de 4×10^8 J, soit à peu près 2.5×10^{18} GeV.

⁵⁶<http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ae>

g_e est le *facteur anormal de l'électron*, nombre pur venant corriger la relation classique entre moment magnétique et moment cinétique intrinsèque ; la relation précise est $\vec{\mu} = g_e \frac{e}{2m} \vec{S}$.

⁵⁷T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita et M. Nio, "Revised value of the eighth-order QED contribution to the anomalous magnetic moment of the electron", *Physical Review D*, **77**, 053012 (2008).

4.2 La symétrie mise au premier plan

Une autre grande fécondité de la Théorie quantique est la réaffirmation décisive de l'importance de la notion de symétrie, sous toutes ses formes, et en particulier de la structure de groupe. Si l'exploitation de la symétrie permet d'emblée de simplifier à peu de frais des modèles théoriques complexes, son intérêt ne se limite pas au plan technique dans la mesure où elle permet de construire presque *ex nihilo* un cadre théorique contraint par les invariances de toute sorte (au sens de Galilée ou celui d'Einstein), débouchant inéluctablement sur des concepts inédits – au moins pour les physiciens.

L'émergence du concept de *spin*, magnifiquement narrée dans l'ouvrage de Tomonaga⁵⁸, est à cet égard particulièrement significative. Les physiciens l'ont introduit en 1926 sous la pression des faits expérimentaux (hypothèse d'Uhlenbeck et Goudsmit, reprenant l'idée de Kronig, pour expliquer le doublet D_α du sodium), s'en forgeant d'ailleurs une image complètement fautive (la petite bille chargée qui tourne sur elle-même⁵⁹) ; Pauli lui a donné sa robustesse théorique sur la base de l'invariance *nécessaire* du couplage magnétique (covariance d'un scalaire), laquelle conduit inéluctablement aux spineurs à deux composantes. Mais c'est dès 1913 (l'année du modèle de Bohr !) qu'Élie Cartan⁶⁰ avait découvert ces étranges objets mathématiques en démontrant que les nombres *réels* ne pouvaient servir de cadre aux représentations de dimension *paire* du groupe des rotations spatiales, une incapacité qui n'a rien à voir avec le fait que la constante de Planck est nulle ou non ! Encore un exemple où les nombres complexes se sont conviés sans autorisation dès qu'il s'est agi de rendre compte proprement de la dynamique des atomes, ne serait-ce que par ses manifestations spectroscopiques.

4.3 Mission accomplie...

C'est pourquoi il est possible d'affirmer que la Théorie quantique, conformément au rappel méthodologique de Heisenberg dans son article fondateur, remplit de A à Z le programme assigné à toute théorie physique : fournir un cadre explicatif non contradictoire où *toutes* les expériences reçoivent une interprétation, ceci sans compter ni avec les phénomènes non encore observés mais qu'il suggère de mettre en évidence, ni avec de nouveaux concepts émergents et auxquels il donne leur assise théorique. L'énigmatique changement de signe d'un spin 1/2 à qui l'on fait faire un tour complet le reste, c'est sûr, mais est passé de l'affirmation théorique à la vérité expérimentale, notamment à la suite des *manips'* de Colella *et al.*⁶¹. La perplexité (le scepticisme ?) de Jean Perrin lors de la discussion pendant la soutenance de de Broglie (29 novembre 1924) sur la diffraction des particules matérielles n'a plus lieu d'être : depuis longtemps observée avec des électrons (G.P. Thomson simultanément à Davisson et Germer en 1927, mais pressentie

⁵⁸*op. cit.* (note 51).

⁵⁹D'où le vocable *spin*, tout comme on parle du *spin* de la Terre pour désigner sa rotation diurne.

