UNIVERSITÉ SAVOIE MONT BLANC

LAPTh

Introduction à la relativité générale

Richard Taillet
Juillet 2016

Université Savoie Mont Blanc
LAPTh (Laboratoire d’Annecy-le-Vieux de Physique Théorique)

Plan

- Principes et formalisme
- Tests expérimentaux
- Difficultés

Principes

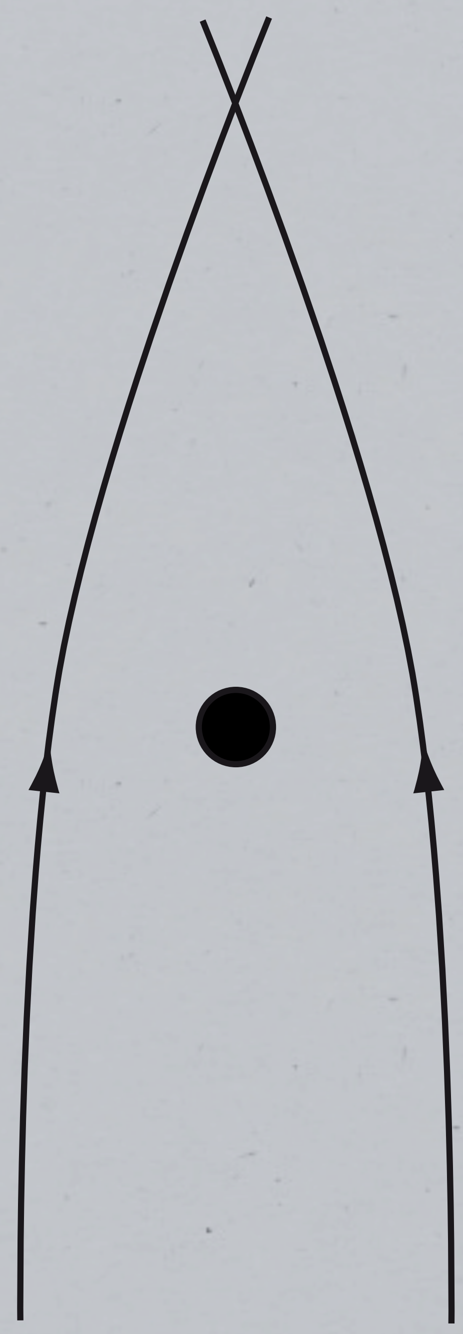
Nécessité d’une théorie relativiste de la gravitation

L’interaction gravitationnelle ne peut pas être instantanée

Elle doit prendre en compte la relativité restreinte

Programme mené à bien par Albert Einstein en 1915

Principes



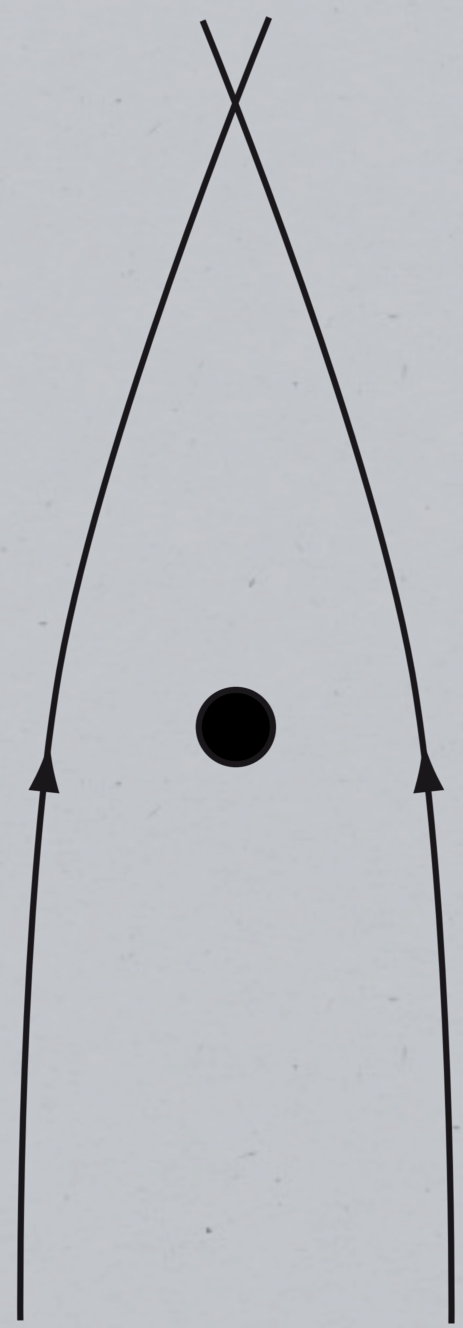
Universalité de la chute libre :

« Les objets lancés ou lâchés de la même façon

tombent de la même façon

indépendamment de leur masse »

Principes



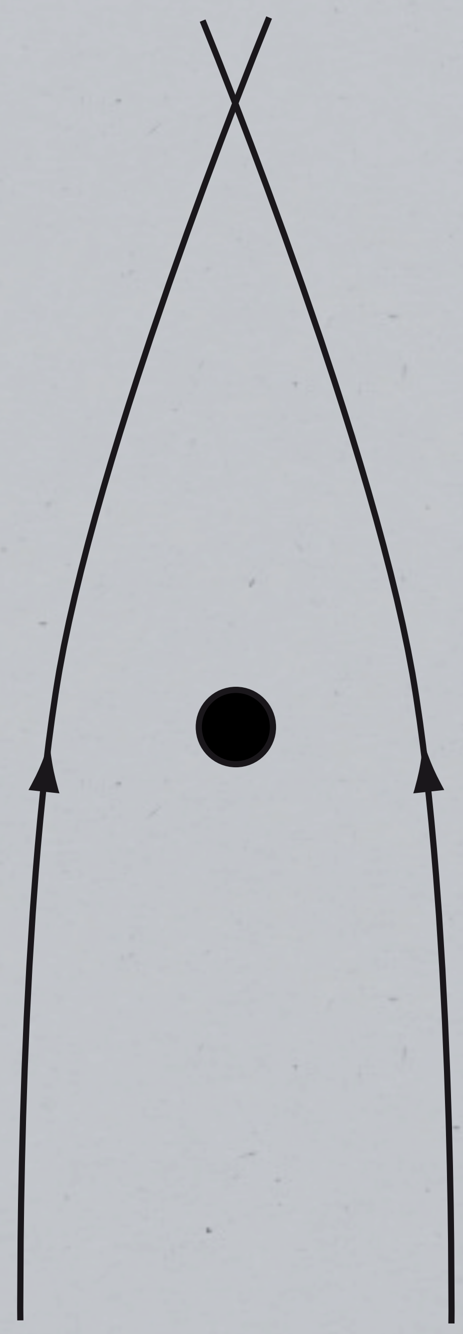
Universalité de la chute libre :

« Les objets lancés ou lâchés de la même façon
tombent de la même façon
indépendamment de leur masse »

$$m_i \, \vec{a} = m_g \, \vec{g}$$

égalité de la masse grave et de la masse inertielle

Principes



Universalité de la chute libre :

« Les objets lancés ou lâchés de la même façon

tombent de la même façon

indépendamment de leur masse »

$$\vec{a} = \quad \vec{g}$$

égalité de la masse grave et de la masse inertielle

Principes

Référentiel en chute libre

$$m\,\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$m\,\vec{a} = m\vec{g} - m\vec{a}_e = \vec{0}$$

Principes

Référentiel en chute libre

$$m\,\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$m\,\vec{a} = m\vec{g} - m\vec{a}_e = \vec{0}$$

Principe d'équivalence :

« Les lois de la physique,

pour un observateur en chute libre dans un champ gravitationnel,

sont localement identiques à celles en l'absence de gravitation »

Principes

Référentiel en chute libre

$$m\,\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$m_i\vec{a} = m_g\vec{g} - m_i\vec{a}_e = \vec{0}$$

Principes

Référentiel en chute libre

$$m\,\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_i$$

$$m_i\vec{a} = m_g\vec{g} - m_i\vec{a}_e = \vec{0}$$

Principe d'équivalence :

« Les lois de la physique,

pour un observateur en chute libre dans un champ gravitationnel,

sont localement identiques à celles en l'absence de gravitation »

Principes

La chute libre : reprenons !

Principes

Dans un référentiel inertiel $$m\,\vec{a} = \vec{0}$$

Dans le référentiel qui nous intéresse (le laboratoire)

$$m\,\vec{a} = -m\,\vec{a}_e$$

Principes

Dans un référentiel inertiel $$m\,\vec{a} = \vec{0}$$

Dans le référentiel qui nous intéresse (le laboratoire)

$$m\,\vec{a} = -m\,\vec{a}_e = m\,\vec{g}$$

Principes

Dans un référentiel inertiel $$m\,\vec{a} = \vec{0}$$

Dans le référentiel qui nous intéresse (le laboratoire)

$$m\,\vec{a} = -m\,\vec{a}_e = m\,\vec{g}$$

Remarque : oublier la notion de référentiel galiléen !

Principes

Dans un référentiel inertiel

$$m\,\vec{a} = \vec{0}$$

$$\frac{d^2\xi^\mu}{d\tau^2} = 0$$

Dans le référentiel qui nous intéresse (le laboratoire)

$$m\,\vec{a} = -m\,\vec{a}_e$$

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Principes

Dans un référentiel inertiel

$$\frac{d^2\xi^\mu}{d\tau^2} = 0$$

Dans le référentiel qui nous intéresse (le laboratoire)

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Principes

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Principes

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Principes

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

où $$\Gamma^\mu_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial x^\mu}{\partial \xi^\sigma}\frac{\partial^2 \xi^\sigma}{\partial x^\alpha \partial x^\beta}$$

c'est la **connexion affine**

forces d'inertie = forces gravitationnelles !

Principes

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

Principes

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

c’est l’**équation des géodésiques**

Principes

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

c’est l’**équation des géodésiques**

Elle donne l’équation des lignes droites dans n’importe quel système de coordonnées

Principes

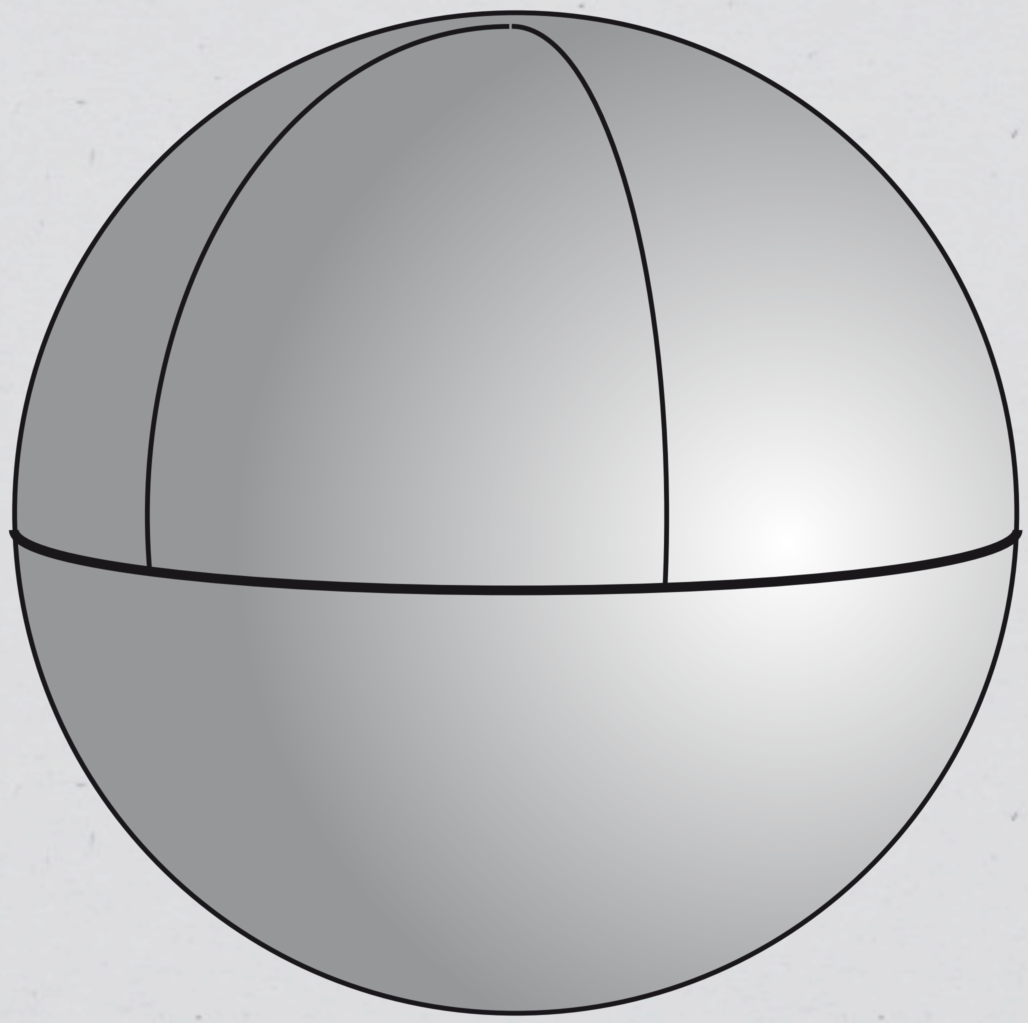
$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\tau}\frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

c’est l’**équation des géodésiques**

Elle donne l’équation des lignes droites dans n’importe quel système de coordonnées

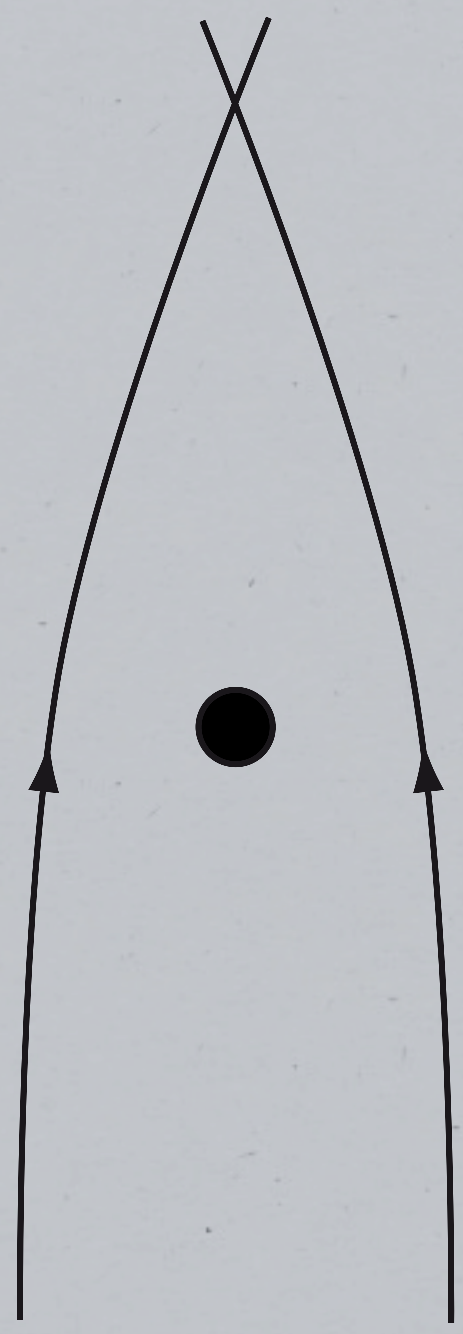
Elle donne l’équation des chemins les plus courts sur des surfaces courbées