⁶⁰Élie Cartan, "Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane", Bulletin de la S.M.F, **41**, 53 (1913). Une copie de cet article est disponible à l'adresse : http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1913_41_53_1

⁶¹R. Colella, A.W. Overhauser et S.A. Werner, "Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference", Physical Review Letters, **33**, 1237 (1974).

dès 1914 par Åkesson), elle a été confirmée récemment⁶² avec des molécules de C_{60} (fullerènes), objets encore tout petits à notre échelle mais quand même plus d'un million de fois plus massifs qu'un électron. Quant au morceau de choix que constitue le *paradoxe* EPR, on sait depuis le milieu des années 1980, grâce aux expériences d'Alain Aspect démontrant la violation des inégalités de Bell⁶³, que Einstein, Podolski et Rosen sont arrivés à une conclusion erronée, le seul point litigieux de leur argumentation logiquement irréfutable étant justement *leur* définition du concept de séparabilité et, plus généralement, de *réalité physique*.

En fait, la seule et unique difficulté de la Théorie quantique – mais en est-ce une ? – est l'impossibilité d'exprimer les *réalités* qu'elle décrit dans les termes du langage commun, lequel ne peut traduire le monde quantique et qui, tenant obstinément à s'en faire l'interprète, sombre vite dans l'absurdité. Feynman déclara un jour *"I think I can safely say that nobody understands Quantum Mechanics"* ; bien d'autres comme lui parmi les plus grands ont publiquement exprimé leurs interrogations, voire leurs doutes, à commencer par Schrödinger⁶⁴ lui-même, qui n'a pas vécu assez longtemps pour connaître les expériences mettant en évidence les *sauts quantiques* imaginés par Bohr. L'extravagance quantique peut être mesurée au fait qu'elle a suscité des interprétations très diverses, dont on peut dire de certaines, sans exagération, qu'elles semblent pénétrer dans le domaine de la Science-fiction, quoique nées dans l'imagination de très grands physiciens – exemple, les *multivers* de Everett dont le moins que l'on puisse penser est que, ne pouvant se prêter au moindre test expérimental, ils n'appartiennent pas au domaine de la Physique à proprement parler.

4.4 ... en dépit des étrangetés

Revenons sur quelques aspects ou phénomènes qui heurtent le sens commun quand il refuse, consciemment ou non, de quitter le continent classique, ou la présentation abusivement schématique tendant à stigmatiser ce qui est présenté comme une faiblesse de la théorie.

1. L'expérience des fentes d'Young révèle la non-pertinence absolue du concept de trajectoire pour les tout petits objets ; en fait, si l'on refuse d'abandonner cette notion, la seule issue *logique* compte tenu des résultats de l'expérience est de dire que l'électron *passé par les deux trous à la fois*. À peine la phrase prononcée, son absurdité éclate en plein jour : si l'électron a une trajectoire, celle-ci ne peut dépendre de l'état d'un point situé à des années-lumière de celui où elle est censée passer !

⁶²M. Arndt, O. Nairz, J. Voos-Andreae, C. Keller, G. van der Zouw et A. Zeilinger, "Wave-particle duality of C_{60} ", *Nature*, **401**, 680 (1999).

⁶³John S. Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox", *Physics*, **1**, 195 (1964)

⁶⁴En 1952, Schrödinger écrivait :

"... we never experiment with just one electron or atom. In thought experiments we sometimes assume we do ; this invariably entails ridiculous consequences."

Comme l'écrit Harry Paul dans *Introduction to Quantum Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2008), p. 36 :

"Schrödinger's scepticism could not have been disproved more convincingly !"

2. La *réduction du paquet d'ondes* est sans doute la question qui a le plus été discutée (et l'est encore ici et là). Il faut bien voir qu'elle est une *nécessité logique* pour assurer la cohérence d'une théorie dont la véracité se tient tout entière dans ses inépuisables validations expérimentales : il sera loisible de remettre en cause ce phénomène stupéfiant à première vue lorsqu'une expérience dira *blanc* alors que la théorie dit *noir*. Le futur est de rigueur puisqu'aujourd'hui, toute expérience dit *noir*...

En relation avec cette question, il est juste de dire que la théorie de la mesure n'est pas formalisée en détail⁶⁵, mais au fond le peut-elle ? En la circonstance, il ne faut pas se départir de l'esprit du physicien et poser une autre question, que seul un dogmatisme déplacé pourrait vouloir évacuer : qui sait écrire le Hamiltonien de l'appareil de mesure ou celui du *Chat de Schrödinger* ?! Cette deuxième interrogation renvoie à une autre grave question (voir le débat de 2011 avec Étienne Klein), sur la *représentation* de la Nature par un formalisme mathématique, en toute circonstance et à propos de toute situation : peut-on affirmer que c'est toujours possible ? Serait-il vraiment raisonnable de vouloir appliquer la Théorie quantique pour expliquer le fonctionnement du cerveau humain ?

3. La transition quantique \rightarrow classique a également fait l'objet de débats passionnés (et passionnants), étant admis par tout le monde que l'on n'a jamais vu des boules de billard diffracter à travers les grilles du campus Jussieu, et qu'il est physiquement admissible de distinguer nettement un comportement classique et un comportement quantique – tout comme il est légitime de distinguer isolant et conducteur alors que tous deux sont caractérisables par une conductivité variant *continûment*. Néanmoins, ne serait-ce que sur un strict plan de confort intellectuel, on aimerait disposer d'un schéma explicite décrivant en détail cette transition, tout comme on tend graduellement et sans accident de la Mécanique relativiste vers celle de Galilée quand le rapport $\beta \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{v}{c}$ devient de plus en plus petit, ce que l'on formalise en disant schématiquement que c “tend vers l'infini”.

On aimerait, c'est sûr, mais les deux limites sont-elles analogues ? La réponse est clairement *non*. Pourquoi ? “*parce que la Nature est ainsi*” répond Feynman et, de fait, la *nature* singulière de la Théorie quantique s'exprime à travers une raison technique qui lui est propre et la distingue radicalement sans contestation possible. La Dynamique d'Einstein introduit une quantité fondamentale par son omniprésence, $\gamma \stackrel{\text{déf}}{=} (1 - \beta^2)^{-1/2}$, très voisine de 1 si “ c tend vers l'infini” ($\beta \stackrel{\text{déf}}{=} \frac{v}{c} \rightarrow 0$) ; la fonction $(1 - z^2)^{1/2}$ possédant un développement de Taylor convergent dans le disque $|z| < 1$, elle est par définition analytique à l'origine, ce qui signifie que si $\beta \ll 1$, les corrections relativistes relèvent d'une perturbation *régulière*, leur prise en compte pouvant être raffinée *ad libitum* par le patient calcul des termes successifs d'une série *entière*.

La Théorie quantique, elle, introduit d'emblée des termes également fondamentaux, mais du genre $e^{iS/\hbar}$, S étant une action typique du problème ; le

⁶⁵Pour un point récent sur cette question, voir le *preprint* de Armen E. Allahverdyan, Roger Balian et Theo M. Nieuwenhuizen, “*Understanding quantum measurement from the solution of dynamical models*”, disponible à [arXiv:1107.2138](https://arxiv.org/abs/1107.2138) ([quant-ph], 11 juillet 2011).

comportement quasi-classique est réalisé si⁶⁶ $S \gg \hbar$, ce que l'on exprime, à nouveau schématiquement, en disant que " \hbar tend vers zéro". La différence de taille avec le cas relativiste est que la fonction centrale, $e^{1/z}$, a une singularité *essentielle* à l'origine ; l'absence d'une série de Taylor a pour conséquence que l'approche classique est ultra-singulière et donne lieu à des comportements hautement accidentés, dernier pied-de-nez de la Théorie quantique au moment où, à juste titre, on essaie de se passer de ses services. Dans la continuité de ces considérations techniques, mais allant bien au-delà, il convient de dire que la formulation de Feynman en intégrale fonctionnelle⁶⁷ a apporté sur le plan conceptuel un éclairage physique hors du commun.