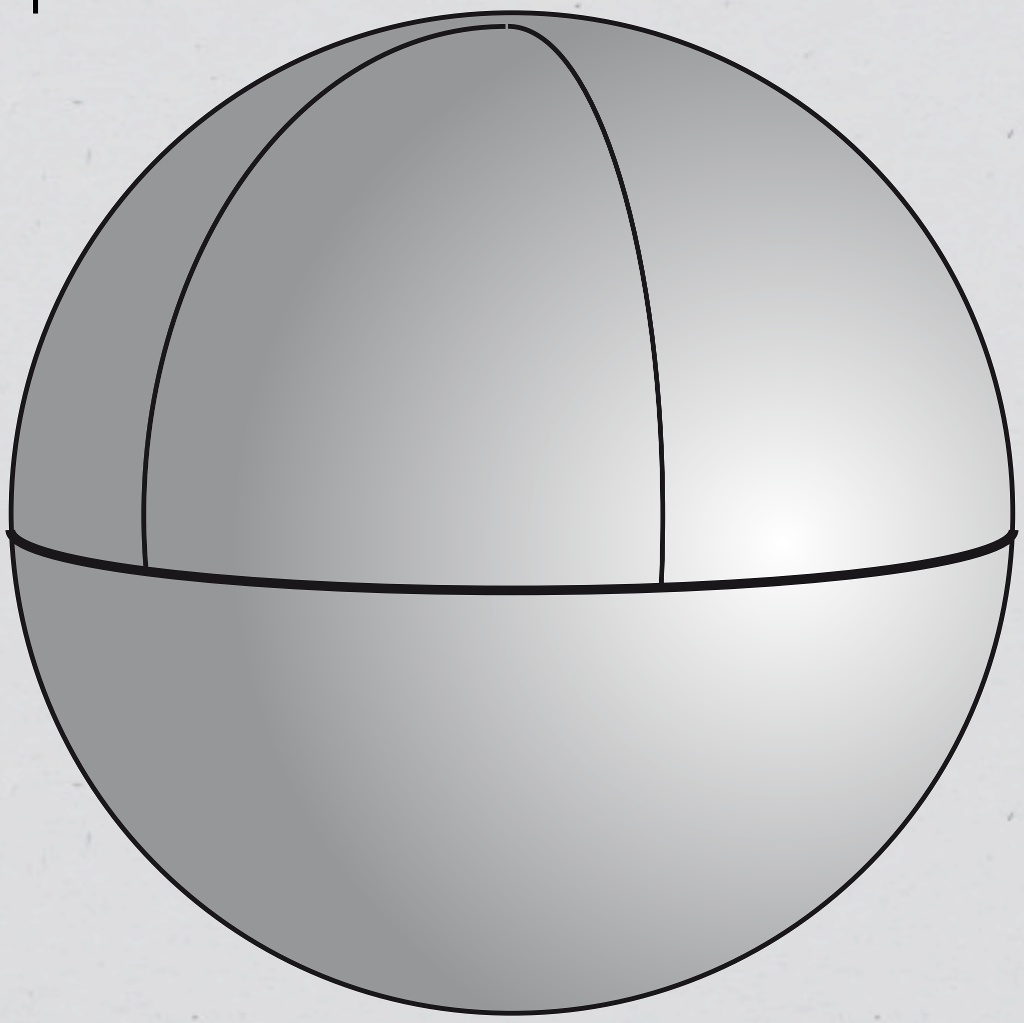
Principes



Principes

la gravitation est une manifestation de la courbure de l'espace-temps





Principes

Dans l’espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

cette relation définit la géométrie de l’espace-temps

Principes

Dans l’espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

pédante

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

Principes

Dans l'espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

pédante

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

Principes

Dans l'espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

pédante

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

Principes

Dans l’espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

pédante

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

Principes

Dans l'espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

pédante

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

Principes

Dans l'espace-temps usuel (plat) de la RR

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

réécriture

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu}\, d\xi^\mu\, d\xi^\nu$$

pédante

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

tenseur métrique

$g_{\mu\nu}$ *Principes*

Dans un espace-temps courbe

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu$$

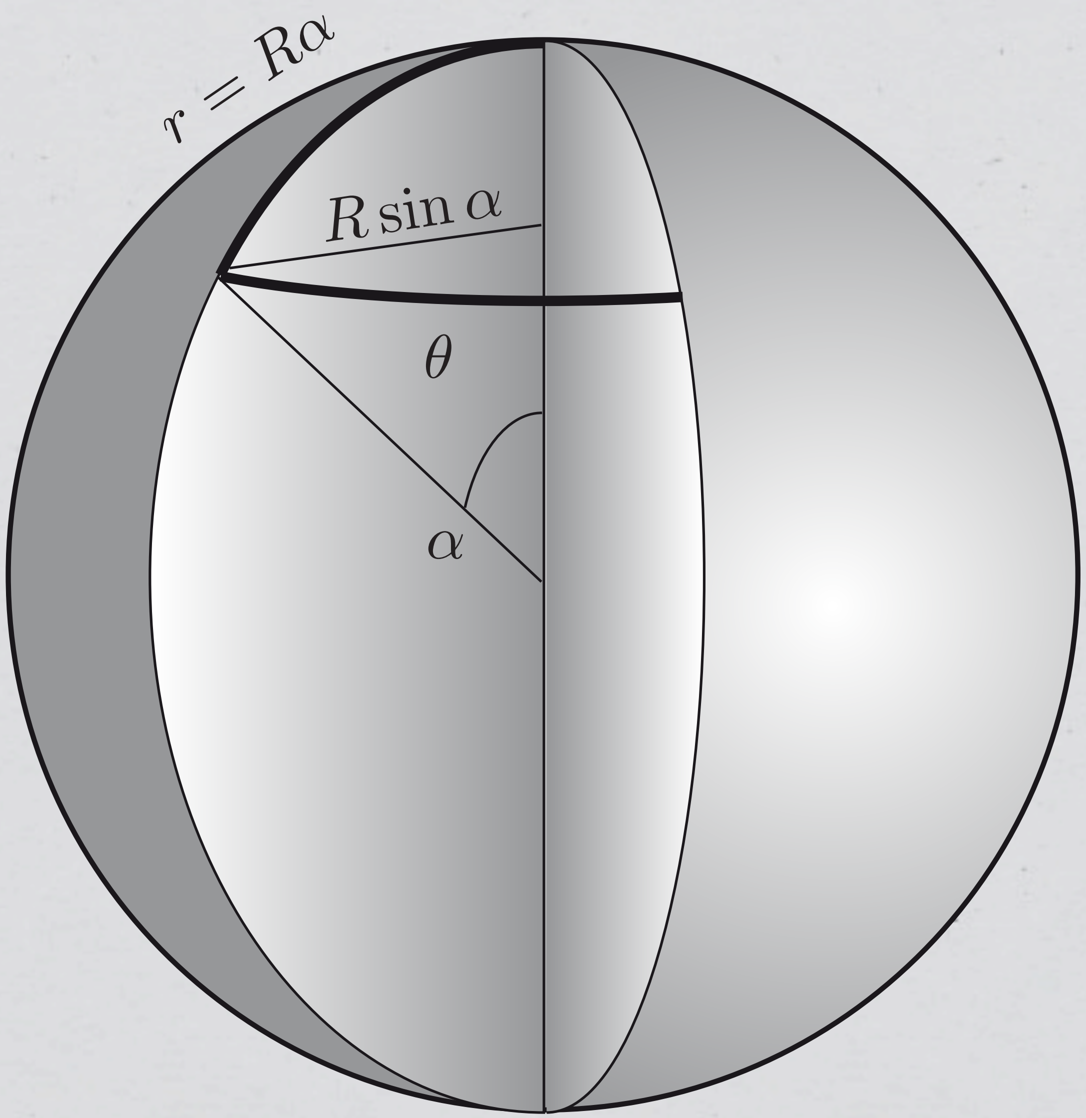
détermine la relation entre coordonnées et « distances » (géométrie)

$g_{\mu\nu}$ *Principes*

Dans un espace-temps courbe

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu$$

détermine la relation entre coordonnées et « distances » (géométrie)



$$d\ell^2 = R^2\, d\alpha^2 + R^2 \sin^2 \alpha\, d\theta^2$$

$g_{\mu\nu}$ *Principes*

Dans un espace-temps courbe

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu$$

c'est aussi un potentiel gravitationnel

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0$$

$$\Gamma^\mu_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\sigma\mu} \left(\frac{\partial g_{\sigma\alpha}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\sigma} \right)$$

$g_{\mu\nu}$

$g_{\mu\nu}$

$$g_{\mu\nu}$$

Principes

Remarque #1 sur le potentiel gravitationnel

La présence d'un champ gravitationnel affecte les distances et les durées

$$ds^2 = g_{00}\,dt^2 + 2\,g_{10}\,dt\,dx + 2\,g_{20}\,dt\,dy + 2\,g_{30}\,dt\,dz$$
$$+ g_{11}\,dx^2 + 2\,g_{12}\,dx\,dy + 2\,g_{13}\,dx\,dz + 2\,g_{23}\,dy\,dz + g_{33}\,dz^2$$

Principes

Remarque #2 sur le potentiel gravitationnel

$$\frac{GM}{r}$$ a la dimension physique de v^2

$$\frac{GM}{c^2}$$ a la dimension physique d'une longueur

Principes

Rayon de Schwarzschild

$$r_s \equiv \frac{2GM}{c^2} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \times 2{,}97\ \mathrm{km}$$

environ 3 km pour le Soleil,

environ 1 cm pour la Terre,

quelques millions de km pour un trou noir supermassif

Principes

Métrique de Schwarzschild

- dans le vide
- pas de charge électrique
- distribution de masse à symétrie sphérique
- isotropie
- conditions aux limites plates
- coordonnées sphériques
- constante cosmologique nulle

Principes

Métrique de Schwarzschild

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{r_s}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1-\dfrac{r_s}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Principes

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1-\dfrac{r_s}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1-\dfrac{r_s}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2\theta \end{pmatrix}$$

$$\frac{r_s}{r} = \frac{2GM}{rc^2} = \frac{2\phi}{c^2}$$

$\dfrac{r_s}{r} \approx 10^{-9}$ à la surface de la Terre

$\dfrac{r_s}{r} \approx 10^{-6}$ à la surface du Soleil

Principes

remarque sur la géométrie

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

Principes

remarque sur la géométrie

$$ds^2 = \cancel{\left(1-\frac{r_s}{r}\right)c^2dt^2} - \left(1-\frac{r_s}{r}\right)^{-1}dr^2 - r^2d\theta^2 - r^2\sin^2\theta d\phi^2$$

temps fixé

Principes

remarque sur la géométrie

$$ds^2 = \cancel{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - \cancel{r^2 \sin^2\theta d\phi^2}$$

temps fixé

plan équatorial

Principes

remarque sur la géométrie

$$ds^2 = \cancel{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - \cancel{r^2 \sin^2\theta d\phi^2}$$

temps fixé

plan équatorial

$$d\ell^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2\, d\theta^2$$

Principes

remarque sur la géométrie

$$ds^2 = \cancel{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - \cancel{r^2 \sin^2\theta d\phi^2}$$

temps fixé

plan équatorial

$$d\ell^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2\, d\theta^2$$

distance radiale entre deux points

$$\Delta\ell_{AB} \approx r_B - r_A + \frac{1}{2} r_s \ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

remarque sur la géométrie

Principes

$$ds^2 = \cancel{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2} - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - \cancel{r^2 \sin^2\theta d\phi^2}$$

temps fixé

plan équatorial

$$d\ell^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2\, d\theta^2$$

distance radiale entre deux points

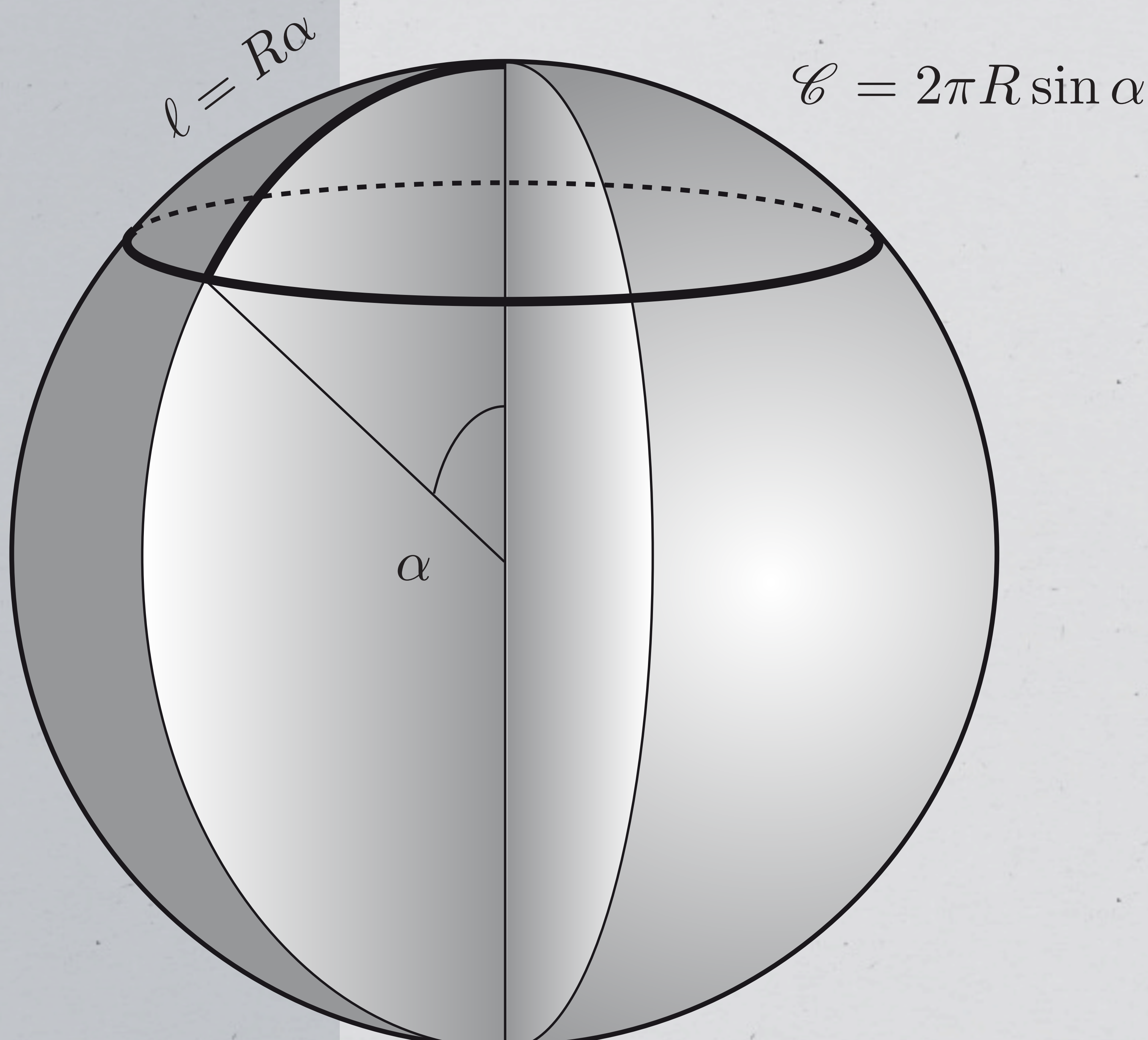
$$\Delta\ell_{AB} \approx r_B - r_A + \frac{1}{2} r_s \ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$