La description théorique de cette transition a formellement un peu progressé durant les dernières décennies grâce à la théorie dite *de la décohérence*, qui reprend les idées très classiques (!) de la relaxation d'un système réputé quantique avec le reste du monde. Dans ce cadre, les modélisations utilisables conduisent à des équations du genre Fokker - Planck (encore lui), où il apparaît clairement que la cohérence quantique disparaît au bout d'un temps décroissant exponentiellement vite avec la taille du système. Constatant ainsi que la cohérence quantique d'une boule de billard a une durée de vie de l'ordre de 10^{-100} seconde, il n'est pas vraiment déraisonnable de lui substituer l'affirmation *de principe* suivant laquelle la boule de billard obéit à la loi de Newton⁶⁸.

5 En guise de conclusion

Ce tour d'horizon ultra-rapide a laissé de côté, ou passé sous silence, de multiples questions dont l'analyse approfondie permettrait de mieux saisir la robustesse unique de la Théorie quantique, l'immensité de son pouvoir explicatif et enfin la part de mystère qu'elle porte en elle. Jamais dans son histoire, la Physique n'a disposé d'autant de moyens humains et matériels pour mettre à l'épreuve une théorie et c'est pourquoi on ne saurait mieux dire que Penrose. Sur aucun plan, qualitatif, quantitatif et prédictif, la Théorie quantique n'est prise en défaut ;

⁶⁶Dans son mouvement autour de la Terre, la Lune a une action qui est de l'ordre de ... $10^{74}h$: aucun doute, ce mouvement relève de la loi de Newton !

⁶⁷Richard P. Feynman, "*Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics*", *Reviews of Modern Physics*, **20**, 367 (1948).

Toutes les "trajectoires" de Feynman (*chemins*) interviennent dans la construction de l'amplitude de probabilité, et sont rassemblées dans une sorte de tube spatio-temporel aux frontières floues ; il n'y a donc ni position, ni vitesse parfaitement définies à un instant donné : l'extension transversale du tube donne une idée de l'incertitude en position, cependant que l'impossibilité de définir une tangente commune aux différents points rassemblés dans le tube est l'illustration de l'indétermination sur la vitesse. On peut dire que la trajectoire elle-même est *floue*. Le passage à la limite classique peut se figurer comme la réduction graduelle de la dimension transversale du tube qui, à la limite $\hbar \rightarrow 0$, redonne une ligne – la trajectoire classique (dans cette limite, on récupère d'un coup d'un seul la ligne *et sa tangente*).

⁶⁸De même, il n'est pas choquant d'énoncer le Second principe de la Thermodynamique, tout en sachant grâce à Poincaré qu'un système à nombre fini de degrés de liberté repasse aussi près que l'on veut de son point de départ. Pour la Physique, un temps de récurrence égal à $10^{10^{23}}$ fois l'âge de l'univers est, au sens le plus strict, proprement *insensé* et est, de ce fait, dénué de toute pertinence.

si cela n'était pas assez, comme par provocation et s'agissant cette fois de ses propositions les plus ahurissantes, elle a eu jusqu'à présent le dernier mot.

En effet, le temps et l'espace manquent pour parler de développements assez ou très récents que l'on aimerait pouvoir partager avec Bohr, Heisenberg et Schrödinger ; ne serait-ce que pour piquer la curiosité du lecteur, il est judicieux d'en dresser une liste significative, mais non exhaustive, où l'ellipse est inévitable.



Figure 5: Un réseau de cryptographie quantique.

La cryptographie quantique, évoquée dans la note 1, n'en est sans doute pas encore au stade des applications militaires (et encore, allez savoir...) mais elle existe en pratique (voir figure⁶⁹ 5), ayant depuis un moment déjà quitté l'espace confiné d'une salle de *manip*'. L'effet Zénon quantique, germé dans l'imagination théorique de Misra et Sudarshan⁷⁰ – et qui a inspiré à Peres la saisissante formule “*It is common knowledge that a watched kettle never boils*” –, a été observé⁷¹ en 1990. Quant aux sauts quantiques chers à Bohr, ils ont enfin été vus il y a 25 ans⁷² à peine. Bien sûr, ces succès ne signifient pas qu'il n'y a plus de questions ouvertes, et que tout est compris.

La grande question est celle de l'interprétation de la Théorie quantique – dont Landau et Lifschitz⁷³ soulignent l'unicité épistémologique puisque, pour être formulée, elle exige de faire explicitement le lien avec une autre théorie, la Mécanique *classique* qui ne semble pourtant en être qu'un cas particulier⁷⁴. Il s'agit d'un immense programme au sujet duquel on trouve mille propositions, mille positions, et où il est facile de se perdre, ce d'autant plus facilement qu'il oblige à franchir la frontière séparant Physique et Métaphysique puisque, fondamentalement, le cœur du problème est ce qu'il faut définir en tant que réalité physique – son *existence* ayant été préalablement posée en tant qu'axiome de

⁶⁹<http://swissquantum.idquantique.com/?SwissQuantum-Project-Completes>

⁷⁰Baidyanath Misra et Ennackal Chandy George Sudarshan, “*The Zeno's paradox in quantum theory*”, *Journal of Mathematical Physics*, **18**, 756 (1977).

⁷¹Wayne M. Itano, D.J. Heinzen, J.J. Bollinger et D.J. Wineland, “*Quantum Zeno effect*”, *Physical Review A*, **41**, 2295 (1990).

⁷²Th. Sauter, W. Neuhauser, R. Blatt et P.E. Toschek, “*Observation of Quantum Jumps*”, *Physical Review Letters*, **57**, 1696 (1986).

⁷³Lev D. Landau et Evgueni M. Lifschitz, *Mécanique quantique* (Mir, Moscou, 1967), p. 9.

⁷⁴Au contraire, la Dynamique d'Einstein se construit *indépendamment* de celle de Galilée et redonne bien cette dernière en tant que cas particulier dans la limite $c = \infty$.

départ ! De la conception de Bohr (interprétation dite *de Copenhague*) à celle de von Neumann et Wigner où la conscience de l'observateur agit (!) sur le système observé, on doit pouvoir répertorier une bonne quinzaine⁷⁵ d'interprétations distinctes destinées à *expliquer* ce que nous ne comprenons pas vraiment, Feynman le premier, problématique dont on peut trouver une belle synthèse dans un article un peu ancien de Franck Laloë⁷⁶ mais toujours d'actualité.

Quoi qu'il en soit, on doit pouvoir résumer l'extraordinaire aventure intellectuelle que propose la Théorie quantique par une formule *Si le paquet d'ondes ne s'effondrait pas, c'est l'univers qui s'effondrerait*, complétée par une dernière interrogation, hautement spéculative, *Que f(s)erions-nous sans les nombres complexes, ces nombres qui décidément n'ont plus rien d'imaginaire(s) ?*

⁷⁵Outre une brève présentation des différentes formulations de la Mécanique quantique, quelques interprétations sont succinctement décrites dans l'article de Daniel F. Styer, Miranda S. Balkin, Kathryn M. Becker, Matthew R. Burns, Christopher E. Dudley, Scott T. Forth, Jeremy S. Gaumer, Mark A. Kramer, David C. Oertel, Leonard H. Park, Marie T. Rinkoski, Clait T. Smith, et Timothy D. Wotherspoon, "*Nine formulations of quantum mechanics*", American Journal of Physics, **30**, 288 (2002).

⁷⁶Franck Laloë, "*Do we really understand quantum mechanics ? Strange correlations, paradoxes and theorems*", disponible à <http://www.phys.ens.fr/spip.php?article115>