circonférence d'un cercle de rayon-coordonnée r

$$\mathscr{C} = 2\pi r$$

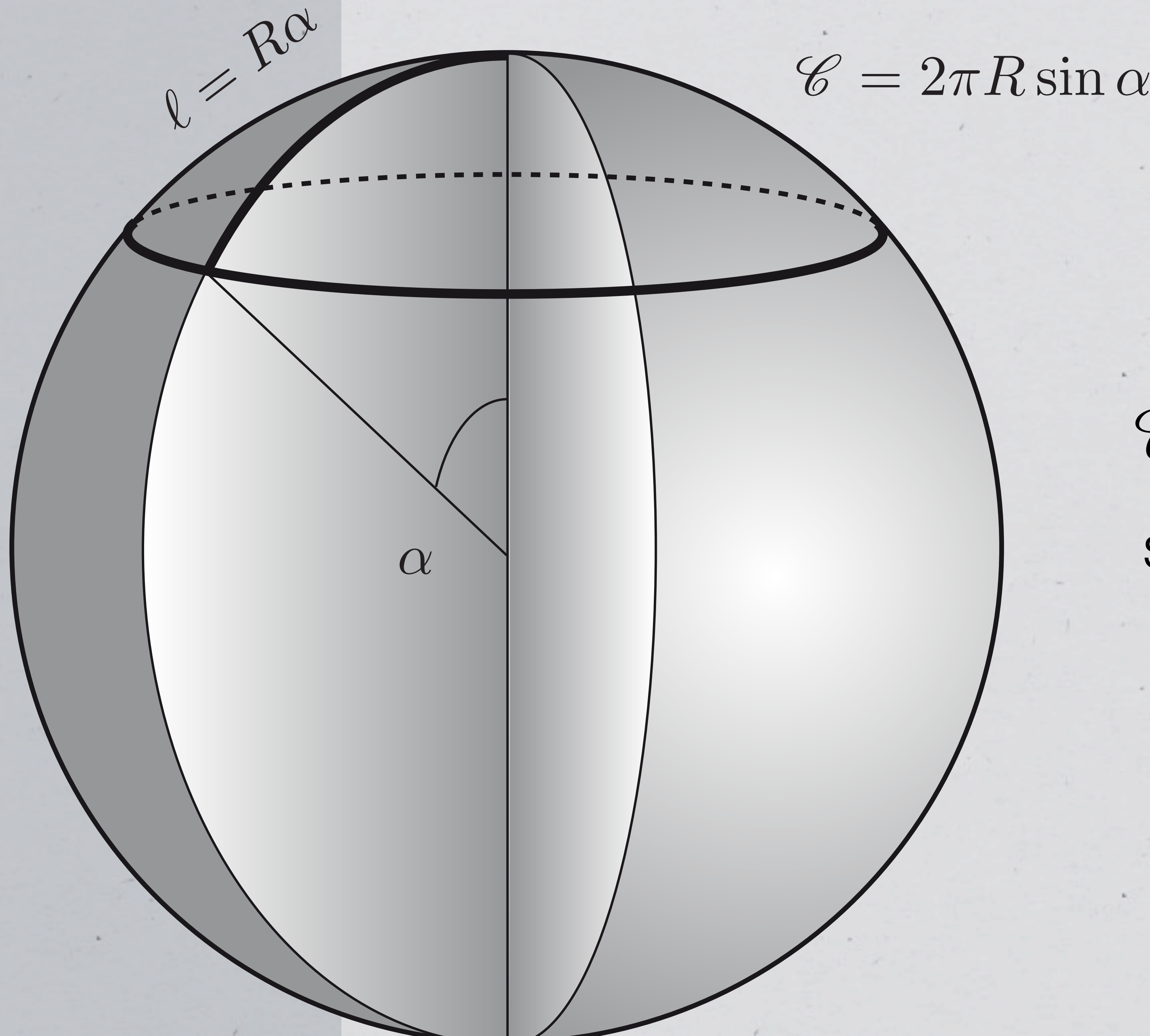
Principes

remarque sur la géométrie



remarque sur la géométrie

Principes

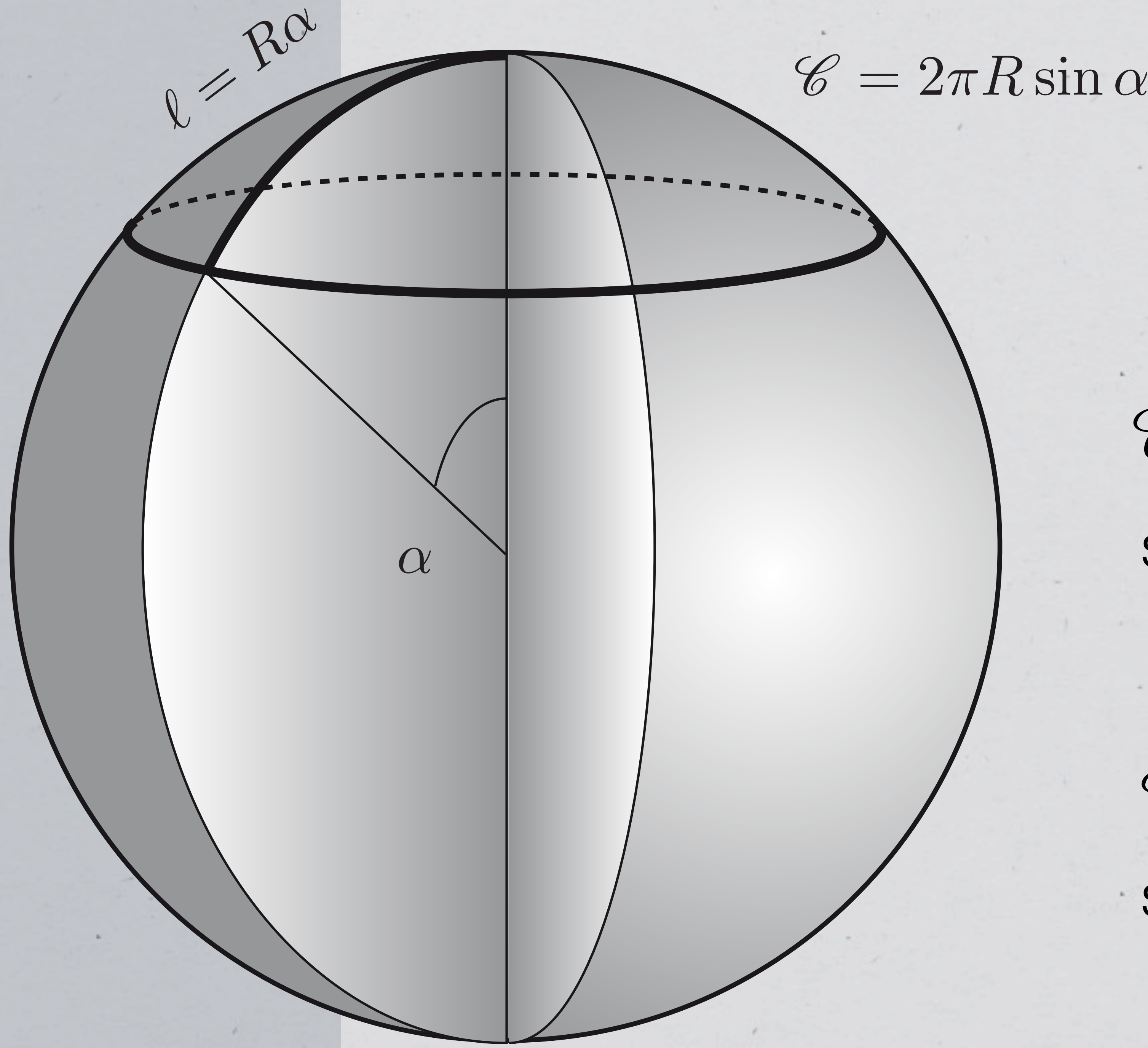


$$\mathscr{C} = 2\pi R \sin\left(\frac{\ell}{R}\right)$$

sur une sphère

Principes

remarque sur la géométrie



$$\mathscr{C} = 2\pi R \sin\left(\frac{\ell}{R}\right)$$

sur une sphère

$$\mathscr{C} = 2\pi \ell$$

sur un plan

remarque sur la géométrie

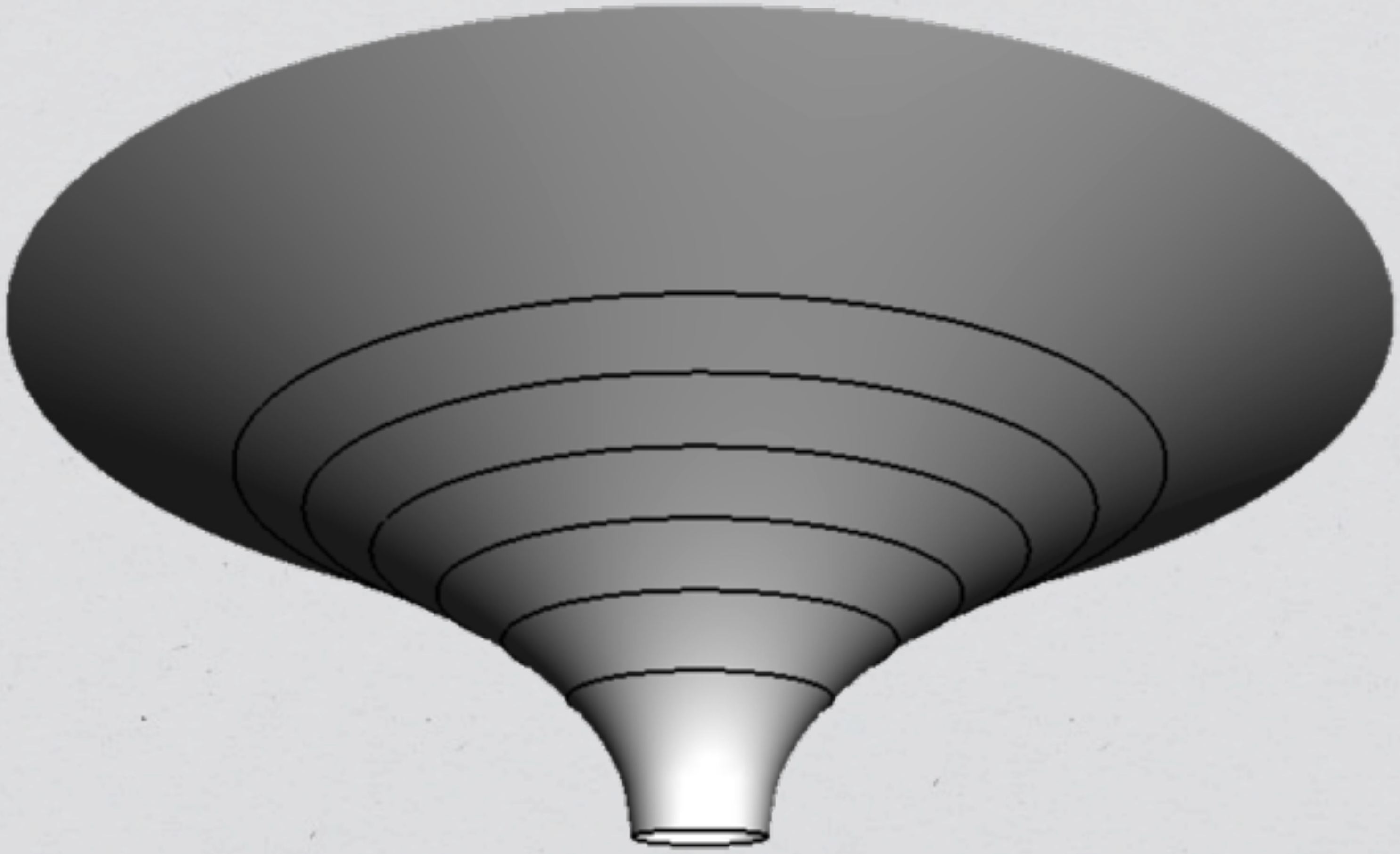
Principes

pour la métrique de Schwarzschild, dans le plan équatorial :

$$\Delta\ell_{AB} \approx r_B - r_A + \frac{1}{2} r_s \ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right)$$
$$\mathscr{C} = 2\pi r$$

paraboloïde

de Flamm



Principes

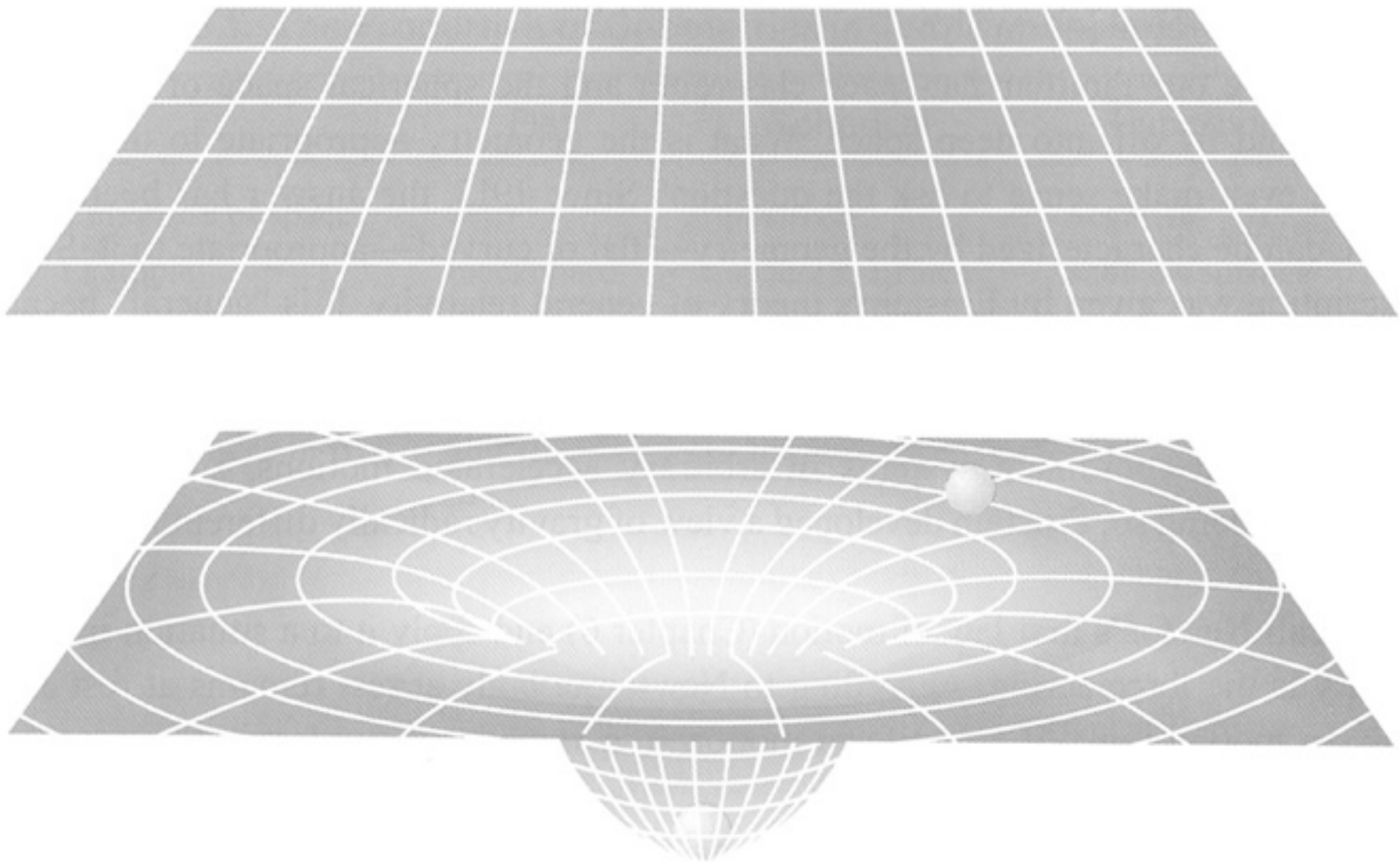


Figure 15.7. The figure suggests how flat spacetime (the uniformly spaced grid) would be distorted by the presence of a mass. Since it is the curvature of spacetime that determines how objects move, all objects, regardless of their mass, would “fall” toward the massive object at the same rate.

Principes

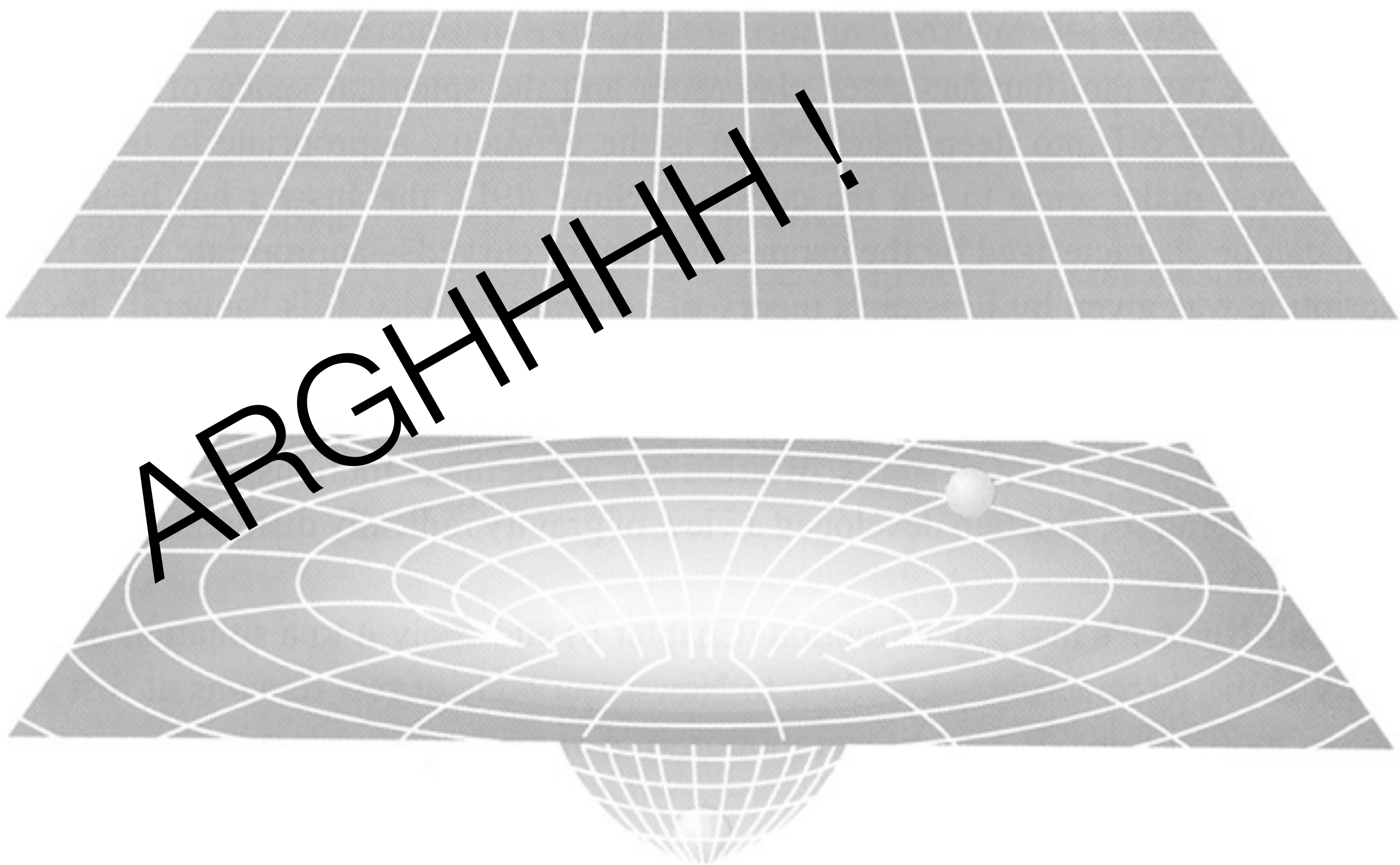


Figure 15.7. The figure suggests how flat spacetime (the uniformly spaced grid) would be distorted by the presence of a mass. Since it is the curvature of spacetime that determines how objects move, all objects, regardless of their mass, would "fall" toward the massive object at the same rate.

Principes

La courbure détermine le mouvement

Qu’est-ce qui détermine la courbure ? (la métrique ?)

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

En relativité restreinte

[quadrivecteur] = [quadrivecteur]

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

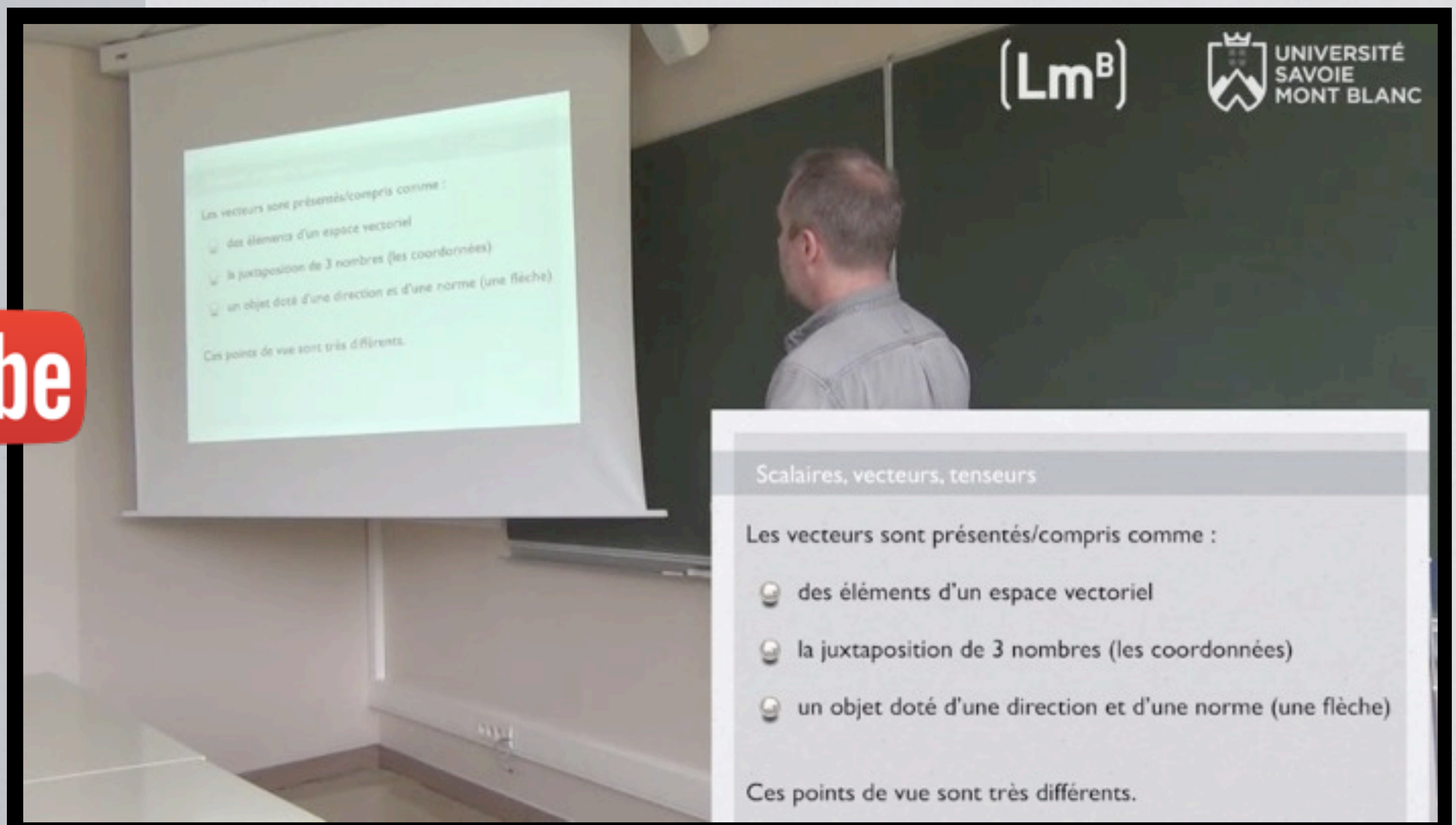
En relativité restreinte

[quadrivecteur] = [quadrivecteur]

[tenseur] = [tenseur]

Principes

« Conférence sur les grandeurs physiques »



https://www.youtube.com/watch?v=Z1Ii_c7-D1k

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

En relativité restreinte

[quadrivecteur] = [quadrivecteur]

Principes

Une théorie satisfaisante doit être formulée de façon covariante

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

En relativité restreinte

[quadrivecteur] = [quadrivecteur]

[tenseur] = [tenseur]

Principes

Les **tenseurs** sont des grandeurs qui se transforment d'une façon bien définie par changement de coordonnées

$$V'^{\mu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} V^{\alpha}$$

$$V'_{\mu} = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} V_{\alpha}$$

$$T'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} T^{\alpha\beta}$$

Principes

Exemple : temps propre τ, position x^{μ} , quadri-vitesse $\frac{dx^{\mu}}{d\tau}$

tenseur de courbure

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\alpha} = \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma^{\lambda}_{\nu\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\alpha} - \Gamma^{\lambda}_{\alpha\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\nu}$$

tenseur de Ricci $$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha}$$

scalaire de Ricci $$R = R^{\alpha}_{\alpha}$$

gradient $$\partial_{\mu}\Phi \equiv \frac{\partial\Phi}{\partial x^{\mu}}$$

Principes

Contre-exemples :

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial x^{\mu}}{\partial \xi^{\sigma}} \frac{\partial^2 \xi^{\sigma}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}}$$

$$\partial_{\mu} V^{\alpha} \equiv V^{\alpha}{}_{,\mu} \equiv \frac{\partial V^{\alpha}}{\partial x^{\mu}}$$

Principes

Contre-exemples :

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial x^{\mu}}{\partial \xi^{\sigma}} \frac{\partial^2 \xi^{\sigma}}{\partial x^{\alpha} \partial x^{\beta}}$$

$$\partial_{\mu} V^{\alpha} \equiv V^{\alpha}{}_{,\mu} \equiv \frac{\partial V^{\alpha}}{\partial x^{\mu}}$$

La combinaison suivante est un tenseur

$$D_{\mu} V^{\alpha} \equiv V^{\alpha}{}_{;\mu} \equiv \partial_{\mu} V^{\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{\beta\mu} V^{\beta}$$

c’est la **dérivée covariante**

Principes

On s’impose d’écrire des égalités entre tenseurs

Principes

On s’impose d’écrire des égalités entre tenseurs

(ça indique notamment comment les forces se transforment)

Principes

La courbure détermine le mouvement

La courbure est déterminée par le contenu de l’espace-temps

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

Principes

La courbure détermine le mouvement

La courbure est déterminée par le contenu de l'espace-temps

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

$$R = R^{\alpha}_{\alpha}$$

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha}$$

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\alpha} = \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma^{\lambda}_{\nu\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\alpha} - \Gamma^{\lambda}_{\alpha\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\nu}$$

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\sigma\mu} \left(\frac{\partial g_{\sigma\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\sigma}} \right)$$

Principes

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

$$R = R^{\alpha}_{\alpha}$$

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha}$$

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\alpha} = \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma^{\lambda}_{\nu\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\alpha} - \Gamma^{\lambda}_{\alpha\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\nu}$$

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\sigma\mu} \left(\frac{\partial g_{\sigma\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\sigma}} \right)$$

Principes

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

équations d'Einstein

Ce sont 16 équations différentielles portant sur le tenseur métrique.

Elles sont hautement non linéaires

$$R = R^{\alpha}_{\alpha}$$

$$R_{\mu\nu} \equiv R^{\alpha}_{\mu\nu\alpha}$$

$$R^{\lambda}_{\mu\nu\alpha} = \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \Gamma^{\lambda}_{\nu\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\alpha} - \Gamma^{\lambda}_{\alpha\eta}\Gamma^{\eta}_{\mu\nu}$$

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}g^{\sigma\mu}\left(\frac{\partial g_{\sigma\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\sigma\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\sigma}}\right)$$

Principes

Faire de la physique en espace-temps courbe

Principes

Faire de la physique en espace-temps courbe

Remplacer partout

$$\partial_\mu V^\alpha \equiv V^\alpha{}_{,\mu} \equiv \frac{\partial V^\alpha}{\partial x^\mu}$$

par

$$D_\mu V^\alpha \equiv V^\alpha{}_{;\mu} \equiv \partial_\mu V^\alpha + \Gamma^\alpha_{\beta\mu} V^\beta$$

Tests expérimentaux

Tests expérimentaux

#0 Tests expérimentaux

Succès théorique :

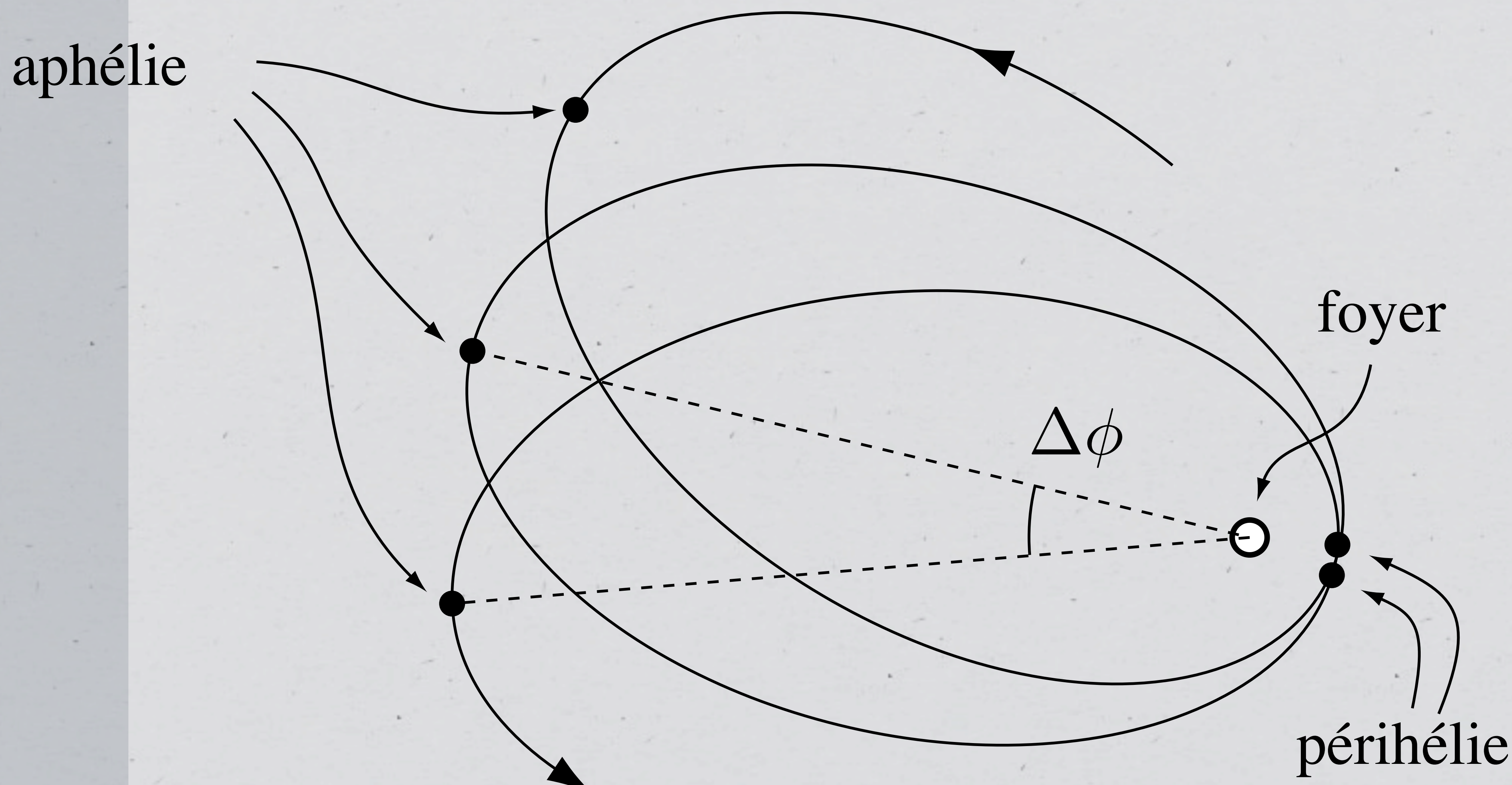
on peut formuler une théorie relativiste de la gravitation !

#1 *Tests expérimentaux*

Avance du périhélie de Mercure (1915)

#1 *Tests expérimentaux*

Avance du périhélie de Mercure (1915)



#1 *Tests expérimentaux*

Avance du périhélie de Mercure (1915)

$$\Delta\phi = \frac{3\pi r_s}{a(1-e^2)}$$

43 secondes d'arc par siècle pour Mercure,

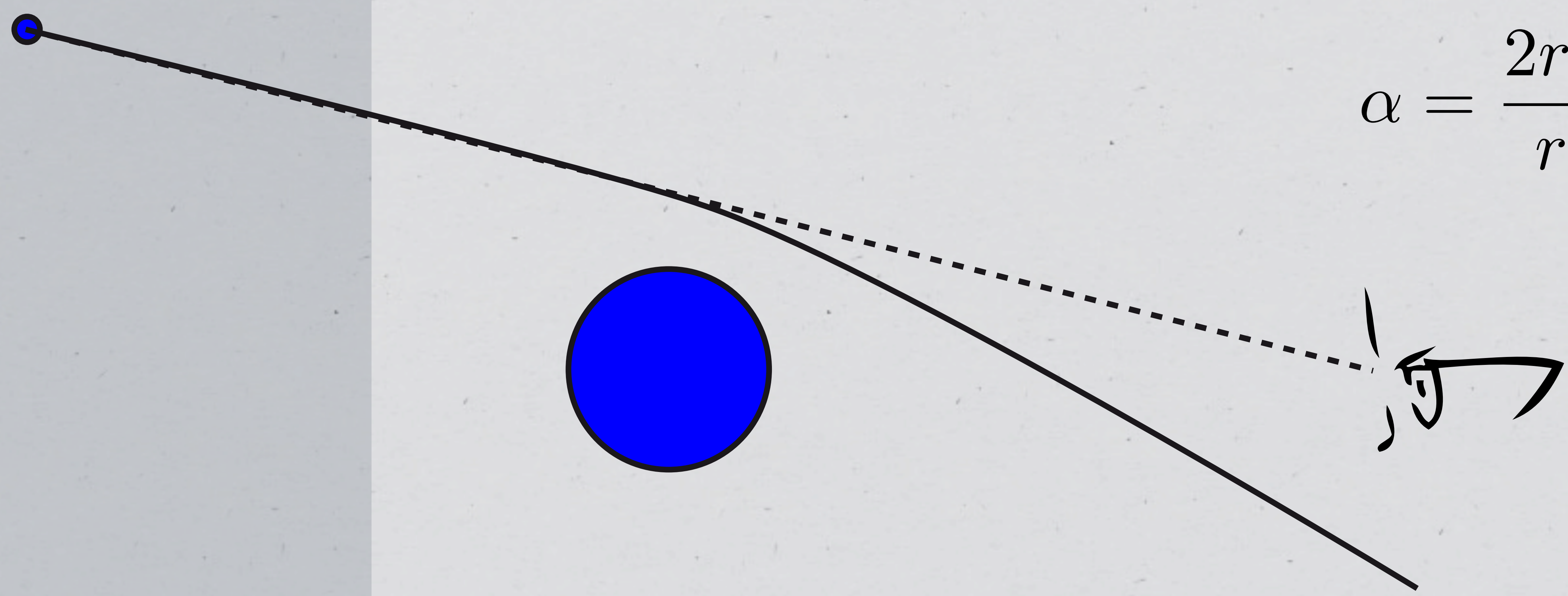
3,8 pour la Terre.

#2 Tests expérimentaux

Déviation gravitationnelle des rayons lumineux (1919)

#2 Tests expérimentaux

Déviation gravitationnelle des rayons lumineux (1919)

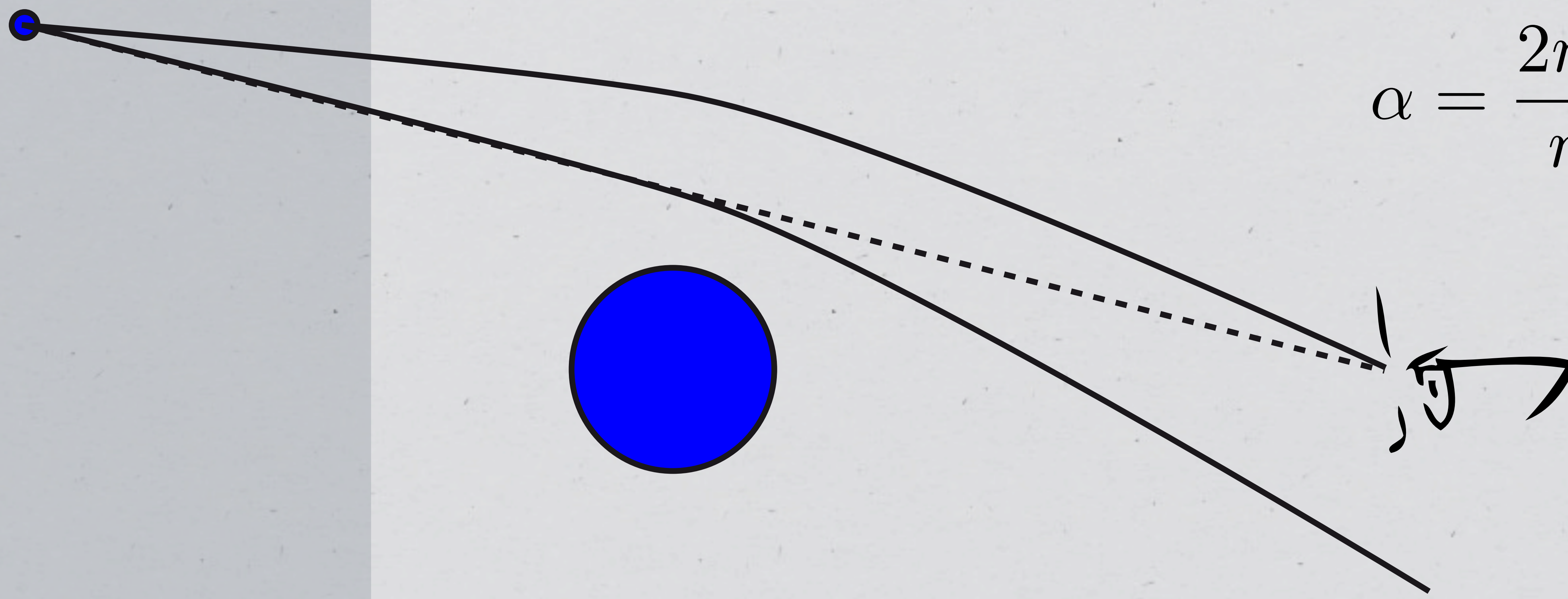


$$\alpha = \frac{2r_s}{r}$$

1,75 seconde d’arc pour le bord du Soleil

#2 *Tests expérimentaux*

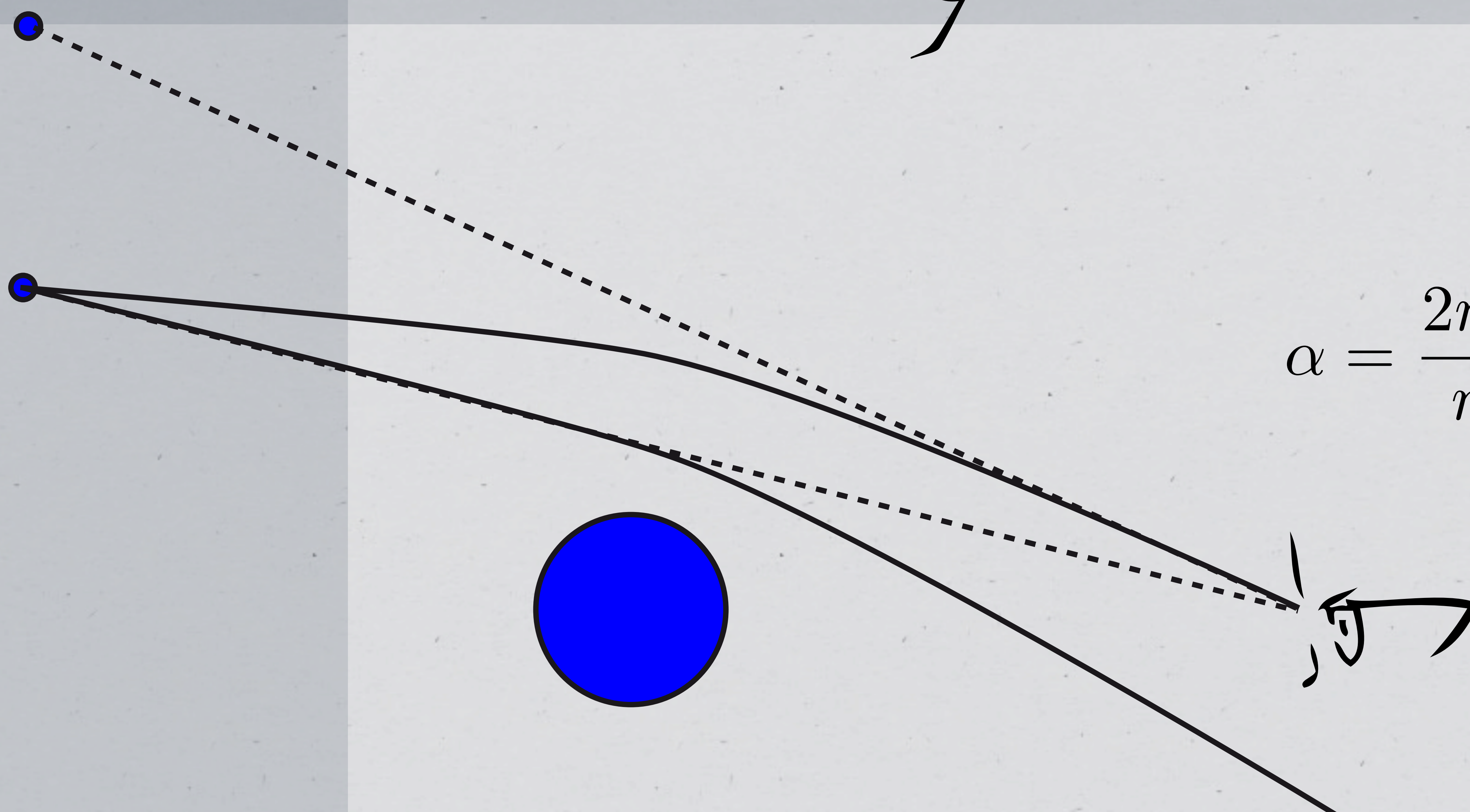
Déviation gravitationnelle des rayons lumineux (1919)



$$\alpha = \frac{2r_s}{r}$$

1,75 seconde d'arc pour le bord du Soleil

Tests expérimentaux

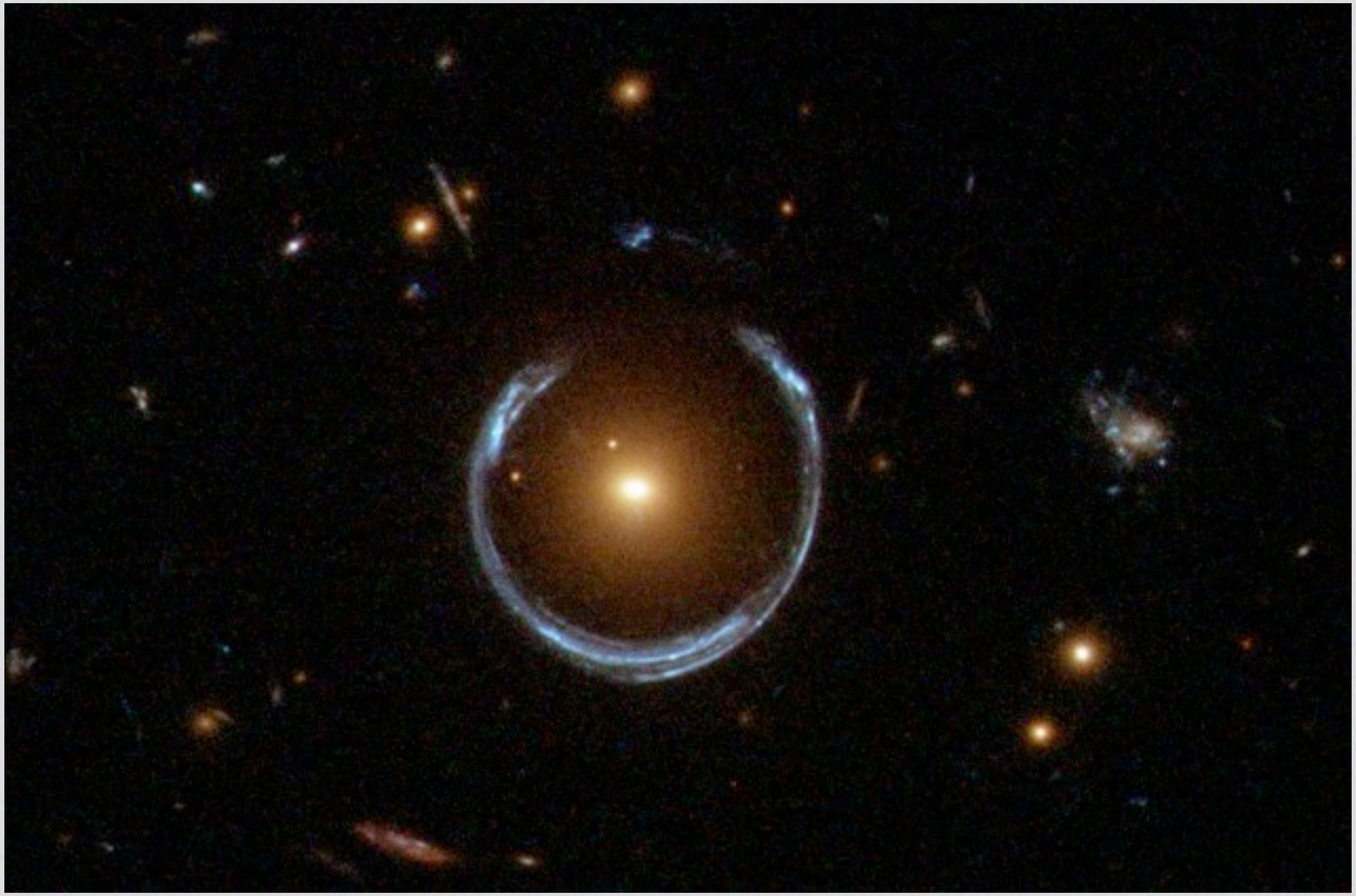


$$\alpha = \frac{2r_s}{r}$$

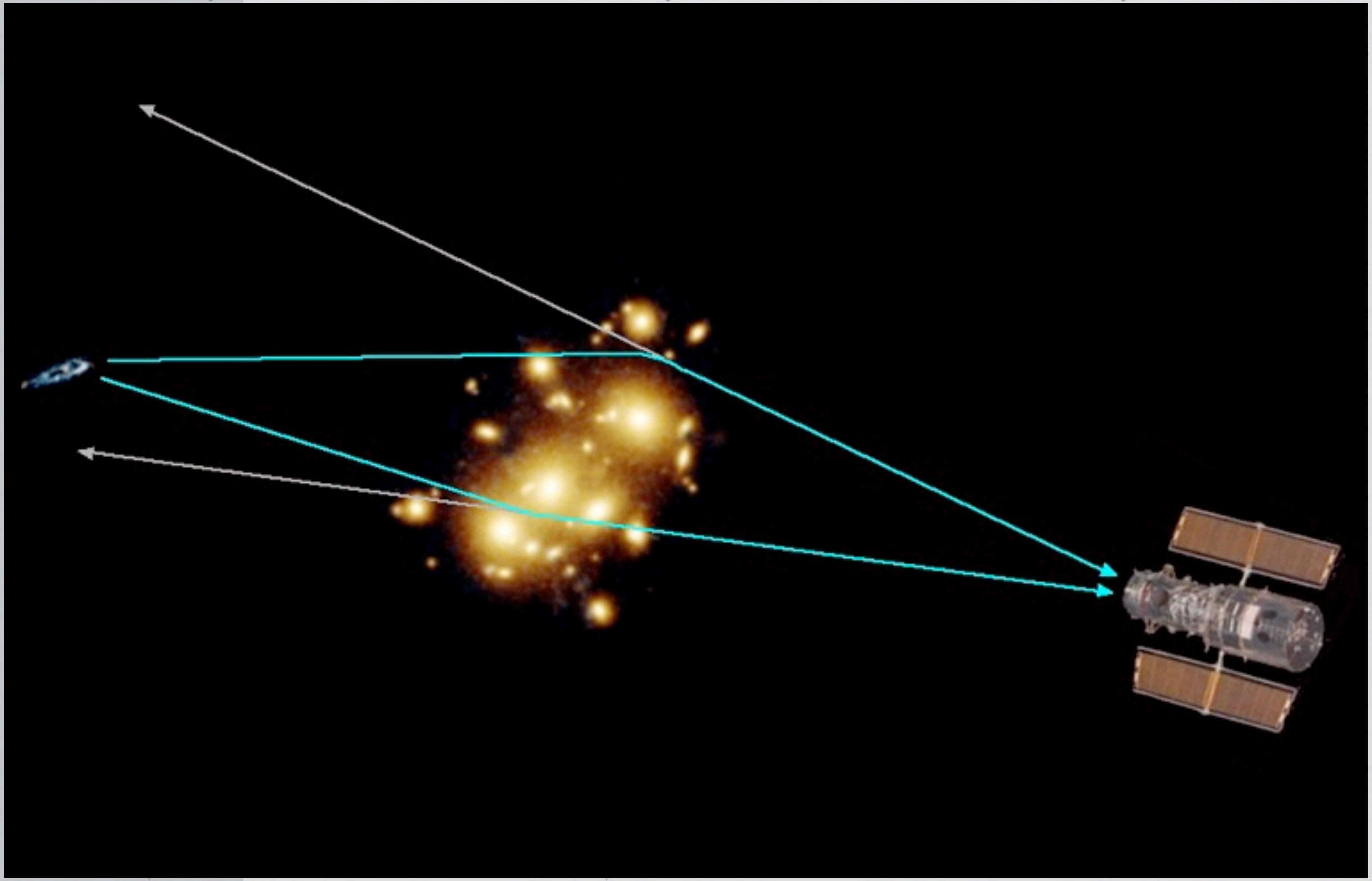
1,75 seconde d'arc pour le bord du Soleil

Tests expérimentaux

Lentilles gravitationnelles



Tests expérimentaux



#3 Tests expérimentaux

Expérience de Pound et Rebka (1959)

#3 *Tests expérimentaux*

Expérience de Pound et Rebka (1959)

$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{1}{2}\frac{r_s}{r}\frac{\Delta r}{r} \approx 2{,}5 \times 10^{-15}$$

#3 Tests expérimentaux

Expérience de Pound et Rebka (1959)

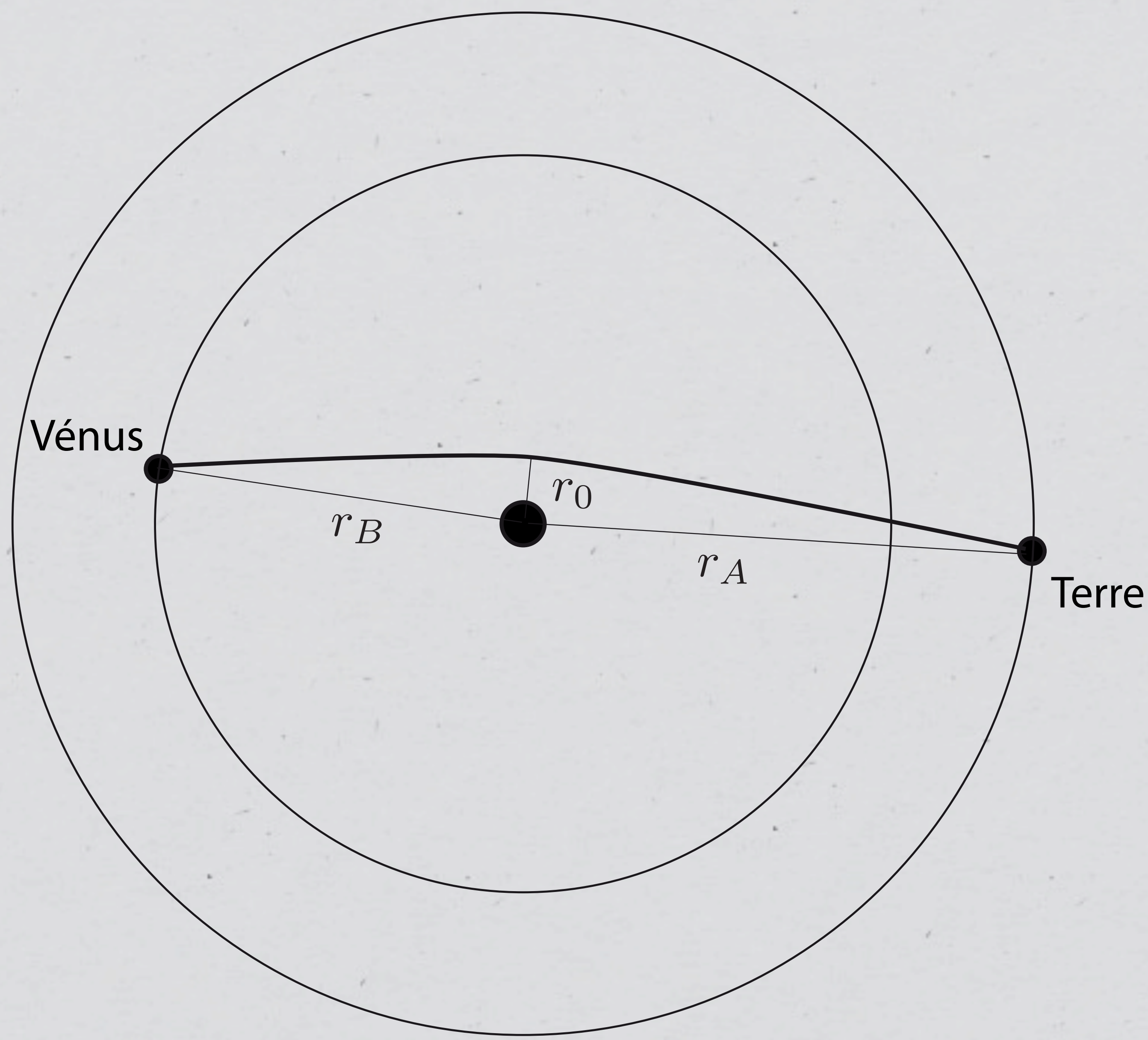
$$\frac{\Delta f}{f} \approx \frac{1}{2}\frac{r_s}{r}\frac{\Delta r}{r} \approx 2{,}5 \times 10^{-15}$$

Expérience de Hafele & Keating (1971)

GPS (Global Positioning System)

#4 *Tests expérimentaux*

Retard de l'écho radar : effet Shapiro (prédit 1964 - mesuré 1968)



#4 Tests expérimentaux

#4 Tests expérimentaux

Retard de l'écho radar : effet Shapiro (prédit 1964 - mesuré 1968)

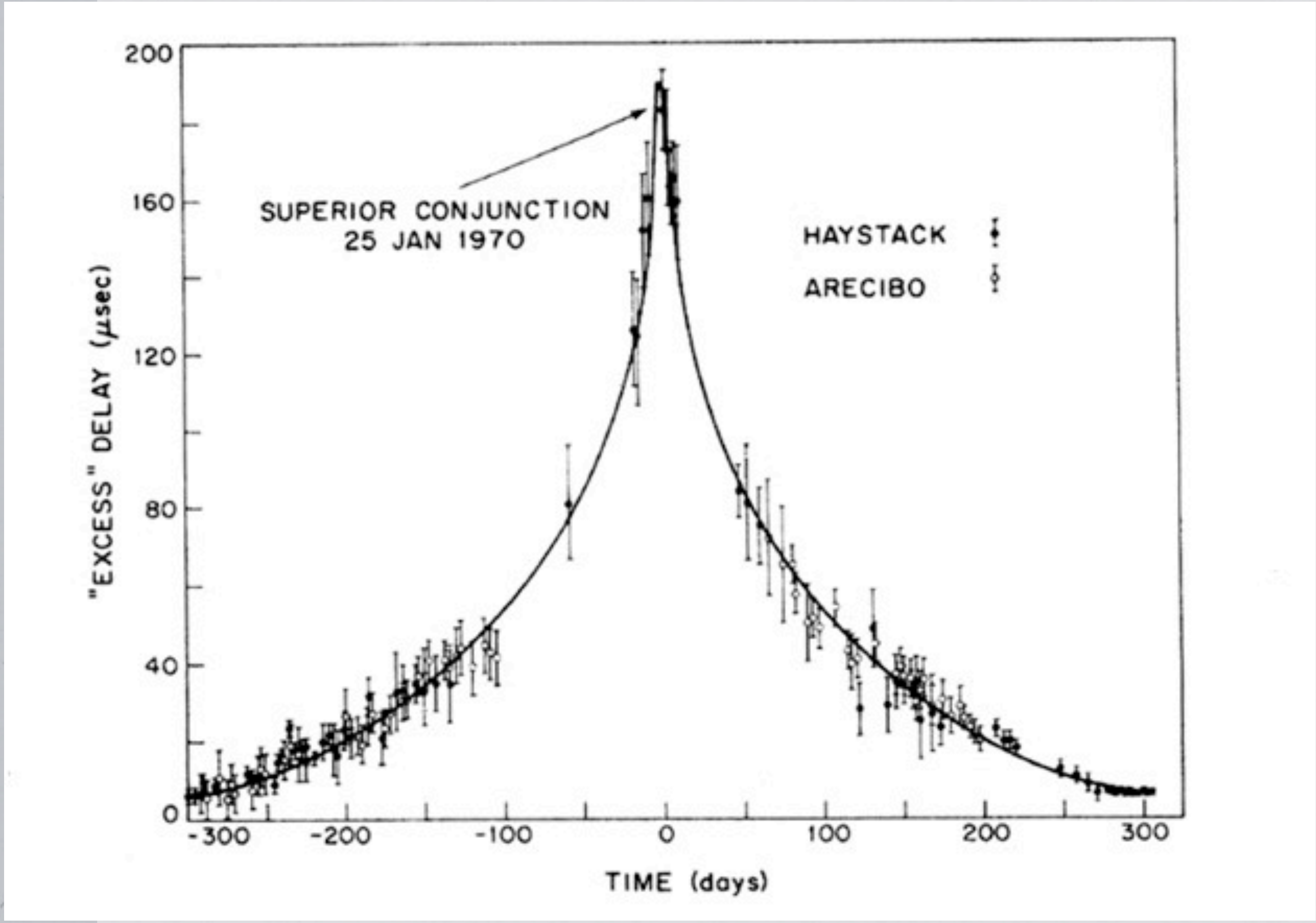
$$\Delta t = \frac{r_s}{c}\left[1 + \ln\left(\frac{4 r_1 r_2}{r_0^2}\right)\right]$$

$$r_s / c \approx 10\ \mu\mathrm{s}$$

Quelques centaines de microsecondes pour Vénus et Mercure.

On utilise aussi les sondes du Système solaire.

#4 Tests expérimentaux



#4 *Tests expérimentaux*

« Planetary Radar »

J. H. Thomson

Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society 4 (1963) p. 347

Planetary Radar

J. H. Thomson

(A Council Report on the Progress of Astronomy)

Summary

The discussion is confined to radar studies of the planets, lunar and solar radar being excluded. There are two limiting cases of radar systems, pulse and continuous wave; the former enables the range and angular power spectrum of the target planet to be measured, the latter the line of sight velocity and the frequency spectrum. Actual radar systems are often a combination of the two. Methods are described for measuring the rotation of the target, and for mapping its surface. The probable strength of echoes is discussed; present techniques allow the three inner planets to be detected. Necessary computational and electronic techniques are discussed. The history of the subject since 1958 is recorded. Observations of Venus have resulted in a much more precise measurement of the astronomical unit, which is in conflict with the generally

Bibliographie

Dictionnaire de physique

Taille de la police Augmenter Réinitialiser Diminuer

Recherche...

Vous êtes ici : Home

Dans ce site

- Accueil
- Erratum
- Nouvelles entrées
- **Bibliographie**
- Histoire des sciences
- Enseignement
- Vu sur le net

Bibliographie

Liste de liens bibliographiques pertinents (plus de 10 000). Cette liste a été conçue en cherchant dans plusieurs revues de qualité des articles qui portaient directement sur le sujet abordé :

- « *American Journal of Physics* » est une revue américaine destinée aux physiciens, avec une portée pédagogique exceptionnelle [accès restreint] [1969-aujourd'hui] ;
- Les « *Resource Letters* » de l'*American Journal of Physics* sont des compilations bibliographiques extrêmement complètes en anglais [accès restreint] ;
- « *Physics Reports* », articles de revue destinés aux chercheurs du domaine, sur des sujets pointus. [accès restreint]
- « *Images de la physique* » est une revue annuelle publiée par le CNRS, destinée à faire connaître les avancées récentes en physique à un public de physiciens [accès libre] ;
- « *La Recherche* » est une revue de vulgarisation française, s'adressant au grand public [accès restreint] [1990-aujourd'hui] ;
- « *Pour la Science* », version française du « *Scientific American* », est une revue de vulgarisation s'adressant au grand public [accès restreint] [1993-aujourd'hui] ;
- Les « *Cahiers de science et vie* » sont des dossiers s'intéressant à l'histoire des sciences, pour le grand public ;
- « *Ciel et Espace* », revue d'astronomie amateur proposant aussi des articles de vulgarisation sur l'astrophysique, la cosmologie et l'histoire des sciences [accès restreint] [2007-aujourd'hui] ;
- « *Physics Today* » est une revue de diffusion de la physique, en anglais, s'adressant plutôt à des physiciens [accès restreint] [1989-aujourd'hui] ;
- « *Défis du CEA* » est une revue de vulgarisation éditée par le CEA [accès libre] ;

http://www.dicodephysique.fr/joomla/joomla-fr/jce/bibliographie

#5 Tests expérimentaux

Effet Einstein-de Sitter ou précession géodétique (1916/1988)

$$\Omega \approx \frac{3c}{2r}\left(\frac{r_s}{2r}\right)^{3/2}$$

#5 *Tests expérimentaux*

Effet Einstein-de Sitter ou précession géodétique (1916/1988)

$$\Omega \approx \frac{3c}{2r}\left(\frac{r_s}{2r}\right)^{3/2}$$

quelques arcsec/siècle

#5 *Tests expérimentaux*

Effet Einstein-de Sitter ou précession géodétique (1916/1988)

$$\Omega \approx \frac{3c}{2r}\left(\frac{r_s}{2r}\right)^{3/2}$$

quelques arcsec/siècle

vérifié par Gravity Probe B

#6 *Tests expérimentaux*

Entraînement des référentiels : effet Lense-Thirring (1918/2004)

#6 Tests expérimentaux

Entraînement des référentiels : effet Lense-Thirring (1918/2004)

gravitomagnétisme

$$\vec{F} = m(\vec{E}_G + \vec{v} \wedge 4\vec{B}_G)$$

#6 *Tests expérimentaux*

Entraînement des référentiels : effet Lense-Thirring (1918/2004)

gravitomagnétisme

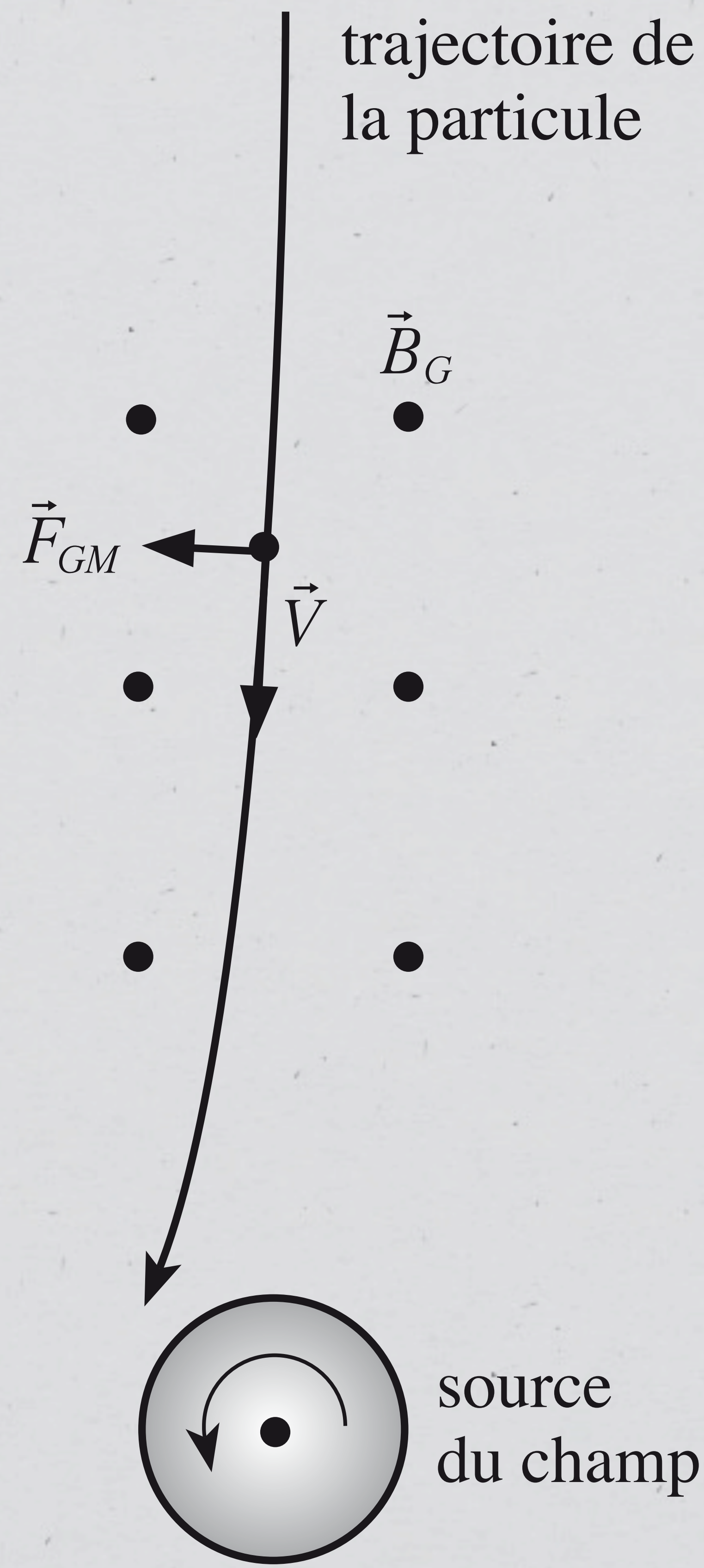
$$\vec{F} = m(\vec{E}_G + \vec{v} \wedge 4\vec{B}_G)$$

$$\vec{E}_G \equiv -\vec{\nabla}\Phi_G - \frac{\partial \vec{A}_G}{\partial t}$$

$$\vec{B}_G \equiv \vec{\nabla} \wedge \vec{A}_G$$

$$\Phi_G = -\iiint \frac{G\rho_0}{r}\, d^3V$$

$$A_G^i = -\iiint \frac{GJ_i}{r}\, d^3V$$


trajectoire de
la particule
$\vec{B}_G$
$\vec{F}_{GM}$
$\vec{V}$
source
du champ

#6 *Tests expérimentaux*

Entraînement des référentiels : effet Lense-Thirring (1918/2004)

$$\vec{\Omega} \approx \frac{r_s}{2r^3}\,\frac{3(\vec{J}\cdot\vec{u}_r) - \vec{J}}{M}$$

#6 *Tests expérimentaux*

Entraînement des référentiels : effet Lense-Thirring (1918/2004)

$$\vec{\Omega} \approx \frac{r_s}{2r^3} \frac{3(\vec{J} \cdot \vec{u}_r) - \vec{J}}{M}$$

vérifié par LAGEOS

#7 Tests expérimentaux

Ondes gravitationnelles

#7 Tests expérimentaux

Ondes gravitationnelles

dit rapidement : ondes dans la structure de l'espace-temps

#7 *Tests expérimentaux*

Ondes gravitationnelles

dit rapidement : ondes dans la structure de l’espace-temps

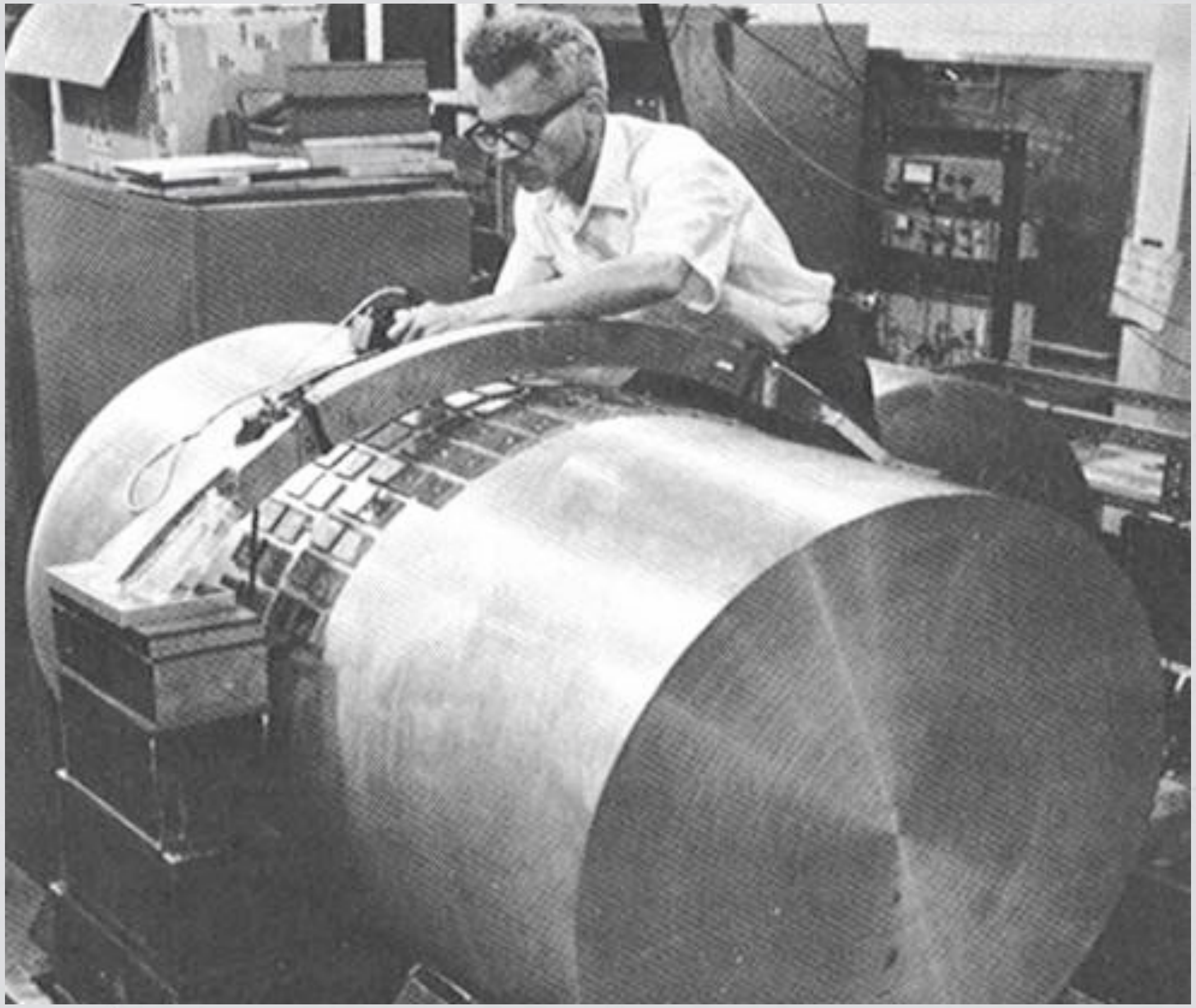
En fait, c’est subtil. La notion d’énergie gravitationnelle est très délicate à définir en relativité générale.

Longue controverse historique sur la réalité de ces ondes

#7 ondes gravitationnelles

barres de Weber

(années 1960)

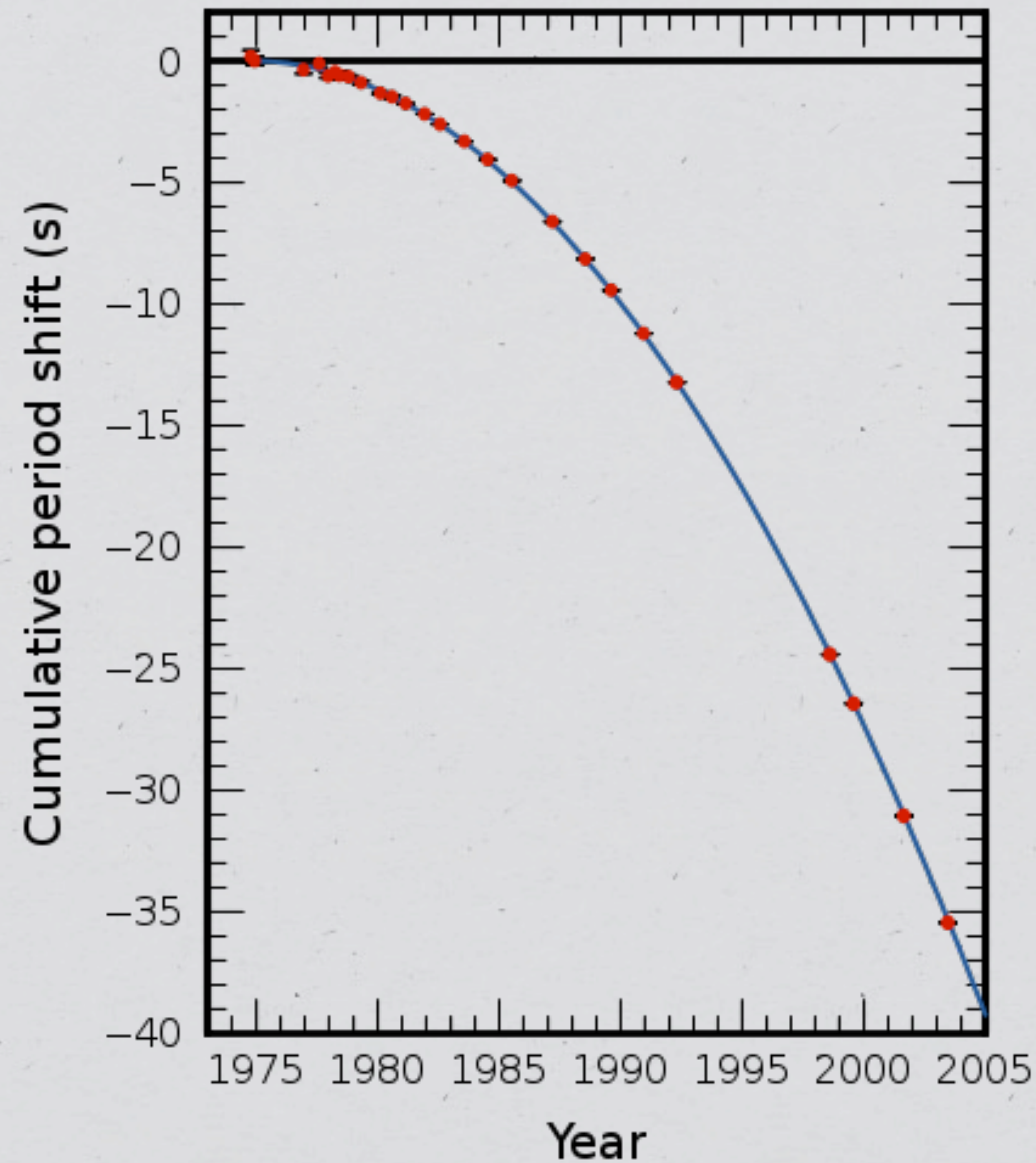


Bibliographie
Dictionnaire de physique

#7 *ondes gravitationnelles*

Détection indirecte dans le pulsar binaire PSR 1913+16

Hulse et Taylor (1974)



#7 *ondes gravitationnelles*

#7 *ondes gravitationnelles*

Détection directe en 2016 par LIGO/Virgo

#8

Cosmologie

#8 Cosmologie

Principe cosmologique

« À grande échelle, l'Univers est homogène et isotrope »

Métrique de Robertson-Walker

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\phi^2\right)$$

#8

Cosmologie

Expansion de l’Univers

Histoire thermique

Nucléosynthèse primordiale

Formation des grandes structures

Rayonnement de fond cosmologique

Difficultés

Difficultés

Manipuler des tenseurs

Singularités

Interprétation des coordonnées

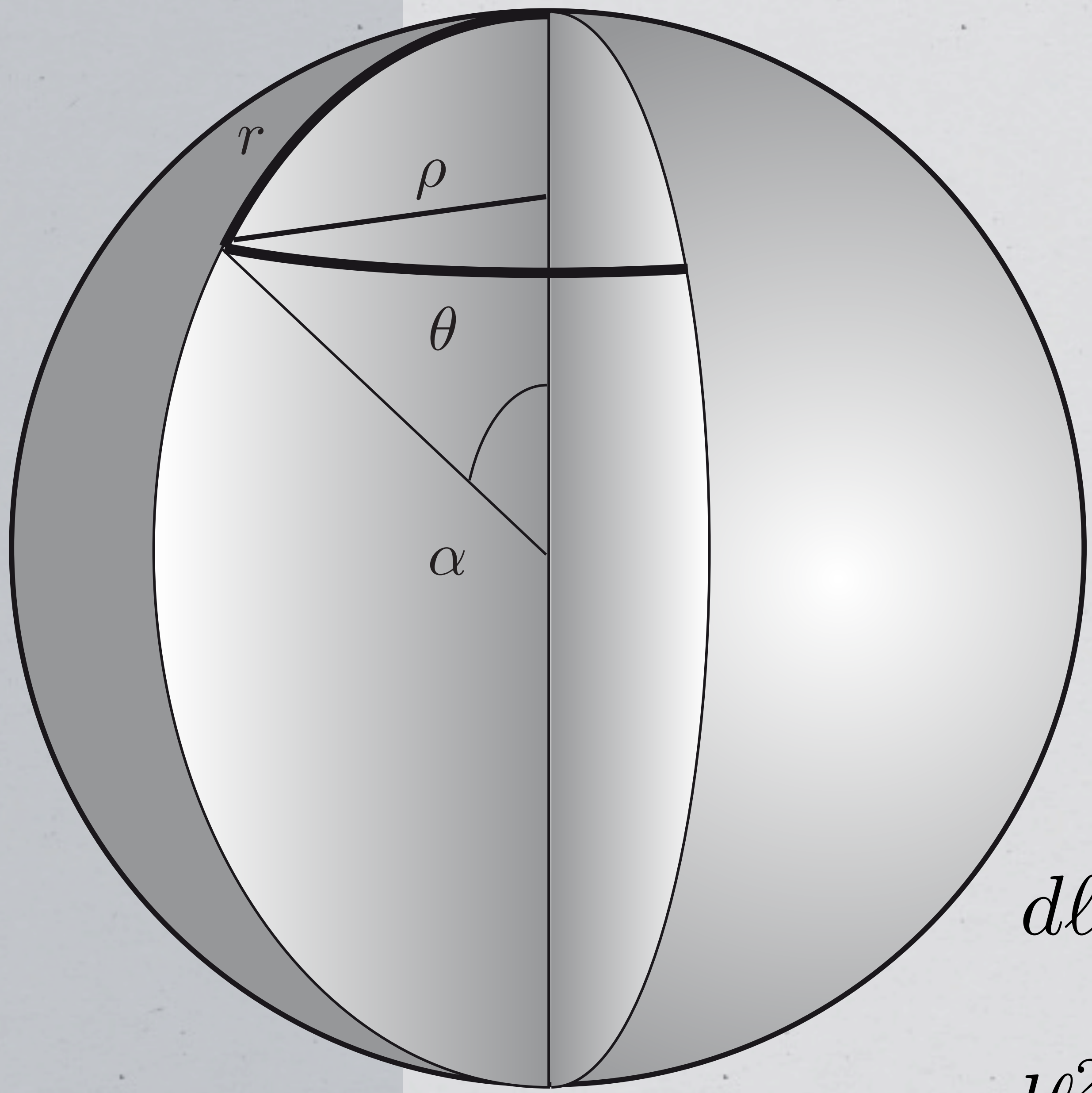
Singularités

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

quantités singulières pour deux valeurs de r :

$$r = 0 \qquad\qquad r = r_s$$

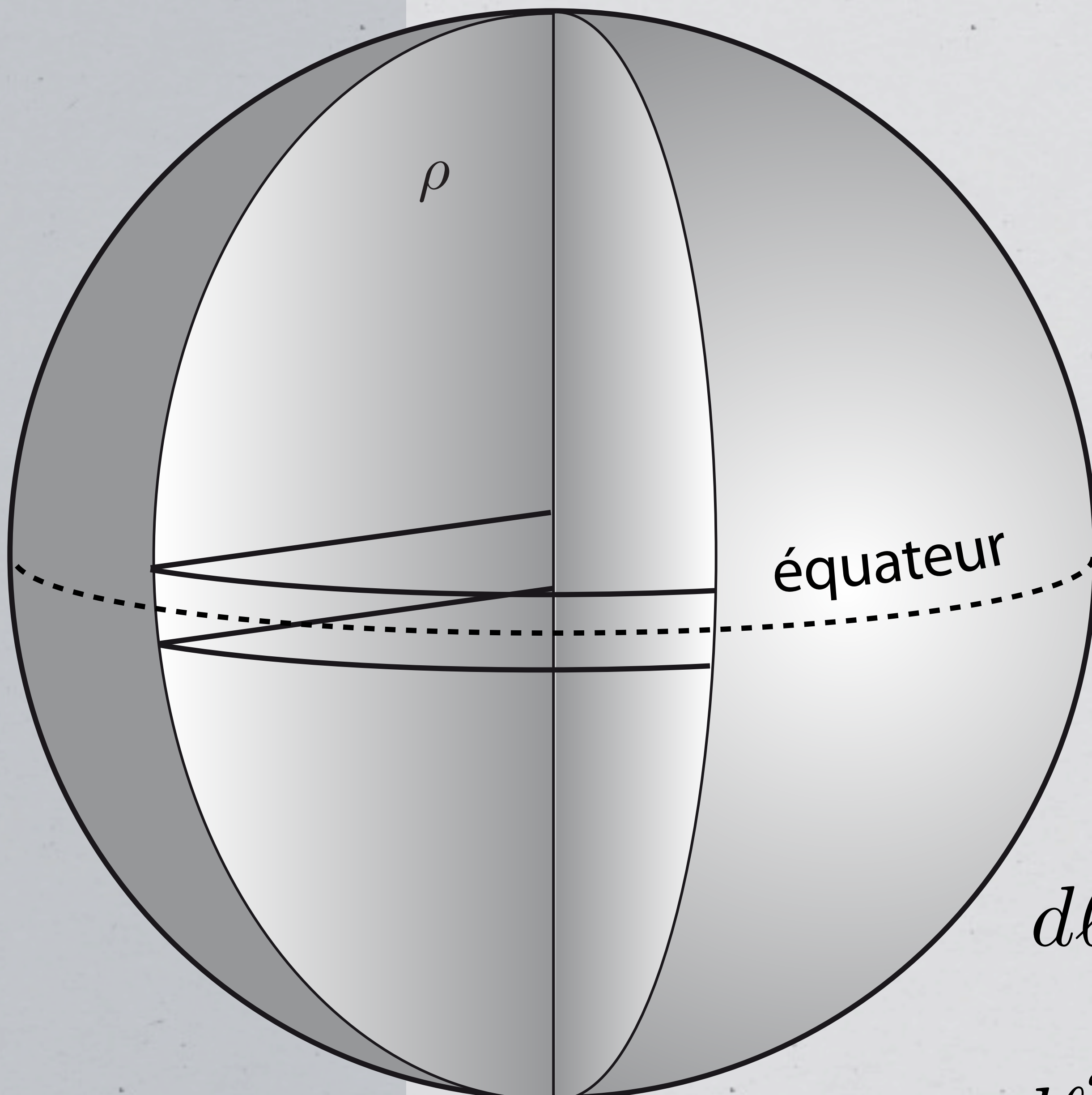
Singularités



$$d\ell^2 = R^2 d\alpha^2 + R^2 \sin^2\alpha \, d\theta^2$$

$$d\ell^2 = \frac{d\rho^2}{1 - \rho^2/R^2} + (\cdots)\, d\theta^2$$

Singularités

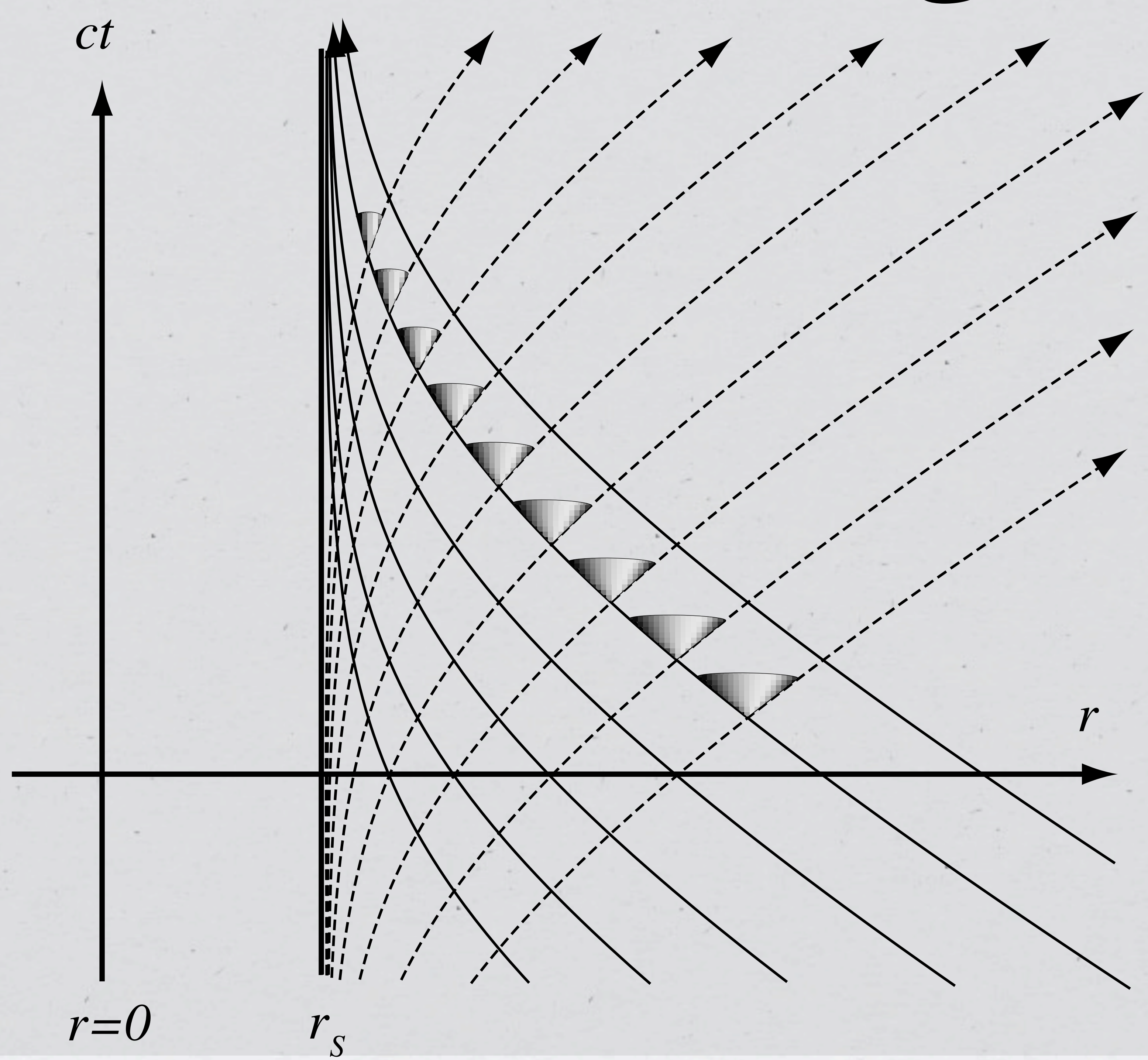


singularité de coordonnées

$$d\ell^2 = R^2 d\alpha^2 + R^2 \sin^2\alpha \, d\theta^2$$

$$d\ell^2 = \frac{d\rho^2}{1 - \rho^2/R^2} + (\cdots)\, d\theta^2$$

Singularités

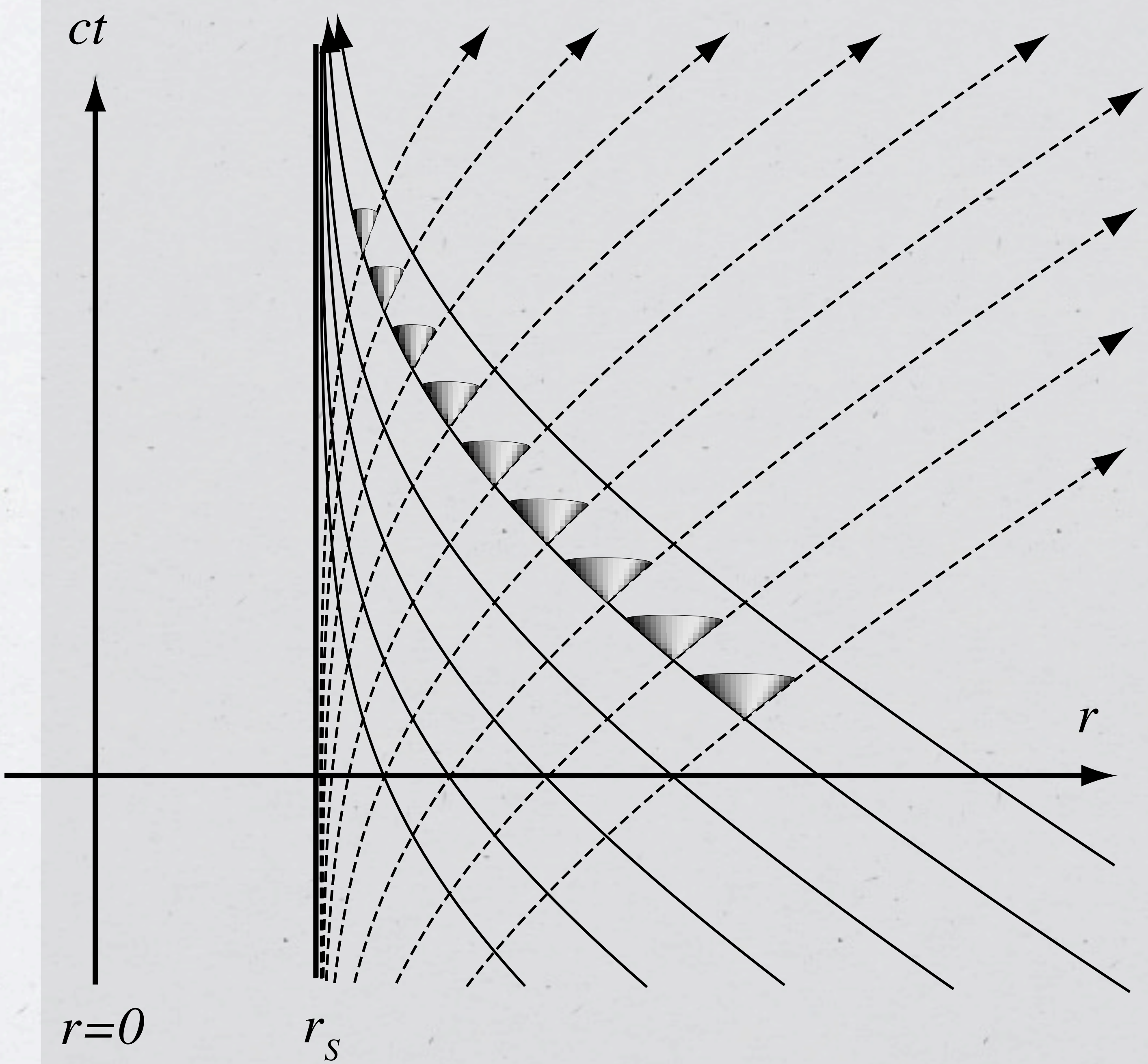


Singularités

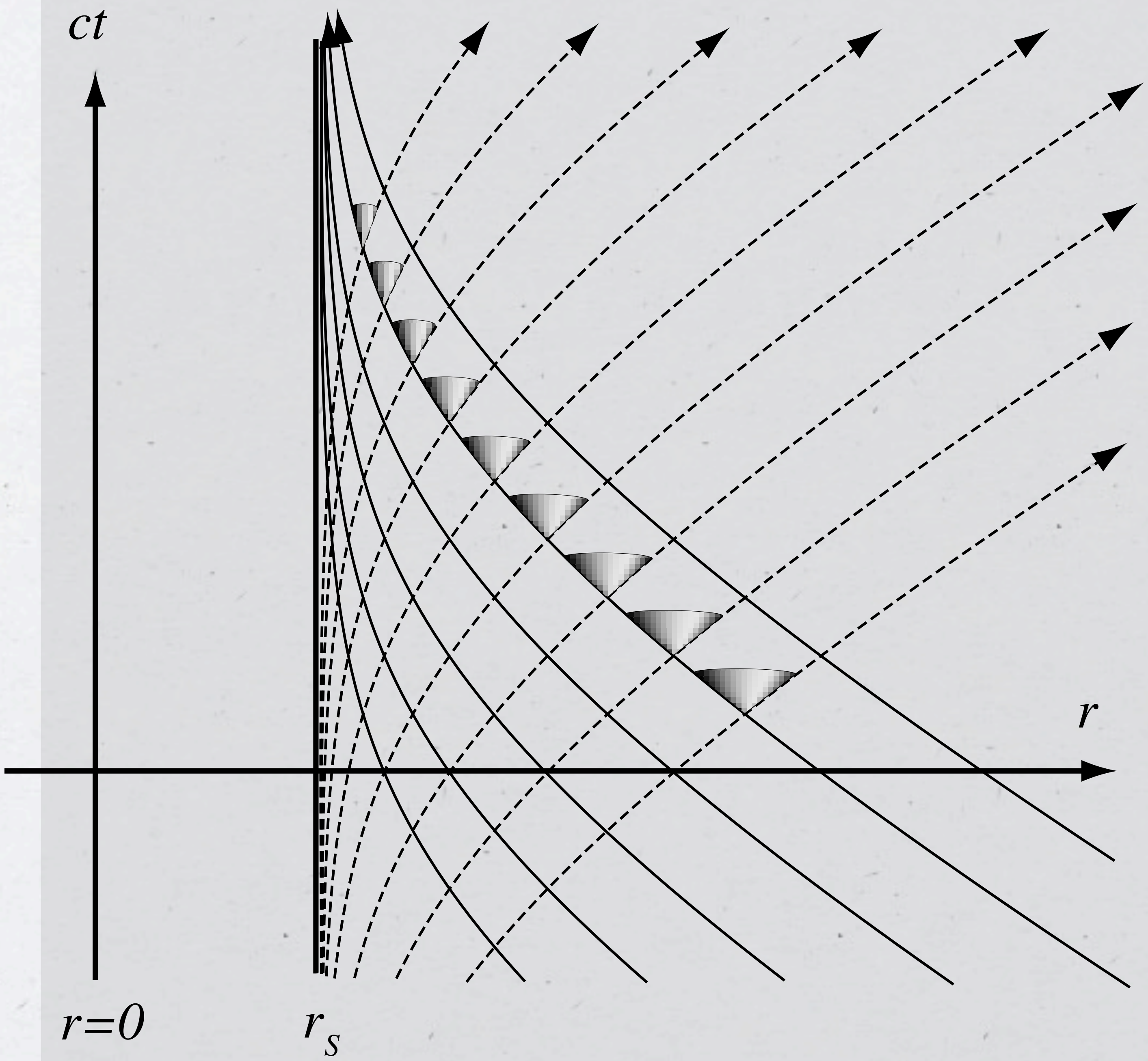
coordonnées d'Eddington-Finkelstein

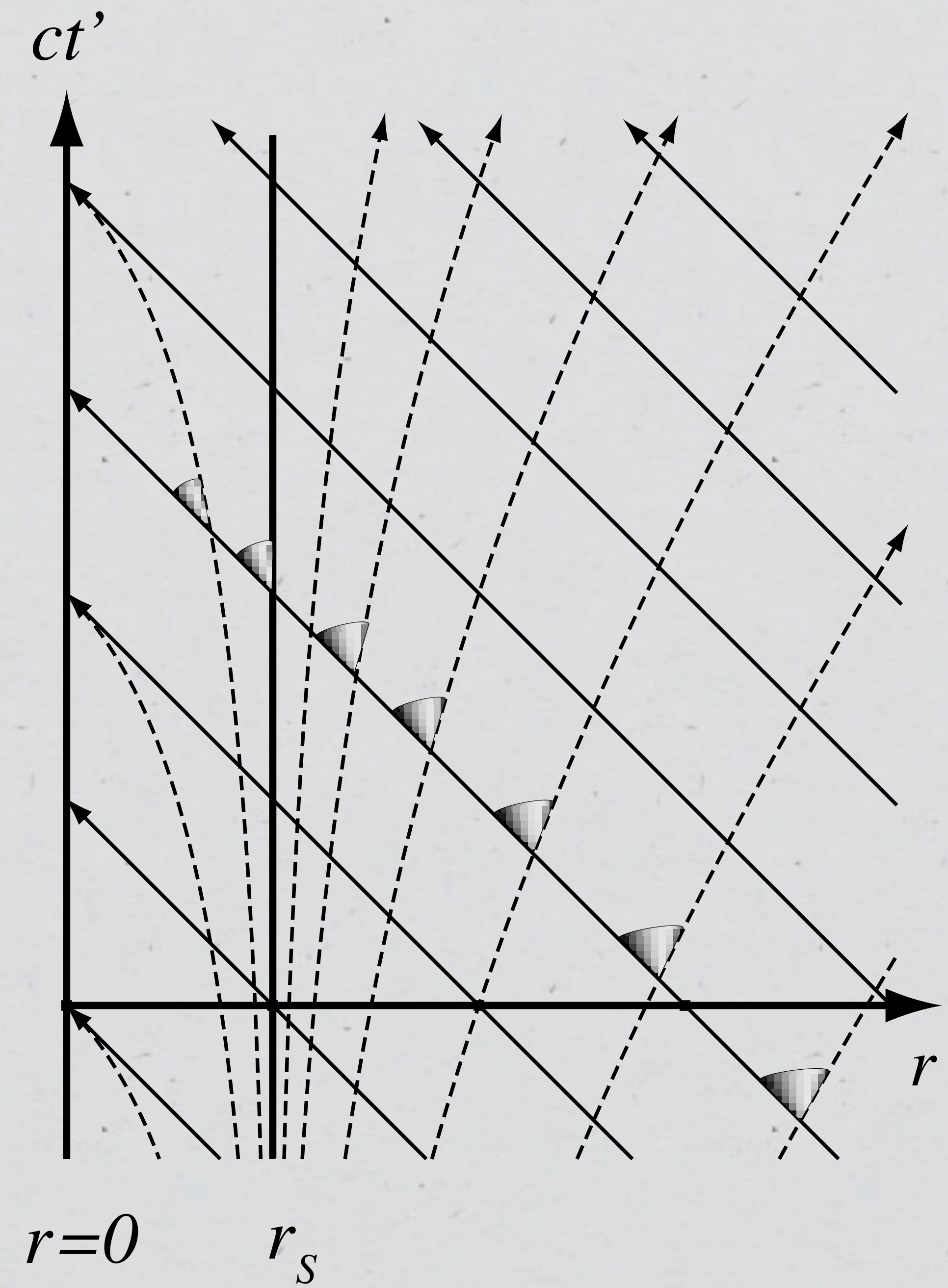
$$ct' = ct - r_s \ln\left|\frac{r}{r_s} - 1\right|$$

Singularités



Singularités





Coordonnées

$$ct' = ct - r_s \ln\left|\frac{r}{r_s} - 1\right|$$

Coordonnées

$$ct' = ct - r_s \ln\left|\frac{r}{r_s} - 1\right|$$

on a le droit de faire ça ?!?

Coordonnées

$$ct' = ct - r_s \ln\left|\frac{r}{r_s} - 1\right|$$

on a le droit de faire ça ?!?

oui, les coordonnées n’ont pas de sens physique a priori

Coordonnées

$$ct' = ct - r_s \ln\left|\frac{r}{r_s} - 1\right|$$

on a le droit de faire ça ?!?

oui, les coordonnées n’ont pas de sens physique a priori

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta d\phi^2$$

Alternatives

théorie de Brans-Dicke

théories de Gauss-Bonnet

prise en compte d'une torsion

théorie des cordes

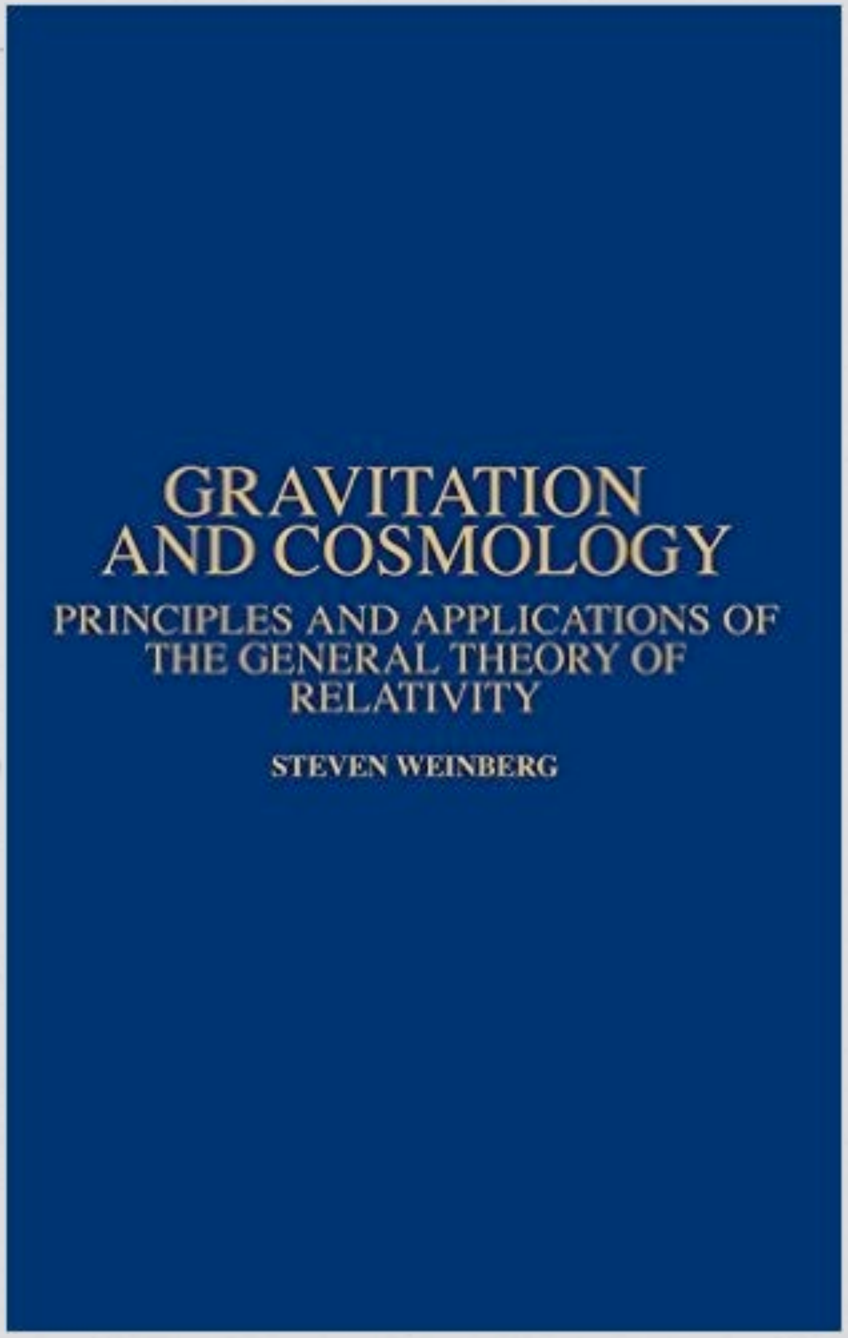
gravité quantique à boucles

Références

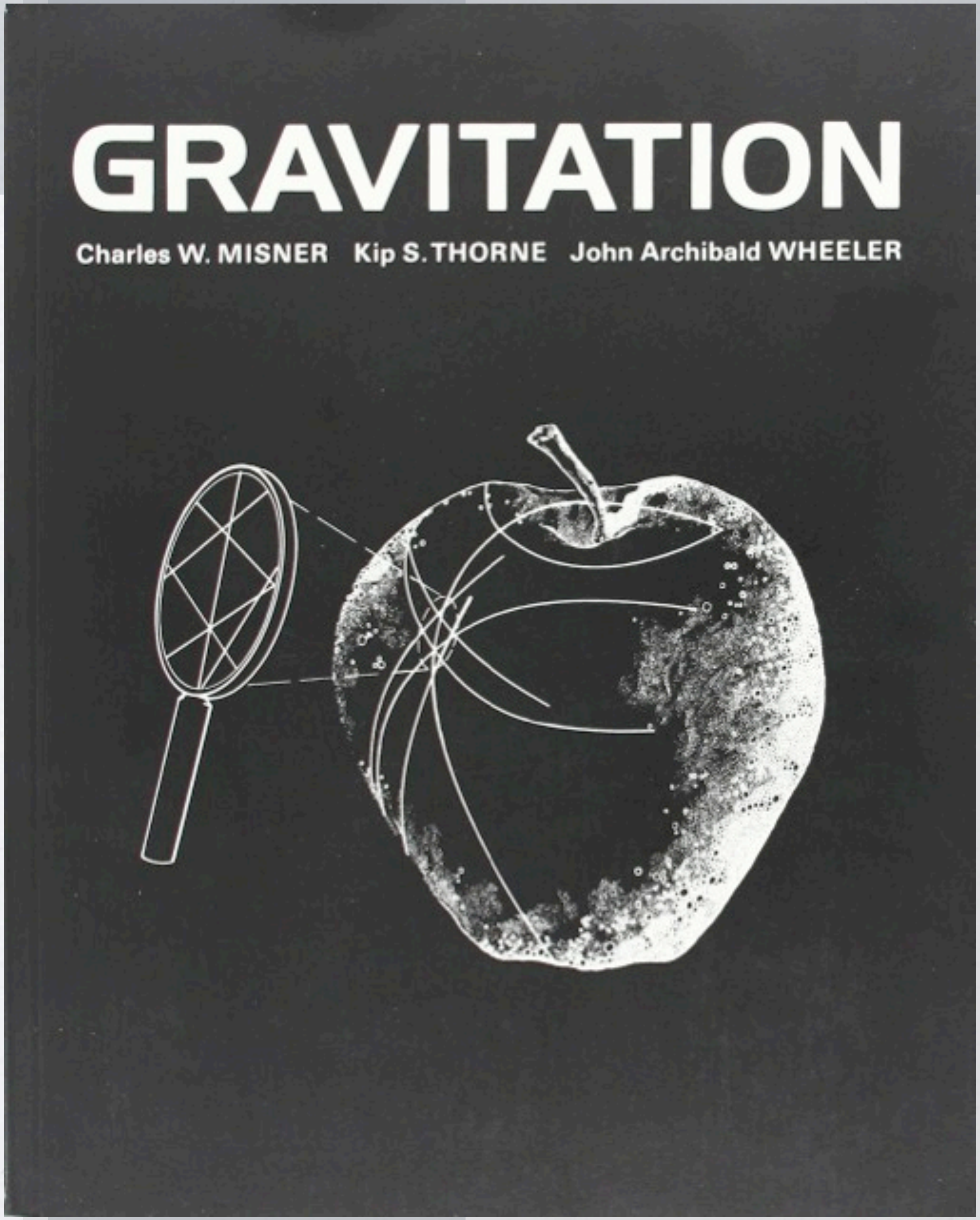
Références

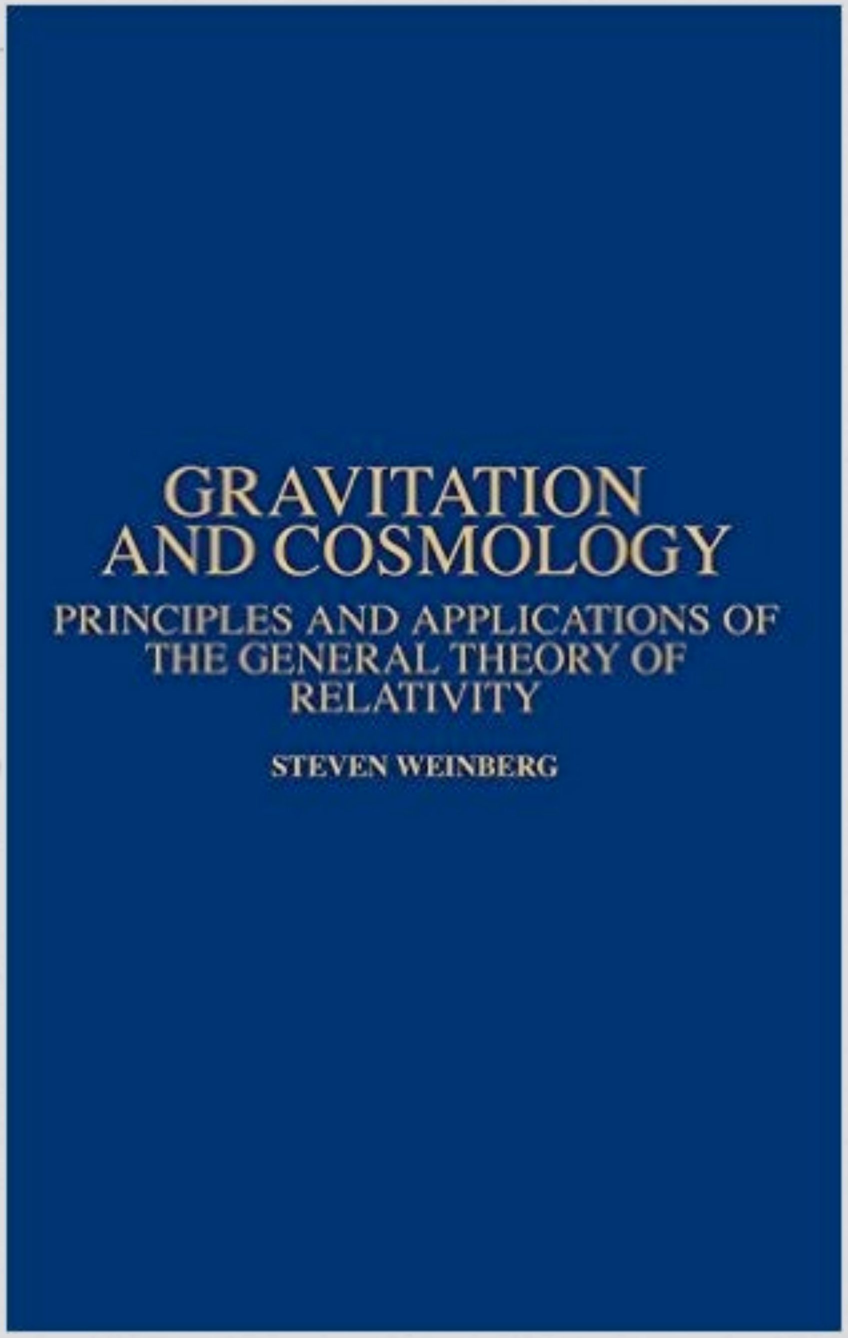
Références

Références


GRAVITATION
AND COSMOLOGY
PRINCIPLES AND APPLICATIONS OF
THE GENERAL THEORY OF
RELATIVITY
STEVEN WEINBERG

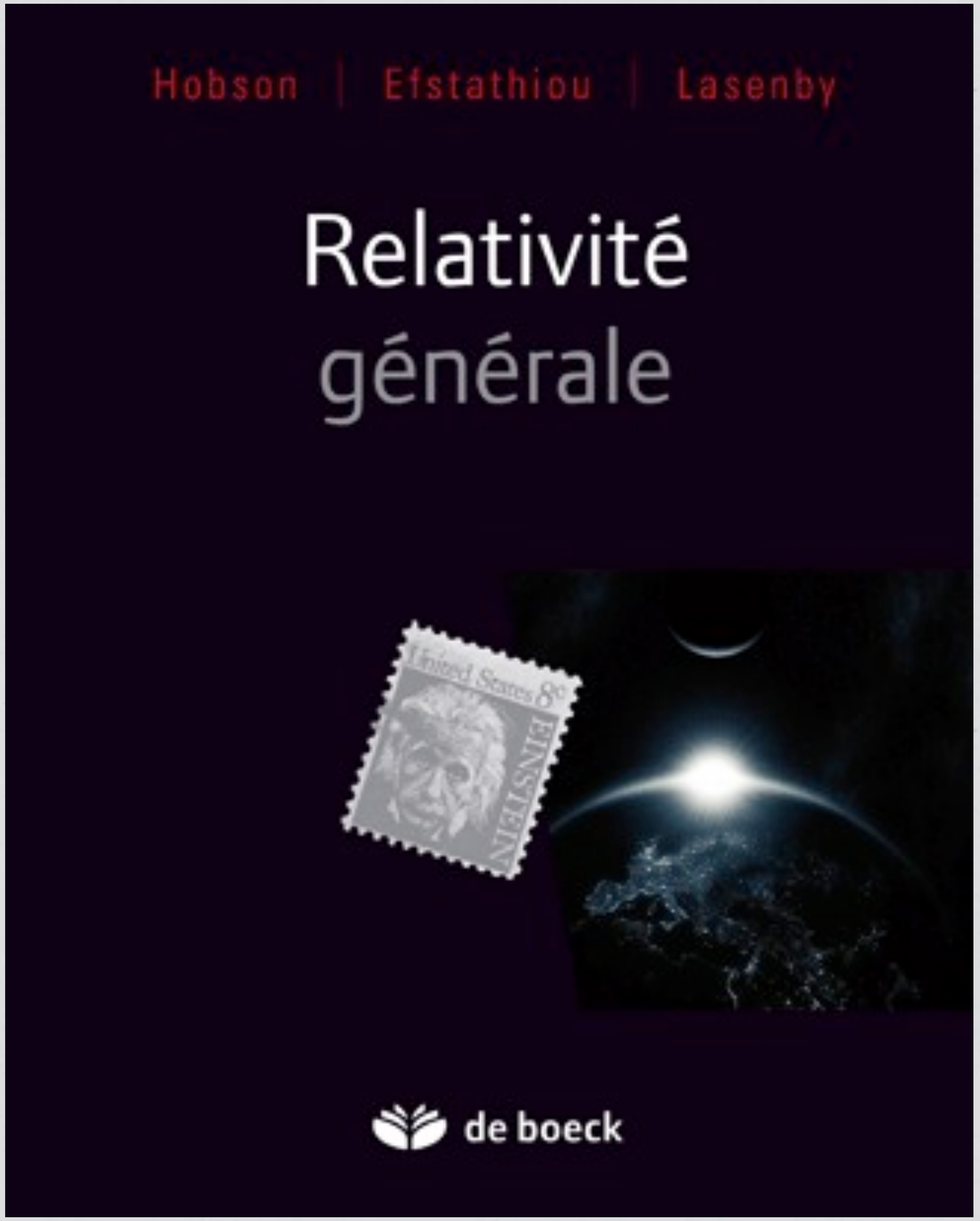
Références


GRAVITATION
Charles W. MISNER Kip S. THORNE John Archibald WHEELER


GRAVITATION AND COSMOLOGY
PRINCIPLES AND APPLICATIONS OF THE GENERAL THEORY OF RELATIVITY
STEVEN WEINBERG

Références

Références


Hobson | Efstathiou | Lasenby
Relativité
générale
United States 8c
EINSTEIN
de boeck

Références


Moore
Relativité
générale
de boeck


Hobson | Efstathiou | Lasenby
Relativité
générale
United States 8c
EINSTEIN
de boeck

Références

« The Confrontation between General Relativity and Experiment »

Clifford M. Will

Living Reviews in relativity

http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2006-3/

Références

http://podcast.grenet.fr/podcast/cours-dintroduction-a-la-relativite-generale/

26 épisodes de 25 à 45 minutes (HD 720)

http://podcast.grenet.fr/podcast/cours-dintroduction-a-la-relativite-generale/

Contact

taillet@lapth.cnrs.fr

Richard.Taillet@univ-savoie.fr

« Dictionnaire de physique »
sur Facebook